

**Digitaltechnik**

SS 2011

Institut für Technik der Informationsverarbeitung, KIT

**Klausur**

Do., 01.09.2011

Lösungsblätter

**Hinweise zur Klausur****Hilfsmittel**

Als Hilfsmittel zur Prüfung sind vier Seiten vorgegebene und **ein DIN A4 Blatt** selbst geschriebene Formelsammlung zugelassen. Nicht erlaubt hingegen sind die Verwendung eines Taschenrechners, zusätzliche Unterlagen sowie mündliche Kommunikation mit anderen Personen.

**Prüfungsdauer**

Die Prüfungsdauer beträgt für die Klausur 120 Minuten.

**Prüfungsunterlagen**

Die Prüfungsunterlagen bestehen aus insgesamt 26 Seiten Aufgabenblättern (einschließlich diesem Titelblatt und zwei zusätzlichen Lösungsblättern). Weiterhin sind 4 zusätzliche Seiten Formelsammlung enthalten.

**Bitte überprüfen Sie vor der Bearbeitung der Aufgaben auf jeder Seite oben Ihren vordruckten Namen und ihre Matrikelnummer.**

Bei Bedarf erhalten Sie zusätzliche Lösungsblätter. Auf jedes zusätzliche Lösungsblatt ist neben dem Namen auch die Aufgabennummer mit einzutragen. Bitte vermeiden Sie das Beschreiben der Rückseiten.

Am Ende der Prüfung sind die 26 Seiten Aufgaben- und Lösungsblätter und alle verwendeten zusätzlichen Lösungsblätter abzugeben.

Verwenden Sie zum Bearbeiten der Aufgaben lediglich dotierte Schreibgeräte – keinen Bleistift sowie Rotstifte!

Aufgabe 1	Allgemeines	6	~11%
Aufgabe 2	Mengen, Relationen und Graphen	4	~13%
Aufgabe 3	Codierung, Information und Parität	7	~15%
Aufgabe 4	Zahlendarstellung und Konvertierung	11	~9%
Aufgabe 5	Boolesche Algebra und Schaltnetze	13	~11%
Aufgabe 6	Automaten und Schaltwerke	16	~13%
Aufgabe 7	Minimierung	20	~15%
Aufgabe 8	CMOS-Schaltnetze	23	~13%
		$\Sigma$	



## Aufgabe 1 Allgemeines

### Aufgabe 1.1 Hammingdistanz, Fehlererkennung und -korrektur

- A) Was gibt die Hammingdistanz zwischen zwei gleichlangen Codewörtern an?

Die Hammingdistanz zwischen zwei gleichlangen Codewörtern gibt die Anzahl der unterschiedlichen Binärstellen an.

- B) Welche Hammingdistanz ist zwischen allen Codewörtern eines Codes mindestens nötig, um folgende Eigenschaften zu erreichen:

Korrektur von bis zu 3 Fehlern:  $HD_{\min} = FK * 2 + 1 = 7 \text{ Bit}$

Erkennung von bis zu 2 Fehlern:  $HD_{\min} = FE + 1 = 3 \text{ Bit}$

- C) Welche Vorteile bietet die Blocksicherung gegenüber der einfachen Paritätssicherung?

Die einfache Paritätssicherung kann nur zur Fehlererkennung, verwendet werden. Mit der Blocksicherung lassen sich Einzelfehler korrigieren und Bündelfehler erkennen.

### Aufgabe 1.2 Schaltglieder

- A) Was ist im Allgemeinen ein Basissystem der Schaltalgebra? Was lässt sich damit realisieren?

Ein Basissystem ist eine Menge an Operationen mit der sich alle Schaltfunktionen eindeutig darstellen und realisieren lassen.

- B) Welche Basissysteme der Schaltalgebra kennen Sie? Geben Sie mindestens zwei Basissysteme an.

UND + ODER + NICHT / UND + NICHT / ODER + NICHT / NAND / NOR

### Aufgabe 1.3 De Morgan

- A) Formen Sie die Schaltfunktion  $y = f(a, b, c, d, f, g)$  so um, dass nur noch UND- und NICHT-Operatoren verwendet werden.

$$\begin{aligned}
 y &= \overline{(a \vee b) \vee (c \vee d) \vee (e \vee f) \vee g} \\
 &= \overline{(\overline{a \vee b}) \& (\overline{c \vee d}) \& (\overline{e \vee f}) \& \overline{g}} \\
 &= \overline{(\overline{a} \& \overline{b}) \& (\overline{c} \& \overline{d}) \& (\overline{e} \& \overline{f}) \& g}
 \end{aligned}$$

### Aufgabe 1.4 Verschiedenes

- A) Warum müssen die pull-up- und pull-down-Netze in der CMOS-Technik komplementär zueinander sein?

*Da sonst Kurzschlüsse oder undefinierte Zustände entstehen.*

---



---

- B) Wie nennt man H? Was gibt H an und in welcher Einheit?

$$H = \sum_{i=0}^N p(i) \cdot \text{ld} \frac{1}{p(i)}$$

*H ist die Entropie der Quelle.*

---

*Sie gibt den durchschnittlichen Informationsgehalt einer Quelle in Bit an.*

---

- C) Erläutern Sie den Unterschied zwischen den PAL- bzw. PLA-Bausteinen und geben Sie die Eigenschaften beider Bausteintypen an?

*PAL: hier ist lediglich die konjunktive Matrix variabel*

---

*PLA: beide Matrizen sind variabel*

---



## Aufgabe 2 Mengen, Relationen und Graphen

### Aufgabe 2.1 Isomorphe Graphen

Das Blockschaltbild eines digitalen Systems mit den Baugruppen B1 bis B6 und den dazugehörigen Verbindungen zwischen den Baugruppen ist in Abbildung 2-1 gegeben.

- A) Um die Platzierung der Baugruppen auf der Platine zu optimieren, soll das Schaltbild in einen ungerichteten Graphen abgebildet werden. Die Baugruppen B1 bis B6 werden auf die Knoten 1 bis 6 abgebildet, die Verbindungen zwischen den Baugruppen sollen die Kanten des Graphen bilden. Die Eingangs- und Ausgangsvariablen sollen hierbei unberücksichtigt bleiben. Vervollständigen Sie dazu den Graphen G in Abbildung 2-2.

