Digitaltechnik
Klausur Sommersemester 2014

Institut für Technik der Informationsverarbeitung – ITIV
Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Jürgen Becker

Digitaltechnik

Datum:
Name:
Matrikel-Nr.:
ID:
Hörsaal:

MUSTERLÖSUNG

Sitzplatznummer.:

Hinweise zur Klausur

Hilfsmittel

Als Hilfsmittel zur Prüfung sind vier Seiten vorgegebene und ein DIN A4 Blatt selbst geschriebene Formelsammlung zugelassen. Nicht erlaubt hingegen sind die Verwendung eines Taschenrechners, zusätzliche Unterlagen und jegliche Kommunikation mit anderen Personen.

Prüfungsdauer

Die Prüfungsdauer beträgt für die Klausur 120 Minuten.

Prüfungsunterlagen

Die Prüfungsunterlagen bestehen aus insgesamt 277 Seiten Aufgabenblättern (einschließlich diesem Titelblatt und zusätzlicher Lösungsblätter). Weiterhin sind 3 zusätzliche Seiten Formelsammlung enthalten.

Bitte prüfen Sie vor der Bearbeitung der Aufgaben auf jeder Seite oben Ihren Namen sowie ihre Matrikelnummer.

Auf jedes zusätzliche Lösungsblatt ist neben dem Namen auch die Aufgabennummer mit einzutragen. Vermeiden Sie das Beschreiben der Rückseiten.

Am Ende der Prüfung sind die 27 Seiten Aufgaben- und Lösungsblätter und alle verwendeten zusätzlichen Lösungsblätter abzugeben.

Verwenden Sie zum Bearbeiten der Aufgaben lediglich dokumentenechte Schreibgeräte – keinen Bleistift sowie Rotstifte!

Prüfungsaufgaben

Wenn nicht anders vorgegeben ist zu jeder Aufgabe ein detaillierter Rechenweg anzugeben. Lösungen ohne Rechenweg können trotz richtigem Ergebnis zu Punktabzug führen.

Aufgabe 1 Information und Codierung

15

Aufgabe 1.1 Digitalisierung

Gegeben sei das in Abbildung 1-1 dargestellte analoge Signal. Angegeben sind außerdem die digitalen Wertebereiche sowie die undefinierten Bereiche.

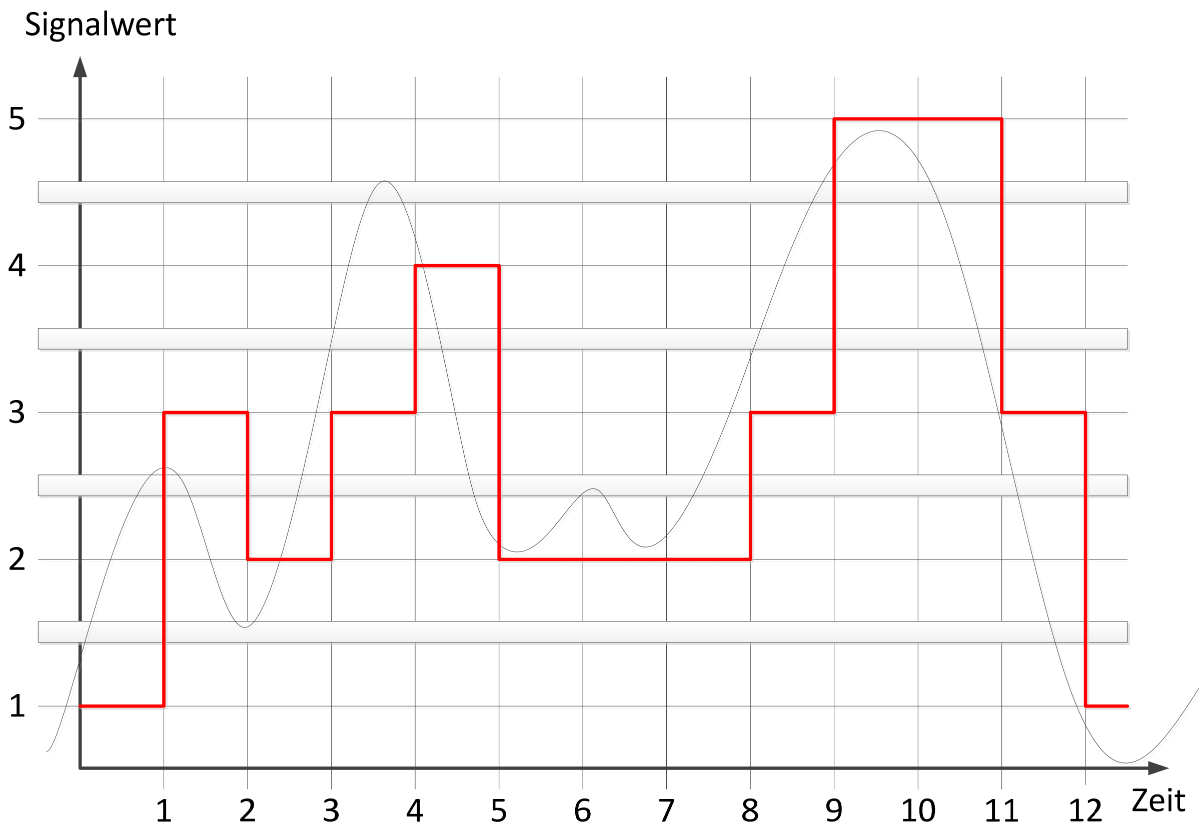


Abbildung 1-1: Analoger Signalverlauf

A) Warum verwendet man bei der Digitalisierung undefinierte Bereiche. Geben Sie kurz an, was ein undefinierter Bereich ist und welche Aufgabe er erfüllt. **1**

undefinierter Bereich: willkürliche Digitalwertzuordnung

„weicher“ Übergang zwischen zwei digitalwerten um Zuordnungsbereiche

eindeutig bestimmen zu können

B) Digitalisieren Sie das Signal aus Abbildung 1-1 und zeichnen Sie den digitalisierten Signalverlauf in das Diagramm ein. **3**

Aufgabe 1.2 Codierung und Hammingdistanzen

A) Bestimmen Sie die Anzahl möglicher Codewörter eines (N aus M)-Codes. Geben Sie dazu die allgemeine Formel zur Berechnung der Anzahl an Codewörtern an. **1**

M-stelliger Coder mit N Einsen: $\binom{M}{N} = \frac{M!}{N!(M-N)!}$

B) Was versteht man unter der Hammingdistanz sowie der Minimalen Hammingdistanz? Geben Sie jeweils eine Definition an. **2**

Hammingdistanz: Abstand zwischen zwei Codeworten: Unterschied in der Anzahl der ‘1’ en.

Minimale Hammingdistanz: minimaler Unterschied in der Anzahl der ‚1‘ en, bei Betrachtung einer Menge an Codewörtern, wobei jeweils 2 Codeworte paarweise verglichen werden

C) Welche Möglichkeiten zur Fehlererkennung und Fehlerkorrektur bietet eine Codierung mit einer minimalen Hammingdistanz HDmin = 5? Geben Sie jeweils die allgemeine Formel und das konkrete Ergebnis zur Fehlererkennung und zur Fehlerkorrektur an. **2**

Fehlererkennung: HDmin(x) = d => e = d-1 Fehler erkennbar

⇨ e = 5-1 = 4 Fehler erkennbar

Fehlerkorrektur: HDmin(x) = d => e = (d-1)/2 Fehler Korrigierbar

⇨ e = (5-1)/2 = 4/2 = 2 Fehler korrigierbar

Aufgabe 1.3 Fehlererkennung und –korrektur

Es wurde folgender Bitstrom empfangen:

0110100101111000001001011100

Es ist bekannt, dass zur Fehlererkennung „Scrambling" mit gerader Parität verwendet wurde. Die Wortlänge beträgt 6 Bit.

A) Ermitteln Sie die übersendeten Codewörter und die zugehörigen Paritätsbits aus dem Bitstrom. **2**

010100 1

101001 1

101010 0

011001 0

B) Ist die Übertragung korrekt? Geben Sie die Anzahl der Fehler an und begründen Sie Ihre Angaben. **2**

Nein, die Übertragung ist nicht korrekt. 3 Paritätsbits sind falsch, daher sind mind. 3 Fehler enstanden.

C) Wie lange darf eine Bündelstörung bei dem oben verwendeten Scrambling maximal sein, wenn der Bitstrom einen gesamten Block darstellt? **1**

Es werden 4 Datenwörter pro Block verwendet, daher sind Bündelfehler bis zur Länge 4 erkennbar.

