

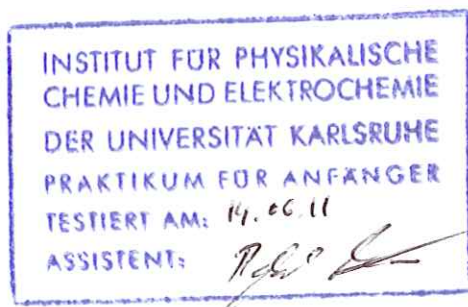
Versuch 44. Wärmeleitfähigkeit  
von Gasen.

Gruppe 21  
Uwe Krämer  
Egor Kiselev

Durchgeführt am  
7.6.2011

Abgegeben am  
14.6. ✓

Sehr gute Probekoll!





## Aufgabe:

Zu ermitteln war die Wärmeleitfähigkeit von Stadtgas | Erdgas und  $H_2$  relativ zur Wärmeleitfähigkeit der Luft; ferner die Druckabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit.

## Grundlagen

Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$  ist als Proportionalitätskoeffizient zwischen der pro Zeiteinheit fließenden Wärmemenge  $\dot{Q}$  und dem Produkt von betrachteter Querschnittsfläche  $Q$  und dem Temperaturgradienten senkrecht zu dieser Fläche definiert:

$$\dot{Q} = -\kappa Q \frac{dT}{dx}$$

Mit Näherungen der kinetischen Gastheorie ergibt sich für  $\kappa$  der folgende Ausdruck:

$$\kappa = \frac{N \bar{c} \lambda C_V}{3 N_A}$$

Dabei ist  $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} N d^2 \pi}$  die mittlere freie Weglänge der Gasmoleküle,  $\bar{c}$  ist ihre mittlere Geschwindigkeit ( $\bar{c} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_m}}$ ). Dabei sind  $N$  die Anzahl der Moleküle pro Kubikmeter und  $C_V$  die Wärmekapazität des Gases.

Zur Druckabhängigkeit kann folgende Betrachtung angestellt werden:  $\lambda$  führt den Faktor  $N^{-1}$  in sich, ist also zu  $p$  umgekehrt proportional.  $\kappa$  hingegen führt den Faktor  $N$ , der zum Druck proportional ist und sich mit  $N^{-1}$  aus  $\lambda$  kürzt, weshalb  $\kappa$  im Normalfall druckunabhängig ist. Ist der Druck jedoch so gering, dass für die Gasmoleküle aufgrund eines zu großen  $\lambda$  die Gefäßwände zur Grenze der freien Weglänge werden, wirkt sich eine weitere Druckverringering nicht mehr auf die freie Weglänge aus (die Größe des Gefäßes bleibt konstant), sehr wohl jedoch auf die Teilchenzahl  $N$ , sodass  $\kappa \propto p$  werden muss.

## Messmethode

Die verwendete Messmethode wurde von Schleiermacher entwickelt. Direkt gemessen wird mit Hilfe einer Wheatstone Brücke der Widerstand eines sich im Gaßgefäß befindlichen Platindrahtes. Die Widerstandsänderung des Drahtes wird als zu seiner Temperaturänderung proportional angenommen. Von der Temperaturänderung wird folgendermaßen auf die Wärmeleitfähigkeit des umgebenden Gases geschlossen:

$T - T_0 = A \cdot \frac{\dot{Q}}{\kappa}$  Die Temperaturänderung ist umgekehrt proportional zu  $\kappa$  und proportional zur Leistung  $\dot{Q}$ , die dem Draht durch Anlegen der Spannung zugeführt wird.

$\dot{Q} = \frac{U^2}{R(T)}$  ist die dem Draht zugeführte Leistung. Es gilt also mit  $T - T_0 = AK(R(T) - R(T_0))$ :

$$\boxed{\frac{U^2}{R(T)} = \frac{\kappa}{A} (T - T_0) = K \kappa (R(T) - R(T_0)) = m (R(T) - R(T_0))}$$

wobei  $A$  und  $K$  Eigenschaften der Messapparatur sind.

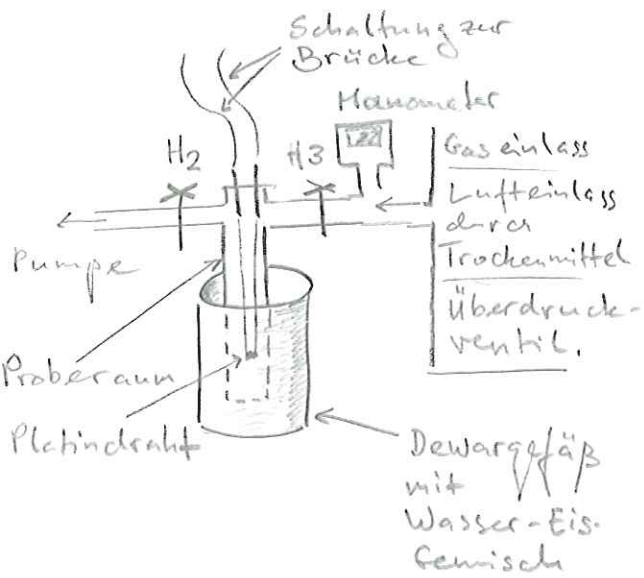
Aus dieser Überlegung heraus kann man nun die Wärmeleitfähigkeit eines Gases relativ zur Luft bestimmen, indem man die Steigungen  $m$  vergleicht:

$$\boxed{\frac{\kappa}{\kappa_{\text{Luft}}} = \frac{m}{m_{\text{Luft}}}}$$

$K$  und  $A$  sind bei den Messungen von Luft und anderem Gas identisch, solange die Temperatur konstant gehalten wird. ✓



# Durchführung und Aufbau



Vor Beginn einer Messung wird die Apparatur drei mal mit dem zu messenden Gas befüllt und evakuiert. Anschließend wird sie erhitzt befüllt und bis zum gewünschten Druck evakuiert.

Danach wird die Wheatstone-

brücke gezeit und man beginnt mit der Widerstandsmessung bei verschiedenen an den Pt-Draht gelegten Spannungen. In unseren Messungen bewegten sich die Spannungen im Bereich von  $\approx$  bis  $\approx$  Volt, sodass der Pt-Draht sich erwärmen konnte, andererseits aber auch nicht überhitzt wurde.

Ein Dewargefäß kühlt den Proberaum, sodass eine Durchschnittstemperatur von  $4^\circ\text{C}$  angenommen wurde.

In einer Tabelle wurden Wertepaare  $U/R_{\text{Pt}}$  festgehalten.

## Auswertung der Daten Fehleranalyse Vergleich mit Literaturwerten

Verzeichnis der Messergebnisse und Darstellungen:

