6. Übung Messtechnik

WS 2014/15

Hiwis für Praktikum Digitale Signalverarbeitung gesucht

Karlsruher Institut für Technologie

- Sommersemester 2015
- Praktikumstermin: mittwochnachmittags, 14:00 – 18:00 Uhr
- Betreuung von Studenten während der Versuchsdurchführung
- Interessenten müssen das Praktikum noch nicht selbst absolviert haben

Bewerbung:

- Ansprechpartner: Sebastian Bauer (http://www.iiit.kit.edu/sbauer.php)
- Bewerbung mit Notenauszug an sebastian.bauer@kit.edu
- Rückfragen: per Email oder telefonisch (0721 608-44515)

Auslandspraktikum USA

- **Praktikum** bei **Hitachi** in **Detroit, USA**
- Dauer: 6 Monate
- Beginn: **September 2015**
- Themengebiete: Signal- und Bildverarbeitung, Systemmodellierung und Regelungstechnik in der Automobilindustrie

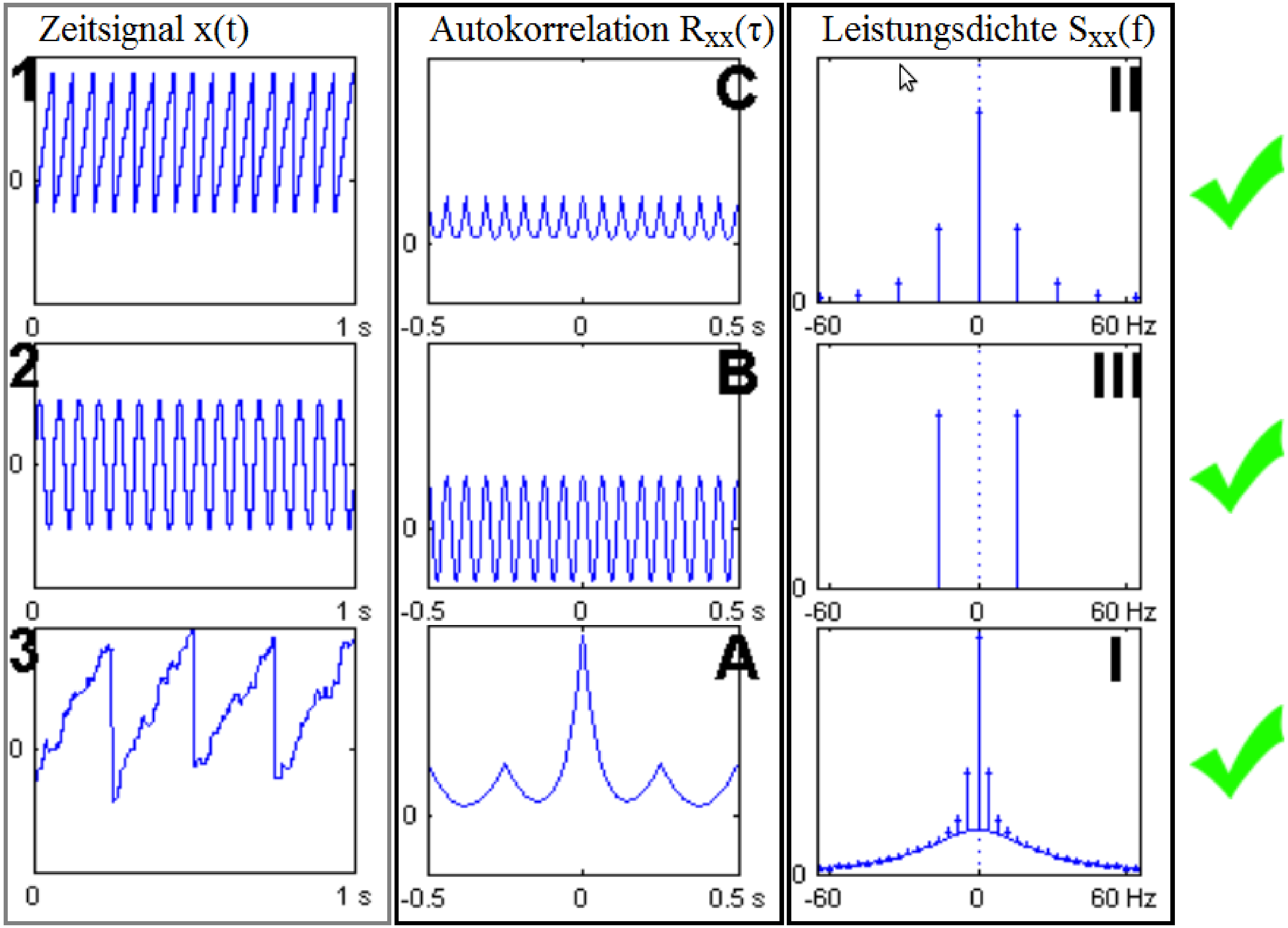
Bewerbung:

- Ansprechpartner: Sebastian Bauer (http://www.iiit.kit.edu/sbauer.php)
- Anschreiben und Lebenslauf inkl. Notenauszug an Prof. Puente adressieren, aber an sebastian.bauer@kit.edu schicken
- Bewerbungsfrist für Praktikum ab September 2015: **28.02.2015**
- Rückfragen: per Email oder telefonisch (0721 608-44515)

Organisatorisches

- Termin Fragestunde (Klausur: Freitag 20.03.15 von 11-13Uhr)
  - Dienstag 17.3. um 10 Uhr im Seminarraum (120.1) des IIIT
- Nächste Woche ebenfalls etwas Zeit für Fragen (Email an pallauf@kit.edu)

Frage 1



Auswerten | 160 | Antwort richtig ! | Weiter

Inhalt der Übung

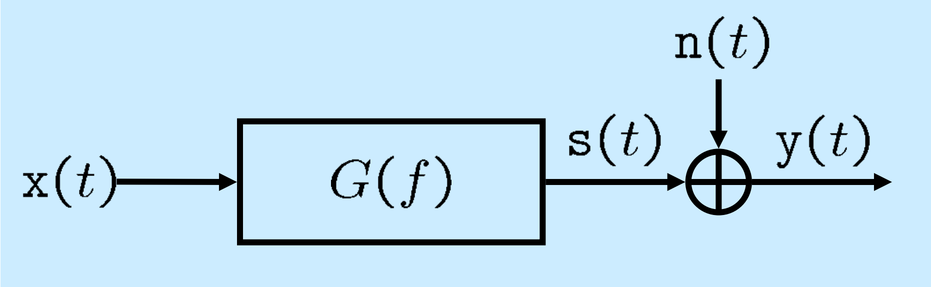
1. Messfehler
2. Kurvenanpassung
3. Stationäres Verhalten von Messsystemen
4. Zufällige Messfehler
5. Korrelationsmesstechnik
6. Erfassung amplituden-/frequenzanaloger Signale