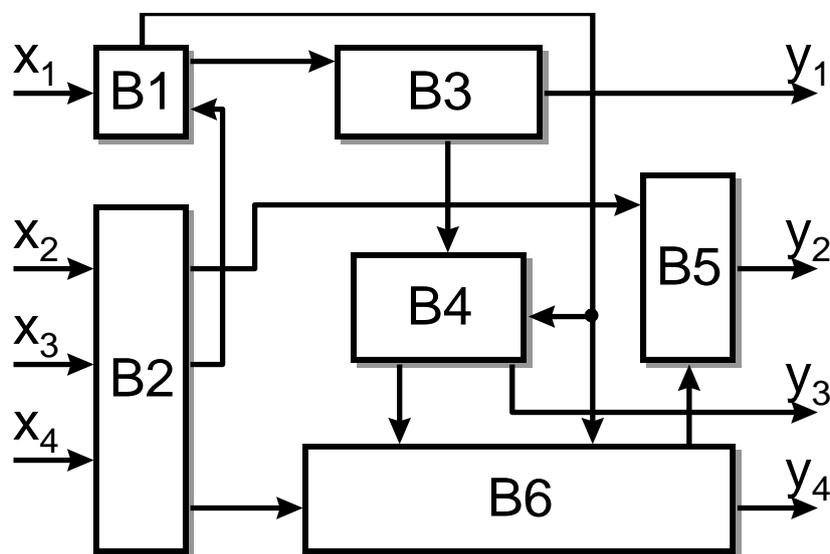


Abbildung 2-1: Blockschaltbild

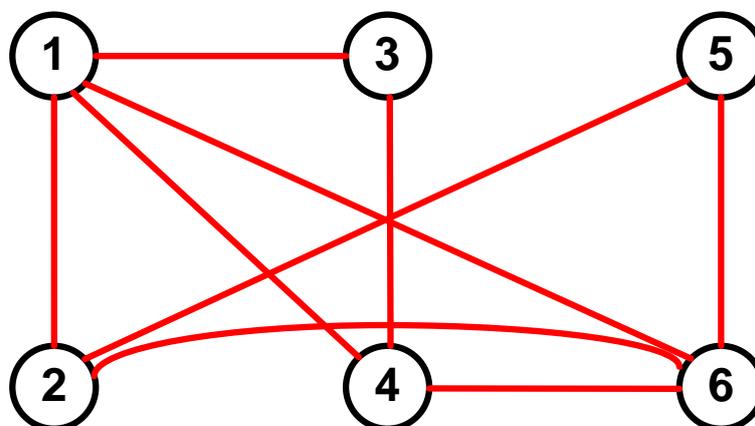


Abbildung 2-2: Graph G

- B) Um die Anzahl der benötigten Verdrahtungsebenen zu minimieren soll der Graph G nun in einen isomorphen planaren Graphen H umgeformt werden. Geben Sie den planaren Graphen H in Abbildung 2-3 an. Die schwarze Umrandung stellt die Grenze der Platine dar und darf nicht überquert werden.

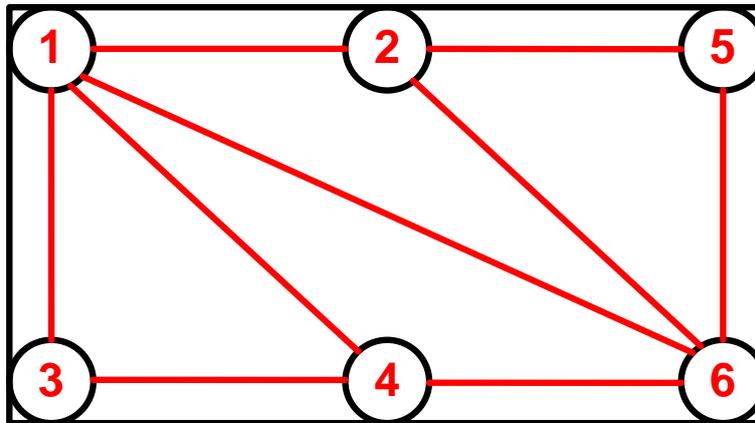


Abbildung 2-3: Graph H

## Aufgabe 2.2 Relationen

Durch die in Tabelle 2-1 dargestellte Matrix sei die Relation  $Y \alpha Z$  definiert.

YZ	a	b	c	d	e	F	g	h
a	X			X				
b	X	X	X	X	X	X	X	X
c			X					
d				X				
e			X		X		X	X
f				X		X		
g							X	
h			X					X

Tabelle 2-1: Relation

- A) Welche Eigenschaften weist die Relation  $Y \alpha Z$  auf? Begründen Sie ihre Antworten?

*Reflexiv: Hauptdiagonale vollständig besetzt.*

*Transitiv: Es gilt z.B.  $e \alpha h$  und  $h \alpha c \Rightarrow e \alpha c$  (für alle Elemente erfüllt).*

*Antisymmetrisch: Wenn  $a \alpha b$  und  $b \alpha a \Rightarrow a=b$ . ODER keine Spiegelungen an der Hauptdiagonalen*

- B) Um welchen speziellen Typ von Relation handelt es sich? Begründen Sie ihre Antwort?

*Reflexiv, Transitiv, Antisymmetrisch => Ordnungsrelation*

---



---

### Aufgabe 2.3 Mengen

Für die folgenden Teilaufgaben seien drei Mengen  $A$ ,  $B$  und  $C$  gegeben:

$$A = \{ 1, c, 3, b, 4, f, 7 \}$$

$$B = \{ 2, 4, a, b \}$$

$$C = \{ 1, 4, f \}$$

- A) Geben Sie die Kardinalitäten der drei Mengen in korrekter Notation an.

*$|A|=7, |B|=4, |C|=3$*

---

- B) Ist eine der Mengen eine echte Untermenge einer der anderen Mengen? Falls ja, geben Sie dies in der korrekten Notation an.

*$C \subset A$*

---

- C) Geben Sie die Potenzmenge  $P(C)$  der Menge  $C$  an.

*$P(C) = \{ \{ \}, \{ 1 \}, \{ 4 \}, \{ f \}, \{ 1, 4 \}, \{ 4, f \}, \{ 1, f \}, \{ 1, 4, f \} \}$*

---



---

- D) Geben Sie die Vereinigung und den Durchschnitt der Mengen  $A$  und  $B$  an.

*Vereinigung:  $A \cup B = \{ 1, 2, 3, 4, 7, a, b, c, f \}$*

---

*Durchschnitt:  $A \cap B = \{ 4, b \}$*

---

- E) Geben Sie das Komplement  $C$  bezüglich  $A$  in korrekter Notation an.

*$C_A(C) = \{ c, 3, b, 7 \}$*

---



---



## Aufgabe 3 Codierung, Information und Parität

### Aufgabe 3.1 Optimale Codierung

Zur komprimierten Speicherung von Bilddateien soll der folgende Algorithmus angewandt werden:

- Die Datei wird in Zeichengruppen von jeweils 16 bit unterteilt.
- Die Auftrittshäufigkeit der einzelnen 16 bit-Zeichengruppen wird gezählt.
- Für die Zeichen wird dann eine optimale Codierung nach Shannon-Fanø erstellt.

Inhalt der Bilddatei mit 18 Zeichengruppen:

FA2C 00A4 2CC1 FA2C 9D31 A010 00A4 9D31 FA2C  
 FA2C 9D31 A010 FA2C A010 FA2C FA2C 9D31 9D31

A) Identifizieren Sie alle unterschiedlichen Zeichengruppen. Geben Sie deren Auftrittshäufigkeit und ihre Auftrittswahrscheinlichkeit an.

