

Aufgabe 1: Kurvenanpassung / Kennfeldinterpolation (15 Punkte)

Sie untersuchen die Gewichtsveränderung eines Körpers über die Zeit. Hierzu kennen Sie vier Wertepaare aus Zeit und Gewicht:

Tabelle 1: Messwerte.

Zeit / h	Gewicht / kg
1	15
2	2
4	3
4,5	9

- a) Wie lautet allgemein die niedrigste Ordnung eines Interpolationspolynoms, das exakt durch N Stützstellen verläuft? (1 Punkt)
- b) Interpolieren Sie aus den Messwerten in Tab. 1 eine Kennlinie, die durch alle Stützstellen verläuft. (4 Punkte)
- c) Zeigen Sie, dass die von Ihnen errechnete Kennlinie keine gültige Interpolationskennlinie sein kann. **Hinweis:** Nehmen Sie an, dass ein Extremum näherungsweise bei 3 liegt. (2 Punkte)
- d) Woran kann dies liegen, wenn keine Messfehler aufgetreten sind? (1 Punkt)

Die folgenden Teilaufgaben sind unabhängig von den bisherigen.

Ihnen ist folgende Grafik aus 5×5 Pixeln gegeben:

Tabelle 2: Pixelgrafik.

0	0	0	0	0
0	0	50	0	0
0	10	100	30	0
0	0	20	0	0
0	0	0	0	0

Durch Interpolation wollen Sie diese Grafik auf das Format 4×4 Pixel skalieren. Die gesuchten Interpolationsstellen liegen dabei immer zentral zwischen vier benachbarten Pixeln.

- e) Erzeugen Sie die Pixelgrafik mit dem Format 4×4 Pixel mit Hilfe der Nächster-Nachbar-Interpolation. **Hinweis:** Das nächste Pixel soll als das rechte, untere Pixel angenommen werden. (2 Punkte)

- f) Erzeugen Sie die Pixelgrafik mit dem Format 4×4 Pixel nun mit Hilfe der bilinearen Interpolation. (3 Punkte)
- g) Sie haben nun zur Repräsentation des skalierten Bildsignals weniger Werte als in der Ausgangsgrafik verwendet. Welches Problem kann daraus folgen und wie lässt es sich unterbinden? (2 Punkte)

Lösung

- a) Die niedrigste mögliche Ordnung ist $N - 1$.
- b) Differenzenschema des Newton-Verfahrens (Lagrange-Verfahren auch möglich):

x	$\Delta^0 y = y$	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$
1	15			
2	2	-13	$\frac{9}{2}$	$\frac{1}{35}$
4	3	$\frac{1}{2}$	$\frac{23}{5}$	
$\frac{9}{2}$	9	12		

Der Newton-Ansatz bei 4 Stützstellen lautet:

$$\begin{aligned}
 \tilde{y}_{\text{New}}(x) &= a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) \\
 &\quad + a_3(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2) \\
 &= \Delta^0 y + \Delta^1 y(x - x_0) + \Delta^2 y(x - x_0)(x - x_1) \\
 &\quad + \Delta^3 y(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2).
 \end{aligned}$$

Einsetzen der Werte aus dem Differenzenschema ergibt:

$$\tilde{y}_{\text{New}}(x) = 0,0286x^3 + 4,3x^2 - 26,1x + 36,7714.$$

- c) Mögliche Problemstellen sind in diesem Fall beispielsweise negative Gewichte. Daher wird nach Nulldurchgängen bzw. Extremstellen gesucht. So führt die Kennlinie beispielsweise an der Stelle $x = 3$ auf negative Werte. Da negative Gewichte unmöglich sind, ist die Kennlinie ungültig.
- d) Mögliche Ursachen wären eine zu niedrige Modellordnung oder ein nicht durch eine Polynomfunktion darstellbarer Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgangsgröße.
- e) Das Interpolationsergebnis ist in Tabelle L1 gezeigt.

Tabelle L1: Pixelgrafik nach Nächster-Nachbar-Interpolation.

0	50	0	0
10	100	30	0
0	20	0	0
0	0	0	0

Tabelle L2: Pixelgrafik nach bilinearer Interpolation.

