

3. Übung Messtechnik

WS 2014/15

Frage 1

$y(u,z)$	$u=1$	$u=2$
$z=3,4$	3	7
$z=3,9$	2	0

- Wie lautet der Funktionswert y an der Stelle $u=1,5$ und $z=3,5$ bei bilinearer Interpolation?

$$\tilde{y}(u = 1,5; z = 3,5) = \frac{0,4}{0,5} \cdot \frac{y(1,5; 3,4)}{2} + \frac{0,1}{0,5} \cdot \frac{y(1,5; 3,9)}{2} = 4 + \frac{1}{5} = 4,2$$

Organisatorisches

Theorie

Aufgaben

Theorie: Linearisierung der Kennlinie

- Ziel: Physikalische Kennlinie der idealen Kennlinie annähern und so Kennlinienfehler verringern

- In Vorlesung behandelte Methoden
 - Herabsetzen des Messbereiches
 - Hintereinanderschalten zweier nichtlinearer Glieder
 - Wahl des günstigsten Messbereichs (Aufgabe 8)
 - Differenzmethode (Aufgabe 9)
 - Gegenkopplung

Theorie: Wahl des günstigsten Messbereiches (1)

- Durch Randbedingungen der Anwendung großer Teil der Kennlinie verwendbar aber nur kleiner Teil benötigt
- Forderung nach geringer Abweichung vom idealen linearen Verlauf

$$u_a = \operatorname{argmin}_{u_a} Q = \operatorname{argmin}_{u_a} \int_{u_a}^{u_a+d} (S(u) - S_i)^2 du$$

- Zusätzlich möglichst hohe Empfindlichkeit

$$u_a = \operatorname{argmin}_{u_a} R = \operatorname{argmin}_{u_a} \frac{Q}{S_i^2 d}$$

Theorie: Wahl des günstigsten Messbereiches (2)

- Minimieren von Q

- Wendepunkt innerhalb des spezifizierten Bereiches

$$S(u_a + d) - S(u_a) = 0$$

- sonst

$$\frac{1}{2} (S(u_a + d) + S(u_a)) - S_i = 0$$

Organisatorisches

Theorie

Aufgaben

Aufgabe 8: Wahl des günstigsten Messbereichs

- Kennlinie eines Sensors

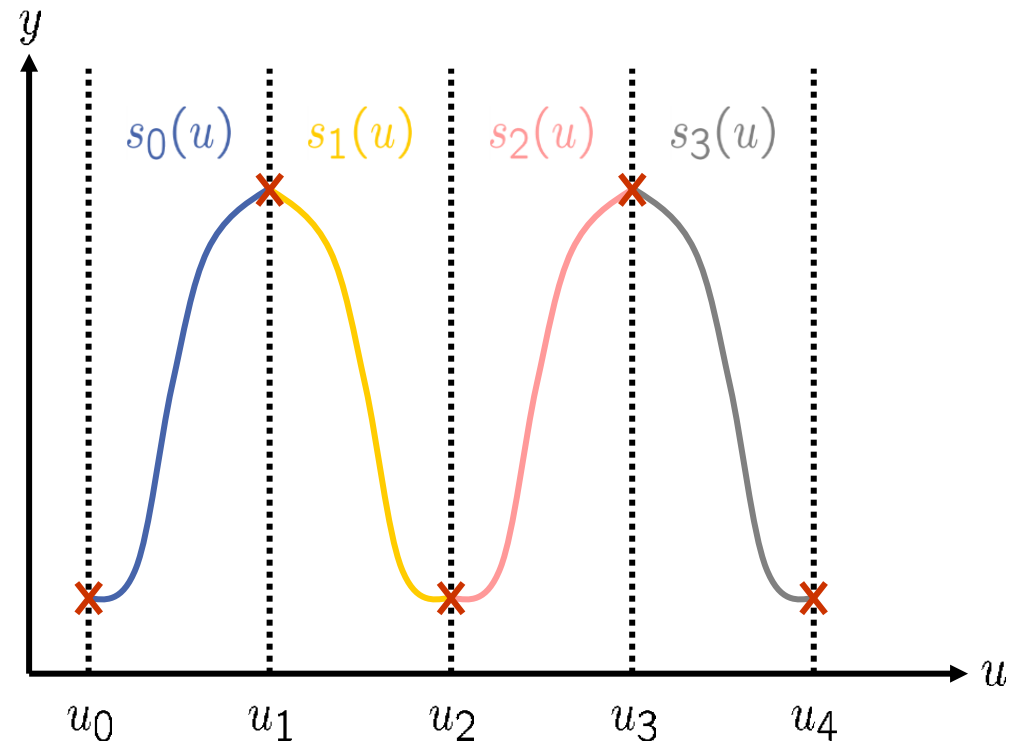
$$y(u) = 2u - \frac{1}{10}u^2 + \frac{1}{48}u^3$$