Zeichengruppe	Auftrittshäufigkeit	Auftrittswahrscheinlichkeit	Codierung
FA2C	(7 mal)	7/18	1
00A4	(2 mal)	1/9	0001
2CC1	(1 mal)	1/18	0000
9D31	(5 mal)	5/18	01
A010	(3 mal)	3/18	001

Tabelle 3-1: Codierung

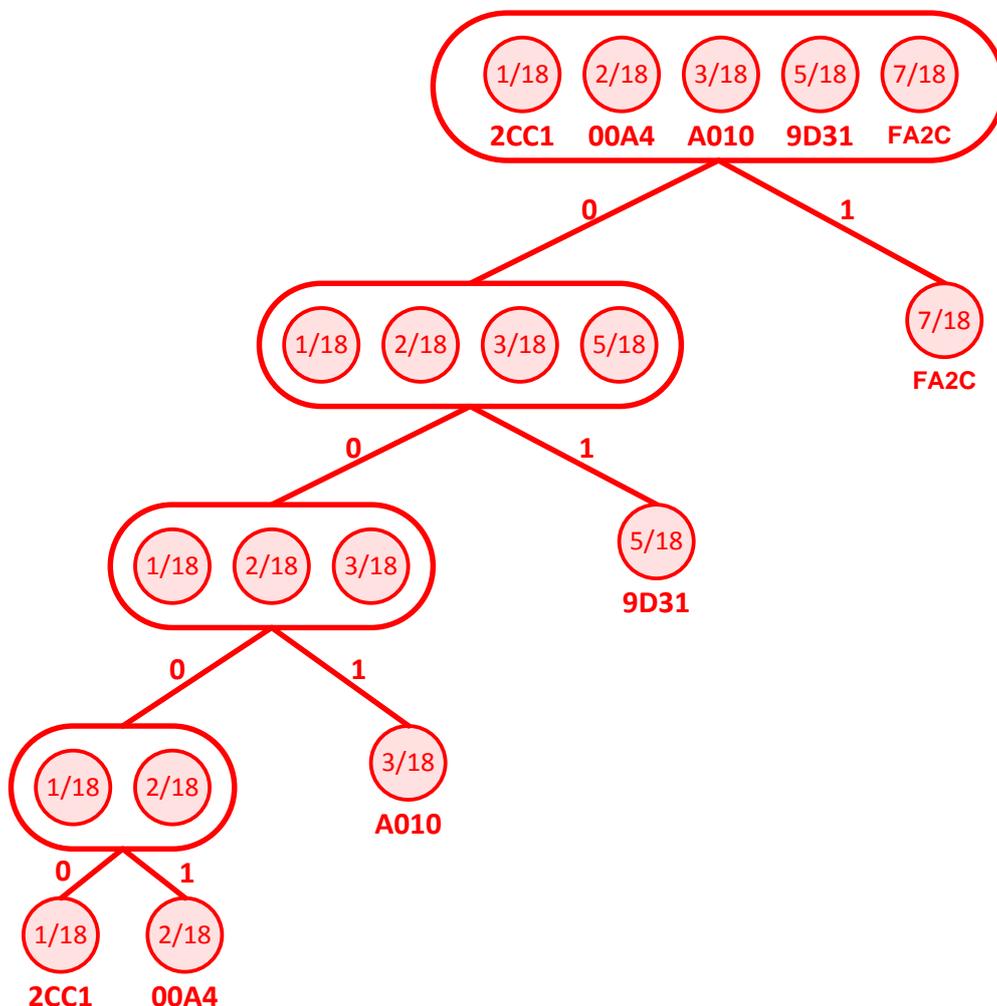
B) Geben Sie den Informationsgehalt H der Bilddatei bezogen auf die vorkommenden Zeichengruppen als Formel mit eingesetzten Werten an.

$$H = 7/18 * \text{ld}(18/7) + 1/9 * \text{ld}(9) + 1/18 * \text{ld}(18) + 5/18 * \text{ld}(18/5) + 3/18 * \text{ld}(18/3)$$

C) Bestimmen Sie für die in der Datei aufgetretenen Zeichengruppen eine optimale Codierung nach Shannon-Fanø. Stellen Sie einen Codebaum auf. Verwenden Sie dazu folgende Konventionen:



- Sortieren Sie die Zeichengruppen zu Beginn entsprechend den Auftrittshäufigkeiten **aufsteigend von links nach rechts**. Falls unterschiedliche Knoten dieselbe Auftrittshäufigkeiten haben, sortieren Sie diese nach ihrer Wertigkeit aufsteigend von links nach rechts.
- Teilen Sie eine Menge immer so auf, dass die Differenz zwischen den Summen der Auftrittshäufigkeiten der Teilmengen minimiert wird.
- Verändern sie die Reihenfolge der Sortierung/Ordnung während der Anwendung des Verfahrens nicht.
- Weisen Sie den linken Ästen des entstehenden Baumes die „0“ zu, den rechten Ästen die „1“.



D) Geben Sie in Tabelle 3-1 die im vorigen Aufgabenteil ermittelten Codewörter der einzelnen Zeichengruppen an.



### Aufgabe 3.2 Paritätsprüfung

Für die Übertragung von Daten über eine störanfällige Übertragungsstrecke soll eine sogenannte Paritätssicherung verwendet werden. Die Paritätssicherung und die anschließende Übertragungsreihenfolge sind in Abbildung 3-1 dargestellt. Jedes Datenwort (bestehend aus mehreren Bits  $a_0a_1a_2\dots a_n$ ) wird mit einem Paritätsbit ergänzt. Für die Übertragung werden von mehreren Datenwörtern zuerst alle höchstwertigen Bits übertragen, dann die niederwertigeren.

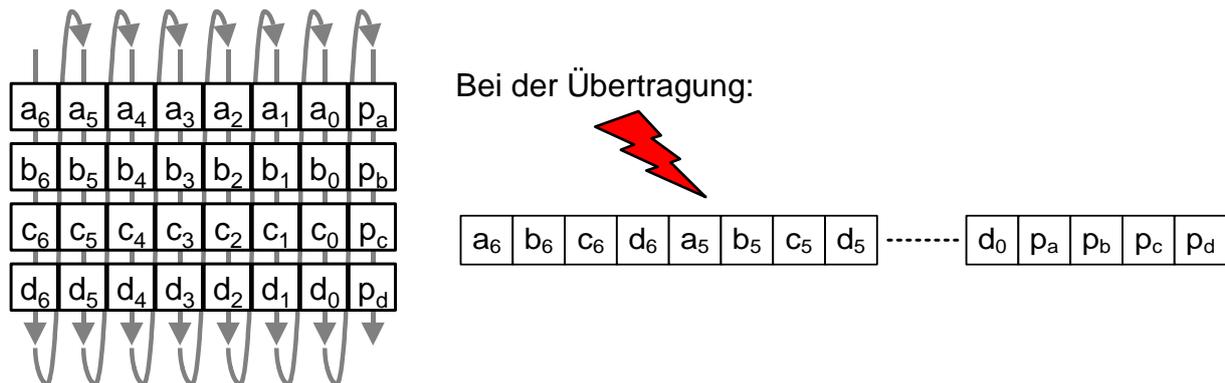


Abbildung 3-1: Schema der Datenübertragung

Unter Anwendung des eben vorgestellten Verfahrens sollen Sie nun eine Datenübertragung realisieren. Folgende Randbedingungen müssen berücksichtigt werden:

Durchsatz der Datenübertragung: 1 MBit/s

Maximale Dauer einer Störung: 6,45  $\mu$ s

Minimaler Abstand zwischen dem Beginn zweier Störungen: 57,5  $\mu$ s

Ein übertragenes Bit gilt als gestört, wenn die Störung während der halben Übertragungszeit oder länger vorliegt.