0	12,5	12,5	0
2,5	40	45	7,5
2,5	32,5	37,5	7,5
0	5	5	0

- f) Das Interpolationsergebnis ist in Tabelle L2 gezeigt.
- g) Es kann zur Unterabtastung und somit zu Aliasing kommen. Als Gegenmaßnahme könnte vorab ein Tiefpassfilter als Anti-Aliasing-Filter angewandt werden.

Aufgabe 2: Stationäres Verhalten von Messsystemen (15 Punkte)

Ihnen sind zwei unterschiedliche Messgeräte mit den Kennlinien $y_1(u) = -\frac{1}{2}u^3 + \frac{3}{2}u^2$ sowie $y_2(u) = \frac{3}{2}u^3 - 4u^2 + \frac{3}{2}u + 3$ gegeben.

- a) Geben Sie für beide Geräte den günstigsten Messbereich $u_a \leq u \leq u_a + d$ für $d = 1$ an.
(4 Punkte)
- b) Welches Gerät wählen Sie, falls Ihnen eine möglichst hohe ideale Empfindlichkeit S_i wichtig ist?
(2 Punkte)
- c) Welches Gerät wählen Sie, wenn Ihnen nun eine möglichst konstante Empfindlichkeit wichtig ist? **Hinweis:** Wählen Sie als Optimierungskriterium das Integral über das Quadrat der Krümmung $\kappa(u)$ und nähern Sie die Krümmung durch $\kappa(u) \approx y''(u)$ an.
(4 Punkte)

Die folgende Teilaufgabe ist unabhängig von den bisherigen.

- d) Sie möchten eine kleine Spannung mit sehr niedriger Frequenz verstärken. Hierfür verwenden Sie einen Operationsverstärker mit einem unbekannten und nicht zu vernachlässigenden Offset. Nennen Sie eine Vorrichtung zur Unterdrückung des entstehenden Fehlers und beschreiben Sie kurz die Funktionsweise.
(3 Punkte)

Die folgende Teilaufgabe ist unabhängig von den bisherigen.

Eine Kennlinie eines Messgerätes setzt sich abhängig von Eingangsgröße u und Störung z zu $y(u, z) = 3u^2 + 2u + 5z$ zusammen.

- e) Geben Sie ein Gegenkopplungsglied an, mit dem Sie den Störeinfluss unterdrücken können, wenn das Gerät einen Eingangsstrom in eine Ausgangsspannung wandelt. Begründen Sie Ihre Antwort.
(2 Punkte)

Lösung

- a) Um den günstigsten Messbereich zu finden, wird zuerst überprüft, ob die Kennlinien Wendepunkte enthalten:

$$y_1'(u) = -\frac{3}{2}u^2 + 3u$$

$$y_2'(u) = \frac{9}{2}u^2 - 8u + \frac{3}{2}$$

$$y_1''(u) = -3u + 3$$

$$y_2''(u) = 9u - 8$$

$$y_1'''(u) = -3$$

$$y_2'''(u) = 9.$$

Für beide Funktionen lässt sich ein Punkt u_{WPi} mit $y''(u_{WPi}) = 0$ bei $y'''(u_{WPi}) \neq 0$ und somit ein Wendepunkt finden. Für Gerät 1 ist dies für $u_{WP1} = 1$ und für Gerät 2 für $u_{WP2} = \frac{8}{9}$ der Fall.

Somit ergeben sich jeweils für den Anfang des günstigsten Messbereichs u_a mit dem Kriterium $S(u_a) = S(u_a + d)$ mit $S(u) = y'(u)$ für Messgerät 1 der Messbereich

$$u_{a1} = \frac{1}{2} \leq u \leq \frac{3}{2} = u_{a1} + d$$

und für Messgerät 2 der Messbereich

$$u_{a2} = \frac{7}{18} \leq u \leq \frac{25}{18} = u_{a2} + d.$$

- b) Die ideale Empfindlichkeit S_i berechnet sich aus End- und Anfangspunkt des Messbereiches. Somit ergibt sich für die jeweilige ideale Empfindlichkeit:

$$S_{i1} = \frac{y_1(u_{a1} + d) - y_1(u_{a1})}{d} = \frac{27}{16} - \frac{5}{16} = 1,375$$

$$S_{i2} = \frac{y_2(u_{a2} + d) - y_2(u_{a2})}{d} = 1,3861 - 3,0666 = -1,6806.$$

Kennlinie 2 besitzt betragsmäßig die höhere Empfindlichkeit und ist somit vorzuziehen.