Organisatorisches

Theorie

Aufgaben

Theorie: Systemidentifikation

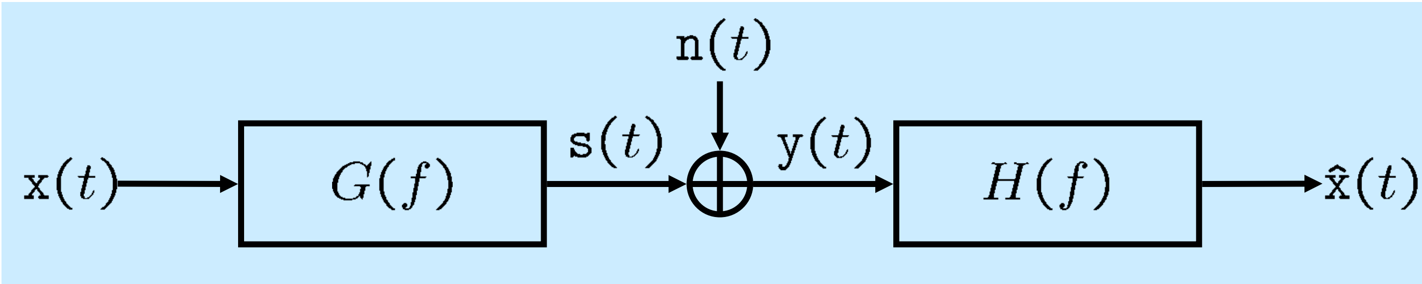


- unbekanntes System mit bekanntem (breitbandigem) Signal anregen und aus Antwort die Übertragungsfunktion schätzen
- $\mathtt{n}(t)$ unkorreliert zu $\mathtt{x}(t)$ und mittelwertfrei

- Bekannt: $x(t)$ und $y(t)$
- Lösung:

$$\widehat{G}(f) = \frac{\overline{\widehat{S}_{yx}(f)}}{\overline{\widehat{S}_{xx}(f)}}$$

Theorie: Wiener Entfaltung



- Signalrekonstruktion bei gleichzeitiger Störunterdrückung
- $\mathrm{n}(t)$ unkorreliert zu $\mathrm{x}(t)$ und mittelwertfrei
- $\mathrm{e}(t) = \hat{\mathrm{x}}(t) - \mathrm{x}(t)$
- Ideale lineare Rekonstruktion im Sinne $S_{\mathrm{ee}}(f) \rightarrow \min$ durch:

$$H(f) = \frac{S_{\mathrm{xy}}(f)}{S_{\mathrm{yy}}(f)} = \frac{S_{\mathrm{xx}}(f)G^*(f)}{S_{\mathrm{xx}}(f)G^*(f)G(f) + S_{\mathrm{nn}}(f)}$$

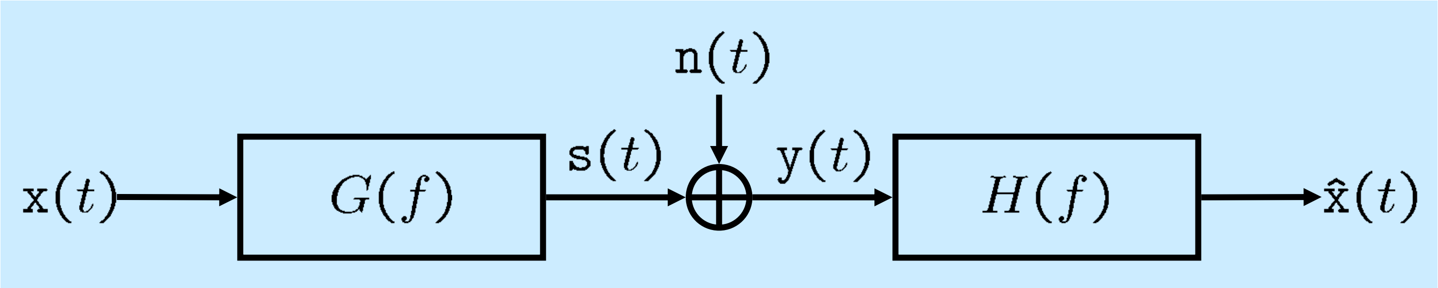
akausales System

Organisatorisches

Theorie

Aufgaben

Aufgabe 21: Wiener Filter



- **a)** Welche Größen sind nötig um $H(f)$ zu bestimmen?
- **b)** $H(f)$ bestimmen. Amplitudengänge der beiden Systeme skizzieren.
- **c)** Übertragungsverhalten der Reihenschaltung für Signal und Störung?

Aufgabe 21 a)

Karlsruher Institut für Technologie

$$H(f) = \frac{S_{\mathrm{xy}}(f)}{S_{\mathrm{yy}}(f)} = \frac{S_{\mathrm{xx}}(f)G^*(f)}{S_{\mathrm{xx}}(f)G^*(f)G(f) + S_{\mathrm{nn}}(f)}$$

- $G(f)$ unbekannt
- System mit bekanntem Eingangsignal beaufschlagen und Ausgangssignal messen
- $S_{\mathrm{yy}}(f)$ und $S_{\mathrm{xy}}(f)$ über Periodogramme abschätzen

Fragen?

Aufgabe 21 b) $H(f)$

$$H(f) = \frac{S_{xx}(f)G^*(f)}{S_{xx}(f)G(f)G^*(f) + S_{nn}(f)} \qquad \begin{array}{l} = 0 \text{ für } |f| > f_0 \\ > 0 \end{array}$$

$$S_{xx}(f) = \begin{cases} d^2, & |f| \leq f_0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \qquad G(f) = \frac{1 + aj2\pi f}{1 + bj2\pi f}$$

$$S_{nn}(f) = c^2 \qquad G(f)G^*(f) = \frac{1 + a^2(2\pi f)^2}{1 + b^2(2\pi f)^2}$$

$$\Rightarrow H(f) = \begin{cases} H_1(f), & |f| \leq f_0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Aufgabe 21 b) $H_1(f)$

