Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Technik der Informationsverarbeitung

Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. J. Becker

becker@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (**KIT**)

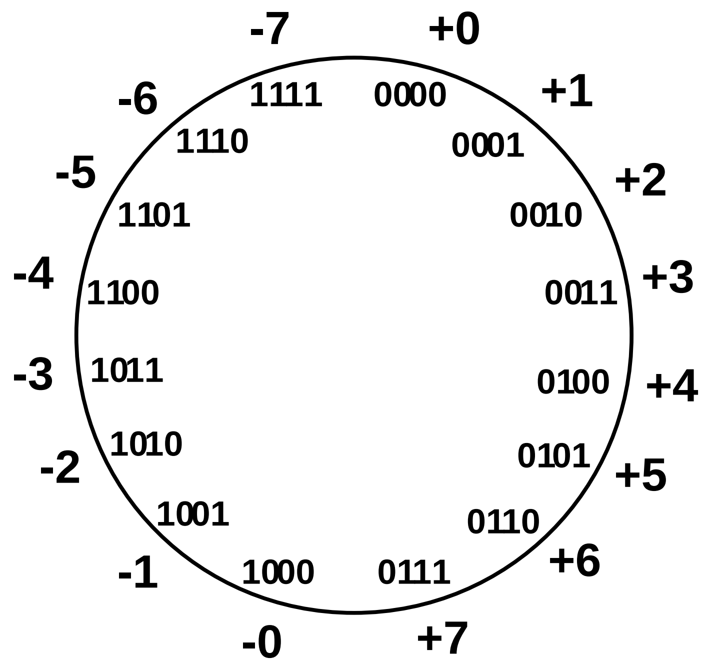
Institut für Technik der Informationsverarbeitung (ITIV)

Digitaltechnik

Zahlendarstellung und Komplement

Zahlendarstellung

Betrags- und Vorzeichendarstellung



+

0 100 = + 4

1 100 = - 4

-

- Höchstes Bit ist **Vorzeichen**: **0 = positiv** (oder NULL), **1 = negativ**
- Die restlichen Bits der **Betrag**: 0 (000) bis 7 (111)
- Zahlenbereich für n Bits = +/- 2
- Darstellung der Null: 0000 und 1000

Zahlendarstellung

Karlsruhe Institute of Technology

<u>Schwierigkeiten</u> bei Betrags- und Vorzeichendarstellung:

- Schwerfällige Addition/Subtraktion
- Vergleich der Beträge nötig zur Bestimmung des Vorzeichens vom Ergebnis

Abhilfe durch 1er Komplement

- N ist positive Zahl, dann ist $\overline{N}$ zugehöriges negatives 1er Komplement

$$\overline{N} = (2^n - 1) - N$$

<u>Bsp.:</u> 1er Komplement von 7

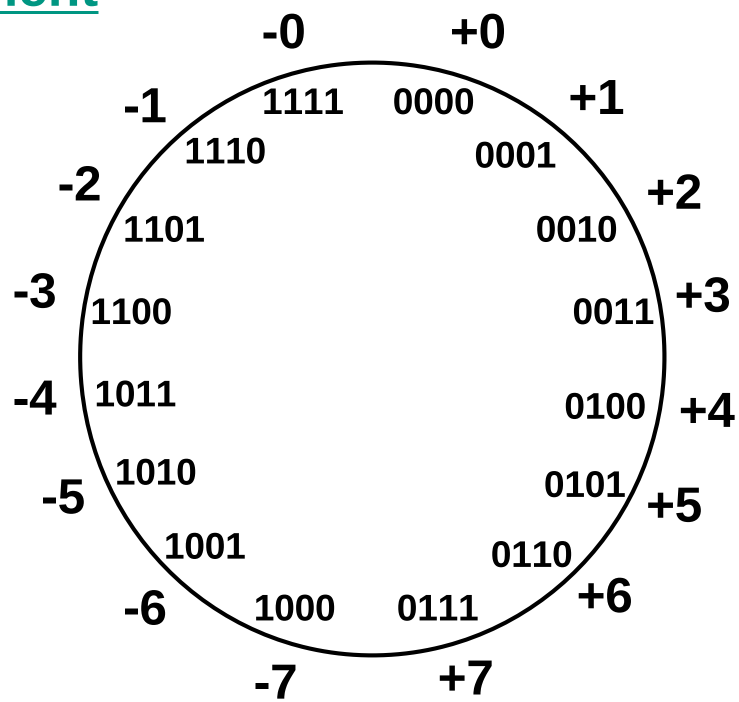
$$\begin{array}{rcr} 2^4 & = & 10000 \\ -1 & = & \underline{00001} \\ & & 1111 \\ -7 & = & \underline{0111} \\ & & 1000 \end{array} = -7 \text{ in 1er Komp.}$$

