7. Übung Messtechnik

WS 2014/15

Organisatorisches

Theorie

Aufgaben

Allgemeine Informationen: Klausur (1)

- Termin
  - **20.03.2015. 11-13 Uhr, Anmeldeschluss: 13.03.2015 (Diplom auch Abmeldeschluss)**
  - **Hörsaalverteilung: rechtzeitig auf Homepage**
- Themen
  - **Stoff aus Vorlesung, Übung und Messtechnik Buch**
  - **Ausnahme: Buch Kapitel 5 / Dynamisches Verhalten von Messsystemen**
- Anmeldung
  - **Bachelor : POS**
  - **Diplom : blauer Prüfungszettel an Übungsleiter oder Sekretariat**

Allgemeine Informationen: Klausur (2)

- Hilfsmittel
  - **1 Fachbuch zum Thema Messtechnik (z.B. Puente, Kiencke, Messtechnik, 9. Auflage, Springer Verlag, 2012)**
  - **2 mathematische Formelsammlungen (z.B. Bronstein, Repetitorium der Mathematik, SuS Buch)**
  - **3 doppelseitig handschriftlich beschriebene DIN A4 Blätter gebunden/geheftet**
  - **Anmerkungen im Buch sind erlaubt, komplette Lösungen/Aufgaben generell nicht**
  - **1 Taschenrechner**
    - **nicht programmierbar**
    - **nicht grafikfähig**

Fragen?

Klausuraufbau

- **Klausur**
- 2 Stunden
- Etwa 66 Punkte
- 4 Aufgaben

Hinweis: Alte Klausuren mit 100 Punkten waren dreistündig.

Frage 1

- Was kann bei Einhaltung des Quantisierungstheorems aus dem quantisierten Signal fehlerfrei rekonstruiert werden?

- Die Wahrscheinlichkeitsdichte des kontinuierlichen Signals

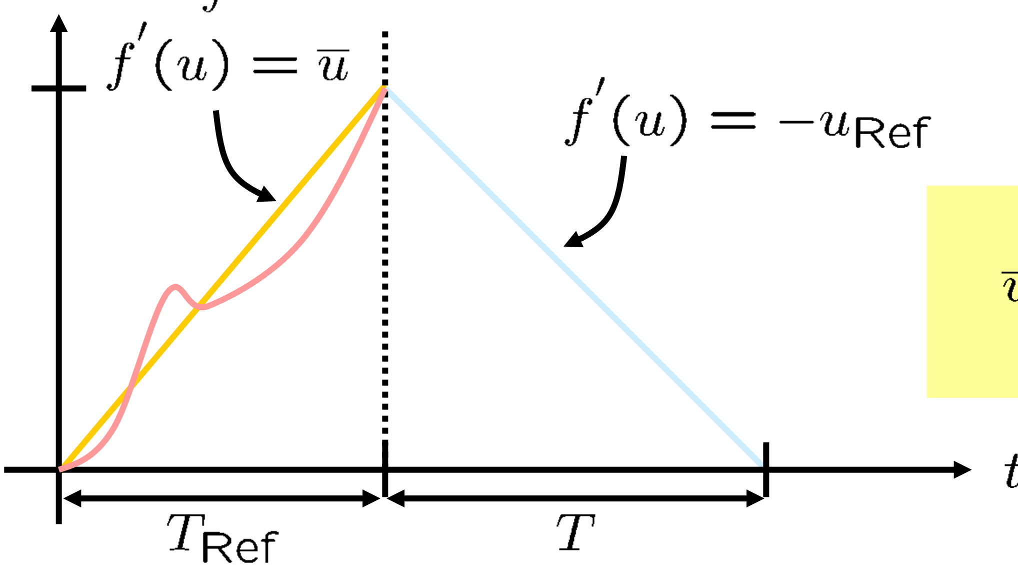
Inhalt der Übung

1. Messfehler
2. Kurvenanpassung
3. Stationäres Verhalten von Messsystemen
4. Zufällige Messfehler
5. Korrelationsmesstechnik
6. Erfassung amplituden-/frequenzanaloger Signale

Theorie: Integrierende AD-Umsetzer

- Aufladen für bekannte Zeit T_{Ref} mit unbekannter, variabler Rate (=umzusetzender Wert)
- Messen der Entladedauer T bei bekannter Entladerate $-u_{\mathrm{Ref}}$

$$f(u) = \int u(t)\mathrm{d}t$$

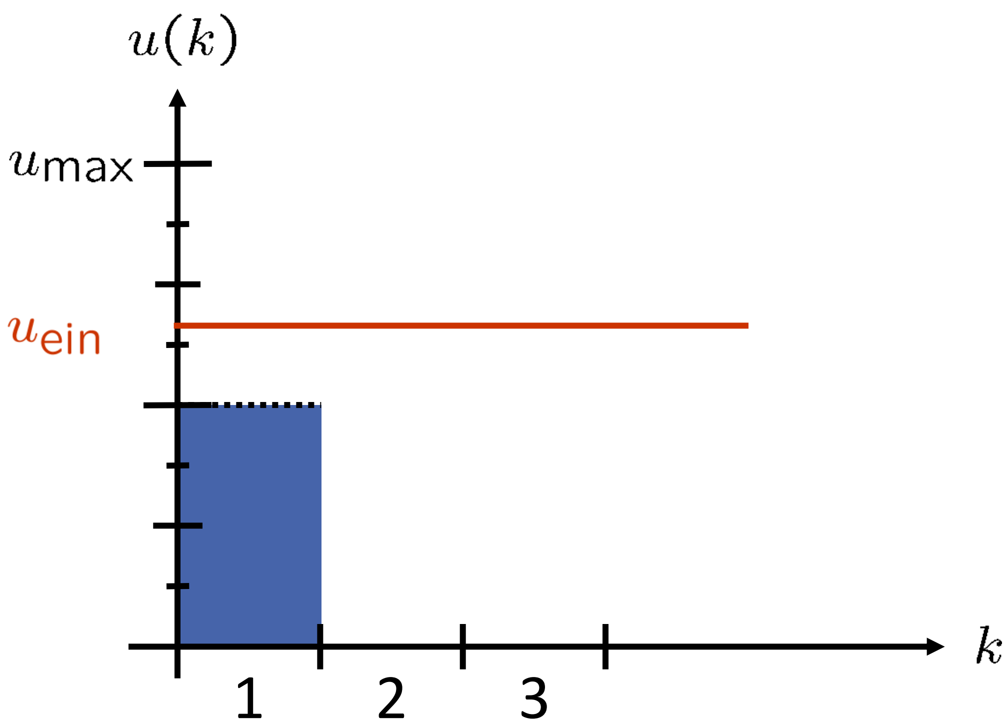


$$\overline{u} = \frac{T}{T_{\mathrm{Ref}}} u_{\mathrm{Ref}}$$

Fragen?