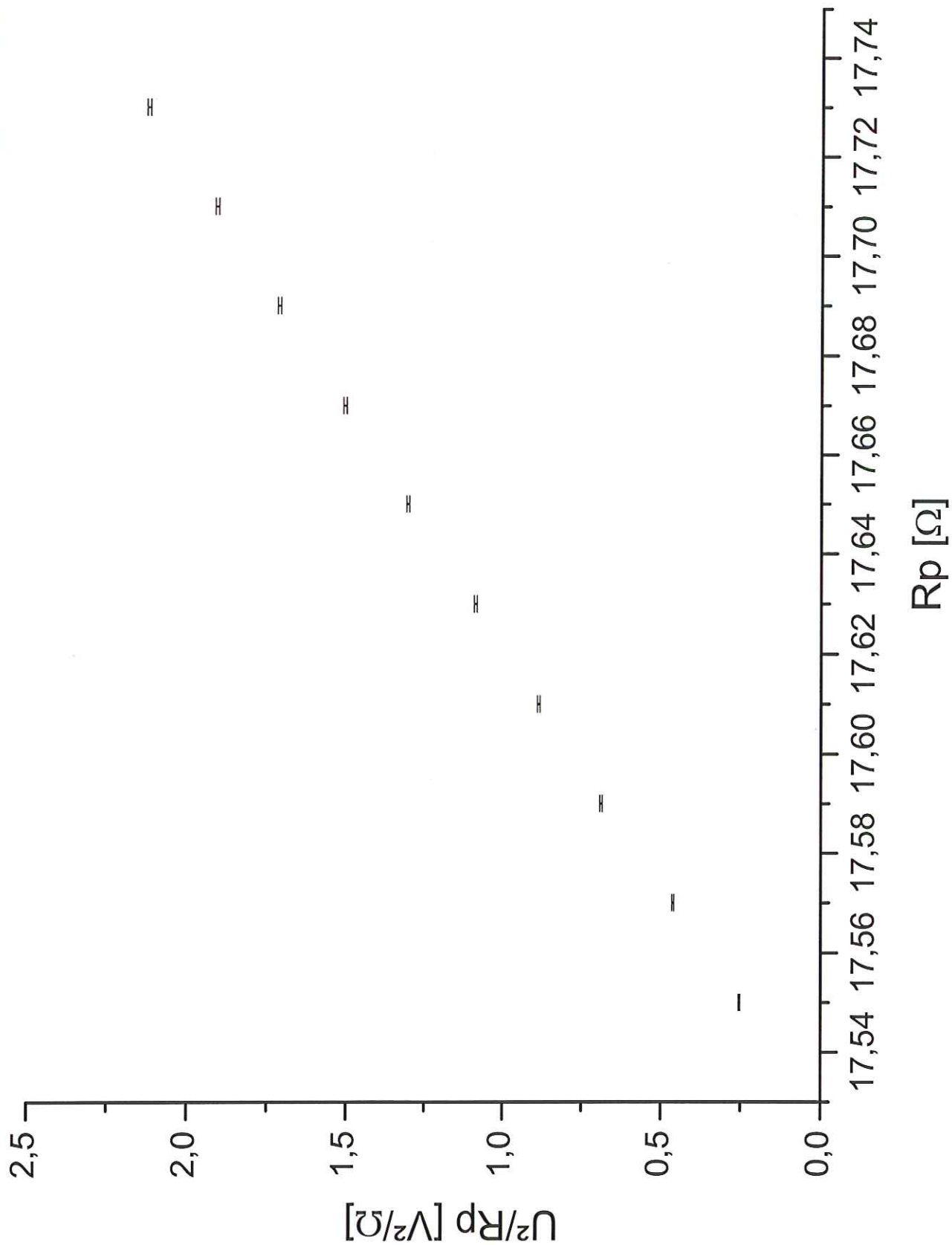
- (1)  $U/R_{\text{Pt}}$  Wertepaare
- (2) Auftragungen von  $\frac{U^2}{R_{\text{Pt}}}$  gegen  $R_{\text{Pt}}$  Werten
- (3) Auswertungen der Auftragungen
- (4) Grafische Darstellung der Druckabhängigkeit von  $\kappa$

als  $\kappa_{\text{Luft}}$  wurden  $0,0244 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$  verwendet, als  $m_L$ :  $10,41 \pm 0,0216 \frac{\text{V}^2}{\Omega^2}$



Luft 989 m bar

$\cdot U^2/R_p$



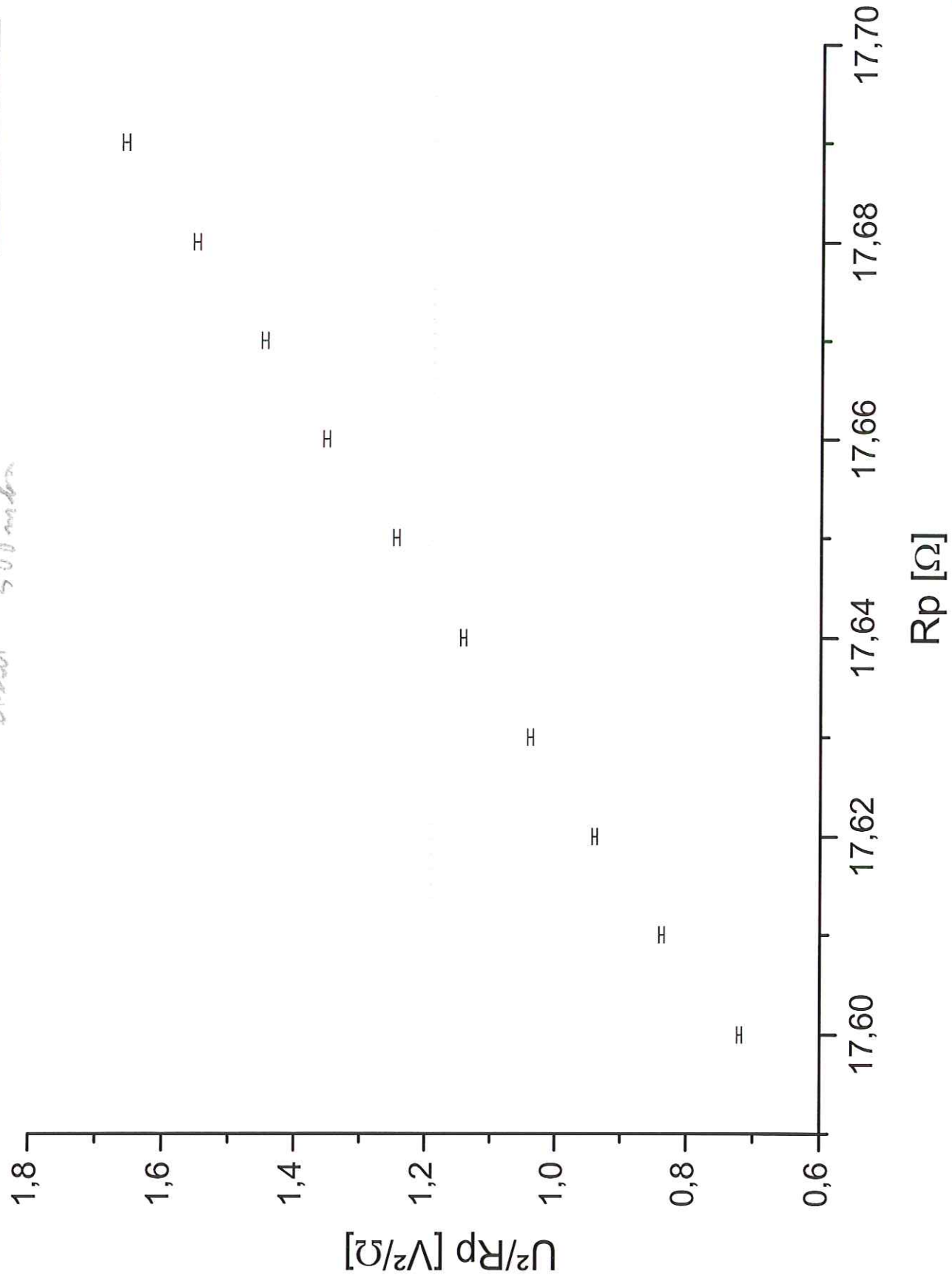
(2)