- Einsetzen aus Aufgabenstellung

$$H_1(f) = \underbrace{\frac{1 - aj2\pi f}{1 - bj2\pi f}}_{G^*(f)} \cdot \frac{\overbrace{d^2}^{S_{\mathrm{xx}}(f)}}{\underbrace{d^2}_{S_{\mathrm{xx}}(f)} \cdot \underbrace{\frac{1 + a^2(2\pi f)^2}{1 + b^2(2\pi f)^2}}_{G(f)G^*(f)} + \underbrace{c^2}_{S_{\mathrm{nn}}(f)}},$$

- erweitern mit

$$\left| \cdot \frac{(1 + bj2\pi f)\,\frac{1}{d^2}\left(1 + b^2(2\pi f)^2\right)}{(1 + bj2\pi f)\,\frac{1}{d^2}\left(1 + b^2(2\pi f)^2\right)} \right. ,$$

- liefert

$$= \frac{(1 - aj2\pi f)(1 + bj2\pi f)}{\cancel{1 + b^2(2\pi f)^2}} \cdot \frac{\cancel{1 + b^2(2\pi f)^2}}{1 + a^2(2\pi f)^2 + \left(\frac{c}{d}\right)^2 (1 + b^2(2\pi f)^2)} .$$

Aufgabe 21 b) $H_1(f)$

$$= \frac{(1 - aj2\pi f)(1 + bj2\pi f)}{1 + a^2(2\pi f)^2 + \left(\frac{c}{d}\right)^2 (1 + b^2(2\pi f)^2)}$$

$$= \frac{(1 - aj2\pi f)(1 + bj2\pi f)}{1 + \left(\frac{c}{d}\right)^2 + (2\pi f)^2 \left(a^2 + \left(\frac{bc}{d}\right)^2\right)}$$

$$= \frac{(1 - aj2\pi f)(1 + bj2\pi f)}{\left(1 + \left(\frac{c}{d}\right)^2\right)\left(1 + j2\pi f\sqrt{\frac{(ad)^2+(bc)^2}{c^2+d^2}}\right)\left(1 - j2\pi f\sqrt{\frac{(ad)^2+(bc)^2}{c^2+d^2}}\right)}$$

$$= \frac{d^2}{c^2 + d^2} \frac{(1 - ja2\pi f)(1 + jb2\pi f)}{\left(1 + j2\pi f\sqrt{\frac{(ad)^2+(bc)^2}{c^2+d^2}}\right)\left(1 - j2\pi f\sqrt{\frac{(ad)^2+(bc)^2}{c^2+d^2}}\right)}$$

Aufgabe 21 b) Amplitudengänge

- Frequenzgänge

$$G(f) = \frac{1 + j10^{-3}f}{1 + j10^{-5}f}$$

$$H_1(f) = \frac{1}{5} \cdot \frac{\left(1 - j10^{-3}f\right)\left(1 + j10^{-5}f\right)}{\left(1 - j0{,}4473 \cdot 10^{-3}f\right)\left(1 + j0{,}4473 \cdot 10^{-3}f\right)}$$

- Amplitudengänge in Dezibel

$$20 \log |G(f)| = 20 \log \left|1 + j10^{-3}f\right| - 20 \log \left|1 + j10^{-5}f\right|$$

$$\begin{aligned} 20 \log |H_1(f)| = & -20 \log |5| + 20 \log \left|1 - j10^{-3}f\right| \\ & +20 \log \left|1 + j10^{-5}f\right| \\ & -40 \log \left|1 + j0{,}4473 \cdot 10^{-3}f\right| \end{aligned}$$

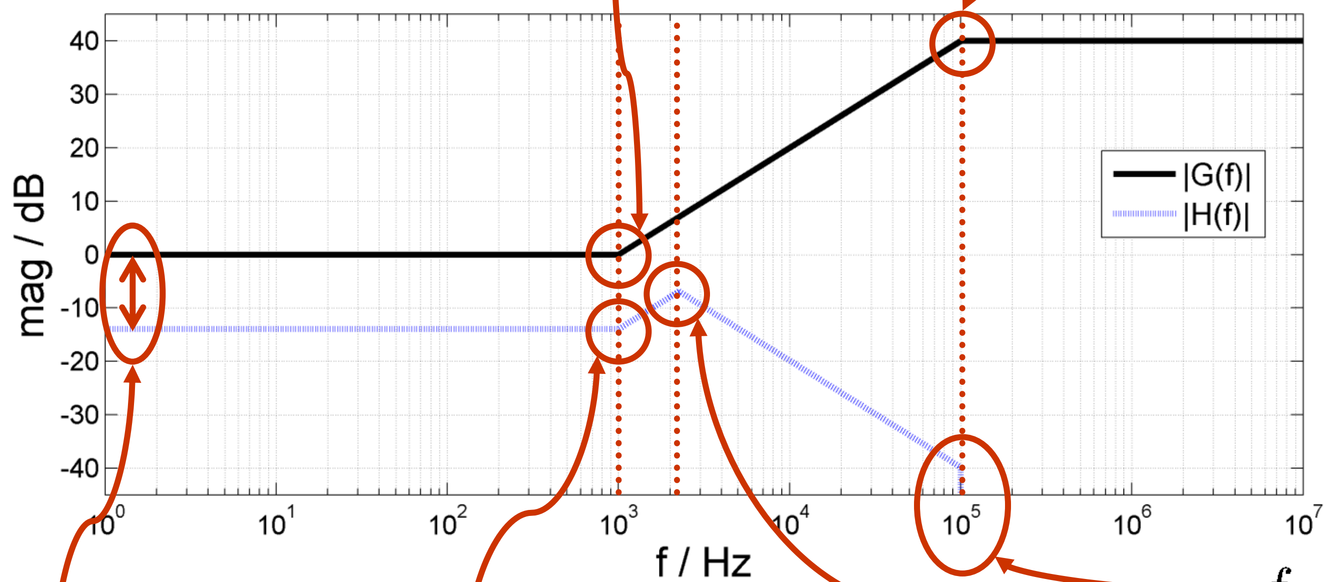
Fragen?