A) Wie lange ist die Übertragungsdauer je Bit?

*Übertragungsdauer Bit =  $1/(1 \text{ MBit/s}) = 1 \mu\text{s/Bit}$*

B) Wie viele Datenwörter müssen „verwürgelt“ werden (Scrambling), um bei der Übertragung alle Fehler, die durch Störungen maximaler Dauer verursacht werden, erkennen zu können? Wie nennt man solche Störungen?

*Mind. 7 Datenwörter müssen verwürgelt werden um Störungen mit*

*maximaler Länge vollständig erkennen zu können.*

*Diese Störungen werden Bündelstörungen genannt.*

- C) Um die Effizienz der zu realisierenden Datenübertragung zu erhöhen sollen Sie nun die optimale Datenwortgröße ermitteln um im Empfänger zu gewährleisten, dass alle durch Störungen verursachten Fehler erkannt werden können. Berücksichtigen Sie dabei Ihr Ergebnis aus Teilaufgabe B).

*Maximale Effizienz ergibt sich bei maximaler Datenwortlänge*

*7 Datenwörter müssen verwürfelt werden. (siehe B))*

*57,5  $\mu$ s Zeit ist min. zwischen zwei Störungen*

*$\Rightarrow$  8 Bit pro Datenwort (inkl. Paritätsbit) sind pro Datenwort möglich,*

*$\Rightarrow$  da  $8 \cdot 7 < 57,5 \mu$ s*

*Jedes Datenwort darf also maximal aus 7 Daten- und einem*

*Paritätsbit bestehen*

### Aufgabe 3.3 Blocksicherung

- A) Welche Anzahl an Fehlern kann mit der sogenannten Blocksicherung pro Block in jedem Fall korrigiert werden? Welche Anzahl kann maximal in jedem Fall erkannt werden?

*Es kann in jedem Fall ein Fehler korrigiert und zwei Fehler erkannt werden.*

*(Bei Bündelstörungen entspricht die Anzahl der korrigierbaren Fehler der Spaltenbreite)*

- B) In Abbildung 3-2 ist ein übertragener Datenblock abgebildet. Bei der Übertragung ist eine korrigierbare Anzahl an Fehlern aufgetreten. Markieren Sie die Fehlerhafte(n) Bit(s) unter der Annahme von gerader Parität.

0	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	0
0	0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1	0	0

Abbildung 3-2: Übertragener Datenblock



## Aufgabe 4 Zahlendarstellung und Konvertierung

### Aufgabe 4.1 BCD

- A) Addieren Sie die im Dezimalsystem gegebenen Zahlen  $337_D$  und  $563_D$  im BCD Code. Stellen Sie ihren Lösungsweg – inklusive aller notwendigen Korrekturschritte – ausführlich dar.



	BCD		Dezimalsystem
	0011 0011 0111		337
	0101 0110 0011		+563
	111- 11-- 111-		
=	1000 1001 1010		
Korr. wegen:.		Ps.	
	1000 1001 1010		
+		0110	
	---- --11 11--		
=	1000 1010 0000		
Korr. wegen:		Ps.	
	1000 1010 0000		
+		0110	
	---1 11-- ----		
=	1001 0000 0000		(900)

## Aufgabe 4.2 Konvertierung

Vervollständigen Sie die Tabelle 4-1, indem Sie die offenen Felder durch Konvertierung ergänzen.

Stibitz	Binär	Hexadezimal	Dezimal
0101 0011 0100 0100	111 1101 1011 <sub>B</sub>	7DB <sub>H</sub>	2011 <sub>Dez</sub>
0101 1010 0111 1011	101010111100 <sub>B</sub>	ABC <sub>H</sub>	2748 <sub>Dez</sub>

Tabelle 4-1: Konvertierungstabelle

## Aufgabe 4.3 Fließkommazahlen

Abbildung 4-1 zeigt eine Darstellung von Fließkommazahlen mit 16 Bit. Das höchstwertige Bit stellt das Vorzeichen V dar, die acht Bits in der Mitte den Exponenten E und die niederwertigsten sieben Bits die Mantisse M.

V	E <sub>7</sub>	E <sub>6</sub>	E <sub>5</sub>	E <sub>4</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>1</sub>	E <sub>0</sub>	M <sub>6</sub>	M <sub>5</sub>	M <sub>4</sub>	M <sub>3</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>1</sub>	M <sub>0</sub>
---	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

Abbildung 4-1: 16 Bit Fließkommazahlenformat

Für alle möglichen binären Belegungen ergibt sich der Dezimalwert Z aus nachstehender Formel (vgl. IEEE-Fließkommazahl):

$$Z = (-1)^V \cdot 2^{E-127} \cdot (1, M)$$

- A) Stellen Sie die Zahl **-24,625<sub>D</sub>** in der angegebenen 16-Bit-Fließkommazahlendarstellung dar. Geben Sie die Zwischenschritte bei der Umrechnung an.

V	E <sub>7</sub>	E <sub>6</sub>	E <sub>5</sub>	E <sub>4</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>1</sub>	E <sub>0</sub>	M <sub>6</sub>	M <sub>5</sub>	M <sub>4</sub>	M <sub>3</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>1</sub>	M <sub>0</sub>
1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1

$$24,625_D = 16 + 8 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = 11000,101_B$$

$$\text{Normierung der Mantisse: } 11000,101_B = 1,1000101_B \cdot 2^4$$

$$\text{Mantisse erweitern auf sieben Stellen, ohne führende Eins: } M = 1000101_B$$

$$\text{Exponent: } 4, \Rightarrow E = 4 + 127 = 131 = 10000011_B$$

$$\text{Zahl ist negativ} \Rightarrow V = 1$$

$$\Rightarrow \text{Binärdarstellung: } 1 \ 10000100 \ 1000101$$



## Aufgabe 5 Boolesche Algebra und Schaltnetze

### Aufgabe 5.1 Boolesche Algebra

Gegeben seien die beiden boolesche Funktionen  $y_1$  und  $y_2$ :

$$y_1 = \bar{a}b\bar{c}\bar{d} \vee a\bar{b}\bar{d} \vee \bar{b}c\bar{d}$$

$$y_2 = (\bar{a} \vee \bar{b}) (\bar{b} \vee \bar{c}) (\bar{d}) (a \vee b \vee c)$$

- A) Zeigen Sie durch algebraische Umformung, dass der boolesche Ausdruck  $y_1$  dem Ausdruck  $y_2$  entspricht.

