

3. Übung Messtechnik (04.12.14)

Aufgabe 8: Wahl des günstigsten Messbereichs

Die Kennlinie eines Sensors sei im Bereich $0 \leq u \leq 4$ durch

$$y(u) = 2u - \frac{1}{10}u^2 + \frac{1}{48}u^3$$

gegeben.

Legen Sie den günstigsten Messbereich $u_a \leq u \leq u_e$ der Kennlinie fest, wenn $u_e = u_a + 2$ gilt.

Aufgabe 9: Differenzmethode

Zwei baugleiche Sensoren mit identischen Kennlinien

$$y(u) = -\frac{1}{32}u^3 + \frac{1}{4}u^2 + \frac{5}{8}u - 2$$

sollen zu einem Messsystem verschaltet werden.

- Wie müssen diese beiden Sensoren verschaltet werden, damit eine linearisierte Kennlinie um den Arbeitspunkt u_0 erzeugt wird? Zeichnen Sie die Schaltung.
- Berechnen Sie die Kennlinie des Messsystems (Arbeitspunkt: $u_0 = 4$).
- Begründen Sie, warum diese Schaltung eine linearisierende Wirkung hat. Nennen Sie einen Fehlertyp, der mit der Schaltung wirkungsvoll unterdrückt werden kann.

Aufgabe 10: Abweichung von Normalbedingungen

Mit Hilfe eines einzelnen Dehnungsmessstreifens (DMS) wird eine Längenänderung y gemessen. Das DMS-System liefert eine elektrische Spannung y_1 abhängig von der Längenänderung im Bereich $0 \text{ V} \leq y_1 \leq 30 \text{ V}$. Damit lässt sich eine Kennlinie erstellen.

Um die Abhängigkeit des DMS von der Temperatur zu überprüfen, wird ein temperaturunabhängiges Referenzmesssystem verwendet, welches die Werte y_2 liefert. Unter Normalbedingungen ($\vartheta_0 = 300 \text{ K}$) liefern der DMS und das Referenzsystem die gleichen Messwerte (Tab. 1).

Bei einer Erhöhung der Temperatur auf $\vartheta_1 = 340 \text{ K}$ entsteht jedoch eine Abweichung, d. h. der DMS zeigt eine zu große Längenänderung an. In der Tabelle 2 finden Sie die Messwerte der beiden Systeme bei ϑ_1 :

Um den Fehler, den der Temperatureinfluss hervorruft, abschätzen zu können, sollen der superponierende und der deformierende Fehler berechnet werden.

Index	0	1	2	3	4	5
Längenänderung u /mm	0	2	4	6	8	10
Messwert $y_1 = y_2$ /V bei ϑ_0	4,0	8,0	12,0	16,0	20,0	24,0

Tabelle 1: Messwerte unter Normalbedingungen.

Index	0	1	2	3	4	5
Längenänderung u /mm	0	2	4	6	8	10
Messwert y_1 /V bei ϑ_1	4,2	8,3	12,4	16,5	20,6	24,7
Messwert y_2 /V bei ϑ_1	4,0	8,0	12,0	16,0	20,0	24,0

Tabelle 2: Messwerte bei Abweichung von den Normalbedingungen.

- a) Geben Sie den superponierenden Fehler $F_{\text{sup}}(z)$ an.
Hinweis: die Störgröße z ist in diesem Fall die Temperatur ϑ .
- b) Geben Sie den deformierenden Fehler $F_{\text{def}}(u, z)$ an.

Aufgabe 11: Zufallsgrößen

Gegeben seien zwei Zufallsvariablen x und y mit einer gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichte von

$$f_{xy}(x, y) = \begin{cases} k & \text{für } x^2 + y^2 \leq 1 \\ 0 & \text{für } x^2 + y^2 > 1 \end{cases}$$

mit $k \neq 0$ als reellem Parameter.

- a) Bestimmen Sie den Wert des Parameters k .
- b) Bestimmen Sie die Randdichten $f_x(x)$ und $f_y(y)$ der beiden Zufallsvariablen aus der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichte.
- c) Sind die beiden Zufallsvariablen x und y statistisch unabhängig?
- d) Sind die beiden Zufallsvariablen x und y unkorreliert?

Aufgabe 12: Rechnen mit Zufallsvariablen

Gegeben seien die Zufallsvariablen x und y sowie die kombinierten Zufallsvariablen $z = 2x + y$ und $w = x - y$. Berechnen Sie die folgenden Erwartungswerte, indem Sie die gesuchten Ergebnisse in Abhängigkeit der Mittelwerte μ_x, μ_y , der Varianzen σ_x^2, σ_y^2 sowie der Kovarianz C_{xy} der Zufallsvariablen x und y ausdrücken.

- a) Berechnen Sie die Korrelation r_{xz} .
- b) Berechnen Sie die Kovarianz C_{xz} .
- c) Berechnen Sie die Korrelation r_{zw} .
- d) Berechnen Sie den Erwartungswert $E\left\{([z - E\{z\}] - [w - E\{w\}])^2\right\} = E_d$.