Prof. Dr.-Ing. F. Puente León
Institut für Industrielle Informationstechnik
Karlsruher Institut für Technologie
www.iiit.kit.edu

1. Zusatz-Übung zu Messtechnik

Aufgabe 1: Amplitudengang eines RC-Glieds

In dieser Aufgabe soll der Amplitudengang eines RC-Glieds gemessen und die zugehörige Kennlinie mittels eines Least-Squares-Schätzers ermittelt werden. Zur Messung des RC-Glieds soll auf das Board und das Wissen aus dem Workshop Elektrotechnik und Informationstechnik zurückgegriffen werden.

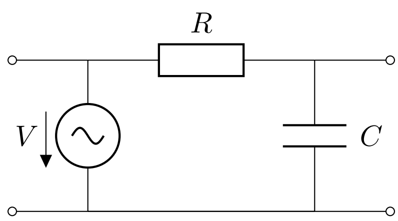


Abbildung 1: Tiefpass.

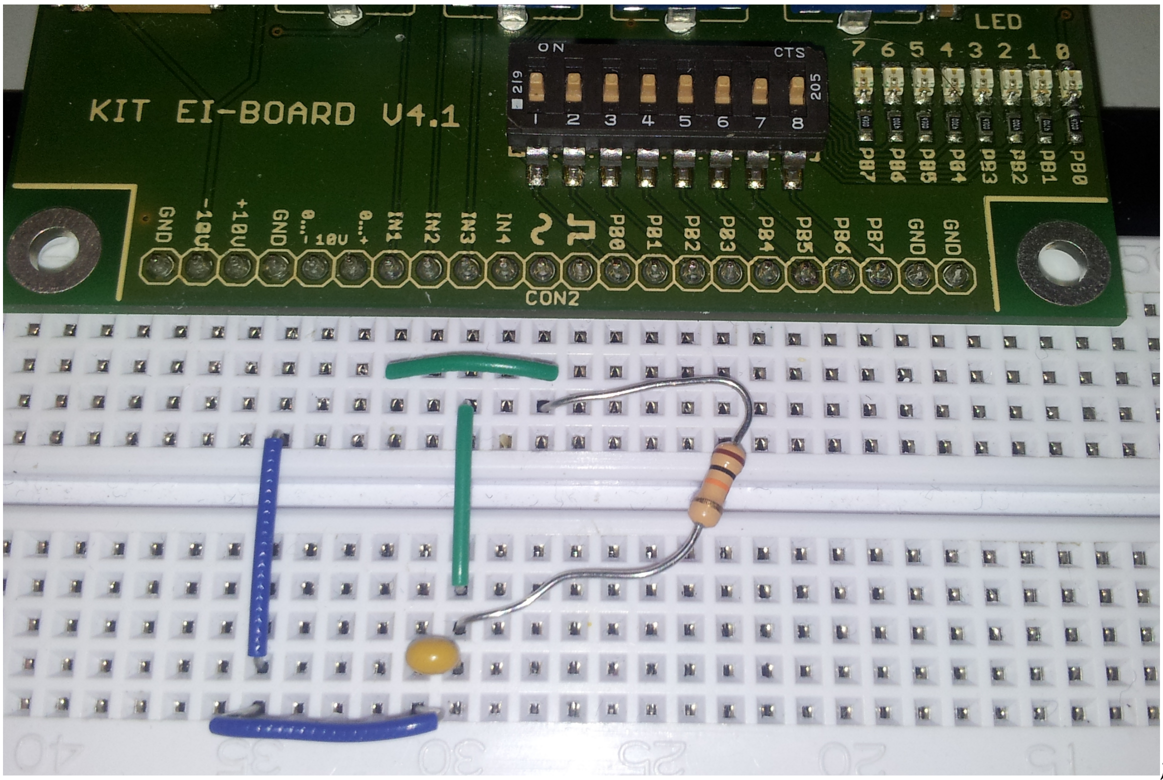
- **a)** Bauen Sie auf dem Steckbrett einen Tiefpass durch Verwendung eines RC-Glieds auf. Widerstände und Kapazitäten sollten dabei so gewählt werden, dass die Grenzfrequenz innerhalb des Messbereichs von 0 bis 10 kHz liegt.
- **b)** Verwenden Sie nun das EI-Board, um ein Bode-Diagramm zu erstellen und importieren Sie die nötigen Werte des Amplitudengangs in Matlab.