Theorie: ADU mit sukzessiver Approximation

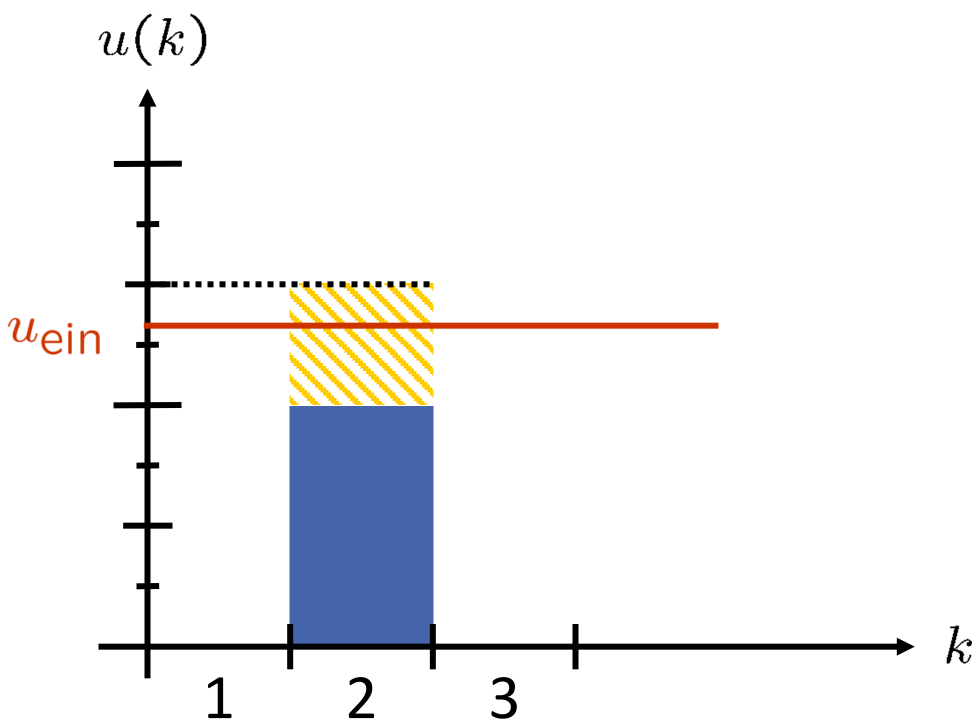
- Intervallschachtelung des umzusetzenden Wertes
  - nacheinander Bits probeweise setzen, beginnend mit MSB



k	MSB		LSB
0	X	X	X
1	1	X	X
2			
3			

Theorie: ADU mit sukzessiver Approximation

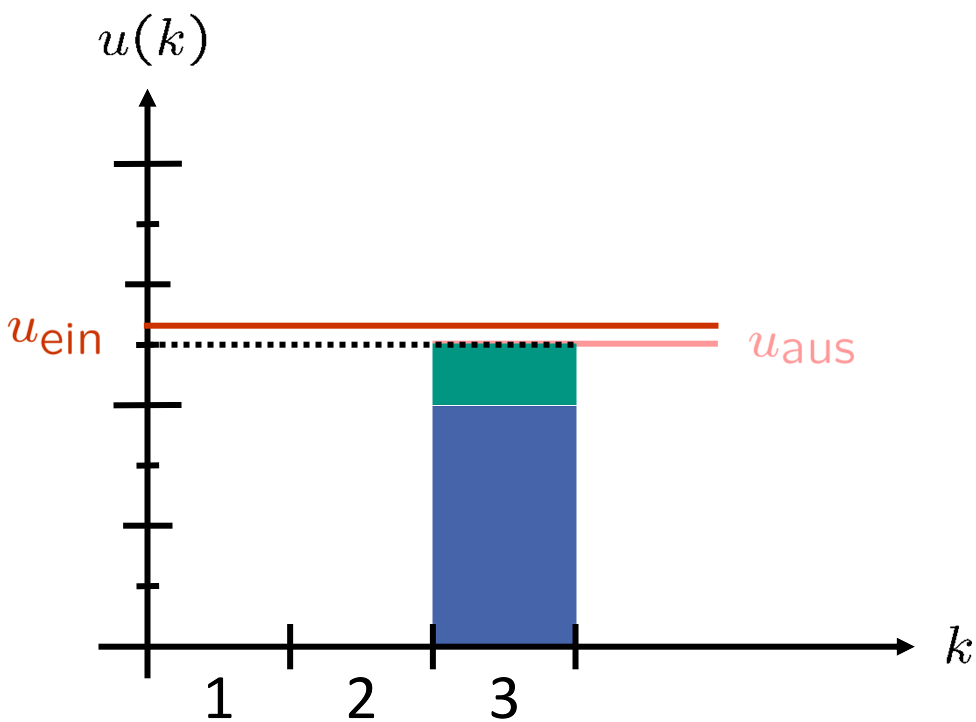
- Intervallschachtelung des umzusetzenden Wertes
  - nacheinander Bits probeweise setzen, beginnend mit MSB



k	MSB		LSB
0	X	X	X
1	1	X	X
2	1	0	X
3			

Theorie: ADU mit sukzessiver Approximation

- Intervallschachtelung des umzusetzenden Wertes
  - nacheinander Bits probeweise setzen, beginnend mit MSB