•  $U^2/R_p$

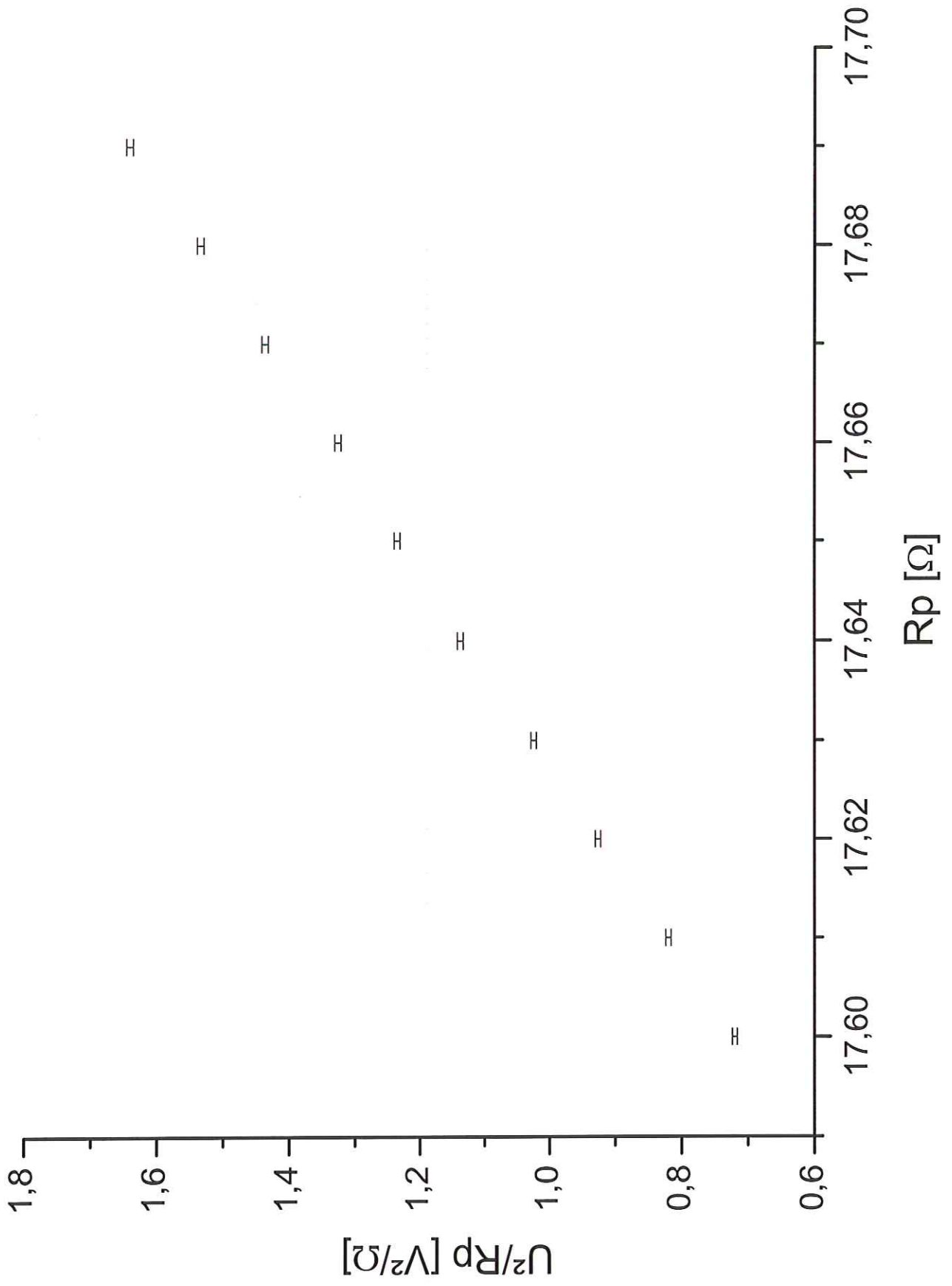
Strom 500 mA





Wert 104 an lesen

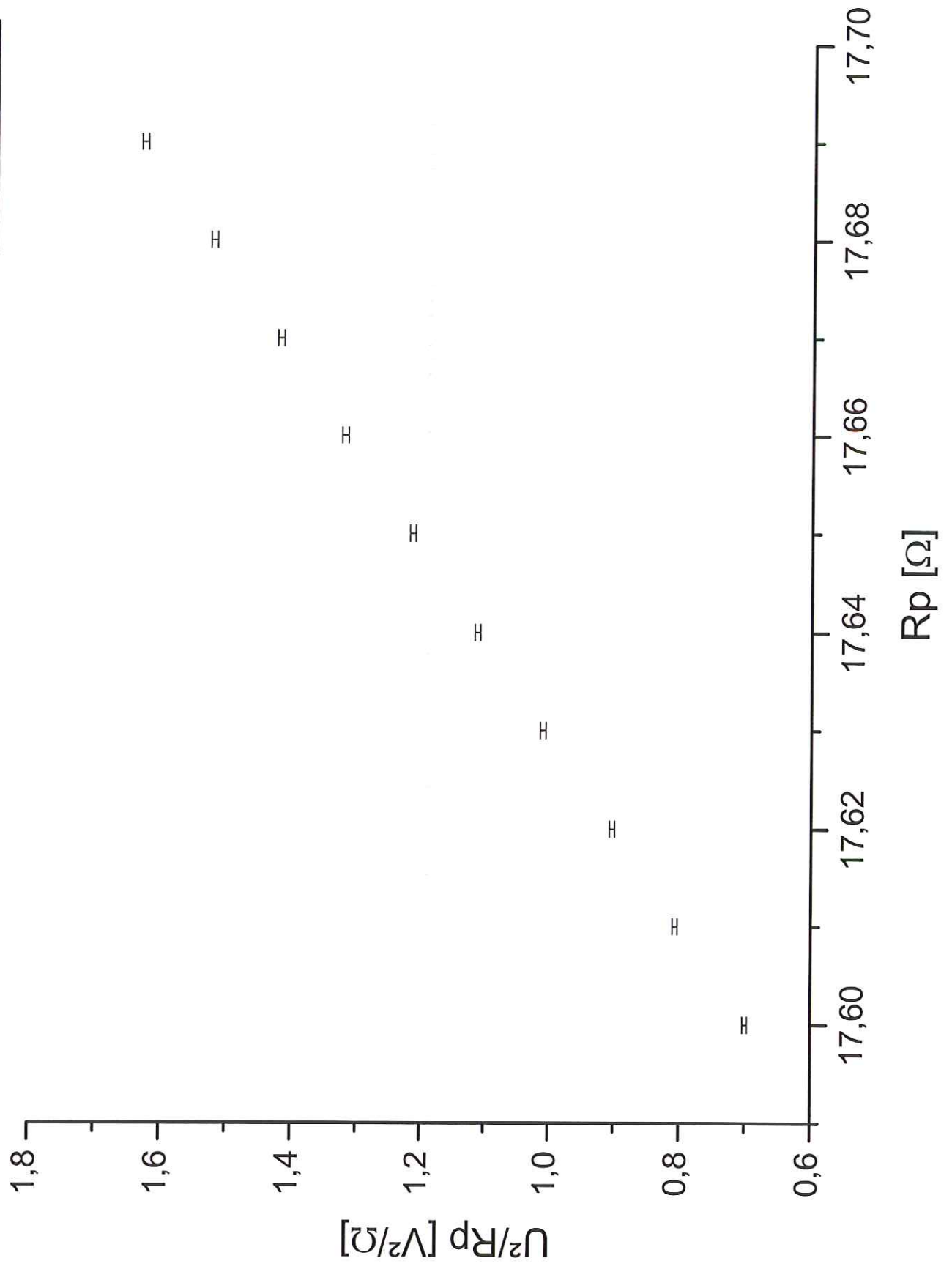
•  $U^2/R_p$





$$\cdot U^2/R_p$$