Nachdem Sie nun die Daten des Bode-Diagramms eingelesen haben, möchten Sie nun die vollständige Kennlinie approximieren.

- **c)** Welcher Modellgleichung folgt der Amplitudengang der aufgebauten Schaltung? Wieviele Parameter können und müssen Sie schätzen?
- **d)** Bringen Sie die Modellgleichung in die Form $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$, um mittels eines Least-Squares-Schätzers aus den Schätzwerten $\mathbf{x}$ Rückschlüsse auf die von Ihnen zu schätzenden Parameter des RC-Gliedes ziehen zu können.
- **e)** Führen Sie in Matlab die Parameterschätzung durch.
- **f)** Zeichnen Sie einen Graphen für die ideale Modellgleichung abhängig von den verwendeten Bauteilwerten, sowie einen Graphen für die geschätzten Parameter. Fügen Sie zusätzlich in dem Graphen noch die gemessenen Werte ein.
- **g)** Wodurch begründet sich der Unterschied der Graphen? Handelt es sich um eine systematische oder um eine zufällige Abweichung?

Lösung

a) Aufgebaute Schaltung mit einem 68 nF Kondensator und einem 10 kΩ Widerstand:



;

Abbildung L1: RC-Tiefpass-Schaltung.

b) Abbildung L2 zeigt das vom EI-Board aufgezeichnete Bode-Diagramm.

c) Die Formel für den Amplitudengang eines idealen RC-Glieds lautet:

$$\frac{u_{\text{Ausgang}}}{u_{\text{Eingang}}} = \frac{1}{\sqrt{(2\pi f RC)^2 + 1}} \tag{L1}$$

Aus den Daten kann nur die RC-Konstante bestimmt werden.

d) Um die Approximationsaufgabe mittels des in der Vorlesung behandelten Least-Squares-Schätzers zu lösen, muss die Gleichung auf die entpsrechende lineare Form $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ unter Berücksichtigung der verwendeten Verstärkungen $\mathbf{v}$ in dB gebracht werden mit:

$$\mathbf{v} = 20\lg\frac{\mathbf{u}_{Ausgang}}{\mathbf{u}_{Eingang}} \tag{L2}$$

$$\mathbf{A} = (2 * \pi * \mathbf{f})^2 \text{ und} \tag{L3}$$

$$\mathbf{b} = 10^{(-\mathbf{v}/20)^2 - 1}\,. \tag{L4}$$

Die zu bestimmende Größe ist hier nun der Vektor $\mathbf{x}$ mit dem einzigen Element RC.

e) Mittels der Moore-Penrose-Inversen lässt sich RC bestimmen:

$$RC = \mathbf{x} = (\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{b} \tag{L5}$$

f) Abbildung L3 zeigt die drei gesuchten Graphen für die oben angegebenen Bauteilwerte.