Aufgabe 2 Mengen, Relationen und Graphen

14

Aufgabe 2.1 Mengen

A) Geben Sie den Durchschnitt der folgenden Mengen M_1 und M_2 an 1

$$M_1 = \{x \in N | x \text{ } ist \text{ } eine \text{ } Primzahl\}$$

$$M_2 = \{x \in N | x \text{ } ist \text{ } gerade\}$$

{2}, alternative $M_1 = \{x \in N | x \text{ } ist \text{ } eine \text{ } Primzahl \text{ } UND \text{ } x \text{ } ist \text{ } gerade\}$

B) Wie viele Elemente hat die Potenzmenge der Menge M = {0, 1, 2}? Geben Sie sie alle an. 1

8 Elemente

P ={Φ, {0}, {1}, {2}, {0,1}, {0,2}, {1,2}, {0,1,2}}

C) Leiten Sie eine Formel her, mit der sich die Mächtigkeit der Potenzmenge P_M einer Menge M mit n Elementen berechnen lässt. 1

$$|P_M| = 1 + \sum_{i=1}^{n} \binom{n}{i}$$

Aufgabe 2.2 Graphendarstellung einer Relation

Gegeben sei der Graph in Abbildung 2-1.

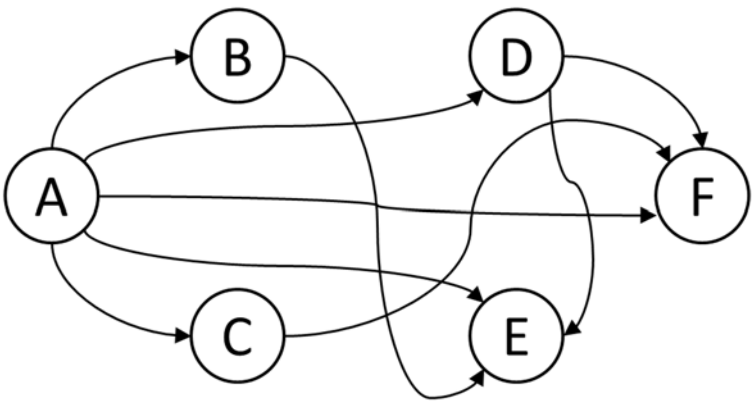


Abbildung 2-1: Graphendarstellung einer Relation

A) Welche Eigenschaften einer Relation werden im Graphen aus Abbildung 2-1 dargestellt? **2**

Transitivität

Antisymmetrie

B) Ergänzen Sie den Graph in Abbildung 2-2 so, dass die Relation reflexiv wird. Benennen Sie die Relation, die im resultierenden Graphen dargestellt wird. **2**

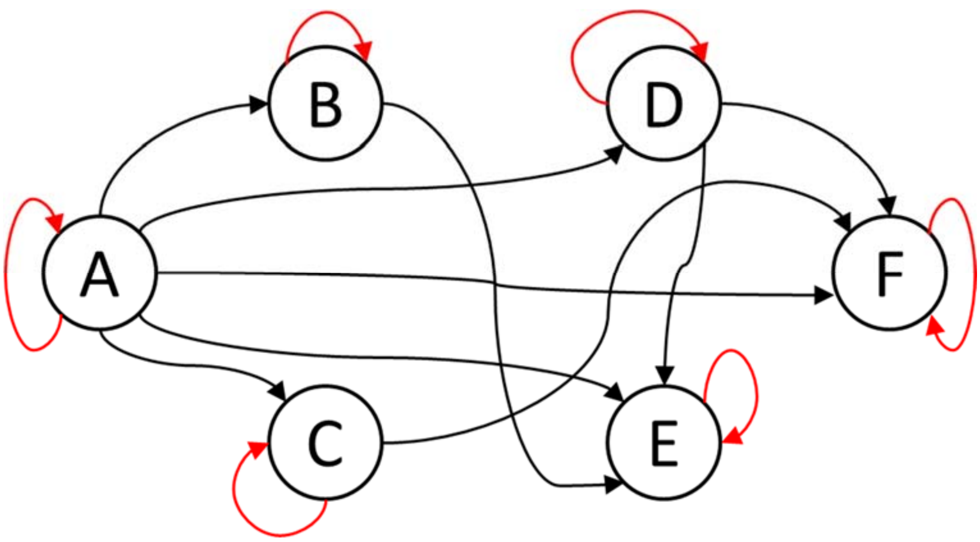


Abbildung 2-2: Graphendarstellung zur Erweiterung

Ordnungsrelation

Aufgabe 2.3 Graphen

Gegeben sei der Graph in Abbildung 2-3.

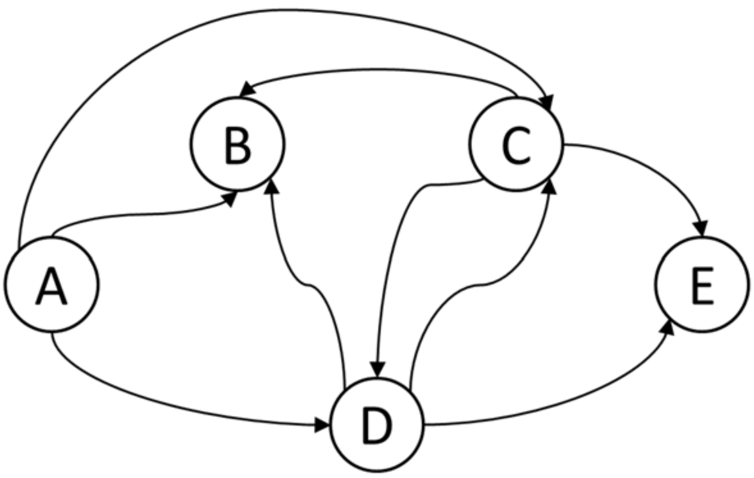


Abbildung 2-3 gerichteter Graph

A) Geben Sie die Adjazenzmatrix des in Abbildung 2-3 gegebenen Graphen an. **3**

		Zielknoten				
		A	B	C	D	E
Quellknoten	A	0	1	1	1	0
	B	0	0	0	0	0
	C	0	1	0	1	1
	D	0	1	1	0	1
	E	0	0	0	0	0

B) Konstruieren Sie aus dem Graph in Abbildung 2-4 einen dualen Graphen. Zeichnen Sie Ihr Ergebnis direkt in Abbildung 2-4 ein. **4**