$Y_1$  ausdistribuierten:

$$y_1 = (\bar{a} \vee \bar{b}) (\bar{b} \vee \bar{c}) (\bar{d}) (a \vee b \vee c)$$

$$y_1 = (\bar{a}\bar{b} \vee \bar{a}\bar{c} \vee \bar{b} \vee \bar{b}\bar{c}) (\bar{d}) (a \vee b \vee c)$$

$$y_1 = (\bar{a}\bar{b}\bar{d} \vee \bar{a}\bar{c}\bar{d} \vee \bar{b}\bar{d} \vee \bar{b}\bar{c}\bar{d}) (a \vee b \vee c)$$

$$y_1 = (\bar{a}\bar{b}\bar{d}a \vee \bar{a}\bar{c}\bar{d}a \vee \bar{b}\bar{d}a \vee \bar{b}\bar{c}\bar{d}a) \vee (\bar{a}\bar{b}\bar{d}b \vee \bar{a}\bar{c}\bar{d}b \vee \bar{b}\bar{d}b \vee \bar{b}\bar{c}\bar{d}b) \\ \vee (\bar{a}\bar{b}\bar{d}c \vee \bar{a}\bar{c}\bar{d}c \vee \bar{b}\bar{d}c \vee \bar{b}\bar{c}\bar{d}c)$$

Wegstreichen der Terme die „0“ werden:

$$y_1 = \bar{a}\bar{b}\bar{d}a \vee \bar{a}\bar{c}\bar{d}a \vee \bar{b}\bar{d}a \vee \bar{b}\bar{c}\bar{d}a \vee \bar{a}\bar{b}\bar{d}b \vee \bar{a}\bar{c}\bar{d}b \vee \bar{b}\bar{d}b \vee \bar{b}\bar{c}\bar{d}b \vee \bar{a}\bar{b}\bar{d}c \vee \bar{a}\bar{c}\bar{d}c \vee \bar{b}\bar{d}c \vee \bar{b}\bar{c}\bar{d}c$$

$$y_1 = \bar{b}\bar{d}a \vee \bar{b}\bar{c}\bar{d}a \vee \bar{a}\bar{c}\bar{d}b \vee \bar{a}\bar{b}\bar{d}c \vee \bar{b}\bar{d}c$$

Der Term  $\bar{a}\bar{b}\bar{d}c$  wird durch  $\bar{b}\bar{d}c$  absorbiert und  $\bar{b}\bar{c}\bar{d}a$  wird durch  $\bar{b}\bar{d}a$  absorbiert:

$$y_1 = \bar{b}\bar{d}a \vee \bar{a}\bar{c}\bar{d}b \vee \bar{b}\bar{d}c$$

$$y_1 = \bar{b}\bar{d}a \vee \bar{a}\bar{c}\bar{d}b \vee \bar{b}\bar{d}c = y_2 \quad \Rightarrow \text{q.e.d}$$

## Aufgabe 5.2 Entwicklungssatz und Multiplexerrealisierung

Gegeben Sei folgende boolesche Schaltfunktion  $y$ :

$$y = f(d, c, b, a) = \bar{a}\bar{c} \vee b \vee \bar{d}\bar{c} \vee a c d$$

- A) Entwickeln Sie die Schaltfunktion  $y$  nach der Variablen  $b$ . Geben Sie alle Zwischenschritte an.

$$\begin{aligned} y &= \bar{b} \& (\bar{a}\bar{c} \vee \bar{d}\bar{c} \vee a c d) \vee b \& 1 \\ &= \bar{b} \& F_{\text{Rest1}} \vee b \& F_{\text{Rest2}} \end{aligned}$$

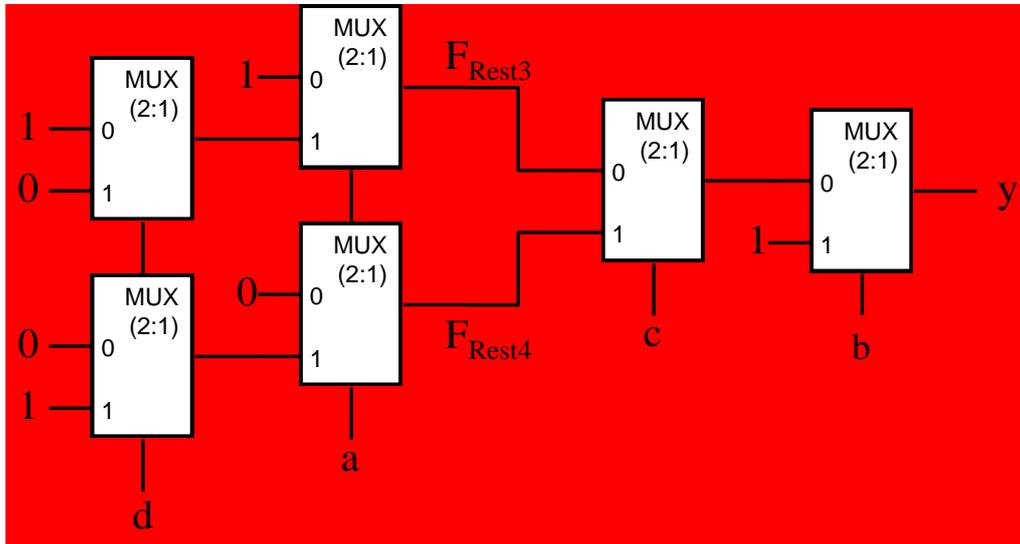
$$y = \bar{b} \& (\bar{c}\bar{a} \vee \bar{c}\bar{d} \vee a c d) \vee b$$

- B) Entwickeln Sie die Restfunktionen zuerst nach der Variablen  $c$  und dann, falls erforderlich, nach den verbleibenden Variablen  $a$  und anschließend nach  $d$ , so dass als Restfunktionen nur noch Konstanten übrig bleiben. Geben Sie alle Zwischenschritte an.

$$\begin{aligned} F_{\text{Rest1}} &= \bar{c}\bar{a} \vee \bar{c}\bar{d} \vee a c d \\ &= \bar{c}(\bar{a} \vee \bar{d}) \vee c(a d) = \bar{c} \& F_{\text{Rest3}} \vee c \& F_{\text{Rest4}} \\ F_{\text{Rest3}} &= \bar{a} \& 1 \vee a \& \bar{d} \quad F_{\text{Rest4}} = \bar{a} \& 0 \vee a \& d \end{aligned}$$

$$F_{\text{Rest1}} = \bar{c}(\bar{a} \& 1 \vee a \& \bar{d}) \vee c(\bar{a} \& 0 \vee a \& d)$$

- C) Zeichnen Sie die gesamte Schaltung  $y$  entsprechend der Entwicklungsreihenfolge aus Teilaufgabe A) und B) unter ausschließlicher Verwendung von 2:1 Multiplexern.



### Aufgabe 5.3 PAL-Realisierung

Gegeben Sie die zweistufige disjunktive Funktion  $z$ :

$$z = (abc) \vee (\bar{b}cd) \vee (bcd) \vee (a\bar{c}d) \vee (\bar{a}b)$$

- A) Realisieren Sie  $z$  mit Hilfe des in Abbildung 5–1 dargestellten PAL-Bausteins