Aufgabe 21 b) Amplitudengänge, Geradennäherung

- Bodediagramm
  - $\log|k|$: konstanter Offset
  - $\log|jf|$: 1 dB Anstieg pro Dekade, 0 dB bei $f = 1$
  - $\log|1 \pm jf_0^{-1}f|$: bis $f = f_0$ flach, dann Anstieg 1dB pro Dekade

Aufgabe 21 b) Amplitudengänge

$$20 \log |G(f)| = 20 \log \left|1 + j10^{-3} f\right| - 20 \log \left|1 + j10^{-5} f\right|$$

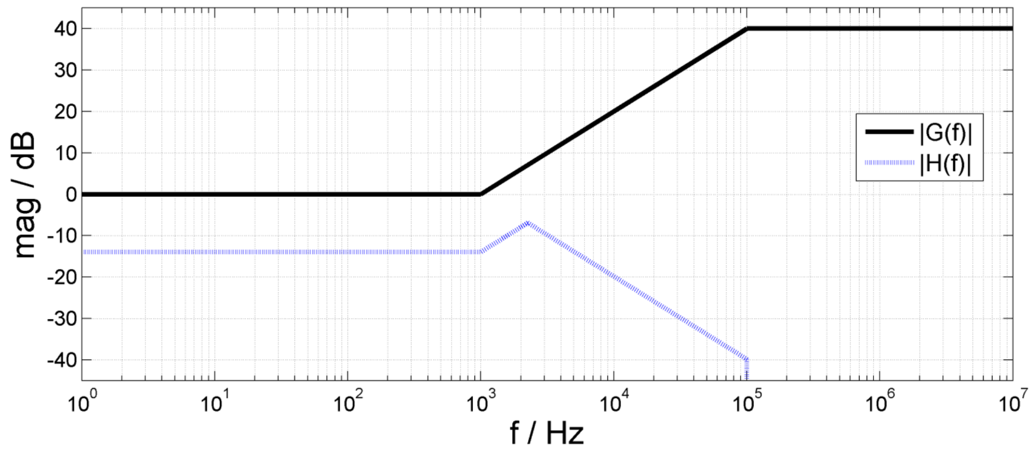


$$20 \log |H_1(f)| =$$

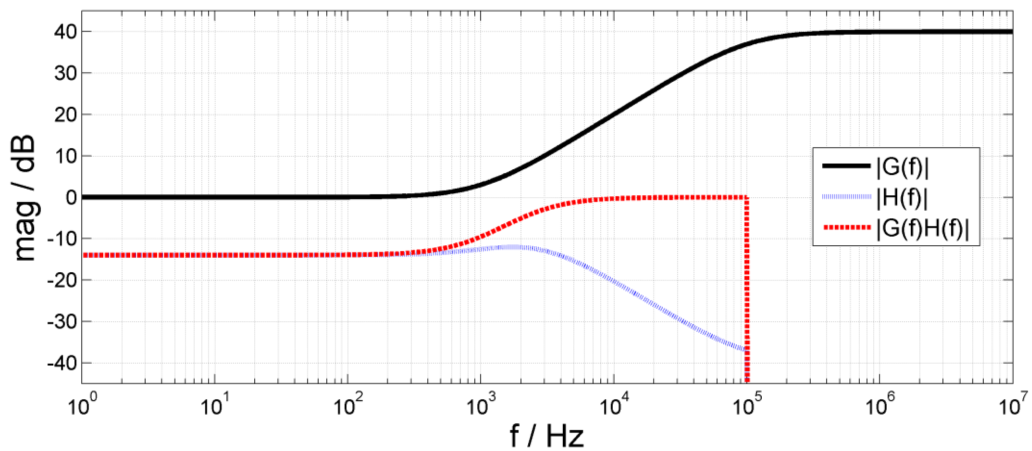
$$-20 \log |5| + 20 \log \left|1 + j10^{-3} f\right| - 40 \log \left|1 + j0{,}4473 \cdot 10^{-3} f\right|$$

Aufgabe 21 b) Amplitudengänge

- Geradennäherung



- Exakt



Fragen?

Aufgabe 21 c) Übertragungsverhalten

$$H(f) = \frac{S_{\mathrm{xx}}(f)G^*(f)}{S_{\mathrm{xx}}(f)G(f)G^*(f) + S_{\mathrm{nn}}(f)} = \frac{1}{G(f)}\left[\frac{G(f)G^*(f)}{G(f)G^*(f) + \frac{S_{\mathrm{nn}}(f)}{S_{\mathrm{xx}}(f)}}\right]$$

$$G_{\mathsf{sig}}(f) = G(f)\cdot H(f) = \frac{G(f)G^*(f)}{G(f)G^*(f) + SNR(f)^{-1}}$$

$$G_{\mathsf{st\ddot{o}r}}(f) = H(f) = \frac{1}{G(f)}\frac{G(f)G^*(f)}{G(f)G^*(f) + SNR(f)^{-1}}$$

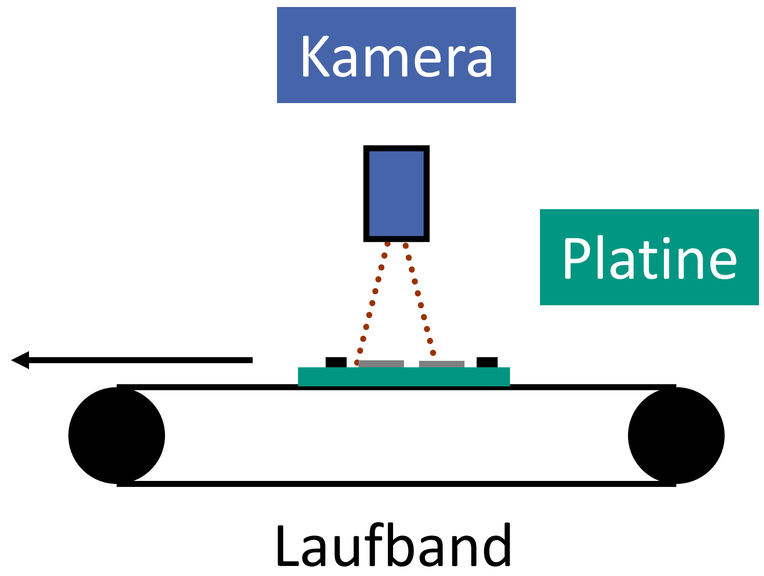
$$SNR(f) \to \infty \quad \Rightarrow \quad G_{\mathsf{sig}}(f) \to 1$$

$$G_{\mathsf{st\ddot{o}r}}(f) \to \frac{1}{G(f)}$$

Wiener Filter passt sich an Rauschen an

Fragen?