- Bereich $0 \leq u \leq 4$ mit $u_e = u_a + 2$

Frage 2

- Wie lauten die Randbedingungen und Stetigkeitsanforderungen bei der Spline-Interpolation aus der Vorlesung?

$$\begin{aligned}
 s_i(u_i) &= y_i \\
 s_{i-1}(u_i) &= y_i \\
 s''_i(u_i + 0) &= s''_{i-1}(u_i - 0) \\
 s'_i(u_i + 0) &= s'_{i-1}(u_i - 0) \\
 s'_0(u_0) &= s'_{n-2}(u_{n-1}) = 0 \\
 s''_0(u_0) &= s''_{n-2}(u_{n-1}) = 0
 \end{aligned}$$



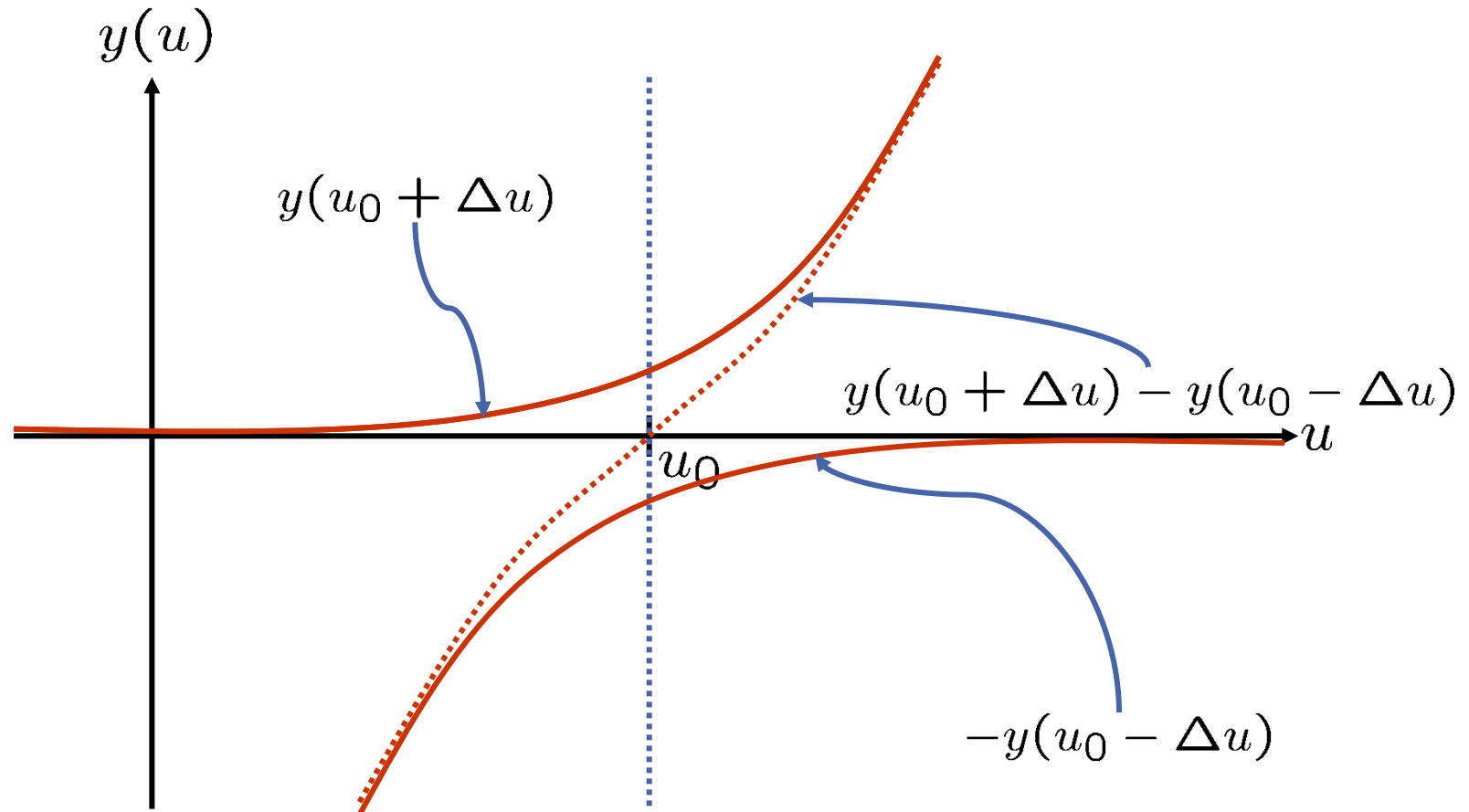
Organisatorisches

Theorie

Aufgaben

Theorie: Differenzmethode (1)