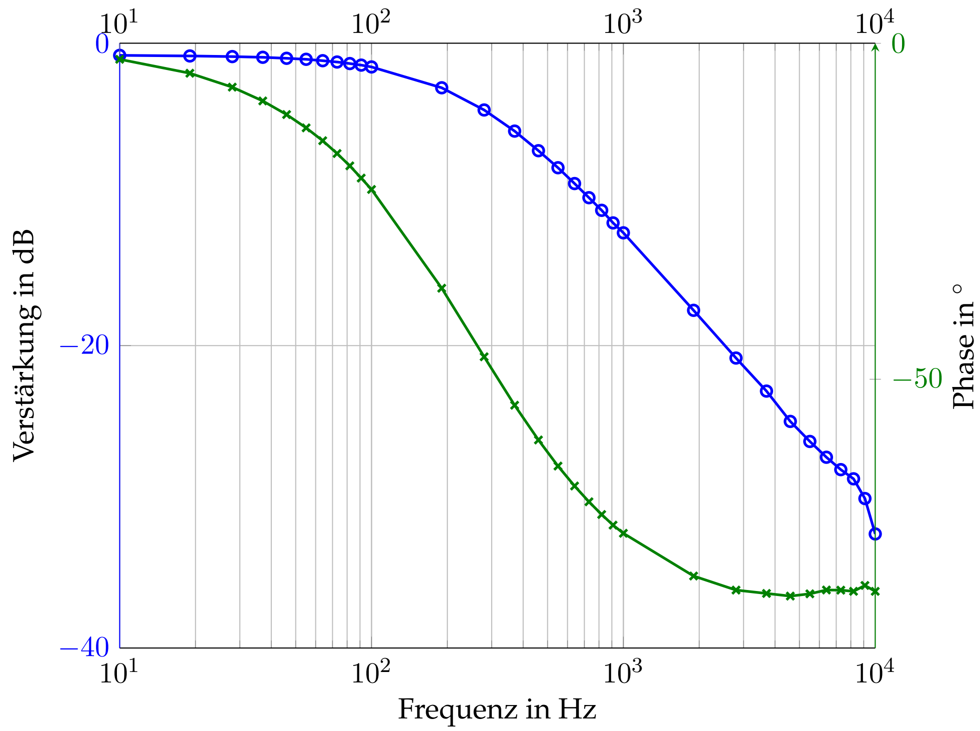


Abbildung L2: Gemessenes Bode-Diagramm.

g) Obwohl eine deutliche Anpassung der Messkurve an die ideale Kurve zu sehen ist, sind die verbleibende Unterschiede durch die Annahme eines idealen verlustfreien Schaltung zu erklären. Dennoch kann durch die LS-Methode eine Kennlinie erzeugt werden, die auch für nicht gemessene Frequenzen eine Verstärkung approximiert und eine mathematische Beschreibung der gemessenen Kennlinie ermöglicht. Es handelt sich um eine systematische Abweichung, da die Abweichungungen reproduzierbar sind.

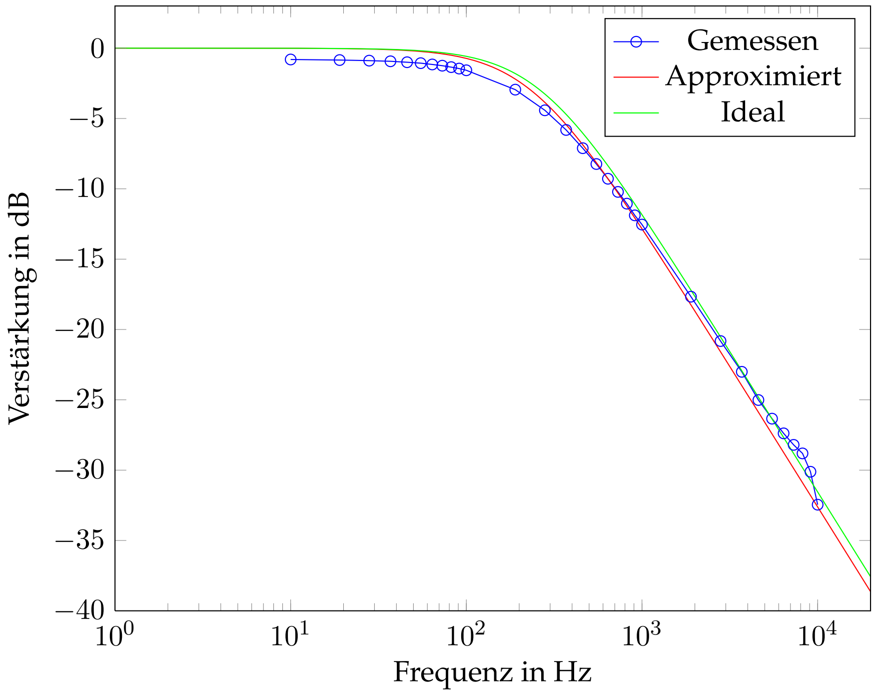


Abbildung L3: Vergleich der gemessenen, idealen und approximierten Verstärkung des RC-Glieds.