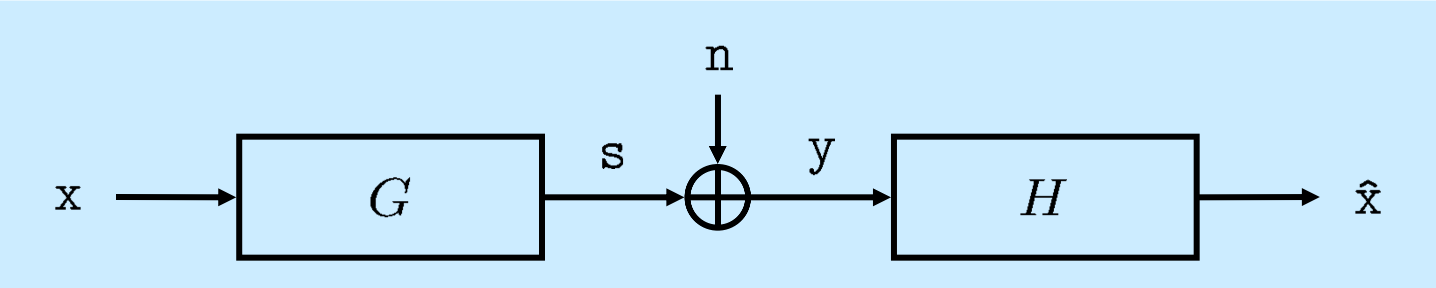
Matlab Beispiel: Wiener Entfaltung



- Qualitätskontrolle bei hoher Geschwindigkeit
- Bewegungsunschärfe entsteht durch zu lange Belichtungszeit = Integration statt Abtastung mit $\delta(t - kt_\mathrm{a})$
- kann als Faltung mit Rechteckfenster aufgefasst werden → Entfaltung anwendbar

Matlab Beispiel: Wiener Entfaltung

- Bild der unbewegt aufgenommenen Platine: $\mathtt{x}(x, y)$
- Bildrauschen: $\mathtt{n}(x, y)$
- Unschärfe durch Bewegung: $G(f_x, f_y)$
- verschwommenes Bild der Platine mit Sensorrauschen: $\mathtt{y}(x, y)$



Frage 2

- Was bedeutet Ergodizität und wie lautet eine Voraussetzung an das Signal?

- Die Scharmittelwerte sind gleich den Zeitmittelwerten
- Das Signal muss stationär sein

Inhalt der Übung

1. Messfehler
2. Kurvenanpassung
3. Stationäres Verhalten von Messsystemen
4. Zufällige Messfehler
5. Korrelationsmesstechnik
6. Erfassung amplituden-/frequenzanaloger Signale

Organisatorisches

Theorie

Aufgaben

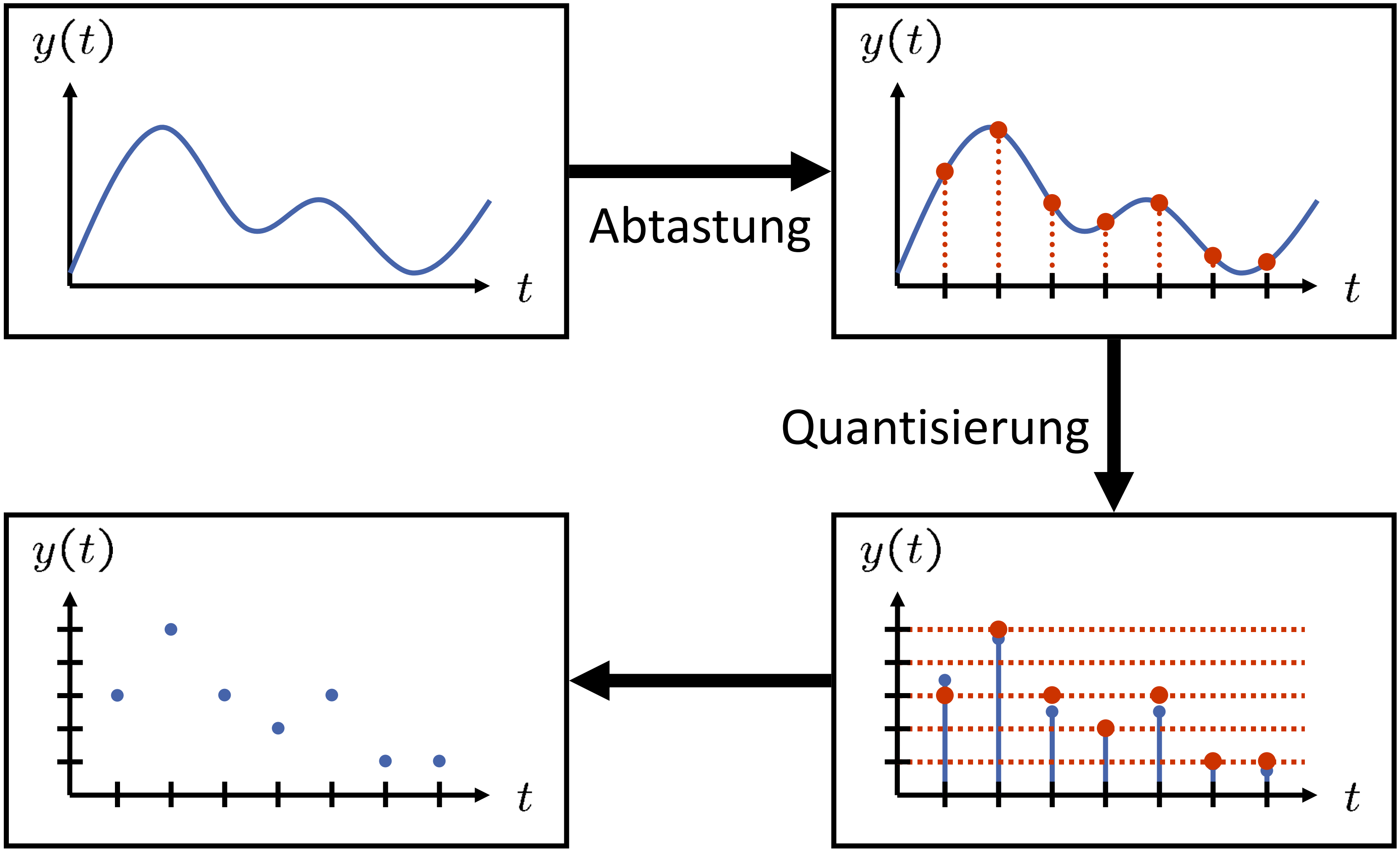
Theorie: Analog-Digital-Umsetzung

- Sensoren liefern analoge Messwerte (Spannungen / Ströme)
  - Zeit- und Wertekontinuierlich

- Auswertung erfolgt fast immer an digitalen Rechnern
  - Zeit- und Wertediskret

- → Umsetzung / Diskretisierung nötig
  - Abtastung = Diskretisierung der Zeit
  - Quantisierung = Diskretisierung der Amplitude

Theorie: Analog-Digital-Umsetzung



Theorie: Abtastung

$$y_*(t) = y(t) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k t_{\mathrm{a}})$$