- Verknüpfung gleichartiger Teilsysteme mit linearisierendem Effekt und Empfindlichkeitssteigerung

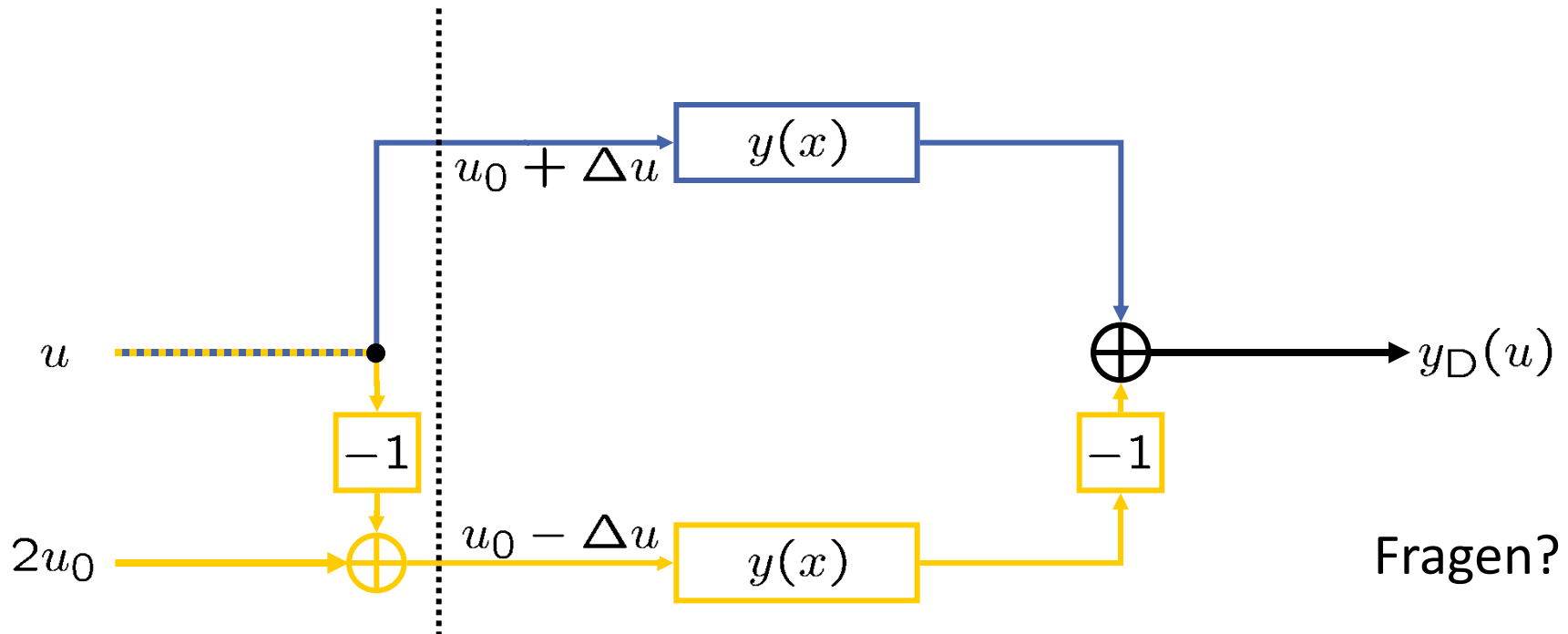


Theorie: Differenzmethode (2)

■ Ziel: $y_D = y(u_0 + \Delta u) - y(u_0 - \Delta u)$

$$u_0 + \Delta u = u_0 + (u - u_0) = u$$

$$u_0 - \Delta u = u_0 - (u - u_0) = -u + 2u_0$$



Fragen?