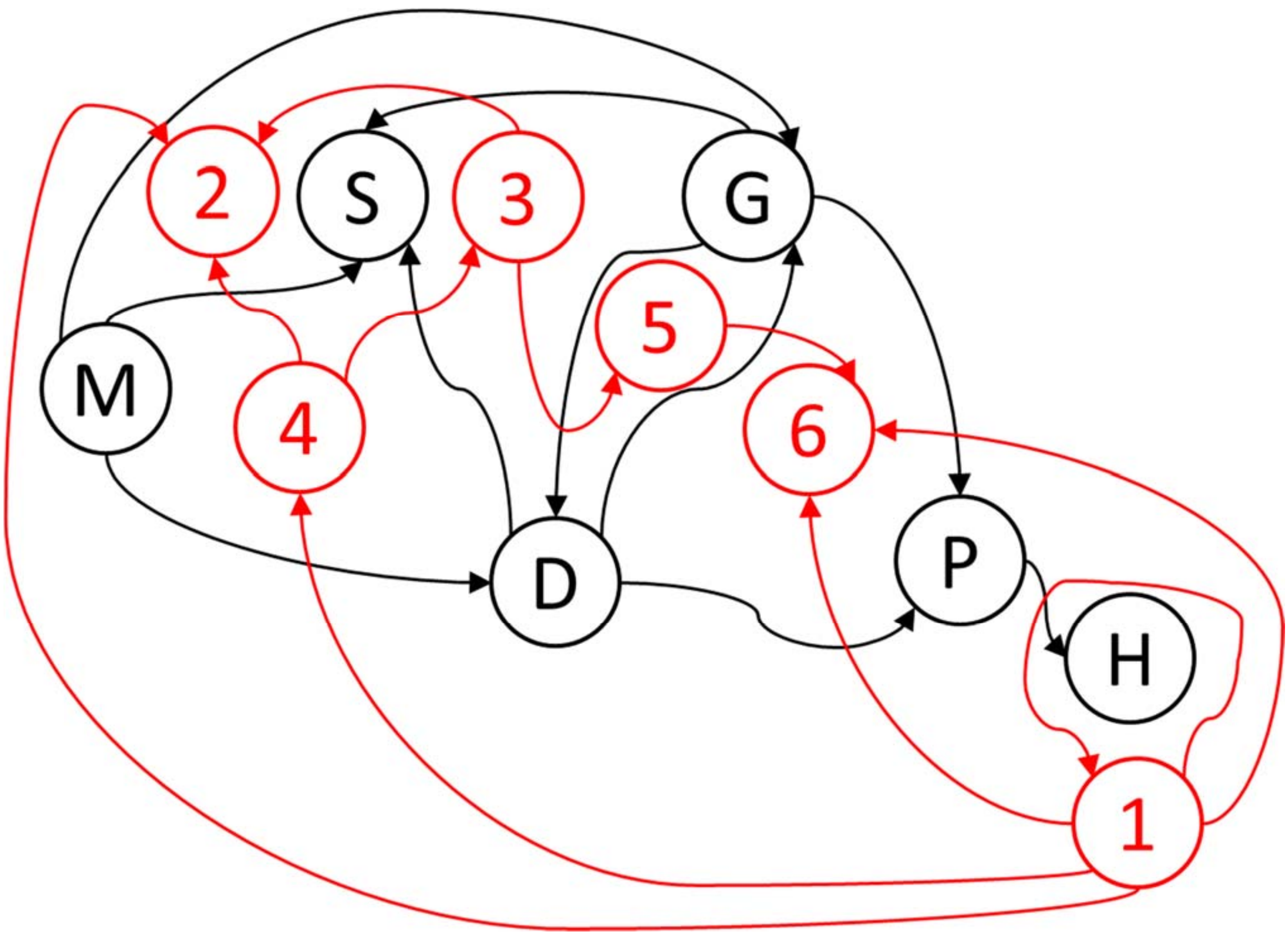


Abbildung 2-4: Graph zur Erstellung des dualen Graphen

Anmerkung: Der konstruierte duale Graph ist ungerichtet und nicht wie in der Abbildung gerichtet.

Aufgabe 3 Boolsche Algebra

17

Aufgabe 3.1 Entwicklungssatz

Gegeben sei folgende boolsche Funktion:

$$\boldsymbol{x(d,c,b,a) = (a \oplus b)c\bar{d} \vee (\overline{c \vee \bar{d}}) \vee \bar{a}b(c \equiv d) \vee (\overline{a \vee \bar{b} \vee \bar{c}})}$$

A) Formen Sie die Funktion x(d,c,b,a) so um, dass er sich mit dem Entwicklungssatz nach Shannon entwickeln lässt. Also so, dass nur noch UND, ODER und NICHT Gatter verwendet werden. **2**

$$x(d,c,b,a) = (\bar{a}b \vee a\bar{b})c\bar{d} \vee (\bar{c}d) \vee \bar{a}b(\bar{c}\bar{d} \vee cd) \vee (\bar{a}bc)$$

Gegeben sei folgende boolsche Funktion:

$$\boldsymbol{y(d,c,b,a) = \bar{a}}b\boldsymbol{(\bar{c}\bar{d} \vee cd) \vee (a\bar{b}) \vee (\bar{a}b \vee a\bar{b})}c\boldsymbol{\bar{d} \vee (\bar{b}\bar{c}\bar{d})}$$

B) Entwickeln Sie den Ausdruck y mit Hilfe des Booleschen Entwicklungssatzes in der Reihenfolge d, c, b, a. Geben Sie alle Zwischenergebnisse an. Hinweis: Bringen Sie den Funktionsausdruck zuerst in eine geeignete Form. **4**

Entwicklung nach d:

$$y(0,c,b,a) = \bar{a}b(\bar{c}1 \vee c0) \vee (a\bar{b}) \vee (\bar{a}b \vee a\bar{b})c1 \vee \bar{b}\bar{c}1$$

$$= (\bar{a}b\bar{c}) \vee (a\bar{b}) \vee (\bar{a}b \vee a\bar{b})c \vee \bar{b}\bar{c}$$

$$y(1,c,b,a) = \bar{a}b(\bar{c}0 \vee c1) \vee (a\bar{b}) \vee (\bar{a}b \vee a\bar{b})c0 \vee \overline{bc}0 = \bar{a}bc \vee a\bar{b}$$

Entwicklung nach c:

$y(0,0,b,a) = \bar{a}b \vee a\bar{b} \vee \bar{b}1$

$$y(0,1,b,a) = a\bar{b} \vee \bar{a}b \vee a\bar{b}0 = \bar{a}b \vee \bar{b}$$

$$y(1,0,b,a) = a\bar{b}$$

$$y(1,1,b,a) = \bar{a}b \vee a\bar{b}$$

Entwicklung nach b:

$y(0,0,0,-) = 1$	$y(1,0,0,a) = a$
$y(0,0,1,a) = \bar{a}$	$y(1,0,1,-) = 0$
$y(0,1,0,a) = a$	$y(1,1,0,a) = a$
$y(0,1,1,a) = \bar{a}$	$y(1,1,1,a) = \bar{a}$

Entwicklung nach a:

$$y(0,0,1,0) = 1$$

$$y(0,0,1,1) = 0$$

$$y(0,1,0,0) = 0$$

$$y(0,1,0,1) = 1$$

$$y(0,1,1,0) = 1$$

$$y(0,1,1,1) = 0$$

$$y(1,0,0,0) = 0$$

$$y(1,0,0,1) = 1$$

$$y(1,1,0,0) = 0$$

$$y(1,1,0,1) = 1$$

$$y(1,1,1,0) = 1$$

$$y(1,1,1,1) = 0$$

Alternative Lösung:

Entwicklung nach d:

$$y(d,c,b,a) = d\left(\bar{a}\mathrm{bc} \vee a\bar{b}c \vee \mathrm{a}\bar{b}\bar{c}\right)$$

$$\vee\, \bar{d}\left(\bar{a}b\bar{c} \vee a\bar{b}c \vee \mathrm{a}\bar{b}\bar{c} \vee \bar{a}bc \vee \mathrm{a}\bar{b}c \vee a\bar{b}\bar{c} \vee \bar{a}b\bar{c}\right)$$

Entwicklung nach c:

$$= d[c\left(\bar{a}\mathrm{b} \vee a\bar{b}\right) \vee \bar{c}(a\bar{b})] \vee \bar{d}[c\left(a\bar{b} \vee \bar{a}b\right) \vee \bar{c}\left(\bar{a}b \vee a\bar{b} \vee \bar{a}\bar{b}\right)]$$

Entwicklung nach b:

$$= d\left[c\left(b(\bar{a}) \vee \bar{b}(\mathrm{a})\right) \vee \bar{c}\left(\mathrm{b}(0) \vee \bar{b}(a)\right]\right. \vee \bar{d}[c(b(\bar{a}) \vee \bar{b}(\mathrm{a})) \vee \bar{c}(b(\bar{a}) \vee \bar{b}(1))]$$

Entwicklung nach a:

$$= d[c(\mathrm{b}(\mathrm{a}(0) \vee \bar{\mathrm{a}}(1) \vee \bar{b}(\mathrm{a}(1) \vee \bar{\mathrm{a}}(0)) \vee \bar{c}\left(\mathrm{b}(0) \vee \bar{b}(\mathrm{a}(1) \vee \bar{\mathrm{a}}(0))\right))] \vee$$

$$\vee\, \bar{d}[c(\mathrm{b}(\mathrm{a}(0) \vee \bar{\mathrm{a}}(1)) \vee \bar{b}(\mathrm{a}(1) \vee \bar{\mathrm{a}}(0))) \vee \bar{c}(\mathrm{b}(\mathrm{a}(0) \vee \bar{\mathrm{a}}(1)) \vee \bar{b}(1)))]$$

Aufgabe 3.2 Multiplexerschaltungen

Gegeben sei die Funktion z(d,c,b,a) in den beiden Formen:

1. Restfunktionen:

$z(0,0,b,a) = (\bar{a} \vee \bar{b})$	$z(0,0,0,a) = 1$	$z(0,0,1,0) = 1$
$z(0,1,b,a) = (\bar{a} \wedge b) \vee (a \wedge \bar{b})$	$z(0,0,1,a) = \bar{a}$	$z(0,0,1,1) = 0$
$z(1,0,b,a) = 1$	$z(0,1,0,a) = a$	$z(0,1,0,0) = 0$
$z(1,1,b,a) = 0$	$z(0,1,1,a) = \bar{a}$	$z(0,1,0,1) = 1$
		$z(0,1,1,0) = 1$
		$z(0,1,1,1) = 0$

2. Algebraische Entwicklung

$$z(d,c,b,a) = \bar{d}\left(\bar{c}\left(\bar{b}(1) \vee b\big(\bar{a}(1) \vee a(0)\big)\right) \vee c\left(\bar{b}\big(\bar{a}(0) \vee a(1)\big) \vee b\big(\bar{a}(1) \vee a(0)\big)\right)\right) \vee d\big(\bar{c}(1) \vee c(0)\big)$$

3

A) Die bereits entwickelte Funktion z soll für eine Field Programmable Gate Array (FPGA) Realisierung mit 4:1 Multiplexern umgesetzt werden. Die Eingangsliterale a, b, c, d sollen dabei ausschließlich als Steuersignale genutzt werden. Zeichnen Sie die minimale Multiplexerschaltung. Hierzu sind in Abbildung 3-1 bereits drei 4:1 Multiplexern vorgegeben.