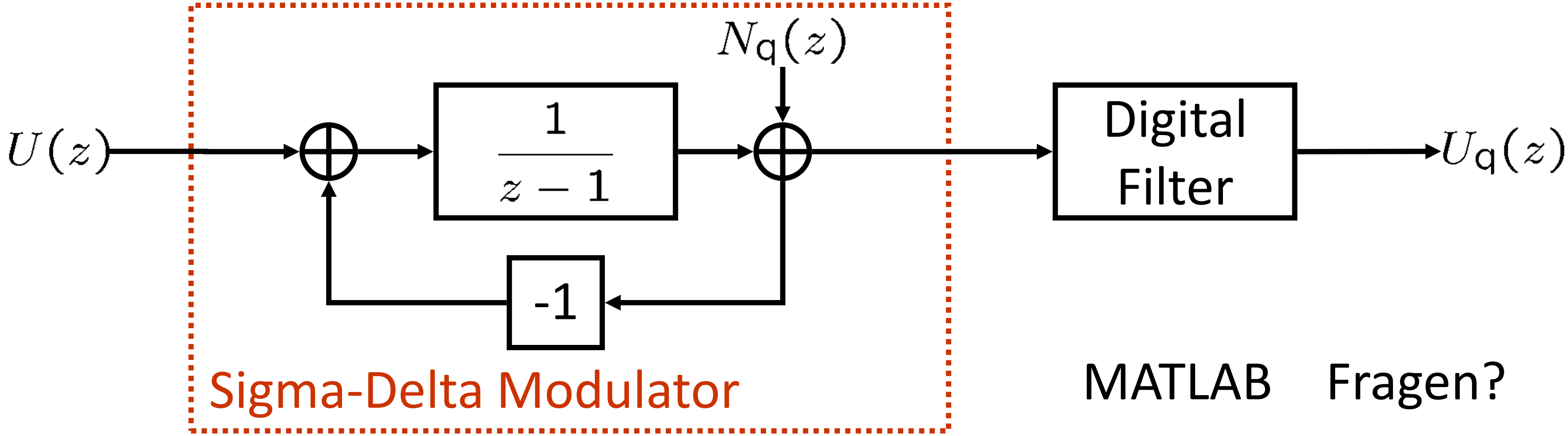


k	MSB		LSB
0	X	X	X
1	1	X	X
2	1	0	X
3	1	0	1

Fragen?

Theorie: Sigma-Delta Umsetzer

- Sigma-Delta Modulation
  - realisiert 1 Bit AD-Umsetzung mit Überabtastung
  - Noise-Shaping
- Digitalfilterung
  - entfernt Quantisierungsfehler weitgehend
  - senkt Abtastrate, erhöht Auflösung



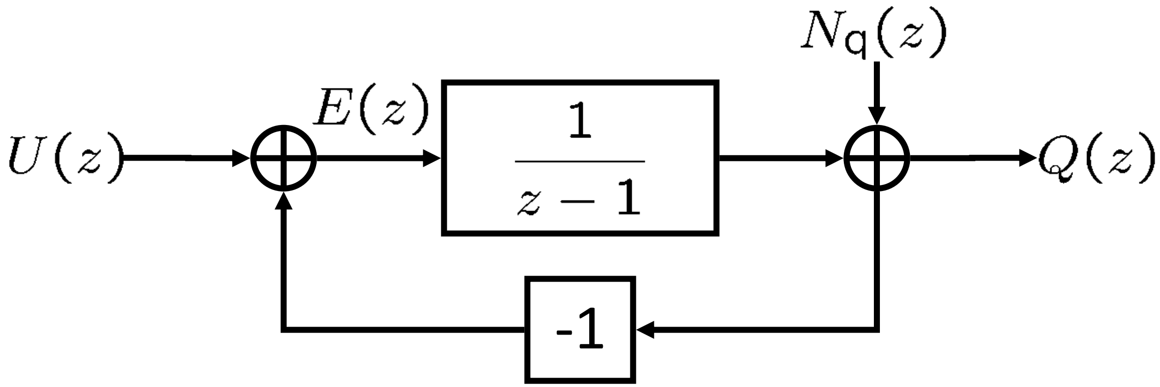
MATLAB Fragen?

Organisatorisches

Theorie

Aufgaben

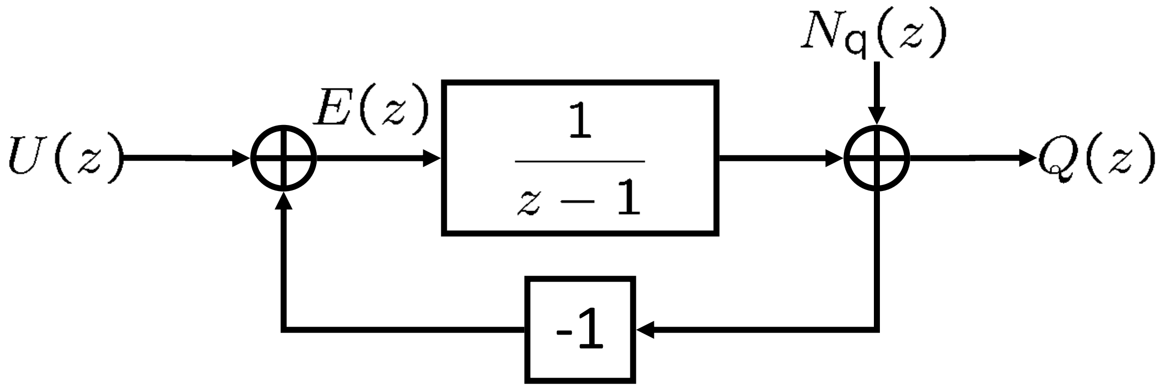
Aufgabe 24: Sigma-Delta Umsetzer



Sigma-Delta Modulator erster Ordnung

- **a)** Störübertragungsfunktion
- **b)** SNR_q bei 8 Bit Quantisierung
- **c)** Nötige Abtastfrequenz des Sigma-Delta Modulators erster Ordnung für 8 Bit
- **d)** Wie groß darf dann Abtastzeitfehler (Jitter) maximal sein?