- c) Um die Abweichung A_i von einem linearen Verlauf zu untersuchen, soll hier die quadratische Krümmung über den Messbereich angenähert werden. Somit wird die genäherte quadrierte Krümmung über den Messbereich aufintegriert:

$$A_i = \int_{u_{ai}}^{u_{ai}+d} (y_i''(u))^2 du.$$

Somit ergibt sich:

$$A_1 = \int_{0,5}^{1,5} (-3u + 3)^2 du = \frac{3}{4}$$

$$A_2 = \int_{\frac{7}{18}}^{\frac{25}{18}} (9u - 8)^2 du = \frac{27}{4}$$

Somit weist Kennlinie 1 die kleinere quadratische Krümmung auf und besitzt somit eine konstantere Empfindlichkeit.

- d) Durch einen Zerhackerverstärker lässt sich eine driftfreie Verstärkung realisieren. Hierzu wird das zu verstärkende, niederfrequente Signal mit einem höherfrequenten, mittelwertfreien Signal, beispielsweise einem Rechtecksignal, moduliert. Die durch die Verstärkung auftretende Drift wird durch nochmalige Modulierung und anschließende Tiefpassfilterung unterdrückt.
- e) Da es sich um eine superponierende Störgröße handelt und diese durch Gegenkopplung nicht kompensiert werden kann, existiert kein derartiges Glied.

Aufgabe 3: Statistik, Stochastische Signale (18 Punkte)

Sie kontrollieren die Produktion von Werkstücken und haben mit einem Kunden vereinbart, dass Sie mit einer statistischen Sicherheit von 96 % Werkstücke mit einer Länge gemäß der Wahrscheinlichkeitsdichte in Abb. 1 liefern. Bei der Qualitätskontrolle einer auszuliefernden Bestellung mittels einer unabhängigen Stichprobe werden 100 Werkstücke auf ihre Länge untersucht und in 5 Klassen nach Tab. 3 eingeteilt.

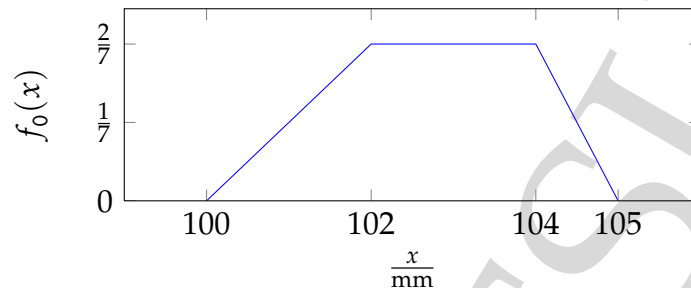


Abbildung 1: Vereinbarte Dichte.

Tabelle 3: Klasseneinteilung der Stichprobenelemente.

Klasse i	Länge x / mm	Elemente
0	$x \leq 101$	12
1	$101 < x \leq 102$	13
2	$102 < x \leq 103$	30
3	$103 < x \leq 104$	26
4	$x > 104$	19

- Testen Sie, ob die Bestellung gemäß der Vereinbarung ausgeliefert werden sollte. Geben Sie alle für den Test nötigen Schritte an. (6 Punkte)
- Sind bei diesen Anforderungen ausgelieferte Werkstücke kleiner als 100 mm prinzipiell zulässig? Begründen Sie Ihre Antwort. (1 Punkt)
- Welche Vor-/Nachteile hat eine vergrößerte statistische Sicherheit aus Sicht des Produzenten/Kunden, falls der Test entscheidet, ob die Ware ausgeliefert werden kann oder ersetzt werden muss? (2 Punkte)

Die folgende Teilaufgabe ist unabhängig von den bisherigen.

- Gegeben sei die Zufallsvariable $z = 3x - \frac{1}{2}y$. Geben Sie den Erwartungswert $E\{zx\}$ in Abhängigkeit von den Mittelwerten und Varianzen der Zufallsvariablen x und y sowie der Kovarianz C_{yx} an. (2 Punkte)

Die folgende Teilaufgabe ist unabhängig von den bisherigen.