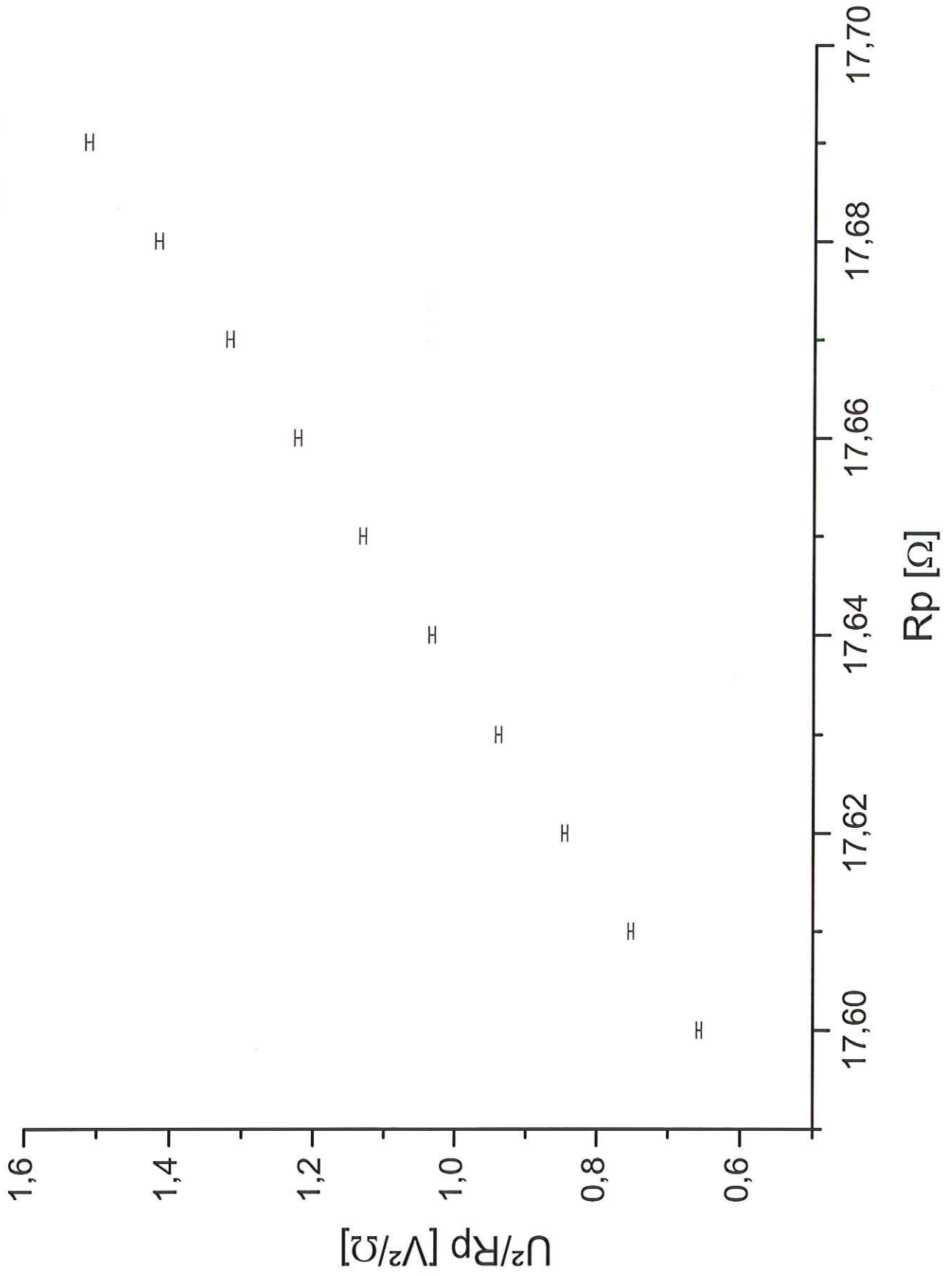
Hand 52 m low





Hoch 10 m bar

$$\cdot U^2/R_p$$

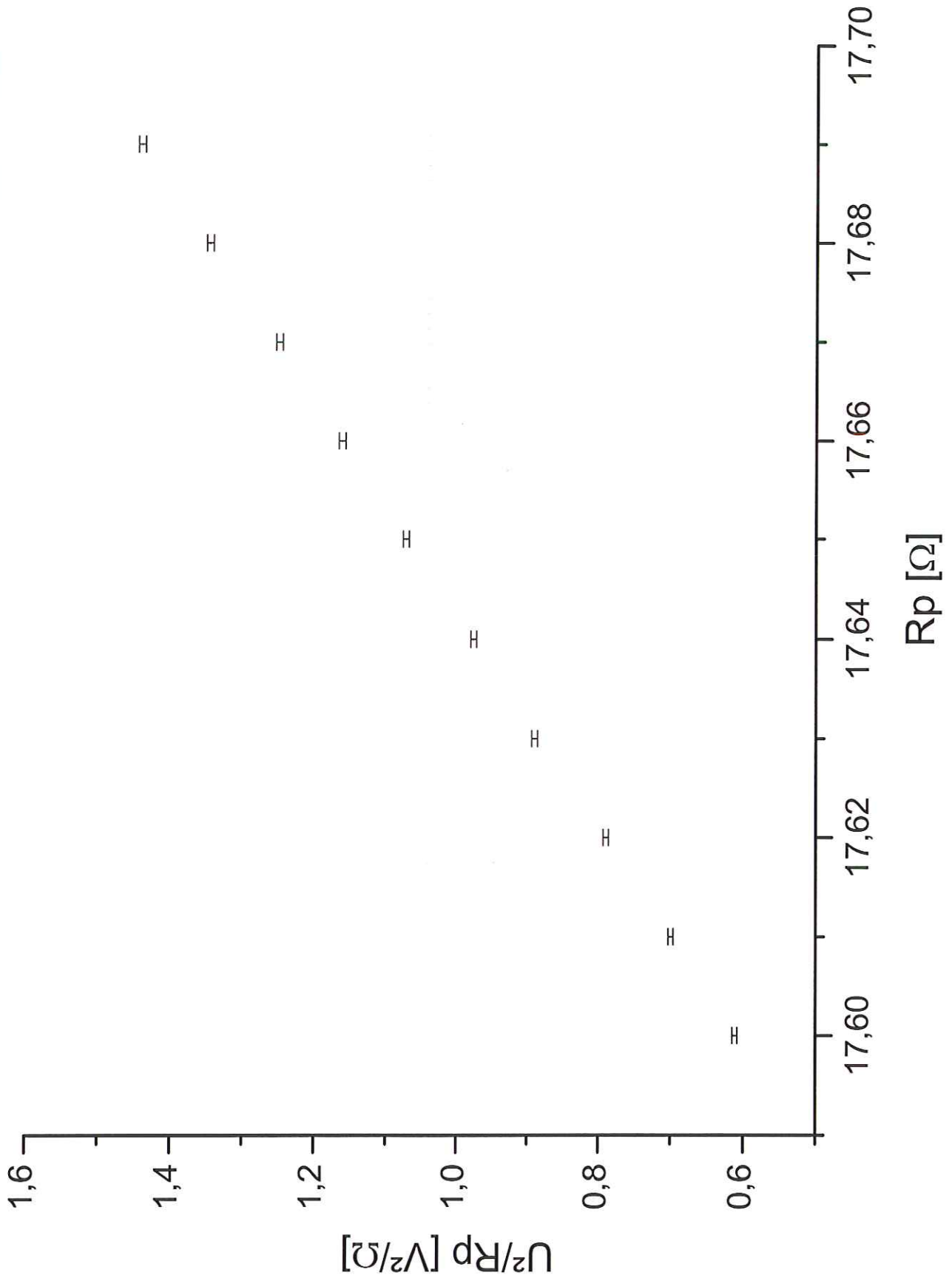