Aufgabe 24 a) Störübertragungsfunktion

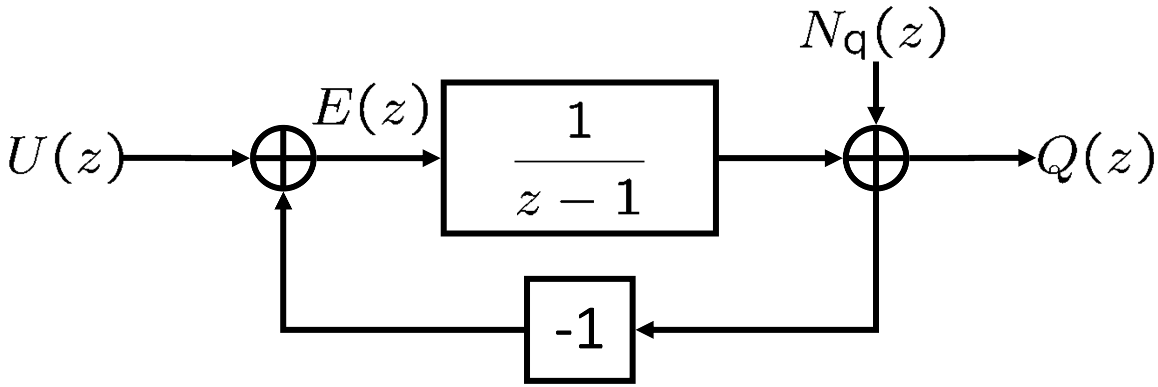


$$E(z) = U(z) - Q(z)$$

$$Q(z) = \frac{1}{z-1}E(z) + N(z)$$

$$\Rightarrow Q(Z) = \frac{1}{z-1}\left(U(z) - Q(z)\right) + N(z)$$

Aufgabe 24 a) Störübertragungsfunktion

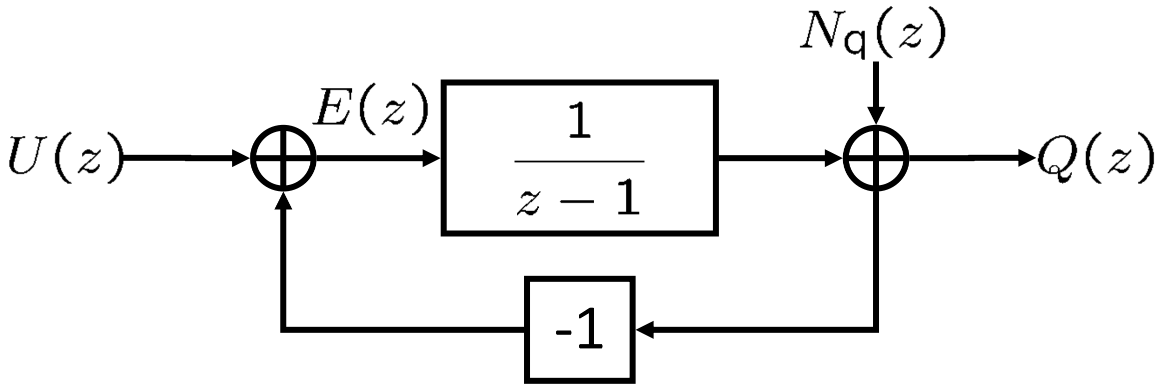


$$Q(z) = \frac{1}{z-1}\left(U(z) - Q(z)\right) + N(z)$$

$$\Rightarrow \underbrace{\left(1 + \frac{1}{z-1}\right)}_{\frac{z}{z-1}} Q(z) = \frac{1}{z-1} U(z) + N(z)$$

$$\Rightarrow Q(z) = \frac{1}{z} U(z) + \frac{z-1}{z} N(z)$$

Aufgabe 24 a) Störübertragungsfunktion



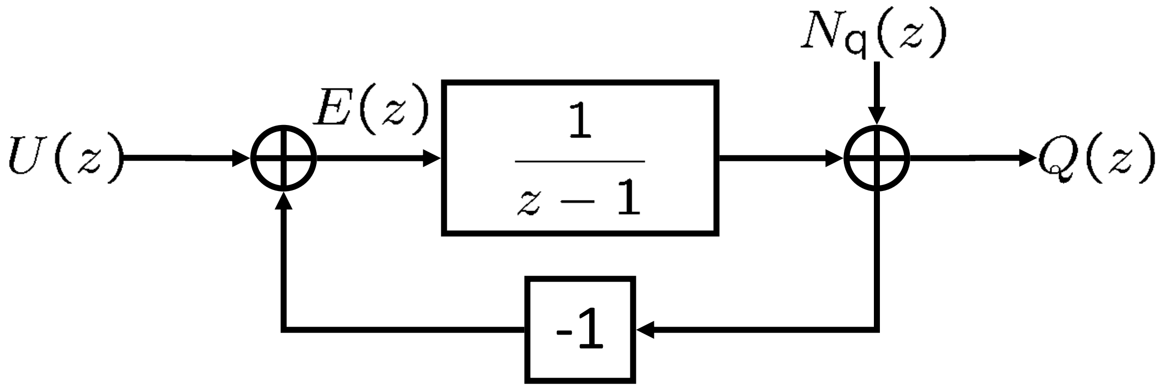
Störübertragungsfunktion

$$Q(z) = \frac{1}{z}U(z) + \frac{z-1}{z}N(z)$$

Signalübertragungsfunktion
= Zeitverzögerung

Fragen?

Aufgabe 24 a) Störübertragungsfunktion

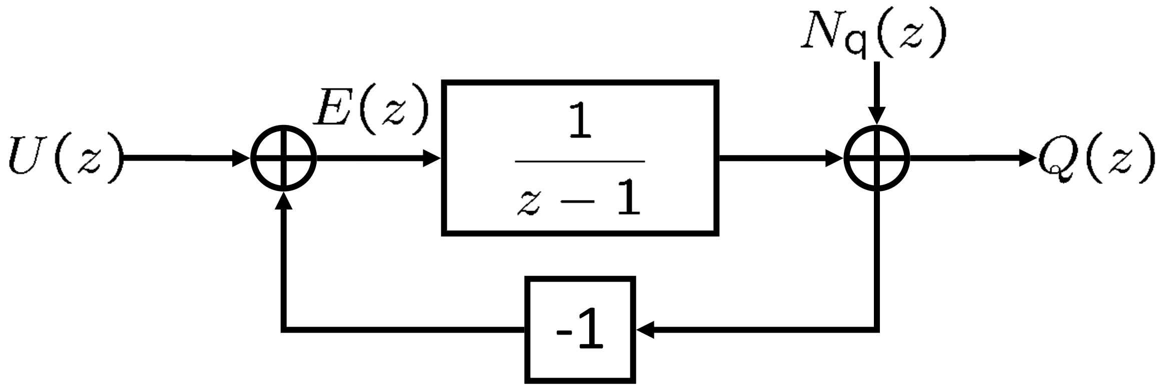


- Amplitudengang der Störübertragungsfunktion:

$$\underbrace{|G(f)| = \left|G(z = \mathrm{e}^{j2\pi f/f_\mathrm{a}})\right|}_{\text{SuS}} = \left|\frac{z-1}{z}\right|_{z=\mathrm{e}^{j2\pi f/f_\mathrm{a}}} = \left|1 - z^{-1}\right|_{z=\mathrm{e}^{j2\pi f/f_\mathrm{a}}}$$

$$= \left|1 - \mathrm{e}^{-j2\pi f/f_\mathrm{a}}\right| = \left|\mathrm{e}^{-j\pi f/f_\mathrm{a}} \underbrace{\left(\mathrm{e}^{j\pi f/f_\mathrm{a}} - \mathrm{e}^{-j\pi f/f_\mathrm{a}}\right)}_{=2j\sin(\pi f/f_\mathrm{a})}\right|$$