- **<u>Schnelle Methode</u>**:
  - Komplement einfach **bitweises** berechnen:

    0111 → 1000

Zahlendarstellung

1er Komplement



+

0 100 = + 4

1 011 = - 4

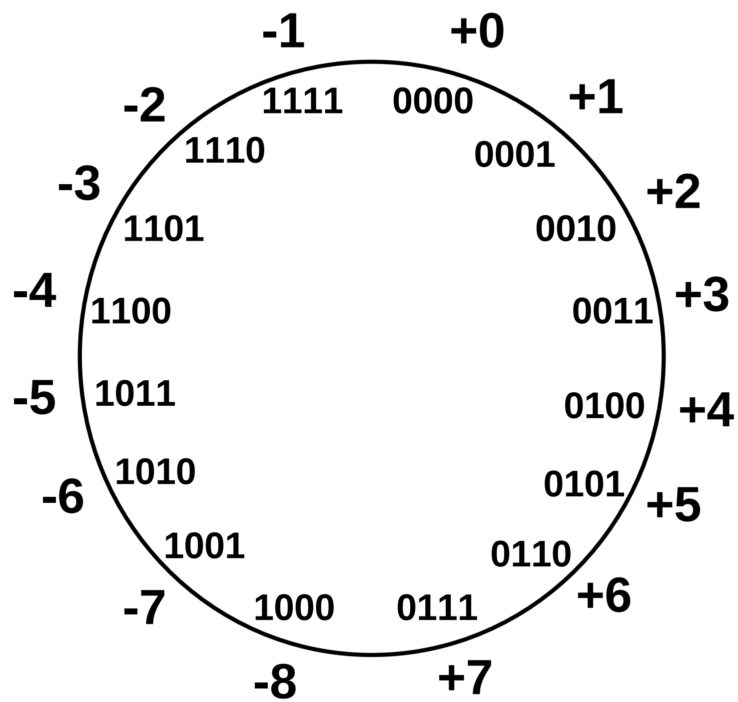
-

- Subtraktion realisiert durch Addition und 1er Komplement
- **Zwei** Darstellungen der **Null**: Macht Probleme !!!
- **Addition ist nicht einfach** durchzuführen !!!

Zahlendarstellung

2er Komplement (K2)

wie 1er Kompl., zusätzlich jedoch um eine Position im Gegenuhr-zeigersinn verschoben



+

0 100 = + 4

1 100 = - 4

-

- Nur eine Darstellung der Null
- Eine negative Zahl mehr als positive

Zahlendarstellung

2er Komplement (K2) Zahlen

$N^* = 2^n - N$

Bsp.: 2er Komplement von 7

$$\begin{array}{lrcr} & 2^4 & = & 10000 \\ \text{sub} & 7 & = & \underline{\ 0111\ } \\ & & & 1001 \end{array}$$

1001 = -7 im 2er Kompl.

Bsp.: 2er Komplement von -7

$$\begin{array}{lrcr} & 2^4 & = & 10000 \\ \text{sub} & -7 & = & \underline{\ 1001\ } \\ & & & 0111 \end{array}$$

0111 = 7 im 2er Kompl.

- **Schnelle Methode:**
  - **2er Komplement = Bitweises Komplement + 1**

    0111 → 1000 + 1 → 1001 (Darstellung von -7)

    1001 → 0110 + 1 → 0111 (Darstellung von 7)

Zahlendarstellung

Addition und Subtraktion

- **Vorzeichen und Betrag**

Ergebnisvorzeichenbit entspricht den Vorzeichenbits der Operanden

4	0100	-4	1100
+ 3	0011	+ (-3)	1011
7	0111	-7	1111

Unterscheiden sich die Vorzeichen, hängt das Ergebnis von den Beträgen der Operanden ab

4	0100	-4	1100
- 3	1011	+ 3	0011
1	0001	-1	1001

Zahlendarstellung

Addition und Subtraktion von binären Zahlen

- **2er Komplement Berechnungen**

Wenn **Carry-in = Carry-out**
dann ignoriere Carry!