- e) Sie haben eine Musterfunktion $y_i(t) = t \sin(\omega t + \phi_i)$ eines Zufallsprozesses gegeben. Begründen Sie, ob es sich um eine Musterfunktion eines ergodischen Prozesses handeln kann. Die Phase ϕ weiterer Musterfunktionen sei hierbei gleichverteilt zwischen 0 und 2π . (2 Punkte)

Die folgenden Teilaufgaben sind unabhängig von den bisherigen.

Sie möchten Korrelationsverfahren zur Ortung eines Fahrzeuges mittels dreier stationärer Sender nutzen. Als Sendesignale stehen Ihnen vier verschiedene zeitsynchrone Signalgeneratoren zur Verfügung:

$$\begin{aligned}x_1(t) &= A_1 \sin(2\pi f_1 t) \\x_2(t) &= A_2 \sin(2\pi f_2 t) \\x_3(t) &= A_3 \sin(2\pi f_3 t) \\x_4(t) &= A_4 \sin(2\pi f_4 t) .\end{aligned}$$

Dabei gilt $A_1 = A_2$ und $A_3 = A_4$ sowie $f_1 = \frac{3}{2} \cdot f_2$ und $f_3 = f_4 = 2 \cdot f_2$.

Die Signale breiten sich mit der Geschwindigkeit v_g aus. Die Sendesignale werden verlustlos und ungedämpft übertragen und sind beim synchronisierten Empfänger bekannt. Dem Empfangssignal ist ein weißes Gauß'sches Rauschen überlagert.

- f) Welche Signale setzen Sie für das System ein? Begründen Sie Ihre Antwort, falls nötig mit einer Rechnung. (3 Punkte)
- g) Wodurch wird der Lokalisierungsbereich des Systems beschränkt? Geben Sie diese Schranke in Abhängigkeit der gegebenen Größen an und begründen Sie Ihre Antwort. (2 Punkte)

Lösung

- a) Entsprechend der gestellten Aufgabe muss hier der χ^2 -Test verwendet werden, wozu erst einmal die Voraussetzungen geprüft werden müssen, die in diesem Fall erfüllt sind:

- unabhängige Messwerte
- ausreichend große Stichprobe
- $n_i \geq 5$
- $n_{i \text{ Rand}} \geq 1$.

Die Nullhypothese lautet:

$$H_0 : f_{\bar{x}}(x) = f_0(x)$$

Bei der Berechnung der Klassenwahrscheinlichkeiten mit $n = 100$ lassen sich alle Wahrscheinlichkeiten über Dreiecks-/Rechteckflächen unter der Trapezdichte beschreiben:

i	p_i	np_i	$(n_i - np_i)^2$	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
0	$\frac{1}{14}$	7,14	23,59	3,3
1	$\frac{3}{14}$	21,42	71,04	3,32
2	$\frac{2}{7}$	28,57	2,04	0,07
3	$\frac{2}{7}$	28,57	6,61	0,23
4	$\frac{1}{7}$	14,28	22,22	1,56

Berechnung der Prüfgröße χ^2 :

$$\chi^2 \approx \sum_{i=0}^4 \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} = 8,48.$$

Bei der Bestimmung der Freiheitsgrade muss berücksichtigt werden, dass 5 Klassen verwendet werden und alle Parameter der Vergleichsverteilung bekannt sind. Somit verringert sich die Anzahl der Freiheitsgrade auf 4.

$$m = k - 1 = 5 - 1 = 4$$

Ermitteln von χ_{α}^2 beispielsweise aus Abbildung 4.20 aus dem Messtechnik-Buch (9. Auflage) und mit $1 - \alpha = 0,96$ ergibt $\chi_{\alpha}^2 \approx 10$. Die Hypothese wird also angenommen, da $\chi_{\alpha}^2 \geq \chi^2$.

- b) Ja, da ein Fehler 2. Art durch diese Anforderungen nicht ausgeschlossen wird.