Aufgabe 24 a) Störübertragungsfunktion



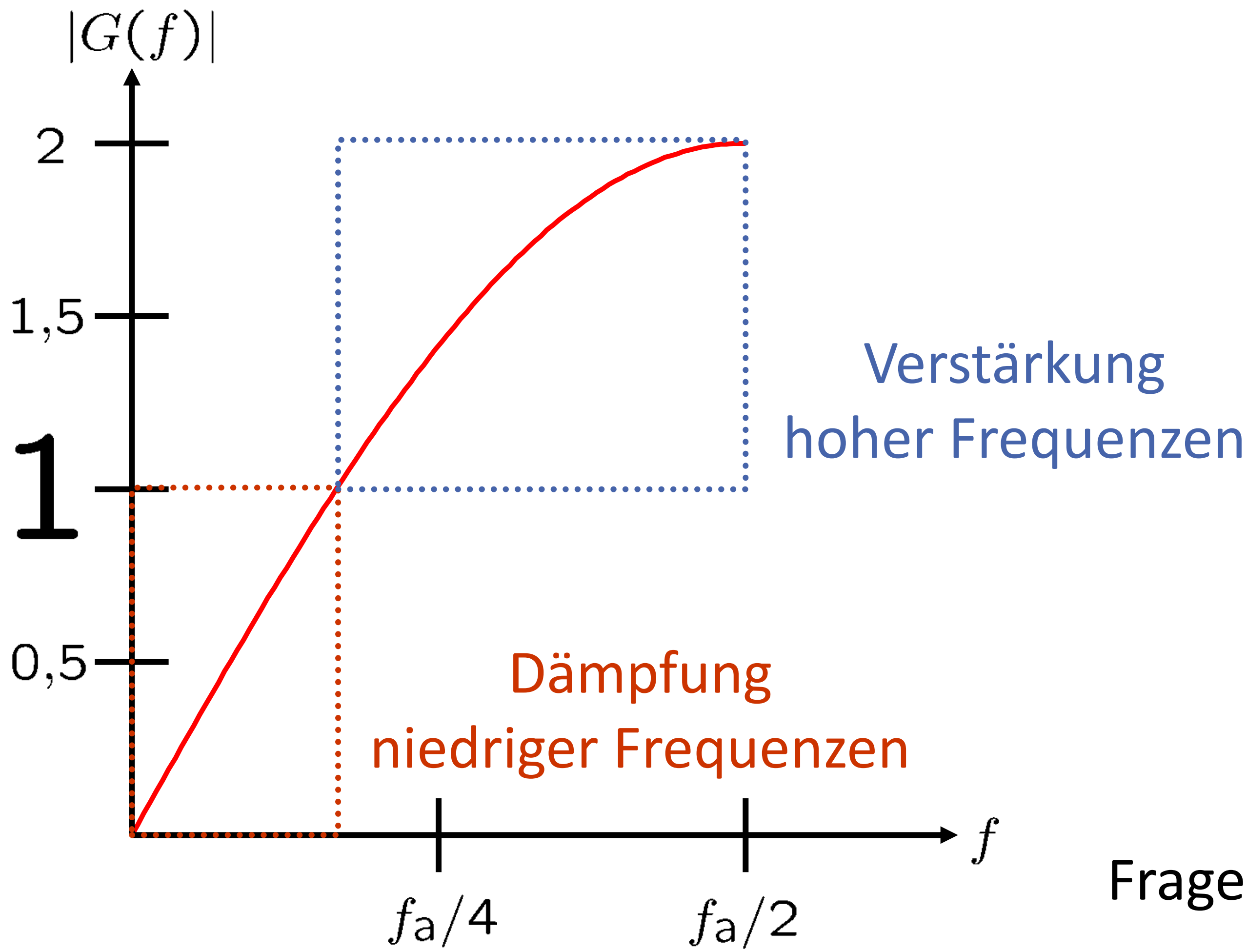
- Amplitudengang der Störübertragungsfunktion:

$$|G(f)| = \left|G(z = e^{j2\pi f/f_a})\right|$$

$$= \left|e^{-j\pi f/f_a} \cdot 2j\sin(\pi f/f_a)\right| = 2\left|\sin\left(\pi\frac{f}{f_a}\right)\right|$$

Aufgabe 24 a) Störübertragungsfunktion

- Amplitudengang: Noise-Shaping



Fragen?

Aufgabe 24 a) Störübertragungsfunktion

- Quantisierungsrauschen wird zu hohen Frequenzen verschoben
- Nutzsignal bei Überabtastung im unteren Bereich des Nyquist-Bandes konzentriert

- → leichte Trennung im Spektralbereich über TP-Filter möglich

Fragen?

Aufgabe 24 b) SNR bei 8 Bit Quantisierung

- vgl. Aufgabe 22

$$SNR_{\mathrm{q}} = 3 \cdot 2^{2N-1}$$

$$N = 8$$

$$SNR_{\mathrm{q}} = 3 \cdot 2^{15} = 98304 \approx 50\,\mathrm{dB}$$

Aufgabe 24 c) Abtastfrequenz des Modulators

- Damit 8 Bit voll ausgenutzt werden, muss Sigma-Delta Modulator mindestens nötiges SNR „bereitstellen“

$$SNR_\mathrm{q} \leq SNR_{\Sigma\Delta}$$

- Erreichbares $SNR_{\Delta\Sigma}$ laut MT-Buch

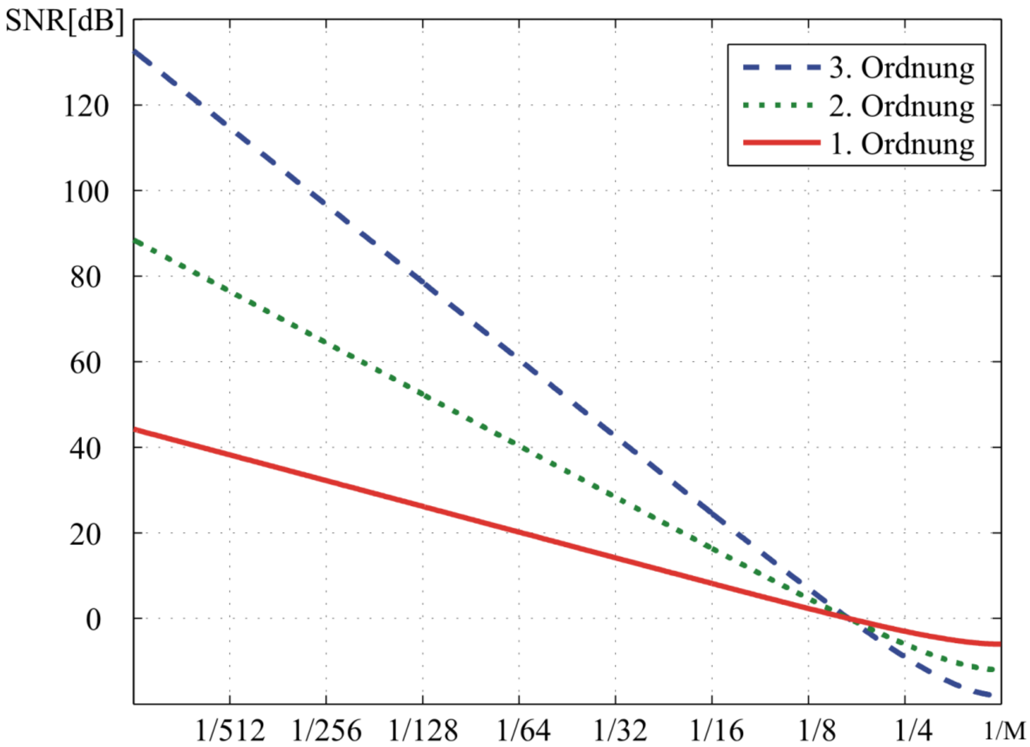
$$SNR_{\Delta\Sigma} = \frac{1}{4\sin^2\left(\pi\frac{f_\mathrm{g}}{f_\mathrm{a}}\right)}$$