Organisatorisches

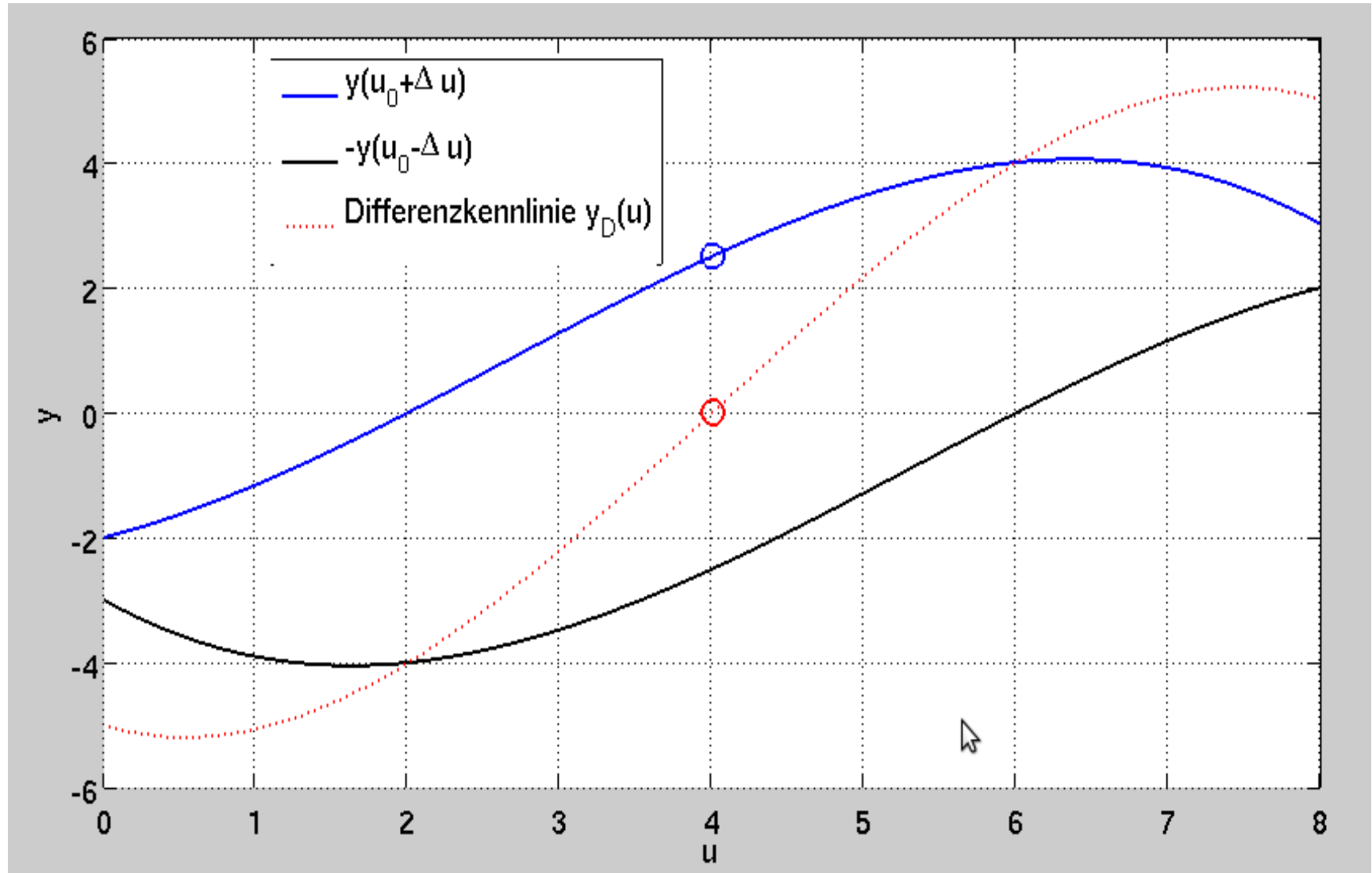
Theorie

Aufgaben

Aufgabe 9: Differenzmethode

- a) Schaltbild Differenzmethode
- b) Differenzkennlinie $y_D(u)$ für spezifischen Arbeitspunkt bestimmen
- c) Linearisierenden Effekt erklären. Differenzmethode ist wirkungsvoll gegen welche Fehler?