- c) Der Kunde hat keinen eindeutigen Vorteil einer Erhöhung, da das Risiko einer nicht den Spezifikationen entsprechenden Auslieferung steigt. Der Produzent hat einen Vorteil, da es zu mehr Schlupf kommt und somit weniger Ausschussware produziert wird.

d)

$$\begin{aligned} E\{zx\} &= E\{(3x - \frac{1}{2}y)x\} = E\{(3x^2 - \frac{1}{2}yx)\} = 3E\{x^2\} - \frac{1}{2}E\{yx\} \\ &= 3\sigma_x^2 + 3\mu_x^2 - \frac{1}{2}C_{yx} - \frac{1}{2}\mu_y\mu_x \end{aligned}$$

- e) Da die Signalamplitude sich mit der Zeit ändert, ändern sich auch die statistischen Eigenschaften, so dass keine Stationarität und somit auch kein ergodischer Prozess vorliegen können.
- f) Um das System nutzen zu können, werden am Empfänger unkorrelierte Sendesignale benötigt. Nur Sinusschwingungen unterschiedlicher Frequenz sind unkorreliert, sodass neben $x_1(t)$ und $x_2(t)$ nur $x_3(t)$ oder $x_4(t)$ genutzt werden kann. Um das zu zeigen, muss bei Mittelwertfreiheit eines Sinussignals nachgewiesen werden, dass:

$$E\{x_i(t+\tau)x_j(t)\} = E\{x_i(t+\tau)\}E\{x_j(t)\} = 0 \quad \forall i \neq j.$$

Mit $\sin(a) \cdot \sin(b) = \frac{1}{2}(\cos(a-b) - \cos(a+b))$ ergibt sich (die nachfolgenden Schritte sind bei korrekter Begründung nicht notwendig):

$$\begin{aligned} E\{x_i(t+\tau)x_j(t)\} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} A_i A_j \int_{-T}^T \sin(2\pi f_i(t+\tau)) \sin(2\pi f_j(t)) dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} A_i A_j \int_{-T}^T \cos(2\pi((f_i - f_j)t + \tau f_i)) - \cos(2\pi((f_i + f_j)t + \tau f_i)) dt. \end{aligned}$$

Wie in der Übung gezeigt, wird nur für $f_i \neq f_j$ dieser Ausdruck zu null, da jeweils über einen Sinus der zeitliche Mittelwert berechnet wird, der null ergibt.

- g) Da das Ortungssystem auf Korrelation basiert, wird das erste Maximum der Autokorrelation gesucht. Da es sich bei der Autokorrelation um eine periodische Funktion handelt, muss somit der Suchbereich eingeschränkt werden. Um sicherzustellen, dass dieses Maximum die Signallaufzeit beschreibt, muss die maximale Entfernung d zwischen Sender und Empfänger kleiner als die kürzeste Wellenlänge $\lambda_{\min}$ sein:

$$d < \lambda_{\min} = \frac{1}{f_3} v_S = \frac{1}{f_4} v_S.$$

Aufgabe 4: Quantisierung, Abtastung, LTI-Systeme (18 Punkte)

Sie wollen ein Musiksinal digitalisieren. Mit Hilfe einer Vorfilterung erreichen Sie eine Bandbegrenzung des Signals auf 20 kHz und können Aliasingeffekte vernachlässigen. Sie fordern für die komplette A/D-Umsetzung nun ein SNR von 90 dB.

- a) Welche Anforderungen müssen Sie an einen gleichverteilten Abtastzeitfehler τ und die Anzahl der Quantisierungsstufen N stellen, um das gewünschte SNR einzuhalten? **Hinweis:** Nehmen Sie an, dass das Quantisierungstheorem erfüllt ist und das Signal vereinfacht als eine harmonische Schwingung beschrieben werden kann. Berechnen Sie zuerst die für die Quantisierung benötigte Bitanzahl. (3 Punkte)
- b) Wie verändert sich die benötigte Bitanzahl qualitativ, falls Sie das Musiksinal nicht durch die Annahme einer harmonischen Schwingung vereinfachen? Begründen Sie Ihre Antwort über die Amplitudendichte. (2 Punkte)
- c) Für die Umsetzung verwenden Sie einen Delta-Sigma-Umsetzer 1. Ordnung. Bestimmen Sie den nötigen Überabtastfaktor M . (1 Punkt)
- d) Wie wirkt sich qualitativ eine Erhöhung der Abtastrate auf den Jitterfehler aus? (1 Punkt)

Die folgenden Teilaufgaben sind unabhängig von den bisherigen.