4	0100	-4	1100
+ 3	0011	+ (-3)	1101
7	0111	-7	11001

Wenn **Carry-in ≠ Carry-out**
dann Überlauf!

4	0100	-4	1100
- 3	1101	+ 3	0011
1	10001	-1	1111

- Einfaches Vorgehen bei der Addition macht die **2er-Komplement-Darstellung** **zur ersten Wahl** für Integer-Berechnung **in digitalen Systemen**

Zahlendarstellung

Karlsruhe Institute of Technology

Addition und Subtraktion von binären Zahlen im 2er Komplement

- **Warum kann Carry-Out ignoriert werden?**
  - -M + N wenn N > M:

    $$M^* + N = (2^n - M) + N = 2^n + (N - M)$$

    Ignorieren des Carry-out ist wie Subtraktion von 2^n

  - -M + -N wobei N + M < oder = 2^{n-1}

    $$-M + -N = M^* + N^* = (2^n - M) + (2^n - N)$$

    $$= 2^n - (M + N) + 2^n$$

  - Nach dem Ignorieren des Carry die richtige K2-Darstellung für -(M + N)!

Zahlendarstellung

Überlauf Bedingungen:

	0 1 1 1
5	0 1 0 1
3	0 0 1 1
-8	1 0 0 0

Überlauf

	1 0 0 0
-7	1 0 0 1
-2	1 1 1 0
7	1 0 1 1 1

Überlauf

	0 0 0 0
5	0 1 0 1
2	0 0 1 0
7	0 1 1 1

Kein Überlauf

	1 1 1 1
-3	1 1 0 1
-5	1 0 1 1
-8	1 1 0 0 0

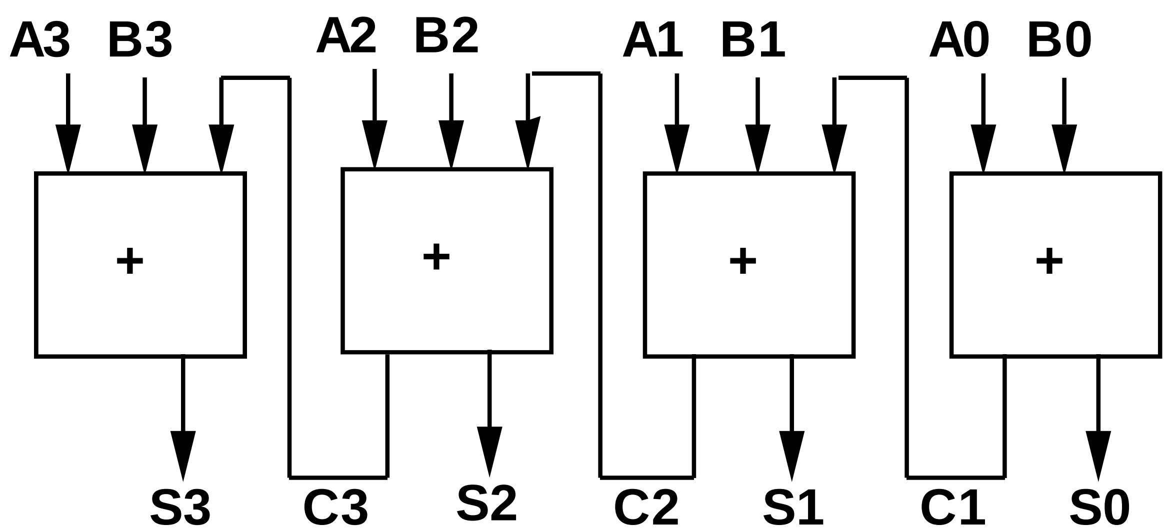
Kein Überlauf

Überlauf, wenn Carry-In ≠ Carry-Out!!!

Schaltungen für binäre Addition

Voll-Addierer:

- Geschachtelter Multi-bit Addierer



- **Allgemein:** **Addition von mehr als zwei Bits notwendig**
  → Volladdierer wird benötigt