Steady state Sin bar

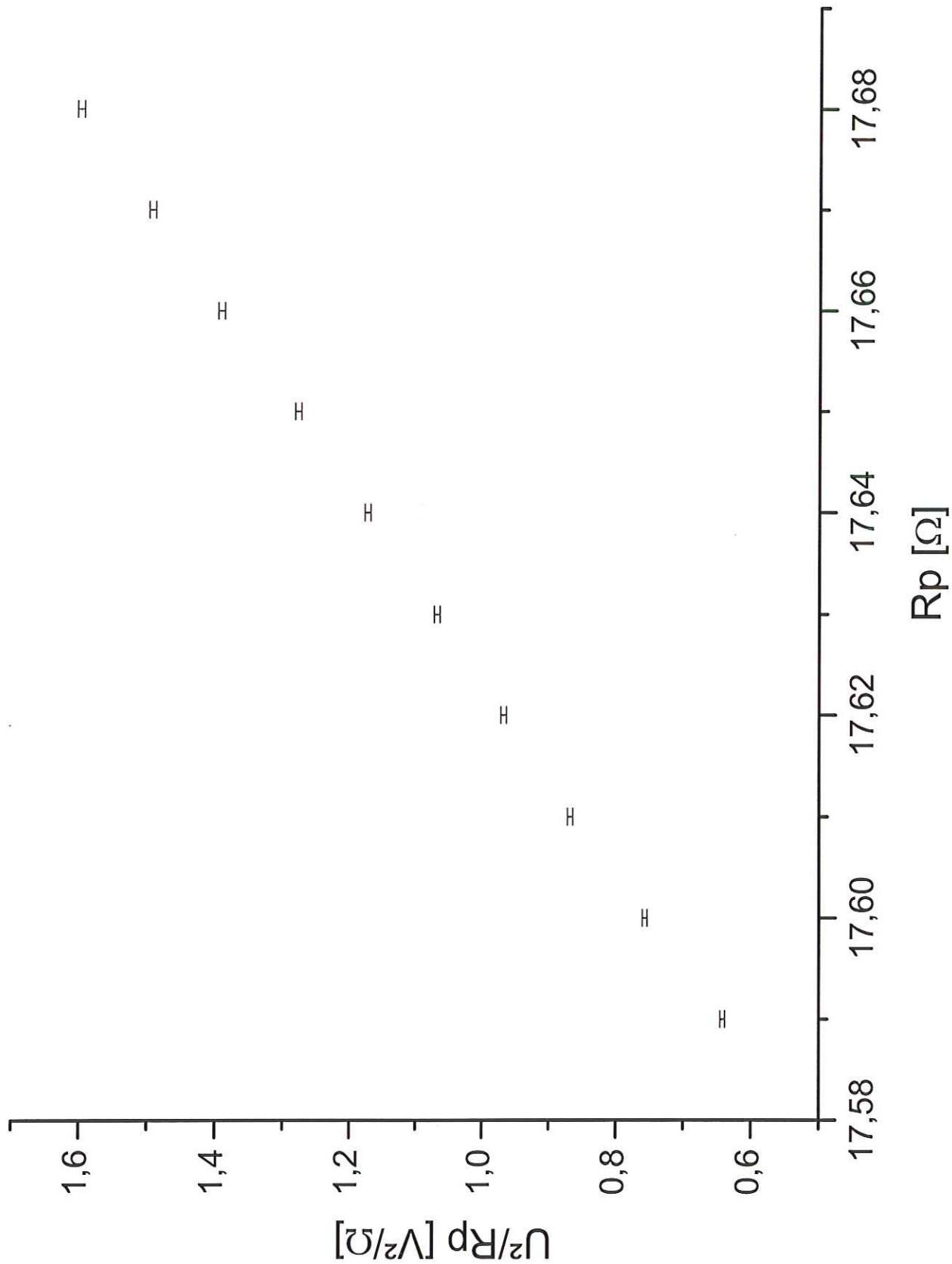
$$\cdot U^2/R_p$$





$H_2$  500 mbar

$$\cdot U^2/R_p$$

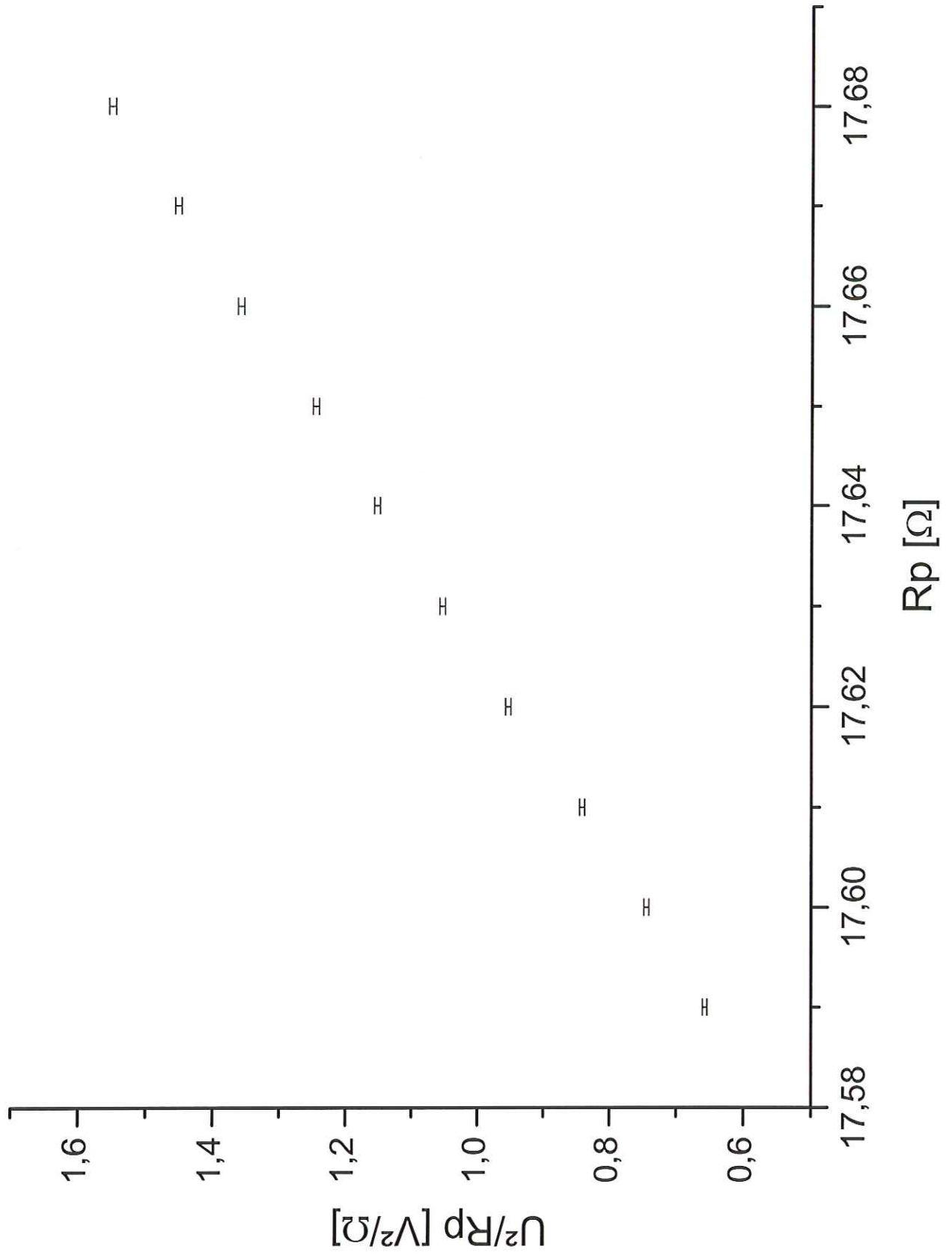


(2)