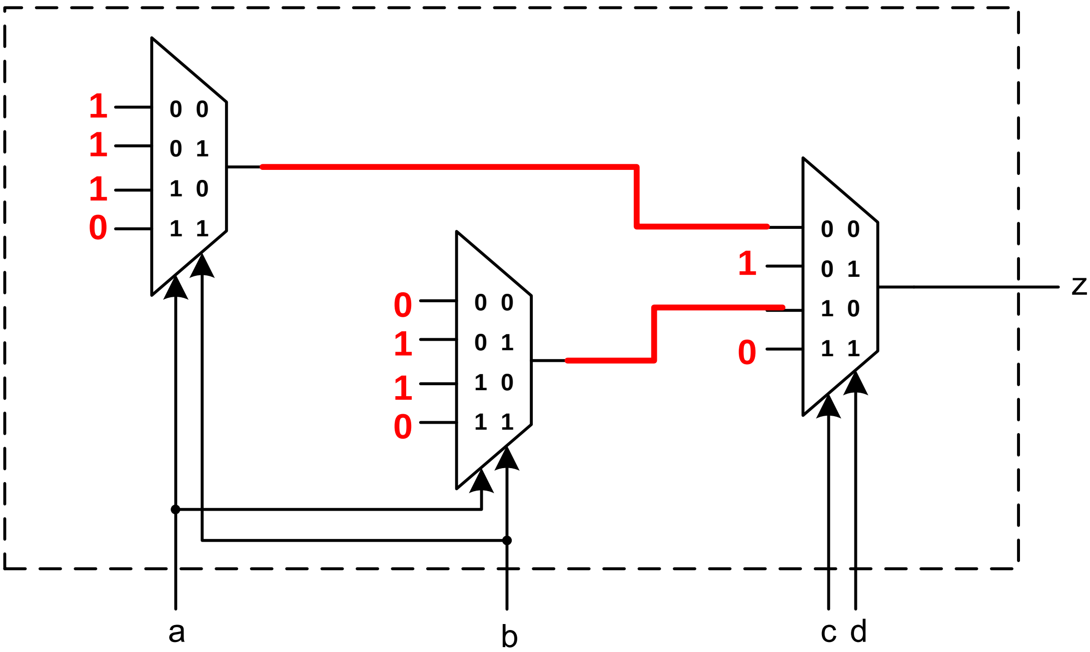


Abbildung 3-1: 4:1 Multiplexer-Schaltung

Aufgabe 3.3 Boolsche Funktionen

Gegeben sei die Funktion $u(c,b,a) = \bar{a}\bar{b}c \vee \bar{a}b\bar{c} \vee a\bar{b}\bar{c} \vee abc$

A) Vervollstandigen Sie die Wahrheitstabelle in Tabelle 3-1 anhand der gegebenen Funktion $u(c,b,a)$: **4**

a	b	c	u
0	*0*	*0*	*0*
0	*0*	*1*	*1*
0	*1*	*0*	*1*
0	*1*	*1*	*0*
1	*0*	*0*	*1*
1	*0*	*1*	*0*
1	*1*	*0*	*0*
1	*1*	*1*	*1*

Tabelle 3-1: Wahrheitstabelle

B) Geben Sie an, welche Grundschaltung durch die Funktion $u(a,b,c)$ in Tabelle 3-1 realisiert wird. **1**

Summe eines Volladdierers / XOR (Verknüpfung der drei Literale) /

Gerade Parität

C) Für die Realisierung der Funktion $u(a,b,c)$ stehen nur NOR-Gatter und NOT-Gatter zur Verfügung. Formen Sie daher die ermittelte DNF in eine NOR-Form um bei der nur NOR Gatter und NOT-Gatter verwendet werden. **3**

$$y(c,b,a) = \bar{a}\bar{b}c \vee \bar{a}b\bar{c} \vee a\overline{\bar{b}c} \vee acb$$

$$= \overline{\overline{\bar{a}\bar{b}c \vee \bar{a}b\bar{c} \vee a\bar{b}\bar{c} \vee acb}}$$

$$= \overline{\overline{\bar{a}\bar{b}c} \wedge \overline{\bar{a}b\bar{c}} \wedge \overline{a\bar{b}\bar{c}} \wedge \overline{abc}}$$

$$= \overline{(a \vee b \vee \bar{c}) \wedge (a \vee \bar{b} \vee c) \wedge (\bar{a} \vee b \vee c) \wedge (\bar{a} \vee \bar{b} \vee \bar{c})}$$

$$= \overline{\overline{\overline{(a \vee b \vee \bar{c}) \wedge (a \vee \bar{b} \vee c) \wedge (\bar{a} \vee b \vee c) \wedge (\bar{a} \vee \bar{b} \vee \bar{c})}}}$$

$$= \overline{\overline{\overline{(a \vee b \vee \bar{c})} \vee \overline{(a \vee \bar{b} \vee c)} \vee \overline{(\bar{a} \vee b \vee c)} \vee \overline{(\bar{a} \vee \bar{b} \vee \bar{c})}}}$$

Aufgabe 4 Zahlensysteme und Codierung ☐

18

Aufgabe 4.1 Binary Coded Decimal

A) Addieren Sie die beiden im Dezimalsystem gegebenen Zahlen 2713_D und 9546_D im BCD System und im Dezimalsystem Geben Sie sowohl den Lösungsweg als auch alle notwendigen Korrekturschritte an.

4

		BCD			**Dec**
	0010	0111	0001	0011	2713
+	1001	0101	0100	0110	+9546
		1 1 1		1 1	
=	1011	1100	0101	1001	
Korr.	PT	PT			
	1011	1100	0101	1001	
+	0110	0110			
1	1 1 1 1	1			
= 1	0010	0010	0101	1001	12259

B) Gegeben sei die folgende Bitkombination: 00101001 01010111 00011001

1

Interpretieren Sie die gegebene Bitkombination als BCD-Zahl. Erläutern Sie, ob es sich „packed code" oder „unpacked code" handelt.

Es kann sich hier nur um "packed code" handeln, da bei keinem der drei Bytes vier führende Nullen vorhanden sind.

C) Welchen Vorteil bietet der Stibitz-Code im Vergleich zur BCD-Codierung in Bezug auf Rechenoperationen? Wie unterscheidet sich der Stibitz-Code vom BCD-Code?

2

Für die Subtraktion mit Hilfe der Komplementbildung ist es nützlich, dass die Codewörter mit Ziffern symmetrisch angeordnet sind. Der Stibitz-Code erreicht dies, indem alle Tetraden im Vergleich zum BCD-Code um $3_D = 0011_B$ größer sind.

Aufgabe 4.2 Polyadische Zahlensysteme

6

Vervollständigen Sie die offenen Felder in Tabelle 4-1 indem Sie jeweils die entsprechenden Konvertierungen durchführen.

Dezimal	Binär	Oktal	Hex
4862_D	1001011111110_B	11376_O	$12FE_H$
716_D	1011001100_B	1314_O	$2CC_H$
189_D	10111101_B	275_O	BD_H
24_D	11000_B	30_O	18_H

Tabelle 4-1: Konvertierung von Zahlensystemen.

Aufgabe 4.3 Rechenoperationen im Binärsystem

A) Welche beiden Rechenoperationen lassen sich im Binärsystem durch Verschieben einer Binärzahl um 3 Stellen nach links bzw. nach rechts realisieren?

1

Durch ein Schieben um 3 Stellen nach links wird eine Multiplikation mit 8 durchgeführt. Ein Verschieben um 3 Stellen nach rechts entspricht einer Division mit 8.

B) Stellen Sie die Zahl **$-13{,}375_D$** in der angegebenen normierten 16-Bit-Fließkommazahlendarstellung dar. Geben Sie die Zwischenschritte bei der Umrechnung an.

4

V	E_7	E_6	E_5	E_4	E_3	E_2	E_1	E_0	M_6	M_5	M_4	M_3	M_2	M_1	M_0
1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0

$13{,}375_D = 8 + 4 + 1 + 1/4 + 1/8 \quad = 1101{,}011_B$

Normierung der Mantisse: $1101{,}011_B = 1{,}101011_B * 2^3$

Mantisse erweitern auf sieben Stellen, ohne führende Eins: M = 1010110

Exponent: 3, => $E = 3+127 = 130 = 10000010_B$

Zahl ist negativ => V = 1

⇨ Binärdarstellung: 1 10000010 1010110

Aufgabe 5 Minimierung digitaler Funktionen

16

Aufgabe 5.1 Symmetriediagramm

1

A) Aus welchem Grund versucht man die Anzahl an Primtermen zu minimieren?