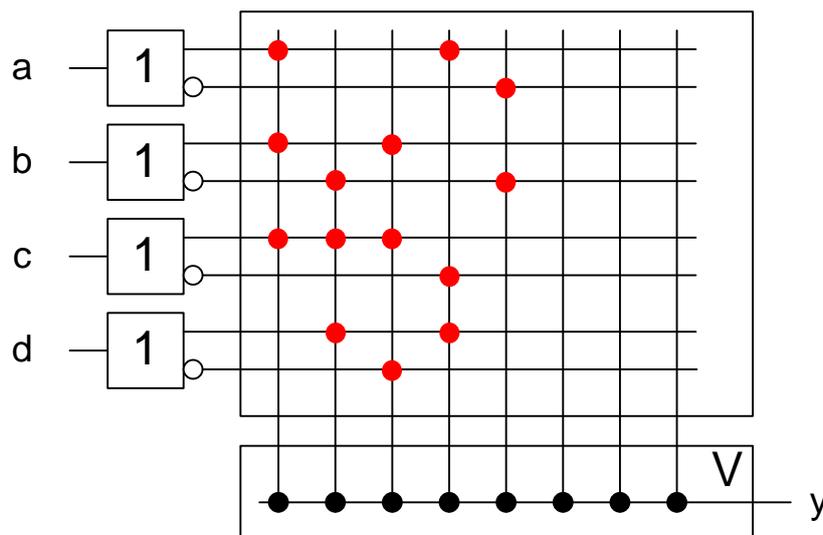


Abbildung 5–1: PAL-Schaltnetz



## Aufgabe 6 Automaten und Schaltwerke

### Aufgabe 6.1 Automatenentwurf

Sie sollen die Tafelsteuerung für einen Hörsaal entwerfen. Die Tafel soll dabei über einen Wippschalter mit 3 Schalterstellungen gesteuert werden. In der Mittelstellung des Schalters soll die Tafel stehen, wird der Schalter nach oben oder unten gedrückt, soll die Tafel in die entsprechende Richtung fahren. Auch durch noch so heftiges Drücken kann dieser Schalter nicht gleichzeitig das Signal für Auf- und Abfahrt erzeugen. Die Tafelanlage besitzt zusätzlich Endschalter, die anzeigen, ob sich die Tafel am oberen oder unteren Ende befindet. In diesem Fall darf die Tafel natürlich nicht weiter in Richtung Endanschlag gefahren werden, auch wenn der entsprechende Wippschalter dieser Richtung gedrückt wird. Überprüfen Sie vor jeder Fahrt der Tafel, ob sich die Tafel nicht schon am entsprechenden Anschlag befindet. Gehen Sie davon aus, dass die Eingabe nie direkt von „Hochfahren“ in „Runterfahren“ bzw. umgekehrt wechselt.

#### Eingangsvariablen:

- SH: 0: Schalter nicht in Stellung „Hochfahren“  
1: Schalter ist in Stellung „Hochfahren“
- SR: 0: Schalter nicht in Stellung „Runterfahren“  
1: Schalter ist in Stellung „Runterfahren“
- AO: 0: Die Tafel befindet sich nicht am oberen Anschlag  
1: Die Tafel ist am oberen Anschlag
- AU: 0: Die Tafel befindet sich nicht am unteren Anschlag  
1: Die Tafel befindet sich am unteren Anschlag

#### Ausgangsvariablen:

- TH: 0: Die Tafel wird nicht hochgefahren  
1: Die Tafel wird hochgefahren
- TR: 0: Die Tafel wird nicht runtergefahren  
1: Die Tafel wird runtergefahren

#### Zustandsnamen:

„Stillstand“, „Hochfahren“, „Runterfahren“

A) Entwerfen Sie das Ablaufdiagramm für eine Realisierung als Moore-Automat.

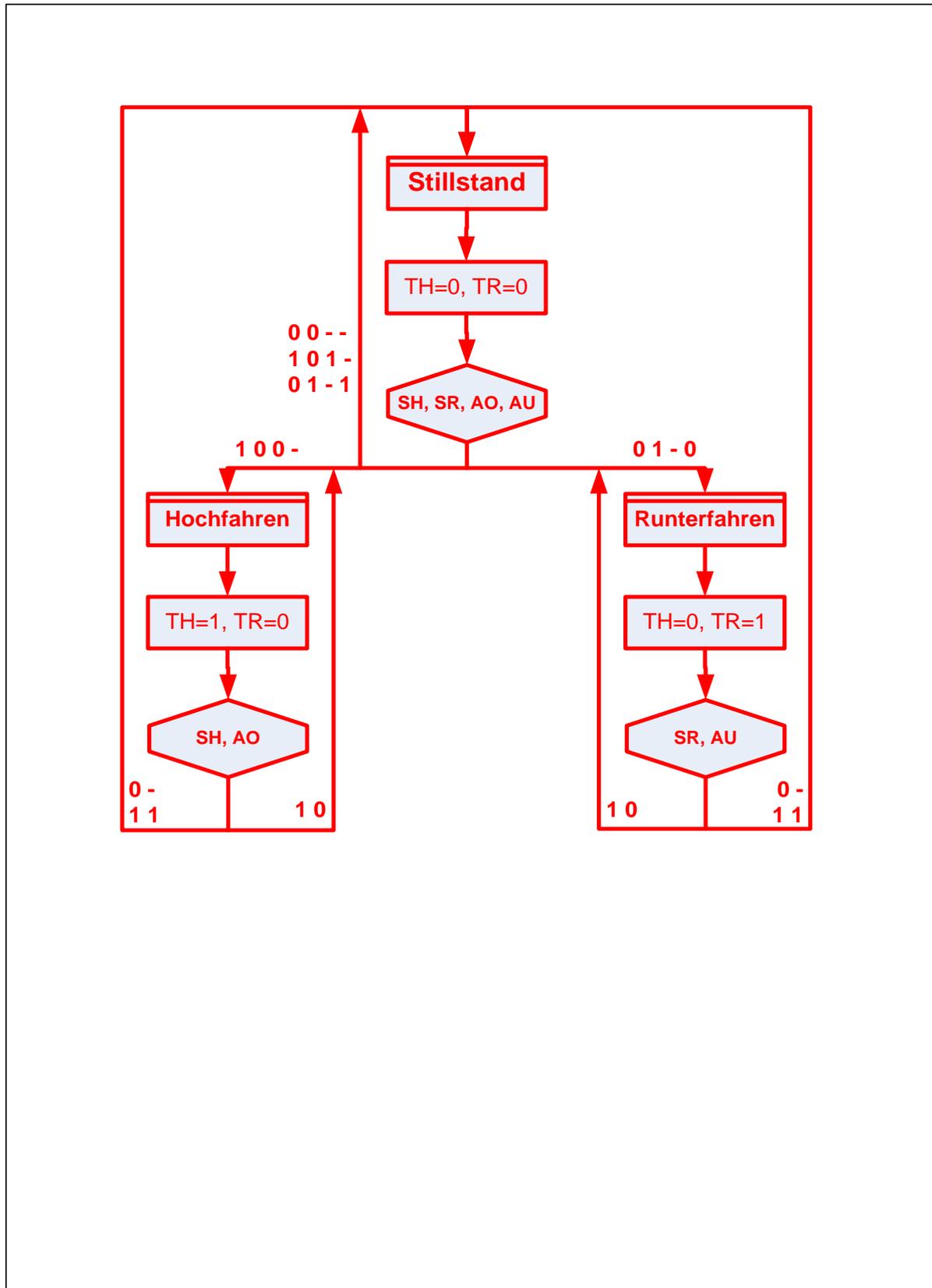


Abbildung 6–1: Ablaufdiagramm

### Aufgabe 6.2 Realisierung eines Automaten

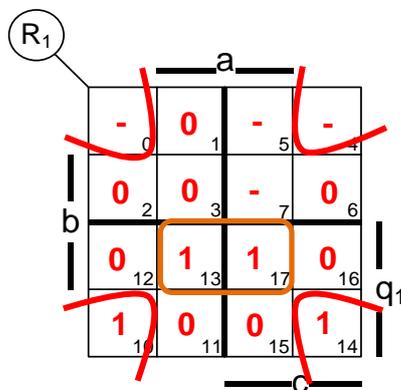
Die Ablaufabelle für einen anderen Zustandsautomaten mit der Zustandsvariable  $q_1$ , den Eingangsvariablen  $a$ ,  $b$  und  $c$  und der Ausgangsvariablen  $y$  ist in Tabelle 6-1 gegeben.