Aufgabe 9 b) Differenzkennlinie für geg. Arbeitspunkt



Aufgabe 9 c) Linearisierende Wirkung

$$y_D = y(u_0 + \Delta u) - y(u_0 - \Delta u)$$

- Taylorreihenentwicklung um u_0

$$y(u_0 + \Delta u) =$$

$$\cancel{y(u_0)} + S(u_0)\Delta u + \cancel{\frac{S'(u_0)}{2}(\Delta u)^2} + \frac{S''(u_0)}{6}(\Delta u)^3 + \dots$$

$$y(u_0 - \Delta u) =$$

$$\cancel{y(u_0)} + S(u_0)(-\Delta u) + \cancel{\frac{S'(u_0)}{2}(-\Delta u)^2} + \frac{S''(u_0)}{6}(-\Delta u)^3 + \dots$$

$$= 2S(u_0)\Delta u + \frac{S''(u_0)}{3}(\Delta u)^3 + \dots$$

≈ Krümmung
Fragen?

Organisatorisches

Theorie

Aufgaben

Theorie: Abweichung von Normalbedingungen

- Betrieb unter nicht spezifizierten Bedingungen (Temperatur, Luftfeuchte, o.ä.) führt zu Kennlinienänderungen

$$y(u, z) = y(u, z_0) + F_{\text{sup}}(\Delta z) + F_{\text{def}}(u, \Delta z)$$

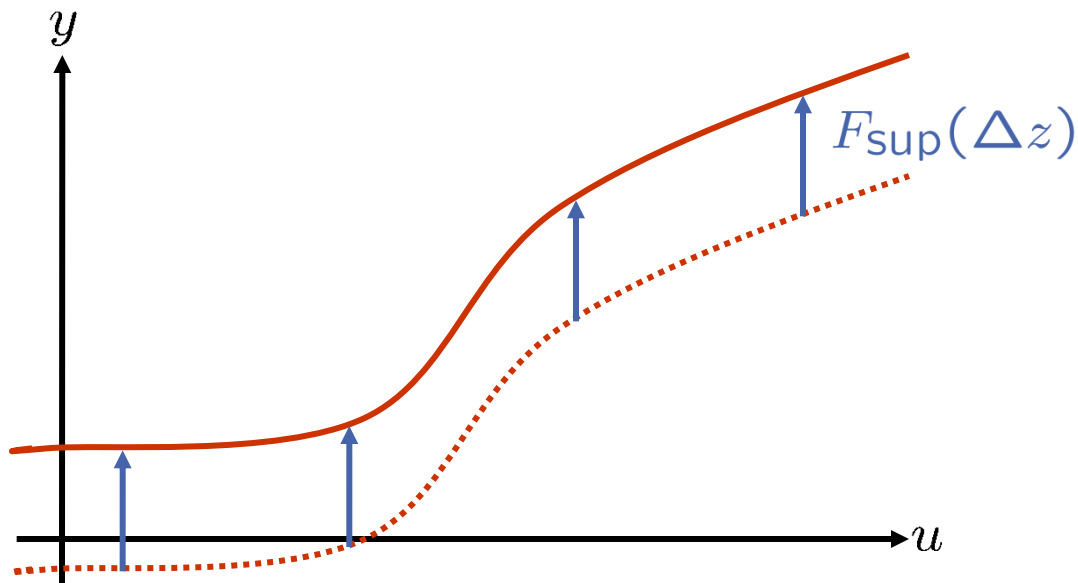
Kennlinie unter Normalbedingungen

- Entstehende Kennlinienfehler unterteilbar in:
 - Superponierend
 - Deformierend

Theorie: Superponierende Störgröße

- Unabhängig von u
- Verschiebt Kennlinien um von z abhängigen Offset
- Bei linearem Zusammenhang:

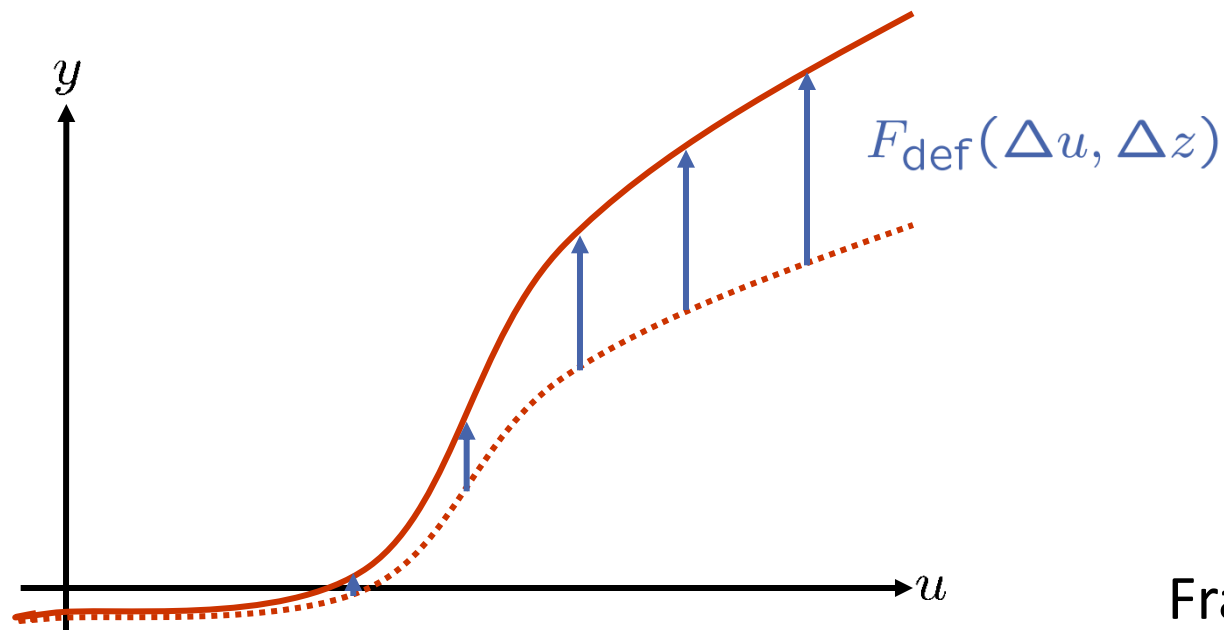
$$F_{\text{sup}} = a \cdot (z - z_0) = a \cdot \Delta z$$



Theorie: Deformierende Störgröße

- Zusätzlich abhängig von u
- Bei linearer Abhängigkeit von u und z :

$$F_{\text{def}} = b \cdot (z - z_0)(u - u_0) = b \cdot \Delta z \Delta u$$



Fragen?

Organisatorisches

Theorie

Aufgaben

Aufgabe 10: Abweichung von Normalbedingungen

■ Wertetabelle

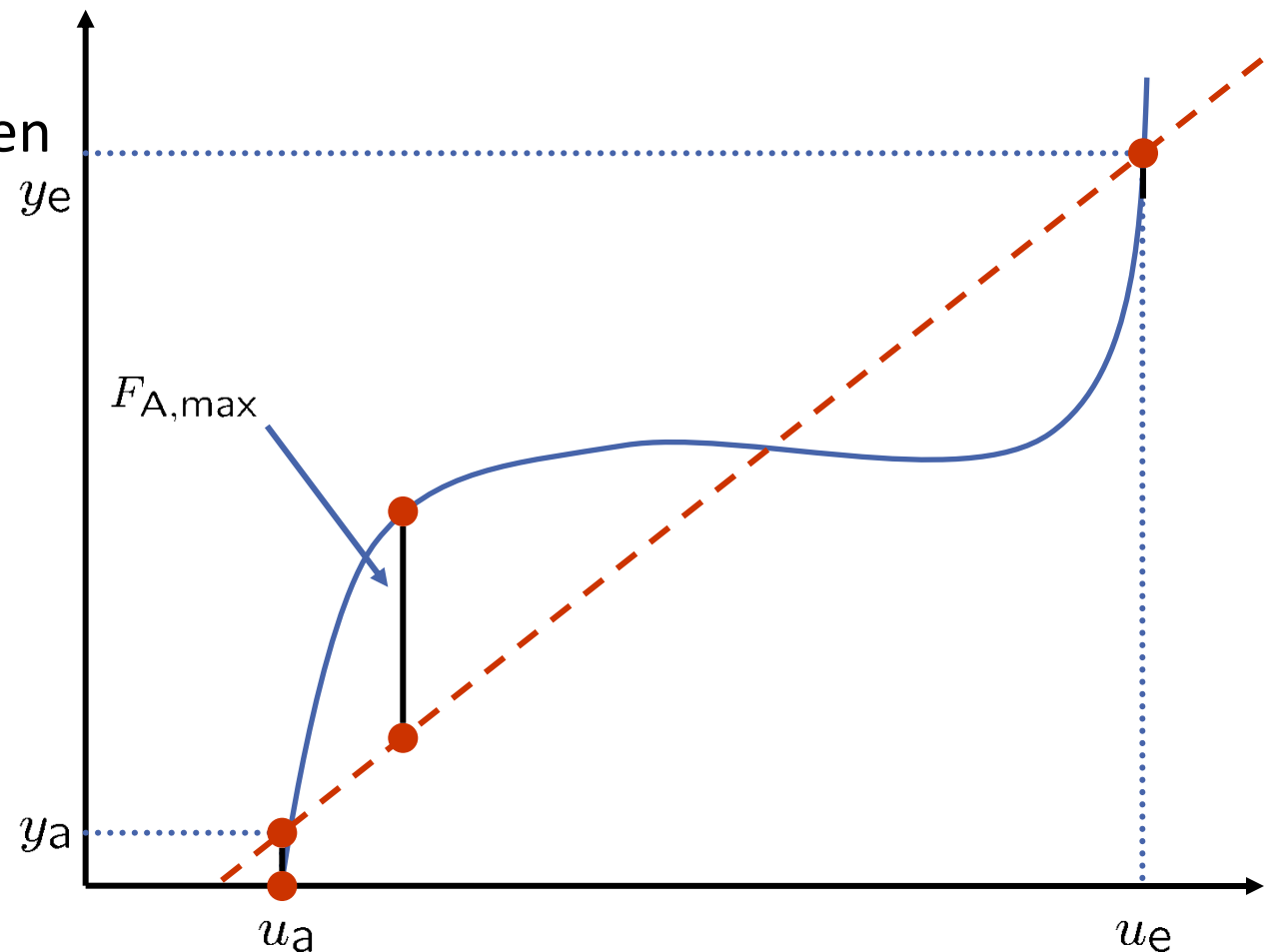
Index	0	1	2	3	4	5
Längenänderung u/mm	0	2	4	6	8	10
Messwert $y_1(u)/\text{V}$	4,2	8,3	12,4	16,5	20,6	24,7
Referenz $y_2(u)/\text{V}$	4	8	12	16	20	24
Differenz $F(u)/\text{V}$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7