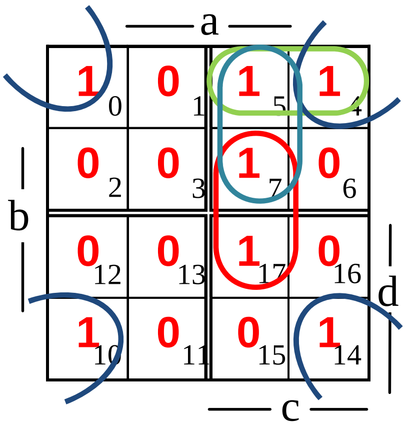
Jeder Primterm entspricht später einem Schaltungselement.

Reduktion der Schaltungselemente aus kostentechnischen und platztechnischen Gründen

5

B) Minimieren Sie die folgende Schaltfunktion mittels eines Symmetriediagramms. Geben Sie das Symmetriediagramm und die entsprechende disjunktive Minimalform an.

$$y = f(a,b,c,d) = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} \lor a\bar{b}c\bar{d} \lor abc\bar{d} \lor abcd \lor \bar{a}\bar{b}\,c\bar{d} \lor \bar{a}\bar{b}\bar{c}d \lor \bar{a}\bar{b}cd$$



$$\boldsymbol{y = f(a,b,c,d) = \bar{a}\bar{b} \lor \bar{b}c\bar{d} \lor abc}$$

Oder $\boldsymbol{y = f(a,b,c,d) = \bar{a}\bar{b} \lor ac\bar{d} \lor abc}$

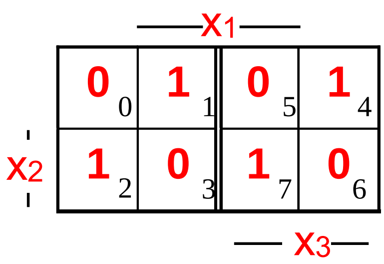
3

C) Zeichnen Sie das Symmetriediagramm einer Antivalenz (XOR) von drei Variablen. Geben Sie die Zwischenschritte Ihrer Lösung in Form einer Funktionsstabelle an.

$$y = f(x_3, x_2, x_1) = x_3\ XOR\ x_2 XOR\ x_1$$

x_1	x_2	x_3	y
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	0	0

x_1	x_2	x_3	y
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	1



Aufgabe 5.2 Verfahren nach Nelson 4

Gegeben ist die Boolesche Funktion f(a,b,c,d) in Abbildung 5-1.

$\mathbf{0}_{0}$	$\mathbf{0}_{1}$	$\mathbf{1}_{5}$	$\mathbf{0}_{4}$
$\mathbf{1}_{2}$	$\mathbf{1}_{3}$	$\mathbf{-}_{7}$	$\mathbf{0}_{6}$
$\mathbf{1}_{12}$	$\mathbf{-}_{13}$	$\mathbf{1}_{17}$	$\mathbf{1}_{16}$
$\mathbf{0}_{10}$	$\mathbf{1}_{11}$	$\mathbf{1}_{15}$	$\mathbf{0}_{14}$

Abbildung 5-1: Symmetriediagramm der Boolesche Funktion f

A) Stellen Sie die Einsvervollständigung f^E der Funktion als konjunktiven Ausdruck dar. **1**

$$f^E = (b \vee c \vee d)(a \vee \bar{c} \vee d)(a \vee b)$$

B) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nelson-Verfahren alle Primimplikanten der Funktion f^E. **3**

$$f^E = (b \vee c \vee d)(a \vee \bar{c} \vee d)(a \vee b)$$

$$f^E = (ab \vee b\bar{c} \vee bd \vee ac \vee cd \vee ad \vee \bar{c}d \vee d)(a \vee b)$$

$$f^E = (ab \vee b\bar{c} \vee ac \vee d)(a \vee b)$$

$$f^E = ab \vee ab\bar{c} \vee ac \vee ad \vee ab \vee b\bar{c} \vee abc \vee bd$$

$$f^E = ab \vee ac \vee ad \vee b\bar{c} \vee bd$$

Aufgabe 5.3 Verfahren nach Petrick

A) Geben Sie mögliche Kernprimimplikanten aus Tabelle 5-1 an. Begründen Sie kurz Ihre Antwort. 1

Keine Kernprimimplikanten.

Keine Spalte enthält nur eine Markierung

B) Wenden Sie nun die Spaltendominanzregel auf Tabelle 5-1 an. Welche Spalte(n) können gestrichen werden? Streichen Sie die entsprechende(n) Spalte(n) und geben Sie die dominierte(n) und zugehörigen dominierende(n) Spalte(n), sowie die streichbare(n) Spalte(n) an. 2

p_i/E_i	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8	E_9	E_{10}	
a		X	X	X	X						
b						X	X		X	X	
c			X		X			X			
d							X	X		X	
e									X	X	
f				X	X						
g	X	X									
h	X					X					

Tabelle 5-1: Überdeckungstabelle

Dominierende Spalte(n):	E_5	E_{10}			
<u>Dominierte</u> Spalte(n):	E_4	E_9			
Streichbare Spalte(n):	E_5	E_{10}			

Aufgabe 6 Optimale Codes - Shannon-Fanø Codierung

14

Um die Bestückung eines Süßigkeitenautomaten optimieren zu können, soll die Steuerung des Automaten um eine Speicherung der getätigten Ausgaben erweitert werden. Im Speicher stehen für diesen Zweck noch 2000 Byte zur Verfügung. Um möglichst viele Daten sammeln zu können, soll eine optimale Codierung entwickelt werden. In Tabelle 6-1 ist die Anzahl der Produktausgaben des letzten Monats angegeben.

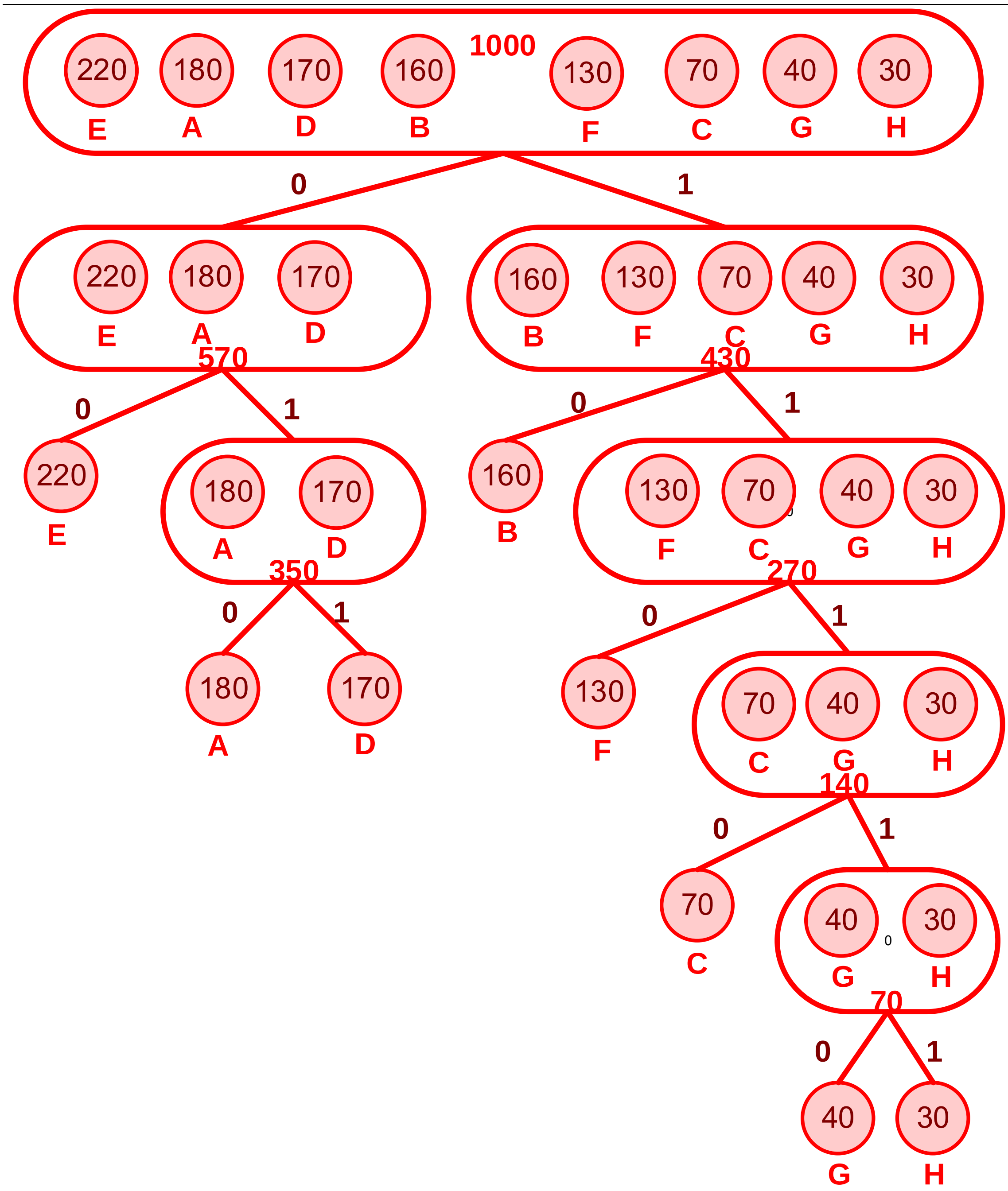
Produkt	Anzahl Ausgaben	Ermittelte Codierung
A: Schokolade hell	180	010
B: Schokolage dunkel	160	10
C: Müsliriegel	70	1110
D: Schokoriegel 1	170	011
E: Schokoriegel 2	220	00
F: Fruchtgummi	130	110
G: Cola	40	11110
H: Mineralwasser	30	11111