- e) Sie stellen bei einem rauschbehafteten Messsystem (LTI-System) fest, dass gewisse Frequenzen gedämpft werden. Schlagen Sie in einem beschrifteten Schaltbild eine optimale Gegenmaßnahme vor und geben Sie die benötigten Zusammenhänge und Größen an. Wie können diese Größen in der Realität robust bestimmt werden? (4 Punkte)
- f) Können Sie die vorgeschlagene Methode ohne Weiteres beispielsweise für zeitkritische Systeme wie Kommunikationstechnik einsetzen? Begründen Sie Ihre Antwort. (1 Punkt)

Die folgenden Teilaufgabe ist unabhängig von den bisherigen.

Sie haben folgendes mit Periodendauer T_0 periodische Signal aus Abb. 2 gegeben:

- g) Zeichnen Sie die Amplitudendichte des gezeigten Signals. Beschriften Sie die Achsen. (3 Punkte)

Die folgenden Teilaufgaben sind unabhängig von den bisherigen.

- h) Beschreiben Sie den Zusammenhang zwischen der Varianz des unquantisierten Signals und der Varianz des quantisierten Signals bei Einhaltung des Quantisierungstheorems. (2 Punkte)
- i) Welche Frequenz misst das Frequenzzählverfahren? (1 Punkt)

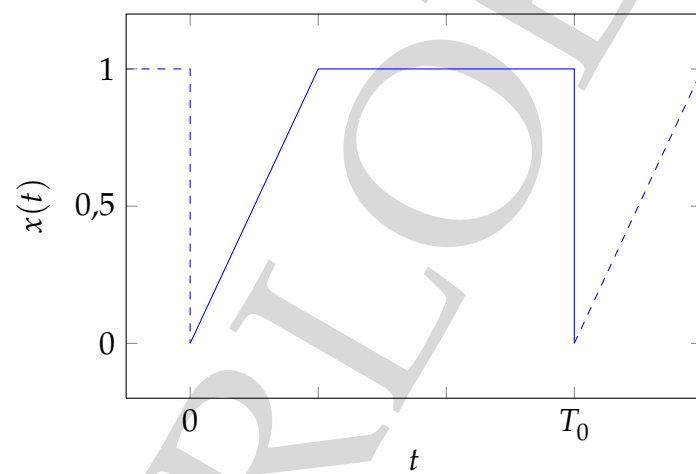


Abbildung 2: Signalperiode.

Lösung

- a) Für den Quantisierungsfehler gilt laut Vorlesung für sinusförmige Signale:

$$\text{SNR}_{\text{Quant}} = 6,02 \cdot N + 1,76$$

und damit

$$\text{SNR} = 90 \text{ dB} \leq \text{SNR}_{\text{Quant}}$$

$$\Rightarrow N \geq 14,66 \hat{=} 15 \text{ Bit}$$

$$N_q = 2^N = 32768 \text{ Quantisierungsstufen.}$$

Analog gilt für den Jitterfehler:

$$\text{SNR}_{\text{jitter}} = 10 \lg \left(\frac{2}{(2\pi f_g \sigma_\tau)^2} \right)$$

$$\text{SNR} = 90 \text{ dB} \leq \text{SNR}_{\text{jitter}}$$

$$\Rightarrow \sigma_\tau^2 = \left(\frac{10^{\frac{90}{10}}}{2} \cdot (2\pi 20 \text{ kHz})^2 \right)^{-1} = 1,2665 \cdot 10^{-19} \text{ s}^2.$$

Zur Berechnung von τ_{max} wird der durch die Gleichverteilung gegebene Zusammenhang zu σ_τ genutzt:

$$\sigma_\tau^2 \leq \frac{(2\tau_{\text{max}})^2}{12}$$

$$\Rightarrow \tau_{\text{max}} \leq 6,1640 \cdot 10^{-10} \text{ s} \approx 0,616 \text{ ns.}$$

- b) Ein Musiksignal besteht aus der Überlagerung vieler harmonischer Schwingungen mit unterschiedlichen Frequenzen und Amplituden. Die Amplitudendichte von überlagerten harmonischen Schwingungen ähnelt eher einer mittelwertfreien Normalverteilung als der Dichte einer einzelnen harmonischen Schwingung. Durch die Konzentration der Amplituden um null herum sinkt der Effektivwert und somit das Signal-Rausch-Verhältnis infolge der Quantisierung. Somit werden in der Realität mehr Bits benötigt.