H<sub>2</sub> 100 mbar

▪ U<sup>2</sup>/Rp

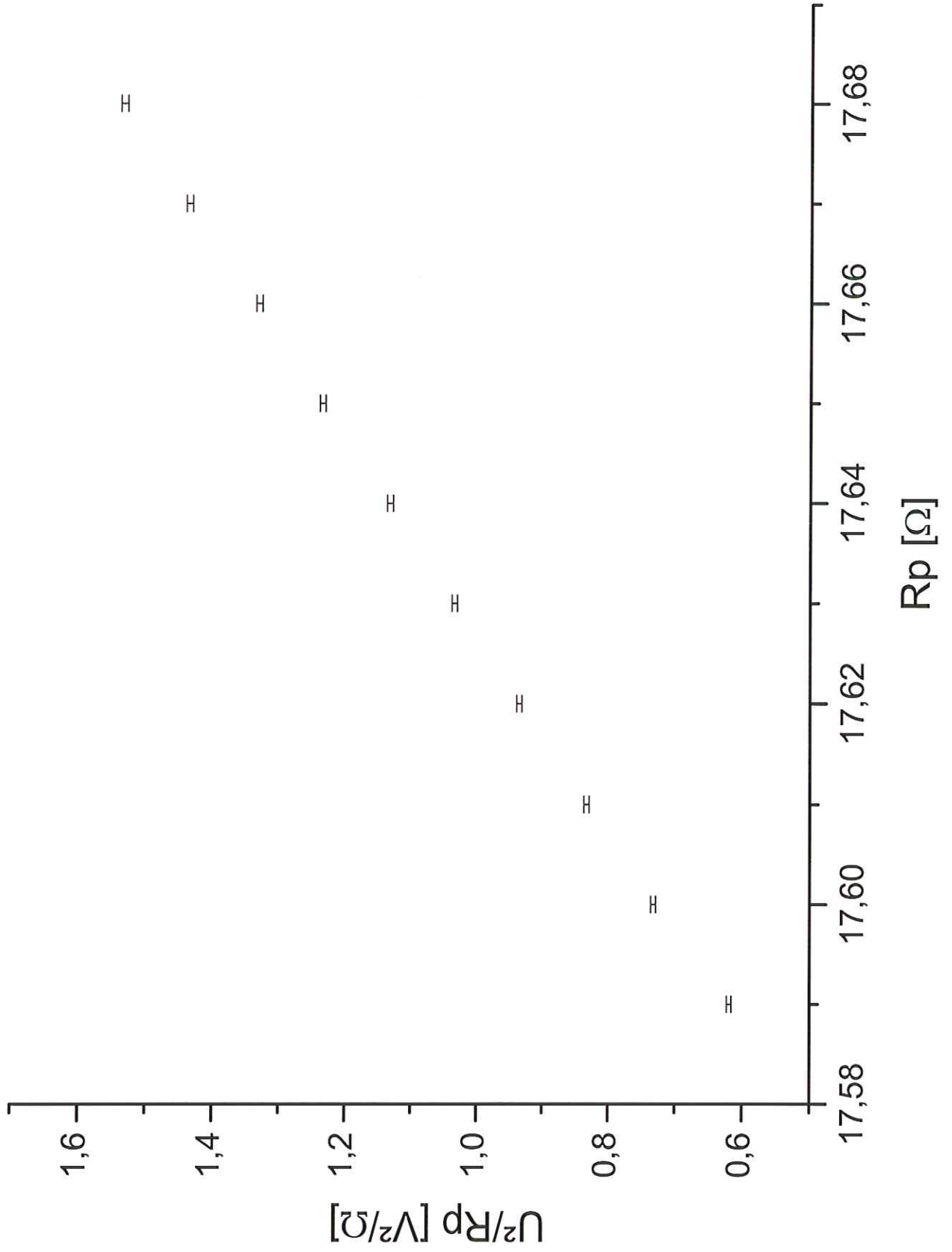






H<sub>2</sub> 50 m. long

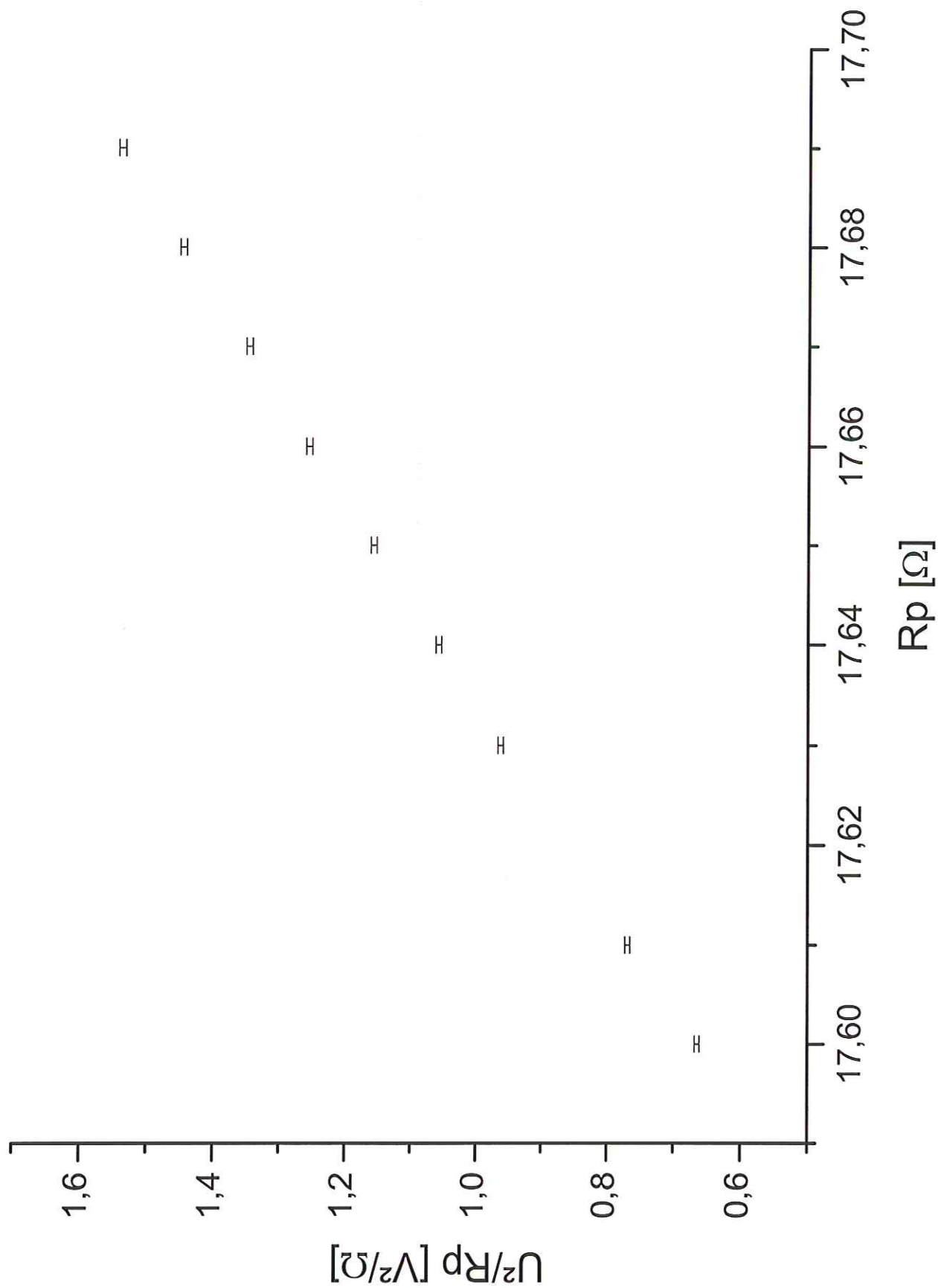
$$\cdot U^2/R_p$$





▪  $U^2/R_p$

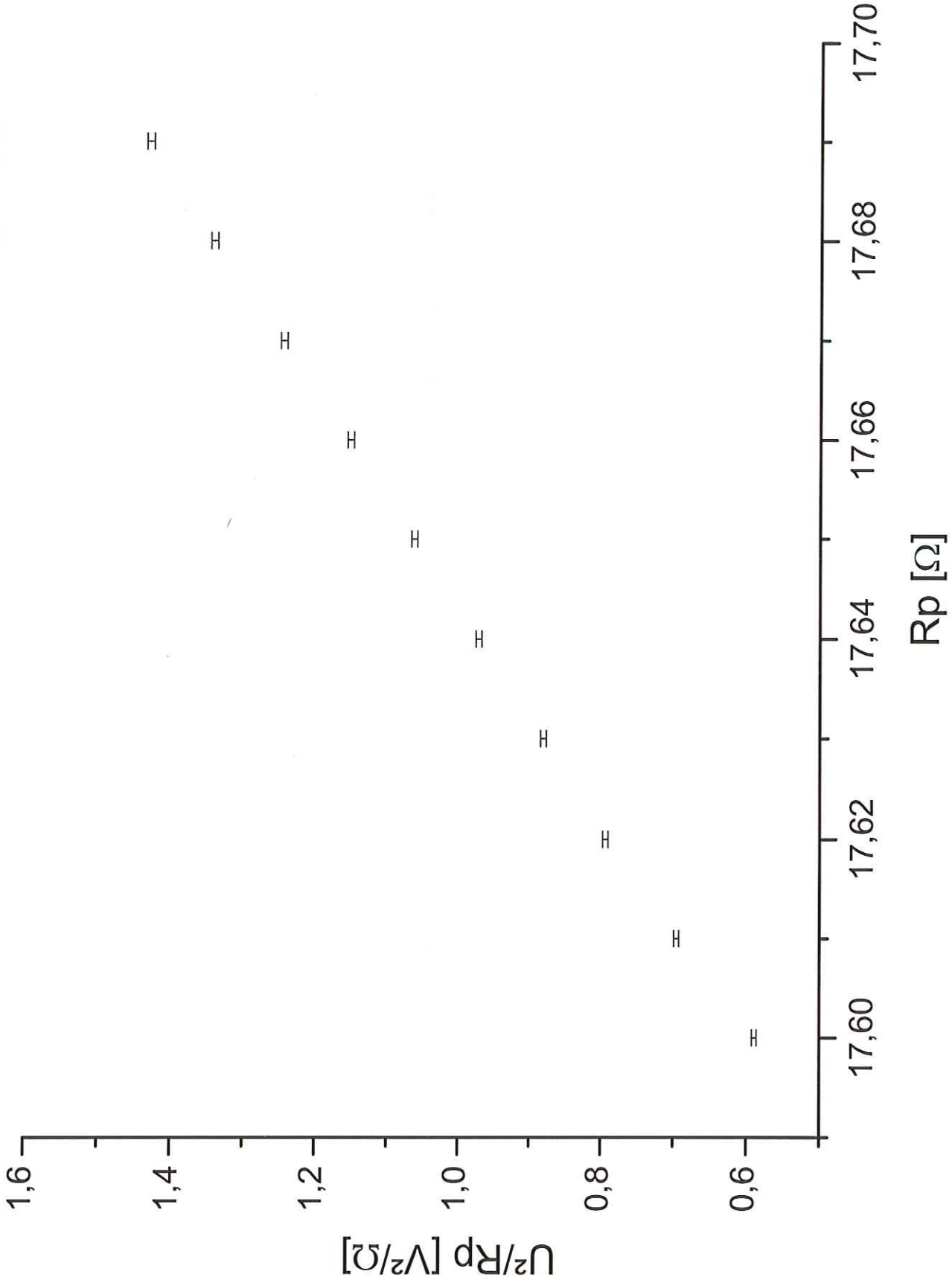
*H<sub>2</sub> 11 m bar*





*H<sub>2</sub> 6 m. Daten*

▪  $U^2/R_p$





(3)