Tabelle 6-1

A) Zuerst soll untersucht werden, welche mittlere Codewortlänge sich für eine Codierung ergibt, bei der alle Codewörter binär und mit gleicher Länge codiert würden. Geben Sie dafür die minimale mittlere Codewortlänge an. **1**

Minimale mittlere Codewörter: [ld8] = 3

B) Bestimmen Sie die optimale Codierung nach dem Shannon-Fanø Verfahren für die Auftrittshäufigkeiten aus Tabelle 6-1 und tragen Sie diese anschließend in die Tabelle ein. Der Lösungsweg muss nachvollziehbar und der Baum angegeben sein! **7**


1000
220 E
180 A
170 D
160 B
130 F
70 C
40 G
30 H
0
1
570
430
350
270
140
70

C) Geben Sie die Formel zur Berechnung der mittleren Codewortlänge an. Berechnen Sie anschließend die mittlere Codewortlänge für die im Aufgabenteil B) entwickelte Codierung. **3**

Formel: $\overline{m} = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{n} p(x_i) * m(x_i)$

Berechnung:

$\overline{m}$ = (180 * 3 + 160 * 2 + 70 * 4 + 170 * 3 + 220 * 2 + 130 * 3 + 40 * 5 + 30 * 5) / 1000

= (540 + 320 + 280 + 510 + 440 + 390 + 200 + 150) / 1000

= 2830 / 1000 = 283 / 100

D) Welche Eigenschaft der Shannon Codierung erlaubt die eindeutige Decodierung eines Shannon Codes? **1**

Präfixfreiheit

E) Welche Anzahl an Ausgaben kann im Mittel im Speicher abgelegt werden, bevor dieser voll ist? **2**

Mittlere Anzahl an Ausgaben = 2000 Byte / $\overline{m}$

= 2000 * 8 Bit / (283 / 100 Bit)

= (2000 * 8) / 283 / 100

= (2000 * 8 * 100) / 283

= 1.600.000 / 283 = 5653

Aufgabe 7 Schaltwerke und Automaten

15

Aufgabe 7.1 Automatenentwurf

Für hungrige ITIV-Mitarbeiter soll ein Süßigkeiten Automat am Institut aufgestellt werden, der Mars und Snickers für je 1 € verkauft. Die Ausgabe der Süßigkeiten erfolgt mit Hilfe je eines Motors pro Fach nach Anforderung durch eine entsprechende Wahltaste.

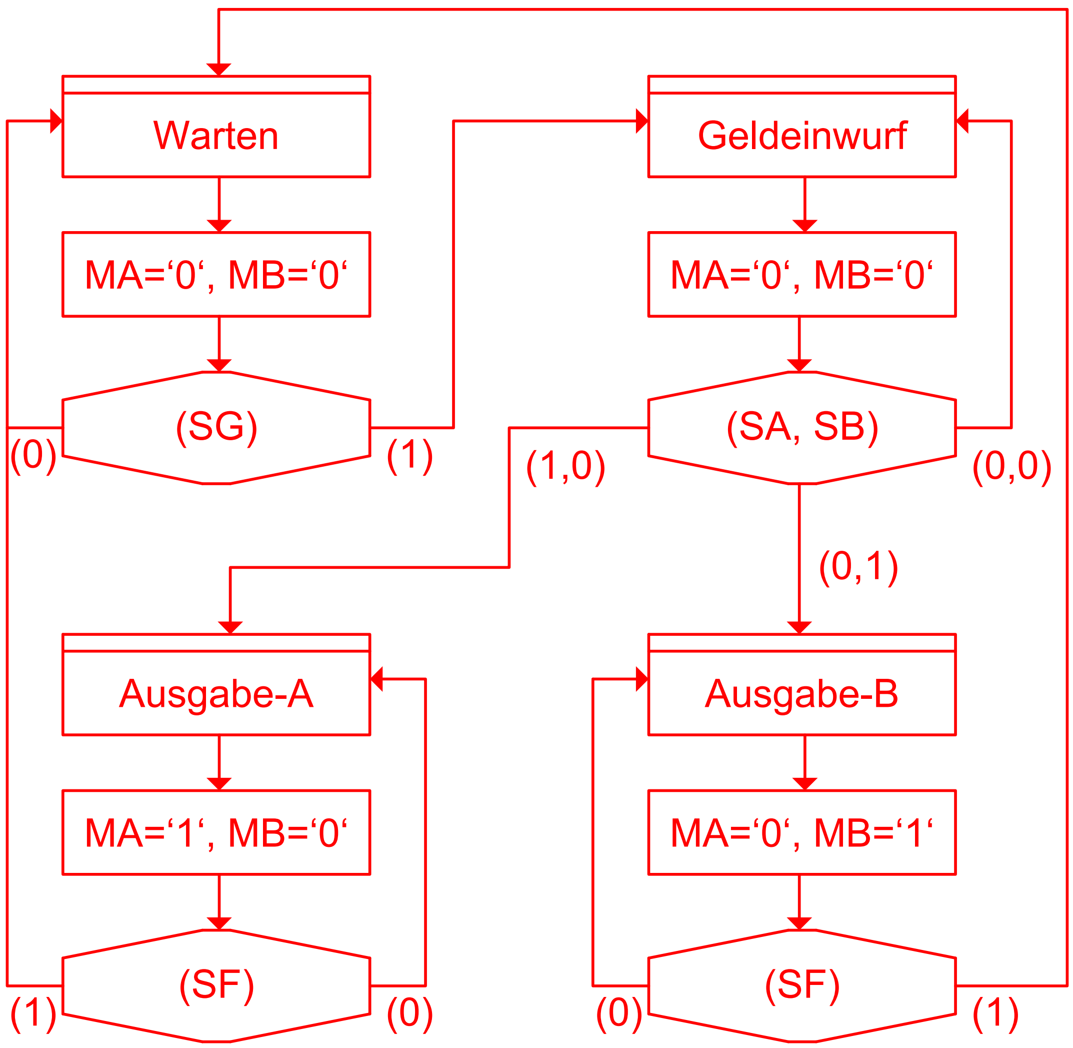
Zur Süßigkeiten Ausgabe muss der passende Motor so lange laufen, bis ein Fall-Sensor die erfolgreiche Ausgabe feststellt. Bevor eine Ausgabe stattfinden kann, muss ein weiter Sensor den Einwurf einer 1 € Münze festgestellt haben.

Zur Steuerung soll nun ein Automat mit den vier Zuständen entworfen werden.

Sensoren:		**Aktuatoren:**		**Zustände:**
SA	Wahltaste A	MA	Motor Fach-A	Warten
SB	Wahltaste B	MB	Motor Fach-B	Geldeinwurf
SF	Fall-Sensor			Ausgabe-A
SG	Geldeinwurf-Sensor			Ausgabe-B

A) Zeichnen Sie das Ablaufdiagramm des Automaten

6



B) Um was für einen Automatentyp handelt es sich?

1

Moore Automat

Aufgabe 7.2 Schaltwerke

Tabelle 7-1 zeigt die Ablauftabelle einen anderen Automaten.