$$SNR_\mathrm{q} = 3 \cdot 2^{2N-1} \leq \frac{1}{4\sin^2\left(\pi\frac{f_\mathrm{g}}{f_\mathrm{a}}\right)} = SNR_{\Sigma\Delta}$$

$$\Rightarrow f_\mathrm{a} \geq \frac{\pi f_\mathrm{g}}{\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{3 \cdot 2^{2N+1}}}\right)} \approx 3{,}94\,\mathrm{MHz}$$

Aufgabe 24 c) Abtastfrequenz des Modulators

- $M = \frac{f_\mathrm{a}}{f_\mathrm{g}} = \frac{3{,}94\,\mathrm{MHz}}{2\,\mathrm{kHz}} = 1970$



Fragen?

Aufgabe 24 d) maximal zulässiger Jitter

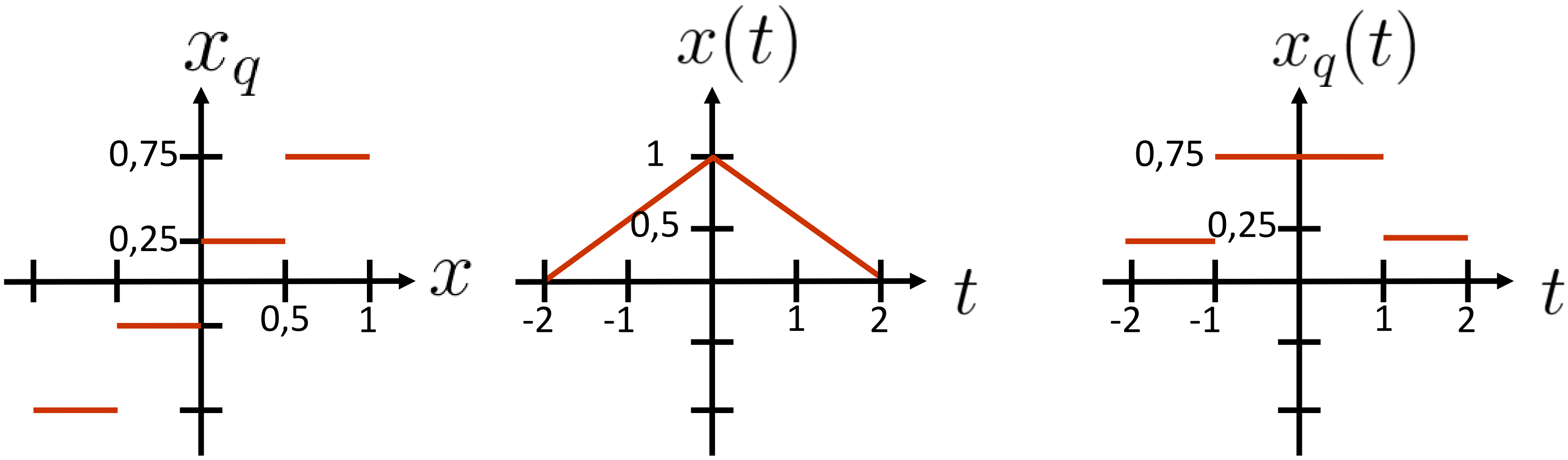
- vgl. Aufgabe 22 **b)**

$$\tau_{\text{max}} \leq \frac{1}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{2^{14}}} \approx 622\,\text{ns}$$

Fragen?

Frage 2

- Wie sieht das quantisierte Signal $x_q(t)$ aus?



Organisatorisches

Theorie

Aufgaben

Theorie: Frequenzanaloge Signale

- Oft Frequenz informationstragender Parameter
  - z.B. Dopplermessung, FM, etc.
- verschiedenartige Definitionen von Frequenz denkbar
  - Periodendauer (Rechteckpulse)
  - Nulldurchgänge pro Zeit
  - Kreisfrequenz

- Normierte Leistungsdichte $f_{\mathrm{f}}(f)$ (Frequenzverteilungsfunktion)

$$f_{\mathrm{f}}(f) = \frac{S_{\mathrm{xx}}(f)}{P_{\mathrm{x}}} \qquad P_{\mathrm{x}} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\mathrm{xx}}(f)\,\mathrm{d}f$$

  - formal als Wahrscheinlichkeitsdichte der Frequenz interpretierbar

Theorie: Frequenzbegriffe

- Mittlere Frequenz $\overline{f}$

$$\overline{f} = \mu_{\mathrm{f}} = E\left\{\mathrm{f}\right\} = \int_{-\infty}^{\infty} f \cdot f_{\mathrm{f}}(f)\mathrm{d}f$$

- Bandbreite Δ_{f}

$$\Delta_{\mathrm{f}}^2 = \sigma_{\mathrm{f}}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left(f - \overline{f}\right)^2 f_{\mathrm{f}}(f)\mathrm{d}f$$

- Effektivfrequenz f_{eff}

$$f_{\mathrm{eff}} = \sqrt{E\left\{\mathrm{f}^2\right\}} = \sqrt{\overline{f}^2 + \Delta_{\mathrm{f}}^2}$$

reelle Signale:

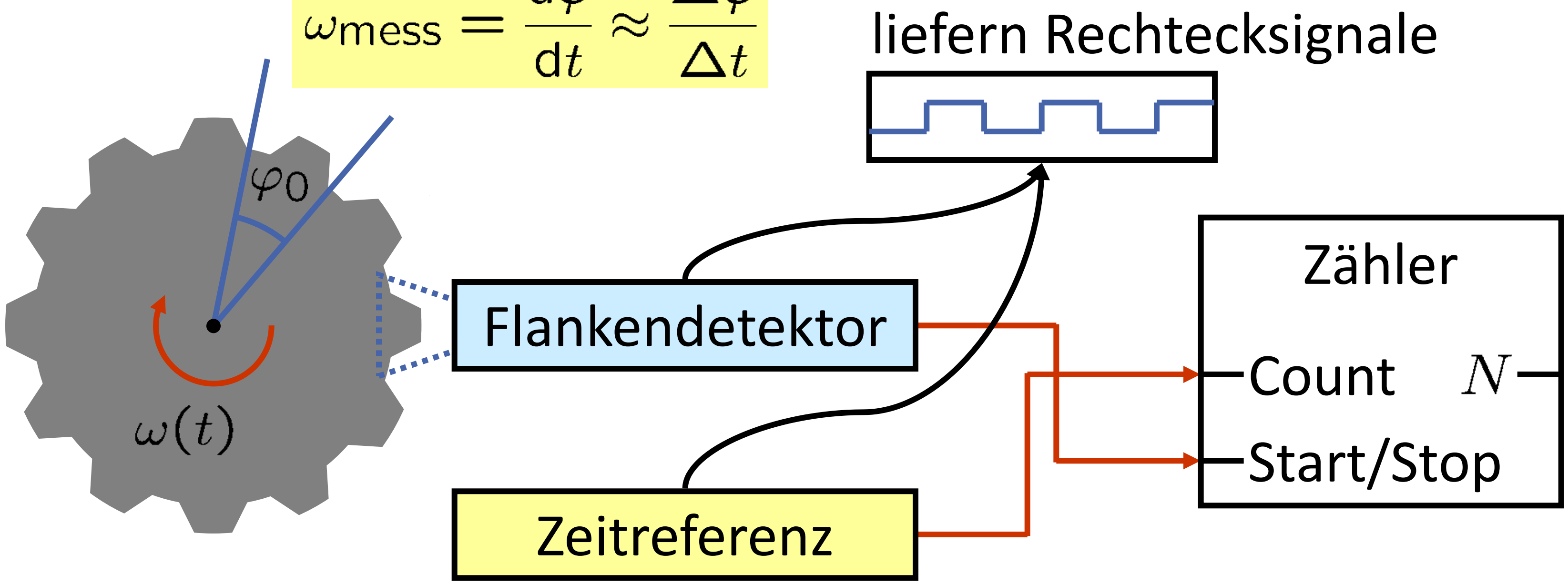
$S_{\mathrm{xx}}(f)$ bzw. $f_{\mathrm{f}}(f)$ gerade

→analytisches Signal verwenden (vgl. SuS)

Fragen?

Theorie: Digitale Drehzahlmessung

$$\omega_{\mathrm{mess}} = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} \approx \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

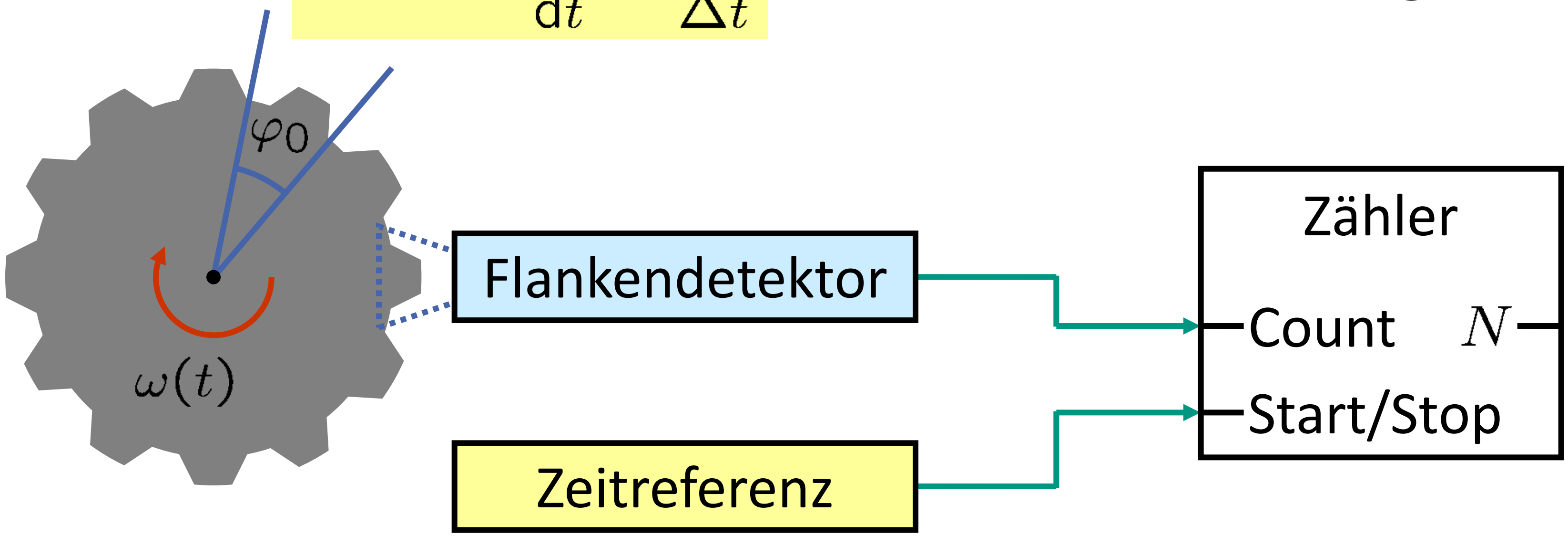


	$\Delta\varphi$	Δt	
Periodendauermessung	φ_0	$N \cdot T_0$	winkelsynchron
Frequenzzählverfahren			

Theorie: Digitale Drehzahlmessung

$$\omega_{\text{mess}} = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} \approx \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Fragen?



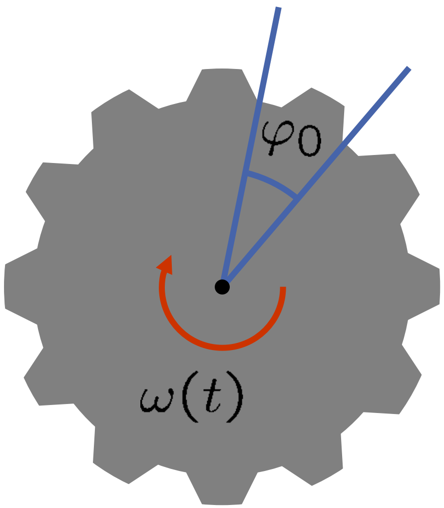
	$\Delta\varphi$	Δt	
Periodendauermessung	φ_0	$N \cdot T_0$	winkelsynchron
Frequenzzählverfahren	$N \cdot \varphi_0$	T_{Ref}	zeitsynchron

Organisatorisches

Theorie

Aufgaben

Aufgabe 25: Drehzahlmessung bei Fräsmaschinen



100 Zähne $\Rightarrow \varphi_0 = \dfrac{2\pi}{100}$

$u \in [1500, 75000]\ 1/\text{min}$

$T_{\text{Ref}} = 1\,\text{s}$

$T_0 = 1\,\mu\text{s}$

- **a)** Warum FZV statt PDM (rel. Quantisierungsfehler)?
- **b)** $N = 2500$, welcher Geschwindigkeit entspricht das?
- **c)** Auswirkung additiver harmonischer Störung?

