

Aufgabe 1 - Komplexe Zahlen (6 Punkte)

a) Vereinfachen Sie $\frac{1+5i}{2-3i}$ und geben Sie das Ergebnis in der Form $a+bi$ dar

b) Stellen Sie $z=3-3i$ in Polarkoordinaten dar und geben den Winkel θ im Intervall $[0,2\pi[$ an.

Aufgabe 2 - Logarithmenrechnen (4 Punkte)

Vereinfachen Sie

$$\left(\frac{\log_{10}(1000) \cdot (2 \cdot \log_3(27) + 1)}{\ln(\sqrt{e})} \right)$$

Aufgabe 3 - Differentiation (6 Punkte)

Bilden Sie folgende Ableitungen und vereinfachen Sie soweit möglich

a) $\frac{d}{dx}(\exp(x^2) \cdot \sin(x) \cdot \ln(x))$ b) $\frac{d^2}{dx^2} \sin(x^2)$

Aufgabe 4 - Integration (8 Punkte)

Berechnen Sie folgende Integrale und vereinfachen Sie soweit möglich

a) $\int \frac{x^2+1}{x^2-1} dx$ b) $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^4} dx$

Aufgabe 5 - Grenzwerte (7 Punkte)

Berechnen Sie folgende Grenzwerte

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x}$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 8\pi n + k n \ln(3^{1/n})}{n^3}$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} x^x$

Aufgabe 6 - Reihen (6 Punkte)

Prüfen Sie folgende Reihen auf Konvergenz

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{n!}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$

bitte wenden

Aufgabe 7 – Taylorreihe (7 Punkte)

Entwickeln Sie die Funktion

$$f(x, y) = \exp(2x - y).$$

in einer Taylor-Reihe um den Entwicklungspunkt (0,0) und brechen Sie nach der 2. Ordnung ab.

Aufgabe 8 - Differentialgleichungen (8 Punkte)

Lösen Sie folgende Differentialgleichungen:

a) $\left(\frac{1}{x}\right) y' = 2y + 7$

b) $-3y = \exp(-3x) - y'$

Aufgabe 9 - Ableitungen mehrerer Veränderlicher (8 Punkte)

a) Berechnen Sie die Richtungsableitung der folgenden Funktion für den gegebenen Richtungsvektor an der Stelle $(1; 1/\sqrt{2})$:

$$z = f(x, y) = \exp(-x - y^2) \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

b) Es gelte:

$$z = z(x, y) = x^2 y^2 + y^3 \quad x = x(t) = t^2 \quad y = y(t) = \exp(t)$$

Berechnen Sie die Ableitung $\frac{dz}{dt}$ durch Anwendung der Kettenregel und formen Sie so um, dass Sie nur einen Ausdruck in Abhängigkeit von t erhalten.