	Qv		Eingabe		Qv+1		Ausgabe		RS FF (q1)		JK FF (q0)	
	q1	q0	e1	e0	q1	q0	a1	a0	r1	s1	k0	j0
S0	0	0	0	-	0	0	0	0	-	0	-	0
			1	0	1	1	0	1	0	1	-	1
			1	1	0	1	1	0	-	0	-	1
S1	0	1	0	-	0	1	1	0	-	0	0	-
			1	0	0	0	0	0	-	0	1	-
			1	1	1	0	1	1	0	1	1	-
S2	1	0	0	-	1	0	1	1	0	-	-	0
			1	0	0	1	1	0	1	0	-	1
			1	1	1	1	0	1	0	-	-	1
S3	1	1	0	-	1	1	0	1	0	-	0	-
			1	0	1	0	1	1	0	-	1	-
			1	1	0	0	0	0	1	0	1	-

Tabelle 7-1: Ablauftabelle eines Automaten mit vier Zuständen

A) Vervollständigen Sie die Ansteuerung der Flip-Flops für die Zustandsvariablen q0 und q1.

4

B) Welche Funktion erfüllt der Automat in Tabelle 7-1?

1

Up-Down Counter mit Gray Code Ausgabe

C) In Abbildung 7-1 ist ein Symmetriediagramm zur Ermittlung einer minimalen Ansteuerfunktion von a0 des Ausgabe-Schaltnetzes gegeben. Vervollständigen Sie das Symmetriediagramm.

1

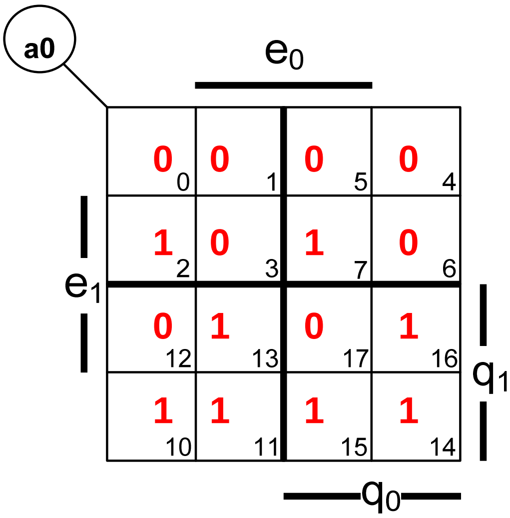


Abbildung 7-1: Symmetriediagramm

D) Geben Sie die Ansteuerfunktion von a0 in disjunktiver Minimalform an.

2

a0 = !e1*q1 + !e0*e1*!q0*!q1 + e0*e1*!q0*q1 + e0*e1*q0*!q1 + !e0*e1*q0*q1

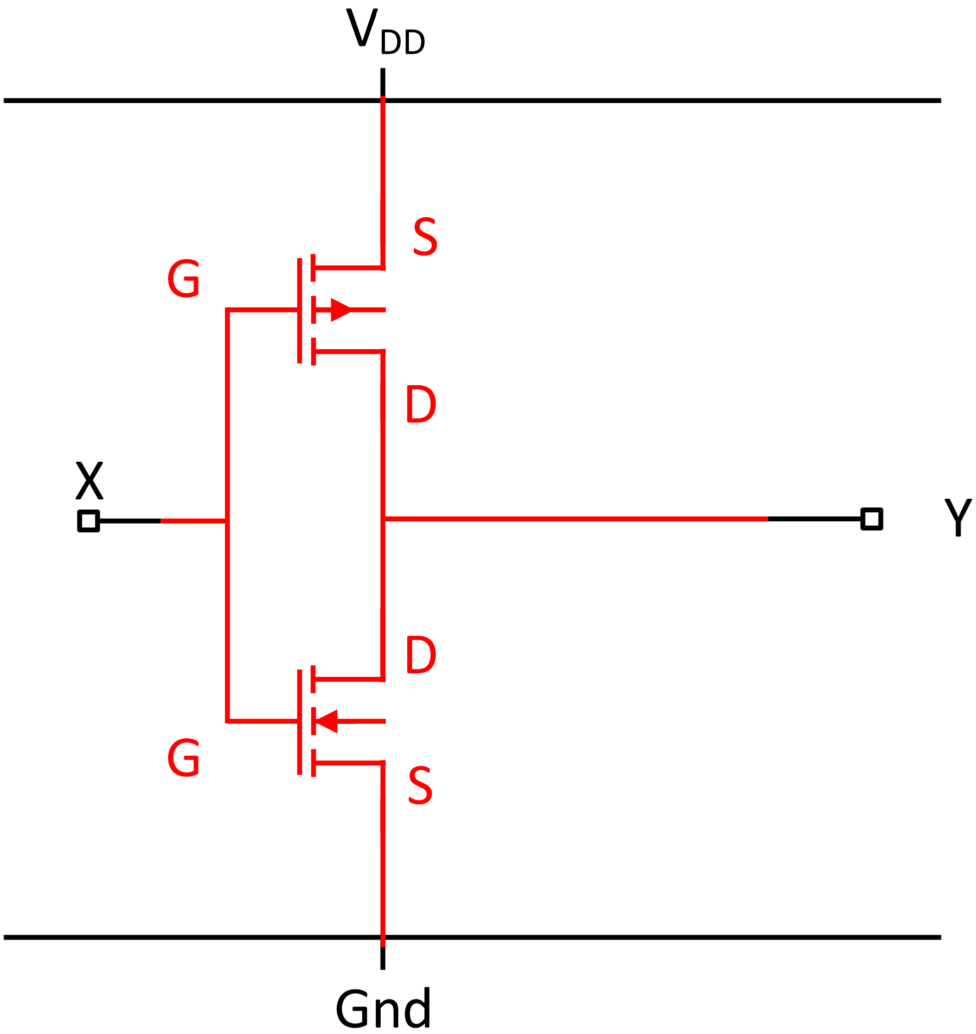
Aufgabe 8 CMOS

15

Aufgabe 8.1

3

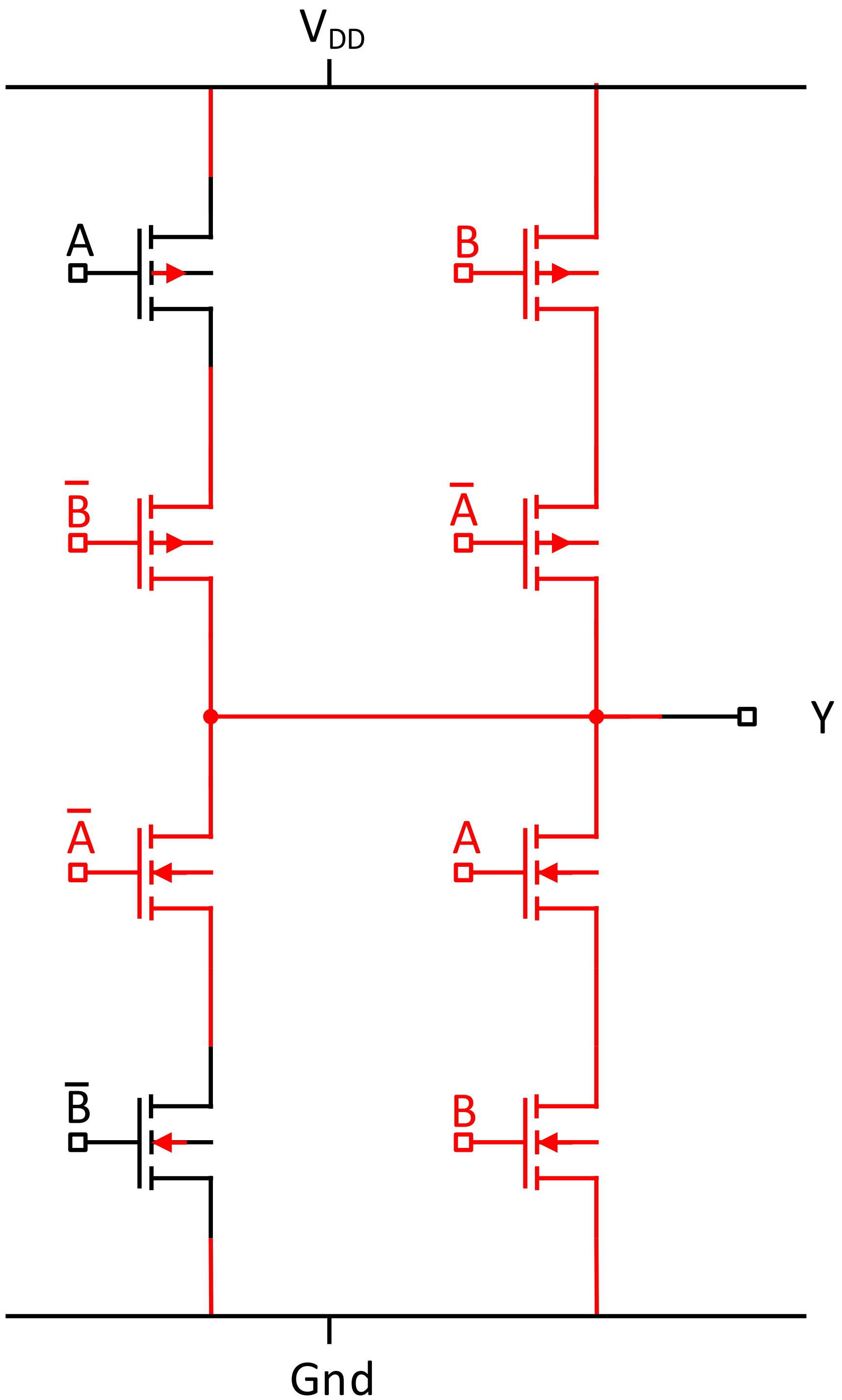
A) Zeichne einen CMOS-Inverter mit X als Eingang und Y als Ausgang. Achte darauf dass man NMOS und PMOS Transistoren unterscheiden kann. Kennzeichne das Gate jedes Transistors mit dem Buchstaben G, den Drain-Anschluss mit D und den Source-Anschluss mit S.