Stadtgas:  $\kappa$  und  
Druckabhängigkeit

Fehler

m $V^2/\Omega^2$	dm $V^2/\Omega^2$	p mbar	kappa J/mSK	dkappa J/mSK
10,359	0,04715	500	0,02428	$\pm$ 1,60899E-4
10,22837	0,0469	100	0,02397	$\pm$ 1,59678E-4
10,30381	0,04638	50	0,02415	$\pm$ 1,58826E-4
9,75259	0,04835	13	0,02286	$\pm$ 1,60762E-4
9,22019	0,04517	5	0,02161	$\pm$ 1,50719E-4





( 3 )

H<sub>2</sub>: K und  
Druckabhängigkeit

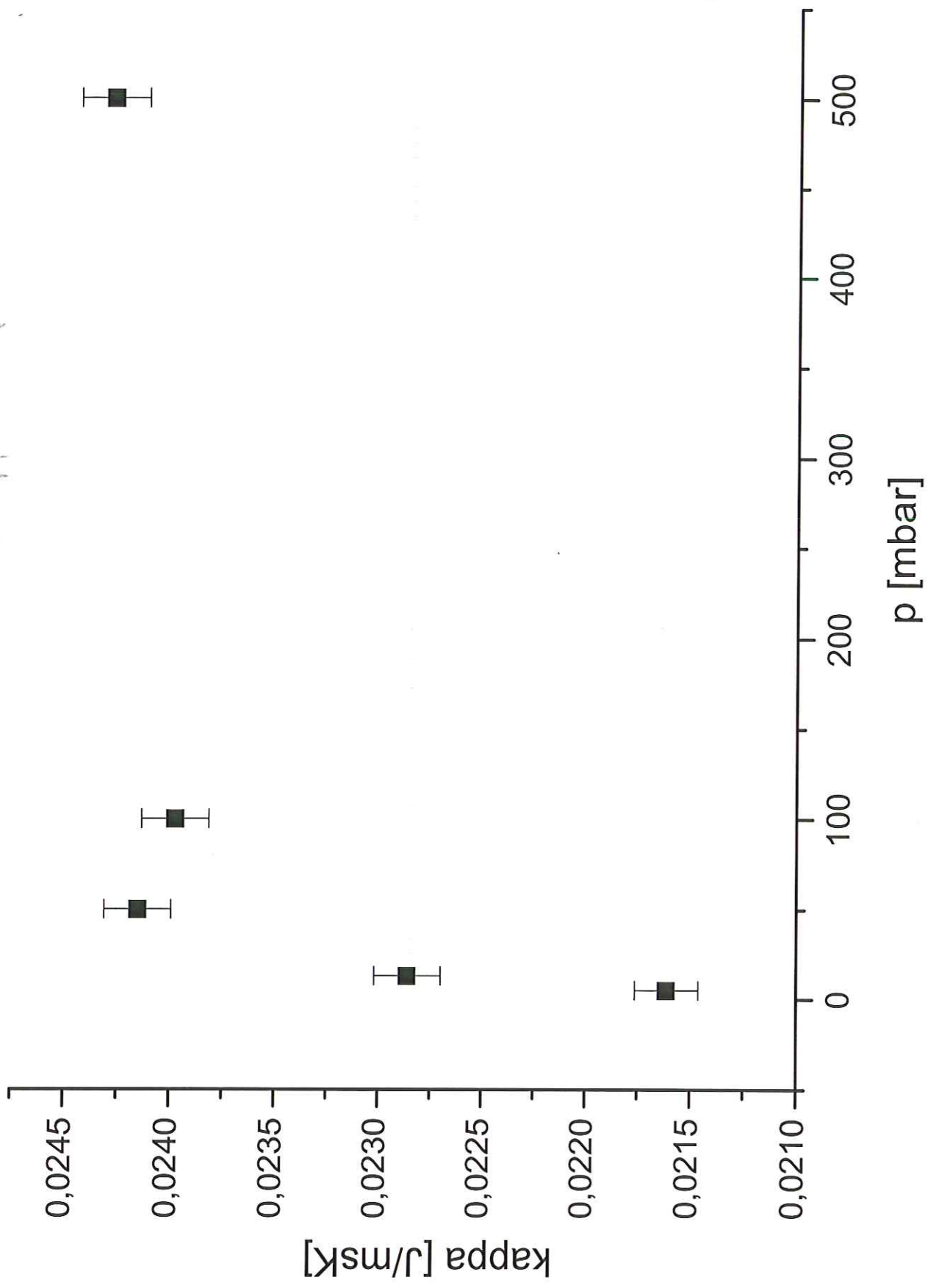
Fehler

m	dm	p	kappa	dkappa
V <sup>2</sup> /Ω <sup>2</sup>	V <sup>2</sup> /Ω <sup>2</sup>	mbar	J/mSK	J/mSK
10,588	0,04715	500	0,0244	± 1,61147E-4
10,4988	0,0469	100	0,02461	± 1,60993E-4
10,12859	0,04638	50	0,02374	± 1,57973E-4
9,7327	0,04835	13	0,02281	± 1,60665E-4
9,28547	0,04517	5	0,02176	± 1,51037E-4