- A) Ermitteln sie die Ansteuerfunktion für eine Realisierung des Automaten mit RS-Flip-Flops. Verwenden Sie dazu auch Freistellen. □

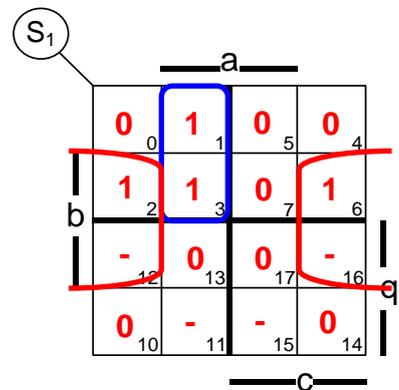
$q_1^n$	$c$	$b$	$a$	$q_1^{n+1}$	$y$	$R_1$	$S_1$
0	0	0	0	0	0	-	0
0	0	0	1	1	0	0	1
0	0	1	-	1	0	0	1
0	1	0	-	0	0	-	0
0	1	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	0	0	-	0
1	-	0	0	0	1	1	0
1	-	0	1	1	1	0	-
1	-	1	0	1	1	0	-
1	-	1	1	0	1	1	0

Tabelle 6-1: Ablaufabelle

- B) Übertragen Sie die Ansteuerfunktion für die Flip-Flop-Eingänge  $R_1$  und  $S_1$  in die unten stehenden Symmetriediagramme und bestimmen Sie die disjunktive Minimalform. □



$$J_2 = \bar{a}\bar{b} + abq_1$$



$$K_2 = \bar{a}b + ac\bar{q}_1$$

- C) Um welchen Automatentyp handelt es sich bei dem in Aufgabenteil A) und B) realisierten Automaten? Begründen Sie Ihre Antwort.

*Mealy Automat, da die Ausgabe  $y$  nicht nur vom Zustand  $q_n$  abhängt,  
sondern auch von den Eingangsvariablen  $a, b, c$ .*

---

---

---



## Aufgabe 7 Minimierung

### Aufgabe 7.1 Kanonische Darstellung

In Abbildung 7-1 ist das Symmetriediagramm der Funktion  $y$  gegeben.

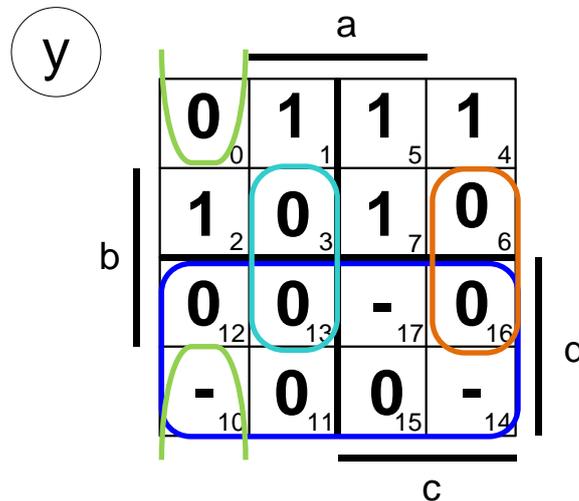


Abbildung 7-1: Symmetriediagramm

- A) Geben Sie die Konjunktive Minimalform (KMF) der im Symmetriediagramm (Abbildung 7-1) gegebenen Funktion  $y$  an. Freistellen dürfen mitverwendet werden.

$$y = (\bar{a} \vee \bar{b} \vee c) (a \vee \bar{b} \vee \bar{c}) (\bar{d}) (a \vee b \vee c)$$

- B) Geben Sie nun die Disjunktive Normalform (DNF) der Gleichung  $y$  an:

$$y = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c}d \vee \bar{a}b\bar{c}\bar{d} \vee \bar{a}b\bar{c}d \vee a\bar{b}\bar{c}\bar{d} \vee a\bar{b}\bar{c}d \vee ab\bar{c}\bar{d} \vee ab\bar{c}d$$

- C) Welche der beiden Gleichungen aus Teilaufgabe A) und B) würden Sie als Schaltung realisieren? Warum?

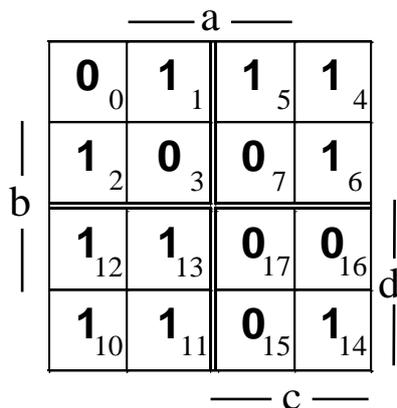
*Die Gleichung aus Teilaufgabe A)*

*Die Gleichung A) enthält weniger Literale und Verknüpfungen*

*und benötigt daher weniger Gatter zur Realisierung*

### Aufgabe 7.2 Verfahren nach Petrick

Gegeben sei folgendes Symmetriediagramm der Schaltfunktion **G**:



A) Das Nelson-Verfahren lieferte dabei die in der Tabelle 7-1 bereits eingetragenen Terme. Vervollständigen Sie die folgende Überdeckungstabelle für die Schaltfunktion **G**. Setzen Sie als Kostenfunktion die Zahl der Eingangsvariablen (Literale) der einzelnen Terme an.

Präsenzvariable		Einsstellen (oktale Indizes)										Kosten
		1	2	4	5	6	10	11	12	13	14	
p <sub>1</sub>	$d\bar{c}$	-----*										2
p <sub>2</sub>	$\bar{d}\bar{b}a$	X			X		X		X			3
p <sub>3</sub>	$\bar{d}\bar{c}\bar{b}$			X	X		X		X			3
p <sub>4</sub>	$\bar{d}\bar{c}\bar{a}$			X		X	X		X			3
p <sub>5</sub>	$\bar{c}\bar{b}\bar{a}$			X			X		X		X	3
p <sub>6</sub>	$\bar{d}\bar{b}\bar{a}$		X			X	X		X			3
p <sub>7</sub>	$\bar{c}\bar{b}\bar{a}$		X				X		X			3
p <sub>8</sub>	$\bar{c}\bar{b}a$	X					X	X	X			3
p <sub>9</sub>	$d\bar{b}\bar{a}$						X		X		X	3

Tabelle 7-1: Überdeckungstabelle

B) Ermitteln Sie nun die Kernimplikanten aus Tabelle 7-1 indem Sie zunächst die Spaltendominanzen ausnutzen. Markieren Sie die Kernimplikanten durch einen Kreis. Streichen Sie alle Zeilen, die von den ermittelten Kernimplikanten bereits vollständig überdeckt werden.

- C) Tragen Sie das im Aufgabenteil B) ermittelte Zwischenergebnis als Resttabelle in die Tabelle 7-2 ein. (Ordnen sie dabei die verbleibenden oktalen Indizes wiederum aufsteigend an).