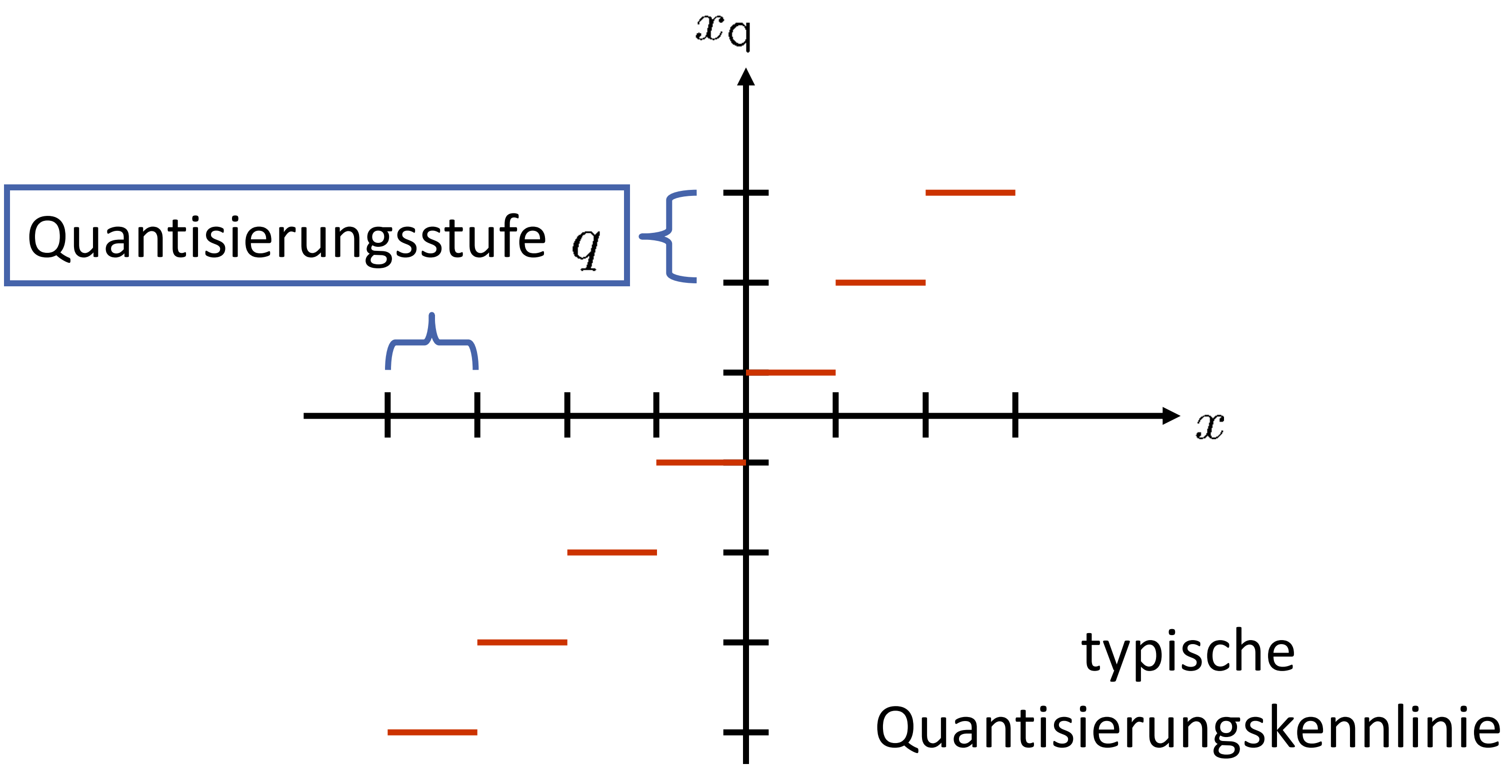
- Abtasttheorem

  Signal fehlerfrei rekonstruierbar wenn $Y(f) = 0$ für $|f| \geq \frac{1}{2t_{\mathrm{a}}} = \frac{f_{\mathrm{a}}}{2}$

- Fehlerquellen
  - Aliasing wenn Abtasttheorem verletzt
  - $\delta(t)$ nicht realisierbar
  - Jitter = Fehler des Abtastzeitpunktes
  - endliche Beobachtungsdauer (Leckeffekt, siehe SuS)

Theorie: Quantisierung (1)

- Abbildung der kontinuierlichen Amplitude auf diskrete Werte



- nichtlineare Operation

Theorie: Quantisierung (2)

- Wahrscheinlichkeit, dass der diskrete Wert $x_k = k \cdot q$ nach der Quantisierung angenommen wird:

$$P\left(\mathrm{x_q} = x_k\right) = P\left(x_k - \frac{q}{2} < \mathrm{x} \leq x_k + \frac{q}{2}\right) = \int\limits_{kq-\frac{q}{2}}^{kq+\frac{q}{2}} f_{\mathrm{x}}(x)\mathrm{d}x$$

- außerdem gilt

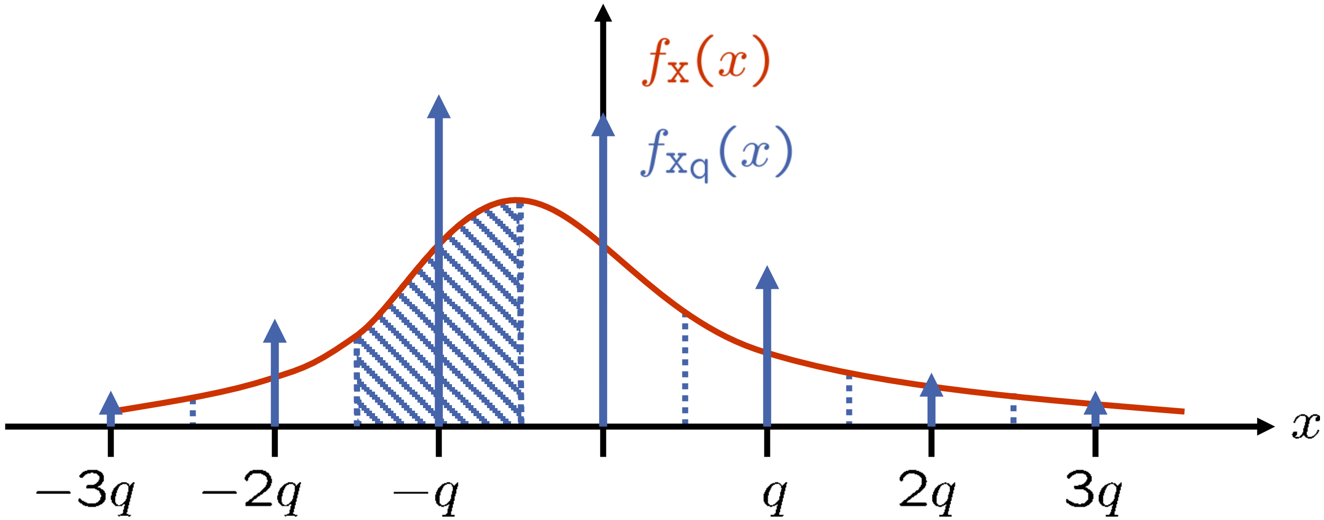
$$f_{\mathrm{x}}(x) * r_q(x) = \int\limits_{x-\frac{q}{2}}^{x+\frac{q}{2}} f_{\mathrm{x}}(\alpha)\mathrm{d}\alpha, \qquad r_q(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq \frac{q}{2} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f_{\mathrm{x_q}}(x) = \underbrace{\int\limits_{x-\frac{q}{2}}^{x+\frac{q}{2}} f_{\mathrm{x}}(\alpha)\mathrm{d}\alpha}_{=(f_{\mathrm{x}}(x) * r_q(x))} \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(x - kq)$$