- c) Für Delta-Sigma-Umsetzer 1. Ordnung gilt näherungsweise

$$\text{SNR}_{\Delta\Sigma} \approx \frac{1}{4 \sin^2(\pi \frac{1}{M})}$$

und daher

$$\text{SNR}_{\Delta\Sigma} \geq \text{SNR}$$

$$M \geq 198691,8.$$

- d) Der Einfluss verkleinert sich.
- e) Gesucht ist das Wiener-Filter $H(f)$ als Optimalfilter nach dem Schaltbild aus Abb. L1 mit der Übertragungsfunktion $G(f)$ des Messsystems.

Das Wiener-Filter lässt sich über

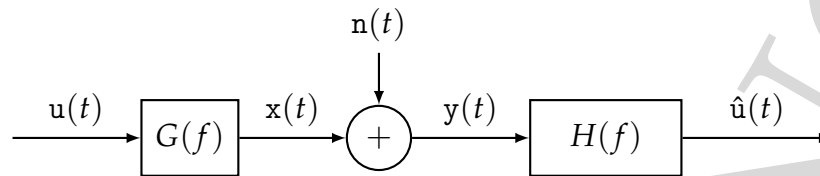


Abbildung L1: Wiener-Filter.

$$H(f) = \frac{S_{uy}(f)}{S_{yy}(f)} = \frac{S_{uu}(f)G^*(f)}{S_{uu}(f)|G(f)|^2 + S_{nn}(f)}$$

bestimmen. $G(f)$ lässt sich dabei durch Systemidentifikation mit breitbandigem, bekannten Eingangssignal über

$$G(f) = \frac{S_{yx}(f)}{S_{xx}(f)}$$

bestimmen.

Da die Leistungsdichten, wie beispielsweise $S_{uy}(f)$, nicht bekannt sind, müssen diese über Periodogramme aus der Fourier-Transformation zeitbegrenzt aufgezeichneter Signale abgeschätzt werden:

$$\hat{S}_{uy}(f) = U(f)Y^*(f).$$

Zusätzliche Mittelung über mehrere Aufzeichnungen verbessert das Schätzergebnis.

- f) Nein, da das optimale Wiener-Filter nicht echtzeitfähig ist. Eine Möglichkeit wäre das kausale Wiener-Filter.
- g) Die gesuchte Amplitudendichte ist in Abb. L2 gezeigt:
- h) Durch den additiven und gleichverteilten Quantisierungsfehler e_q erhöht sich die Varianz gegenüber dem unquantisierten Signal um $\frac{q^2}{12}$.
- i) Das Frequenzzählverfahren misst die Anzahl der Nulldurchgänge und somit die Effektivfrequenz.

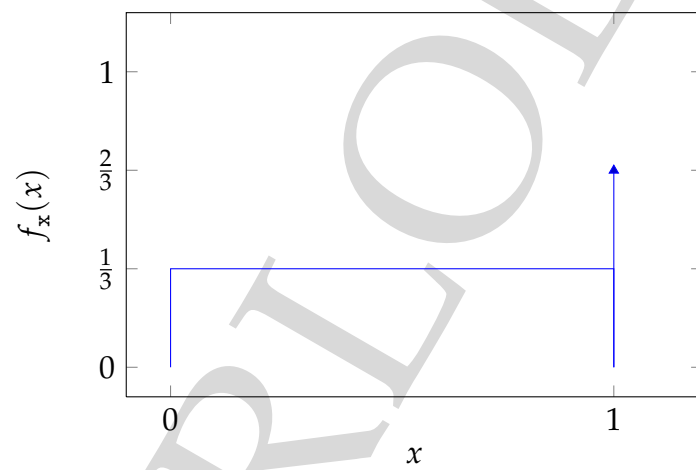


Abbildung L2: Amplitudendichte.