1Pkt: für richtige Transistoren für Pullup und Pulldown Teil
1Pkt: für richtige Beschriftung der Transistoranschlüsse
1Pkt: für korrekten Inverter

B) Vervollständige die CMOS Schaltung, so dass sie ein XOR Logikgatter realisiert. Die Eingänge heißen A und B, der Ausgang Y. Achte darauf, dass man NMOS und PMOS Transistoren unterscheiden kann. Zur besseren Übersicht dürfen die Buchstaben der Eingänge A und B direkt an den jeweiligen Transistoranschluss geschrieben werden. Dabei dürfen sie auch direkt durch einen Überstrich negiert werden.

3



1Pkt: für richtige Transistoren für Pullup und Pulldown Teil

Je 1Pkt: für richtigen Pullup bzw. richtigen Pulldown Teil

Aufgabe 8.2

Gegeben ist die pull-up-Funktion F sowie die pull-down-Funktion G eines CMOS Schaltnetzes:

$$F = \bar{A}(\bar{B} + C\bar{D})$$

$$G = (\overline{AB} + AC)(\bar{C} + B + \bar{D})$$

A) Ist die Schaltung Kurzschlussfrei? Falls nein, welche Kombinationen führen zu einem Kurzschluss? **2**

Prüfung auf Kurzschlüsse: $F \cdot G = 0$

$$F(d,c,b,a) \cdot G(d,c,b,a) = \left(\bar{a}(\bar{c}b + cd)\right) \cdot \left(\left(\overline{ab} + ac\right)(\bar{c} + b + d)\right)$$

$$= (\bar{a}b\bar{c} + \bar{a}cd)\left(\overline{abc} + \cancel{\overline{ab}b} + \overline{ab}d + \cancel{ac\bar{c}} + acb + acd\right)$$

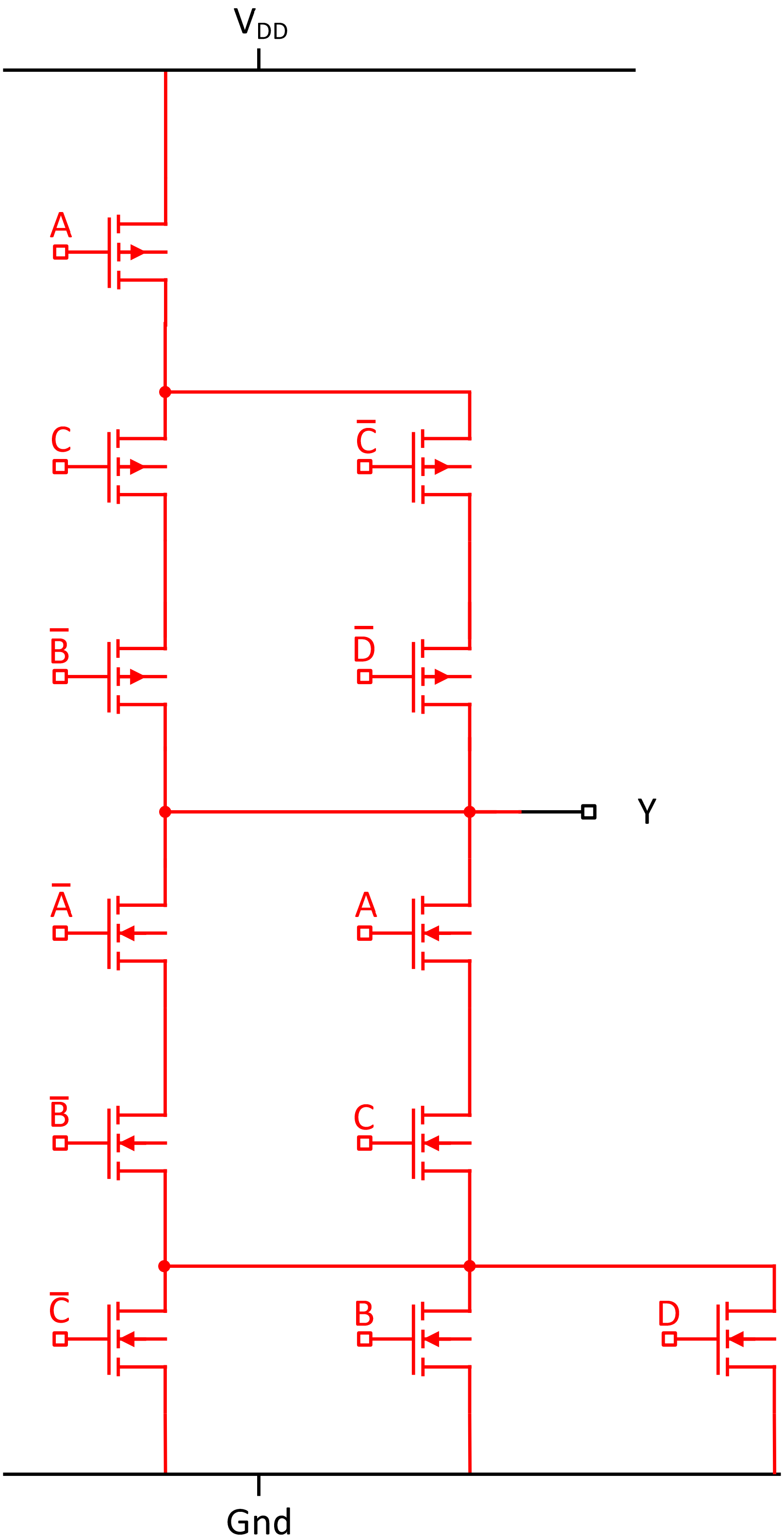
$$= \left(\cancel{\overline{abc}\bar{a}b\bar{c}} + \cancel{\overline{ab}d\bar{a}b\bar{c}} + \cancel{acb\bar{a}b\bar{c}} + \cancel{acd\bar{a}b\bar{c}}\right)$$
$$+ \left(\cancel{\overline{abc}\bar{a}cd} + \boldsymbol{\overline{ab}d\bar{a}c\cancel{d}} + \cancel{acb\bar{a}cd} + \cancel{acd\bar{a}cd}\right) = 0$$

→ Kurzschluss bei der Belegung $\overline{ab}cd$

1Pkt: für korrekten Ansatz
1Pkt: Für korrekte Lösung

3

B) Zeichne das zugehörige Schaltnetz der Funktionen aus A), ohne Umformungen oder Optimierungen. Achte darauf, dass man NMOS- und PMOS-Transistoren unterscheiden kann.



1Pkt: für richtige Transistoren für Pullup und Pulldown Teil
Je 1Pkt: für richtigen Pullup bzw. richtigen Pulldown Teil

C) Fülle die Wahrheitstabelle für die Schaltung aus. Nutze hierfür die Funktionen aus Aufgabe A). Falls notwendig, verwende den Buchstaben **K** für einen Kurzschluss und **Z** für einen hochohmigen Zustand.

4

a	b	c	d	y
0	0	0	0	**0**
0	0	0	1	**0**
0	0	1	0	**Z**
0	0	1	1	**K**
0	1	0	0	**1**
0	1	0	1	**1**
0	1	1	0	**Z**
0	1	1	1	**1**
1	0	0	0	**Z**
1	0	0	1	**Z**
1	0	1	0	**Z**
1	0	1	1	**0**
1	1	0	0	**Z**
1	1	0	1	**Z**
1	1	1	0	**0**
1	1	1	1	**0**

Pro zwei korrekte Werte für y gibt es einen halben Punkt. Eine ungerade Anzahl richtiger Antworten wird abgerundet.

Da im Text extra steht, für die Schaltung aus Aufgabe A, muss man eigentlich keine Folgefehler beachten. Evtl. muss man Folgefehler beachten, falls die in A) falsche Kurzschlüsse finden.