Präsenzvariable		Einsstellen (oktale Indizes)								Kosten	
		1	2	4	5	6	14				
$p_2$	$\bar{d}\bar{b}a$	<b>X</b>									3
$p_3$	$\bar{d}\bar{c}\bar{b}$			<b>X</b>	<b>X</b>						3
$p_4$	$\bar{d}\bar{c}\bar{a}$			<b>X</b>		<b>X</b>					3
$p_5$	$\bar{c}\bar{b}\bar{a}$			<b>X</b>					<b>X</b>		3
$p_6$	$\bar{d}\bar{b}\bar{a}$		<b>X</b>			<b>X</b>					3
$p_7$	$\bar{c}\bar{b}\bar{a}$		<b>X</b>								3
$p_8$	$\bar{c}\bar{b}\bar{a}$	<b>X</b>									3
$p_9$	$d\bar{b}\bar{a}$								<b>X</b>		3

Tabelle 7-2: Resttabelle

- D) Nutzen Sie nun die Zeilendominanzen um redundante Zeilen zu streichen und somit eine kostenminimale Realisierung der Schaltfunktion  $G$  zu erhalten.
- E) Welche Kosten entstehen bei der von Ihnen ermittelten Realisierung? Nennen Sie die somit benötigten Präsenzvariablen  $p_n$  und die zugehörige DMF.



benötigte Präsenzvariablen:  $p_1, p_2, p_5, p_6$

Kosten der Realisierung:  $1 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 11$

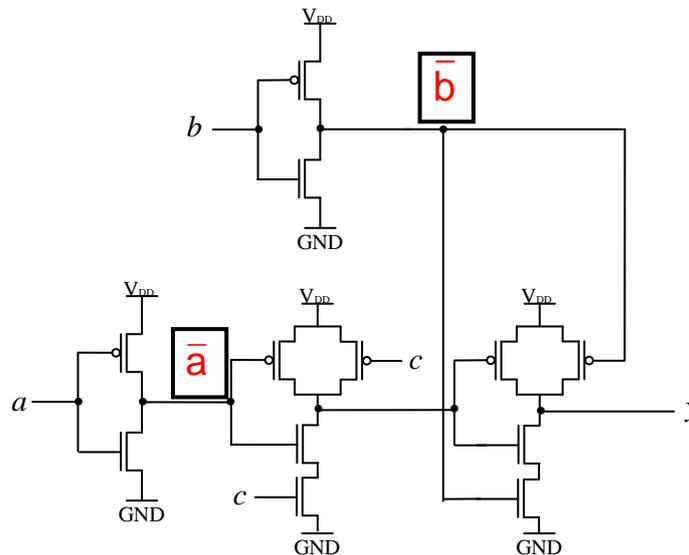
zugehörige DMF:  $\bar{c}d + a\bar{b}\bar{d} + \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{d}$



## Aufgabe 8 CMOS-Schaltnetze

### Aufgabe 8.1 CMOS-Schaltkreis

Gegeben sei folgender CMOS-Schaltkreis:



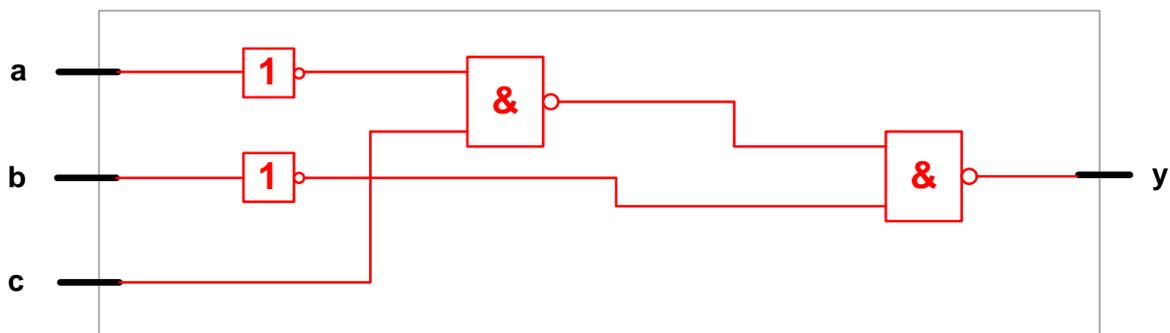
- A) Tragen Sie in die beiden Kästchen die entsprechenden algebraischen Ausdrücke ein, die den jeweiligen Knoten in der Schaltung entsprechen.

- B) Geben Sie die Funktion  $y$  in algebraischer Form an.

$y =$

$$\overline{\overline{b} \& \overline{(c \& \overline{a})}} = b \vee (a \& \overline{c})$$

- C) Zeichnen Sie nun das zur CMOS-Schaltung zugehörige Gatternetz.



- D) Welcher Eingang muss nun mit dem Ausgang  $y$  verbunden werden, um ein RS-Flipflop zu realisieren? Geben Sie die Variablenzuordnung zwischen den Eingängen der gegebenen CMOS-Schaltung und den Eingängen des RS-Flipflops (R und S) an. Nehmen Sie an, dass der Ausgang  $y$  dem Ausgang Q des RS-Flipflops entspricht.

*c muss mit y verbunden werden*

*R ↔ a, S ↔ b, (Q ↔ y)*

## Aufgabe 8.2 CMOS-Schaltnetz

Gegeben ist folgende pull-up-Funktionen  $F$ :

$$F = \overline{a}c\overline{d} \vee \overline{b}c \vee \overline{c} (a\overline{d} \vee b)$$

- A) Geben Sie die zugehörige Pull-Down-Funktion  $G$  für eine wohldefinierte CMOS-Schaltung in konjunktiver Minimalform (KMF) an. Der Rechenweg muss nachvollziehbar sein.

Für Wohldefiniertheit muss gelten:  $F = \overline{G}$

$$G = \overline{F} = \overline{\overline{a}c\overline{d} \vee \overline{b}c \vee \overline{c} (a\overline{d} \vee b)}$$

Ausdistribuierten:

$$= \overline{\overline{a}c\overline{d} \vee \overline{b}c \vee a\overline{c}\overline{d} \vee b\overline{c}}$$

Absorption von a:

$$= \overline{\overline{a}c\overline{d} \vee \overline{b}c \vee a\overline{c}\overline{d} \vee b\overline{c}}$$

$$= \overline{\overline{c}\overline{d} \vee \overline{b}c \vee b\overline{c}}$$

Umformung nach De Morgan:

$$= \overline{\overline{c}\overline{d}} \& \overline{\overline{b}c} \& \overline{b\overline{c}}$$

Zweite Umformung nach De Morgan:

$$= (c \vee d) \& (b \vee \overline{c}) \& (\overline{b} \vee c)$$

Matr.-Nr.:

Name:

ID:

---

Zusätzliches Lösungsblatt: (pro zusätzliches Lösungsblatt nur eine Aufgabe!)

**Aufgabe** \_\_\_\_\_



Matr.-Nr.:

Name:

ID:

---

Zusätzliches Lösungsblatt: (pro zusätzliches Lösungsblatt nur eine Aufgabe!)

**Aufgabe** \_\_\_\_\_