Stabilität  
Druckabhängigkeit  
von  $\kappa$

■  $\kappa$

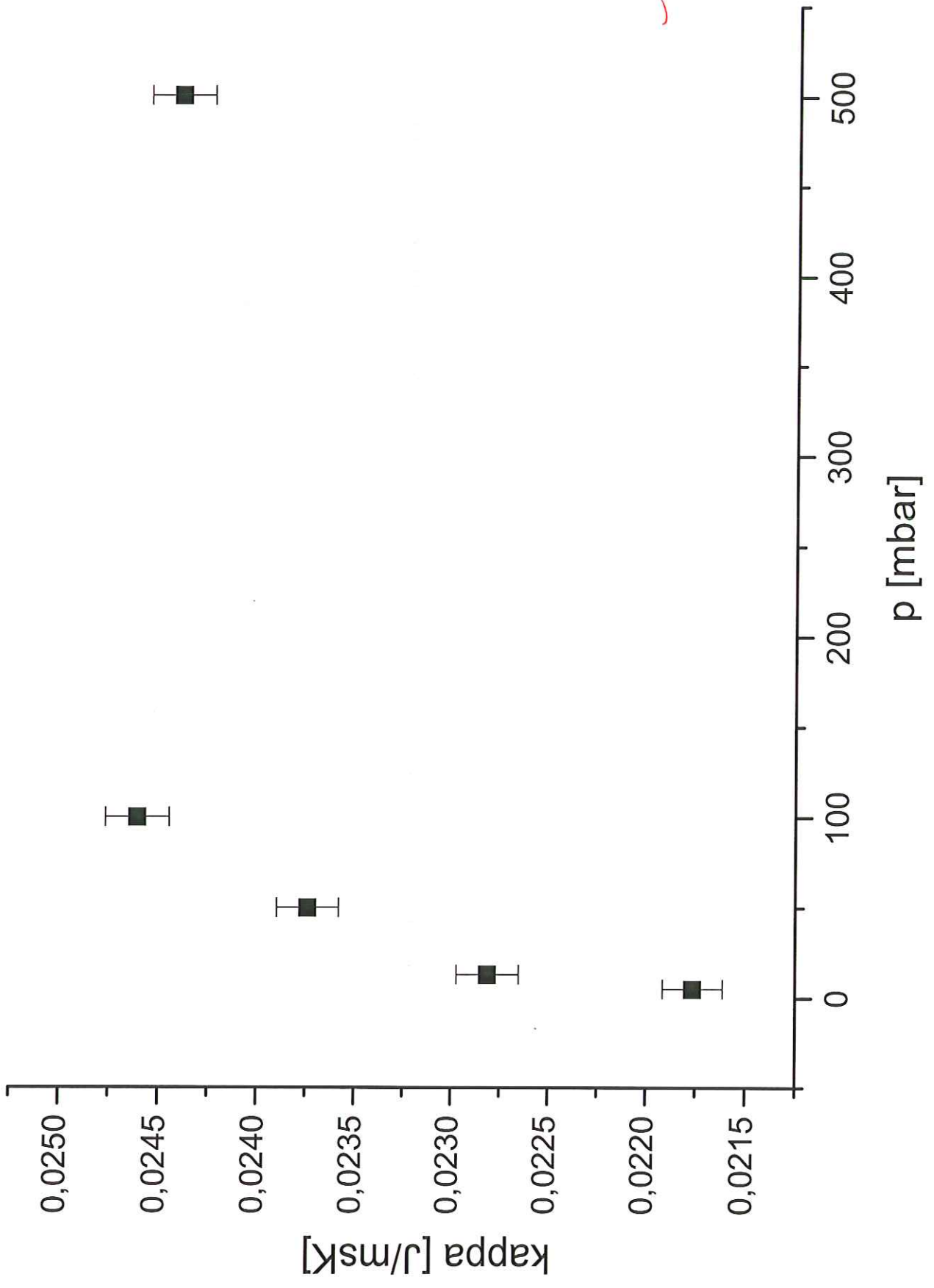


(4)



Druckabhängigkeit  
Kappa für H<sub>2</sub>

■ kappa



(F)





ermittelt wurden:  $\kappa_{H_2} = 0,0244 \pm 1,61 \cdot 10^{-4} \frac{J}{msK}$   
(bei 500 mbar)

$$\kappa_{\text{Stadtgas}} = 0,0243 \pm 1,61 \cdot 10^{-4} \frac{J}{msK}$$

Zur Fehlerbestimmung wurde eine Unsicherheitsabschätzung durchgeführt:

$$\Delta \kappa = \frac{1}{m_L} \kappa_L \Delta m_G + \left| -\frac{m}{m_L^2} \kappa_L \cdot \Delta m_L \right|$$

wobei  $\Delta m_L$  die Standardabweichung der entsprechenden Kurve der Luft und  $\Delta m_G$  der Gase ( $H_2$ , Stadtgas) ist.

Die Literaturwerte sind laut „Handbook of Physics and Chemistry“

(83. Auflage):  $\kappa_{\text{Methan}} = 0,0341 \frac{J}{msK}$

bei 300K und 1bar.

und für Wasserstoff

$$\kappa_{H_2} = 0,1869 \frac{J}{msK}$$

bei ~~den~~ gleichen Bedingungen.

Der von uns für Stadtgas ermittelte Wert bewegt sich in der richtigen Größenordnung. Als Gründe für die Abweichung kommen die unterschiedlichen Mess Temperaturen (bei uns 277,15K), sowie die Tatsache in Frage, dass Stadtgas nicht aus reinem Methan besteht.

Der von uns für  $H_2$  gemessene  $\kappa$ -Wert bewegt sich in der falschen Größenordnung und kann nur von einem groben Fehler herrühren. Da die Versuchsanweisungen jedoch nach bestem Wissen beachtet wurden, ist die Fehlerquelle schwer ausfindig zu machen. Der  $\kappa$ -Wert für  $H_2$  gleicht eher dem  $\kappa$  für Stadtgas. Wir erinnern uns jedoch die Gasanschlüsse unmontiert zu haben und die Gase vorschriftsgemäß ausgetauscht zu haben. Am wahrscheinlichsten ist ein Fehler aufgrund fehlgeschlagener Absprache mit der parallel experimentierenden Gruppe, die die gleiche Pumpe benutzte (daher waren die Probengefäße indirekt verbunden). Möglich wäre auch die Benutzung einer falschen, oder demangeltlichen Gasflasche.

Wie bereits erwähnt könnte der Fehler auch beim eingestellten Druck am Reducierventil liegen ggf. wurde die Apparatur mit Luft und nicht wie gewünscht mit  $H_2$  befüllt.



## Stoffabhängigkeit von $\kappa$

$\kappa = \frac{N \bar{c} \lambda C_v}{3 N_A}$  |  $\bar{c}$ ;  $\lambda$  und  $C_v$  sind hierbei Größen die von der „Bauart“ der Gasmoleküle abhängen.  $\lambda$  ist zum Quadrat des Moleküldurchmessers umgekehrt proportional,  $\bar{c}$  zur Wurzel der Molekülmasse. Die isochore Wärmekapazität ~~ist mit der~~ steigt mit der Anzahl der Freiheitsgrade der Gasmoleküle.

Aus dem Vergleich von Moleküleigenschaften von  $H_2$  und Methan (Hauptbestandteil von Stadtgas) wird ersichtlich, dass bei Wasserstoff eine wesentlich größere Wärmeleitfähigkeit angenommen werden muss. Durchmesser und Masse des  $H_2$ -Moleküls sind viel kleiner als die von Methan.  $C_{H_4}$  hat zwar mehr Freiheitsgrade, somit ein größeres  $C_v$ . Dies reicht jedoch bei weitem nicht, um Massen- und Dichtemessunterschiede auszugleichen. ✓



U=2.11 v  
Rv=175.5 ohm

2.85 v  
Rv=175.7 ohm

3.48  
175.9

3.95  
176.1

4.38  
176.3

4.8  
176.5

5.16  
176.7

5.51  
176.9

5.82  
177.1

6.14  
177.3

h2 500mb

3.36  
175.9

3.65  
176

3.91  
176.1

4.13  
176.2

4.34  
176.3

4.55  
176.4

4.75  
176.5

4.96  
176.6

5.14  
176.7

5.32  
176.8

100 mbar

3.4v  
175.9

3.62  
176

3.85  
176.1

4.1  
176.2

4.31  
176.3

4.51  
176.4

4.69  
176.5

4.90  
176.6

5.07  
176.7

5.24  
176.8

h2 50mbar

3.3  
175.9

3.59  
176

3.83  
176.1

4.06  
176.2

4.27  
176.3

4.47  
176.4

4.67  
176.5

4.85  
176.6

5.04  
176.7

5.21  
176.8

h2 13mb

3.42  
176

3.68  
176.1

176.2

4.12  
176.3

4.32  
176.4

4.52  
176.5

4.71  
176.6

4.88  
176.7

5.06  
176.8

5.22  
176.9

5 mbar

3.22  
176

3.5  
176.1

3.74  
176.2

3.94  
176.3

4.14  
176.4

4.33  
176.5

4.51  
176.6

4.69  
176.7

4.87  
176.8

5.03  
176.9

sta□t 500mb

3.56  
176

3.84  
176.1

4.07  
176.2

4.28  
176.3

4.49  
176.4

4.69  
176.5

4.89  
176.6

5.06  
176.7

5.24  
176.8

5.42  
176.9

104 mbar

3.56  
176

3.8  
176.1

4.04  
176.2

4.25  
176.3

4.48  
176.4

4.67  
176.5

4.84  
176.6

5.04  
176.7

5.21  
176.8

5.39  
176.9

52 mbar

3.51  
176

3.77  
176.1

3.99  
176.2



4.22  
176.3

4.43  
176.4

4.63  
176.5

4.83  
176.6

5.01  
176.7

5.19  
176.8

5.37  
176.9

10mbar

3.4  
176

3.64  
176.1

3.86  
176.2

4.07  
176.3

4.27  
176.4

4.47  
176.5

4.65  
176.6

4.83  
176.7

5.01  
176.8

5.18  
176.9

sta□t 6mbar

3.28  
176

3.51  
176.1

3.73  
176.2

3.96  
176.3

4.15  
176.4

4.35  
176.5

4.53  
176.6

4.70  
176.7

4.88  
176.8

5.05  
176.9