Theorie: Quantisierung (3)

- Quantisierung bewirkt Flächenabtastung der Amplitudendichte
- = Faltung der Amplitudendichte mit einem Rechteckfenster und anschließende Abtastung

$$f_{\mathrm{x_q}}(x) = (f_{\mathrm{x}}(x) * r_q(x)) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(x - kq)$$



Fragen?

Theorie: Quantisierung (4)

$$f_{\mathrm{xq}}(x_{\mathrm{q}}) = (f_{\mathrm{x}}(x) * r_q(x)) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(x - kq)$$

$$\begin{array}{c}\circ\\ |\\ \bullet\end{array}$$

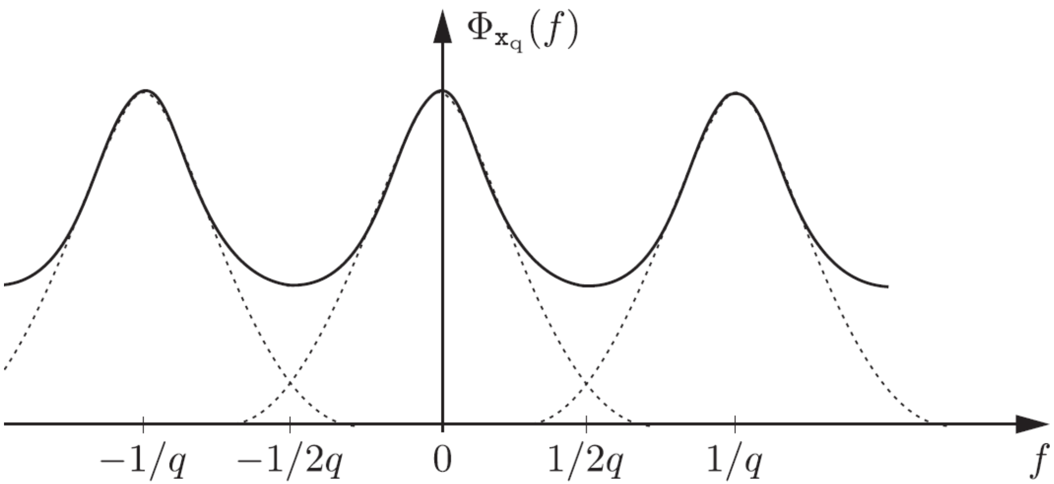
$$\Phi_{\mathrm{xq}}(f) = (\Phi_{\mathrm{x}}(f) \cdot R_q(f)) * \frac{1}{q} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{k}{q}\right)$$

- periodische Wiederholung der mit $1/q \cdot R_q(f)$ gewichteten charakteristischen Funktion → für fehlerfreie Rekonstruktion der Amplitudendichte darf keine Überlappung verschiedener Perioden stattfinden

Theorie: Quantisierungstheorem

Karlsruher Institut für Technologie

- Die Amplitudendichte eines unquantisierten Signals kann nach der Quantisierung fehlerfrei rekonstruiert werden, wenn sie entsprechend bandbegrenzt ist, d.h. wenn für ihre charakteristische Funktion gilt:



$$\Phi_x(f) = 0 \text{ für } |f| \geq \frac{1}{2q}$$

vgl. Satz (7.2)

- Praxis: Amplitudendichten i.A. nicht bandbegrenzt
- Abhilfe: Dithering (Pendant zu Anti-Aliasing-Filter)

Fragen?

Theorie: Lineares Quantisierungsmodell (1)

- Wenn Quantisierungstheorem erfüllt, Betrachtung der Periode zu $k = 0$ ausreichend

$$\Phi_{\mathrm{xq}}(f) = \left(\Phi_{\mathrm{x}}(f) \cdot \frac{1}{q} R_q(f)\right)$$

$$f_{\mathrm{xq}}(x_{\mathrm{q}}) = f_{\mathrm{x}}(x) * \frac{1}{q} r_q(x)$$

Theorie: Lineares Quantisierungsmodell (2)

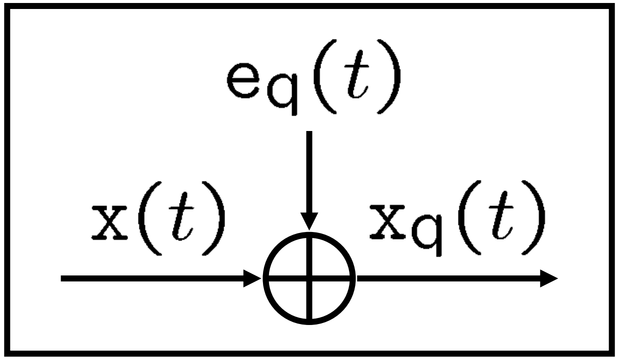
- Addition unabhängiger Zufallsvariablen resultiert in Faltung der Wahrscheinlichkeitsdichten (siehe z.B. WT)

$$f_{x_q}(x_q) = f_x(x) * \frac{1}{q} r_q(x) = f_x(x) * f_{e_q}(x)$$

$$\widehat{=}$$

$$x_q = x + e_q$$

- Einhaltung des Quant.-Theorems → Quantisierungsfehler
  - ist unabhängig von Eingangssignal
  - wirkt additiv
  - ist gleichverteilt



Fragen?

Organisatorisches

Theorie

Aufgaben

Aufgabe 22: Jitter Analyse

- Typisches Audiosignal auf einer DVD
  - 24-Bit Quantisierung
  - 96 kHz Abtastung (Signal auf 20 kHz bandbegrenzt)

- **a)** Welches SNR erreichbar bei gegebener Quantisierung?