- Annahme: Fehler ist linear abhängig von Temperatur z
- Fehler ist linear abhängig von u
- → Eben vorgestellte Modelle verwenden, Parameter bestimmen

Frage 3

- Wann kann man die Toleranzbandjustierung nicht anwenden?

- Bei Wendepunkten



Inhalt der Übung

1. Messfehler
2. Kurvenanpassung
3. Stationäres Verhalten von Messsystemen
4. Zufällige Messfehler
5. Korrelationsmesstechnik
6. Erfassung amplituden-/frequenzanaloger Signale

Theorie: Messfehler

Definition des Messfehlers

Absolute Fehler: $F = y_{\text{Anzeige}} - y_{\text{wahr}} = y_A - y_W$

Relativer Fehler: $F_r = \frac{F}{\text{Bezugswert}} = \frac{y_A - y_W}{y_W}$

Fehlerursachen



Systematische Fehler

- Ursache des Fehlers und Art der Einwirkung bekannt
- Kompensation prinzipiell möglich

Zufällige Fehler

- nicht reproduzierbar, Ursache (häufig) unbekannt
- Beschreibung über Wahrscheinlichkeitsdichten

Theorie: Statistik, wichtige Zusammenhänge (1)

■ Wahrscheinlichkeitsdichte

- $f_x(x) \geq 0$

- $\int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) dx = 1$

- $\int_a^b f_x(x) dx = P(a \leq x \leq b)$

■ Wahrscheinlichkeitsdichten mehrerer Zufallsvariablen

- Marginalisierung/Randdichte

$$f_x(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{xy}(x, y) dy$$

Theorie: Statistik, wichtige Zusammenhänge (2)

■ Erwartungswert-Operator

$$■ E \{g(x)\} = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f_x(x) dx$$

■ Linearität des Erwartungswert-Operators

$$■ E \{a \cdot g(x) + b \cdot h(y)\} = a \cdot E \{g(x)\} + b \cdot E \{h(y)\}$$

■ N -tes Moment

$$■ g(x) = x^N \Rightarrow E \{x^N\}$$

■ N -tes zentrales Moment

$$■ g(x) = (x - E \{x\})^N \Rightarrow E \{(x - E \{x\})^N\}$$

■ Erwartungswert

$$■ \mu_x = E \{x\}$$

1. Moment

■ Varianz

$$■ \sigma_x^2 = E \{(x - \mu_x)^2\}$$

2. zentrales Moment

Theorie: Statistik, wichtige Zusammenhänge (3)