Aufgabe 25 a) relativer Quantisierungsfehler

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

PDM $\quad \Delta\varphi_\text{q} = \Delta\varphi = \varphi_0$
$\quad |\Delta t_\text{q} - \Delta t| \leq T_0$

FZV $\quad \Delta t_\text{q} = \Delta t = T_\text{Ref}$
$\quad |\Delta\varphi_\text{q} - \Delta\varphi| \leq \varphi_0$

$$F_\text{r} = \frac{|\omega - \omega_\text{q}|}{\omega} = \frac{\left|\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} - \frac{\Delta\varphi_\text{q}}{\Delta t_\text{q}}\right|}{\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}} = \frac{|\Delta\varphi\Delta t_\text{q} - \Delta\varphi_\text{q}\Delta t|}{\Delta\varphi\Delta t_\text{q}}$$

$$F_\text{r,PDM} = \frac{|\Delta t_\text{q} - \Delta t|}{\Delta t_\text{q}} \leq \frac{T_0}{\Delta t_\text{q}} = \frac{T_0}{\varphi_0} \cdot \omega_\text{q}$$

wächst mit steigender Drehzahl

$$F_\text{r,FZV} = \frac{|\Delta\varphi_\text{q} - \Delta\varphi|}{\Delta\varphi} \leq \frac{\varphi_0}{\Delta\varphi} = \frac{\varphi_0}{T_\text{Ref}} \cdot \frac{1}{\omega_\text{q}}$$

sinkt mit steigender Drehzahl

Aufgabe 25 a) relativer Quantisierungsfehler

- relativer Fehler am Messanfang

$$u = 1500\,1/\mathrm{min} \Rightarrow f = 25\,\mathrm{Hz} \qquad \omega = 2\pi f$$

$$\varphi_0 = \frac{2\pi}{100} \qquad T_{\mathrm{Ref}} = 1\,\mathrm{s} \qquad T_0 = 1\,\mu\mathrm{s}$$

$$F_{\mathrm{r,PDM,max}} = \frac{T_0}{\varphi_0} \cdot \omega = \frac{10^{-6} \cdot 2\pi 25 \cdot 100}{2\pi} = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$$

$$F_{\mathrm{r,FZV,max}} = \frac{\varphi_0}{T_{\mathrm{Ref}}} \cdot \frac{1}{\omega} = \frac{2\pi}{100 \cdot 1 \cdot 2\pi 25} = 0{,}4 \cdot 10^{-3}$$

Für PDM steigt relativer Fehler weiter mit Frequenz, für FZV sinkt er
→ FZV hier überlegen

Aufgabe 25 b) + c)

- **b)** Gemessene Drehzahl aus Zählerstand

$$\omega_\mathrm{q} = \frac{\varphi_\mathrm{q}}{T_\mathrm{q}} = \frac{N\varphi_0}{T_\mathrm{ref}} \approx 157\,\mathrm{Hz} \hat{=} 9424{,}8\,\mathrm{min}^{-1}$$

- **c)** Fehlerhafte Lagerung → harmonische Schwingung der Drehzahl überlagert

$$\Rightarrow \omega(t) = \overline{\omega} + \Delta\omega \sin\left(2\pi f_\mathrm{S} t + \phi\right)$$

  - FZV: mittelt Drehzahl über eine Beobachtungsdauer

$$\omega_\mathrm{mess} = \frac{1}{T_\mathrm{ref}} \cdot \int\limits_{t-\frac{T_\mathrm{ref}}{2}}^{t+\frac{T_\mathrm{ref}}{2}} \omega(t)\mathrm{d}t$$

Aufgabe 25 c) Fehlerhafte Lagerung

$$\omega_{\text{mess}} = \frac{1}{T_{\text{ref}}} \cdot \int_{t-\frac{T_{\text{ref}}}{2}}^{t+\frac{T_{\text{ref}}}{2}} \omega(t)\mathrm{d}t$$

$$= \frac{1}{T_{\text{ref}}} \cdot \int_{t-\frac{T_{\text{ref}}}{2}}^{t+\frac{T_{\text{ref}}}{2}} \overline{\omega} + \Delta\omega \sin\left(2\pi f_{\text{s}} t + \phi\right)\mathrm{d}t$$

$$= \overline{\omega} + \Delta\omega \sin\left(2\pi f_{\text{s}} t + \phi\right) \cdot \underbrace{\text{si}\left(\pi f_{\text{s}} T_{\text{Ref}}\right)}_{\text{Betrag } \leq 1 \;\rightarrow \text{Dämpfung der Störung}}$$

- Kein Aliasing wenn $f_{\text{s}} \leq \dfrac{1}{2T_{\text{Ref}}}$
- Aber: $T_{\text{Ref}} \rightarrow \infty \Rightarrow \text{si}\left(\pi f_{\text{s}} T_{\text{Ref}}\right) \rightarrow 0$

Fragen?

Frage 3

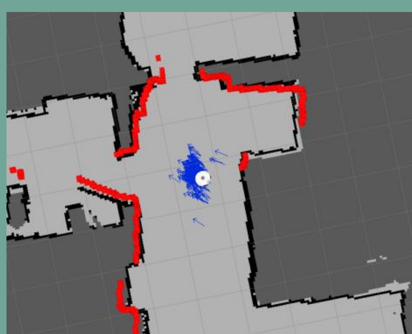
- Wie kann ein kausales Wiener Filter erzeugt werden?

- Nullsetzen der Impulsantwort für $t<0$

Abschlussarbeiten:
Mobile Umfelderkennung

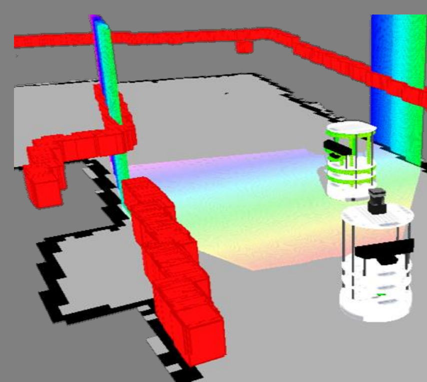
Datenaufnahme durch Sensorträger

Informationsfusion und Verfolgung



Mehr Infos auf Homepage und bei mir

Umfelderkennung



Viel Erfolg beim Lernen!

Fragestunde am 17.3. um 10 Uhr
im Seminarraum des IIIT
(Westhochschule)

Fragen vorab bitte an
pallauf@kit.edu