- **b)** Wie groß darf dann Jitter maximal sein?

- **c)** Welche Quantisierung ist sinnvoll bei gegebenem Jitter?

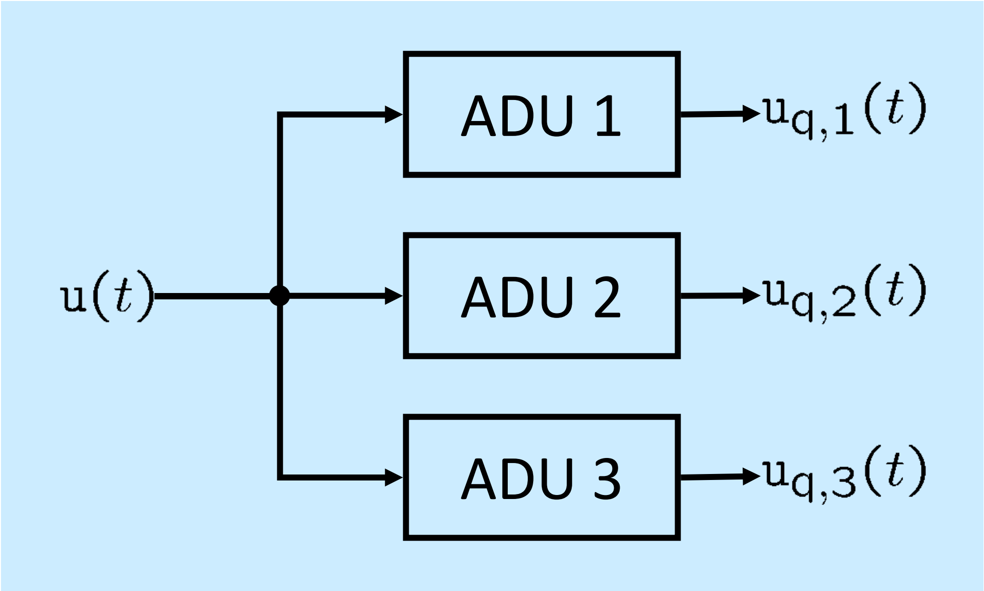
Frage 3

- Welche Eigenschaft hat ein konsistenter Schätzer?

- Konsistente Schätzer werden mit wachsendem Stichprobenumfang immer genauer / ihre Varianz geht gegen null.

Aufgabe 23: Quantisierungstechnische Kennwerte von AD-Wandlern

- unbekannte AD-Umsetzer, identifizieren der Quantisierungsparameter q_i und N_i



- Bekannt: $\mu_{\mathrm{u}},\ \mu_{\mathrm{u}_{\mathrm{q,i}}},\ \sigma_{\mathrm{u}}^2,\ \sigma_{\mathrm{u}_{\mathrm{q},i}}^2$

Aufgabe 23 a) Breite einer Quantisierungsstufe

Karlsruher Institut für Technologie

Lineares Q-Modell: $\mathrm{u_q}(t) = \mathrm{u}(t) + \mathrm{e_q}(t)$

$$\mu_{\mathrm{eq}} = 0 \qquad \sigma^2_{\mathrm{eq}} = \frac{q^2}{12}$$

$$E\left\{\mathrm{u_q^2}\right\} = E\left\{\mathrm{u}^2\right\} + E\left\{\mathrm{e_q^2}\right\}$$

$$\underbrace{\sigma^2_{\mathrm{u_q}} + \mu^2_{\mathrm{u_q}} = \sigma^2_{\mathrm{u}} + \mu^2_{\mathrm{u}}}_{\text{aus Messung/Aufgabe}} + \sigma^2_{\mathrm{eq}} + \mu^2_{\mathrm{eq}}$$

$$\Rightarrow q = \sqrt{12\left(\sigma^2_{\mathrm{u_q}} + \mu^2_{\mathrm{u_q}} - \sigma^2_{\mathrm{u}} - \mu^2_{\mathrm{u}}\right)}$$

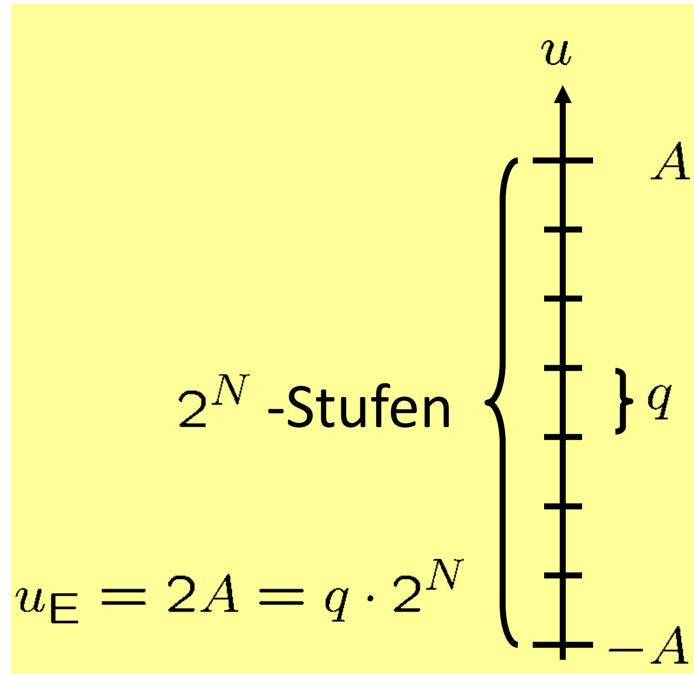
$$q_1 = 1{,}7662\,\mathrm{V}$$
$$q_2 = 0{,}3459\,\mathrm{V}$$
$$q_3 = 2{,}4576\,\mathrm{V}$$

Fragen?

Aufgabe 23 b) Anzahl an Quantisierungsstufen

- Eingangsbereich u_E gleich bei allen ADUs

$$u_\mathsf{E} = q \cdot 2^N \Rightarrow \log_2 \frac{u_\mathsf{E}}{q}$$



$$N_1 = 2{,}5\,\mathsf{Bit} \rightarrow 3\,\mathsf{Bit}$$
$$N_2 = 4{,}9\,\mathsf{Bit} \rightarrow 5\,\mathsf{Bit}$$
$$N_3 = 2\,\mathsf{Bit}$$

Fragen?

Nächste und letzte Übung:

(Vorlesungstermin)

12.02.2015, 09.45 Uhr, NTI