- Korrelation zweier Zufallsgrößen
 - $R_{xy} = E \{x \cdot y\}$
- Kovarianz zweier Zufallsgrößen
 - $C_{xy} = E \{(x - \mu_x) \cdot (y - \mu_y)\} = R_{xy} - \mu_x \mu_y$
- Statistische Unabhängigkeit
 - x und y statistisch unabhängig $\Leftrightarrow f_{xy}(x, y) = f_x(x) \cdot f_y(y)$
- Unkorreliertheit bedeutet
 - $E \{x \cdot y\} = E \{x\} \cdot E \{y\} \Rightarrow C_{xy} = 0$
- Aus statistischer Unabhängigkeit folgt Unkorreliertheit, Umkehrung gilt im Allgemeinen NICHT!

Fragen?

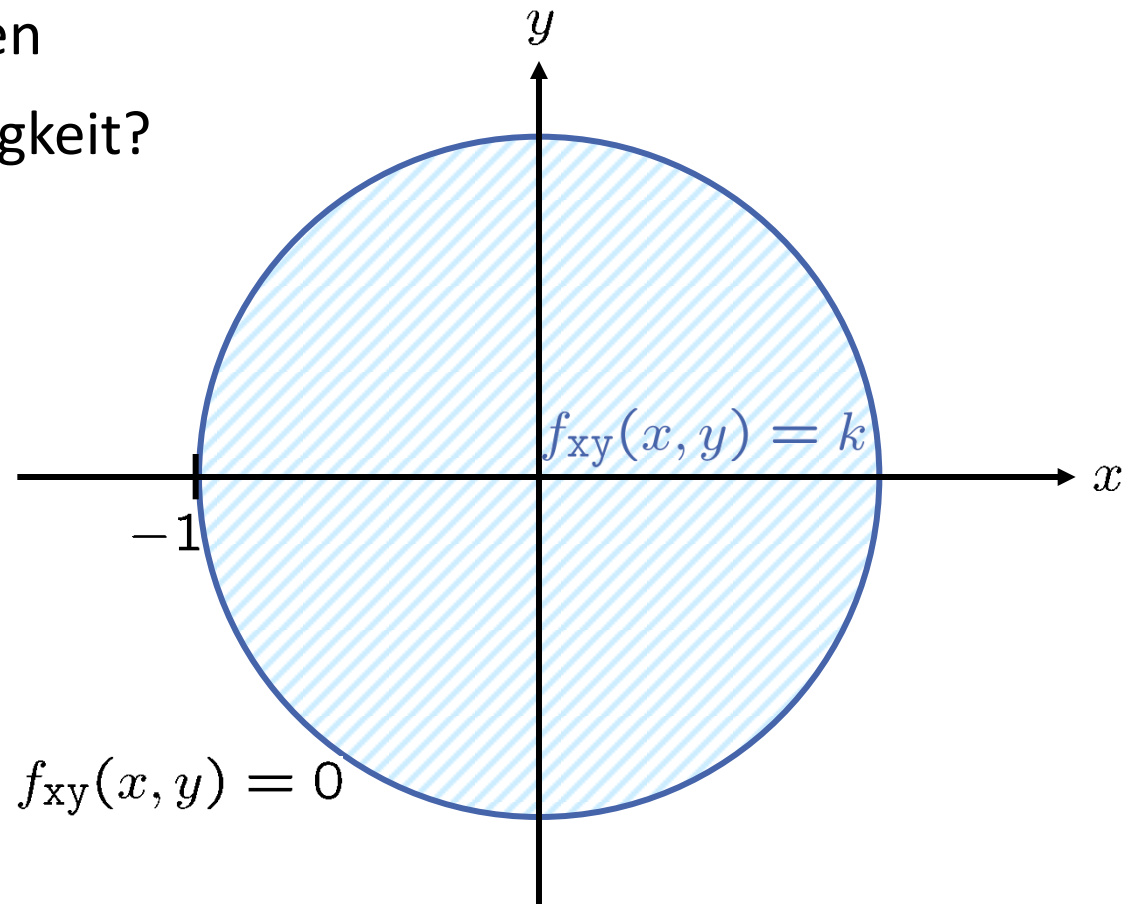
Organisatorisches

Theorie

Aufgaben

Aufgabe 11: Zufallsgrößen

- a) Parameter bestimmen, damit eine W-Dichte vorliegt
- b) Randdichten bestimmen
- c) Statistische Unabhängigkeit?
- d) Unkorreliertheit?



Letzte Übung in 2014:

18.12.2014, 08:00 Uhr