Klausur im SS2015
Digitaltechnik

Institut für Technik der Informationsverarbeitung – ITIV
Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Jürgen Becker

Digitaltechnik
Datum: 10.09.2015
Name: Chuck Norris
Matr. Nr.: 10.03.1940
ID: ∞

Hörsaal: Ryan, Oklahoma
Platz: $\oint$

Hinweise zur Klausur

Hilfsmittel:

- Als Hilfsmittel sind drei Seiten vorgegeben und ein DIN A4 Blatt selbst geschriebene Formelsammlung zugelassen..
- Verwenden Sie zum Bearbeiten der Aufgaben nur dokumentenechte Schreibgeräte – keinen Bleistift, keine Rotstifte!
- Alle nicht genannten Hilfsmittel sind untersagt. Dies beinhaltet jegliche Kommunikation mit anderen Personen sowie die Benutzung eines Taschenrechners.

Klausurdauer:
Die Prüfungsdauer für die Klausur beträgt 120 Minuten.

Klausurunterlagen:
Die Klausurunterlagen bestehen aus insgesamt 27 Seiten Aufgabenblättern (inklusive dieses Titelblatt, 8 Aufgabenblöcke) und 3 Seiten Formelsammlung.
Bitte prüfen Sie vor der Bearbeitung der Aufgaben auf jeder Seite oben Ihre Matrikelnummer sowie Ihre ID und zusätzlich Ihren Namen auf der ersten Seite.
Falls Sie zusätzliche Blätter zur Lösung der Aufgaben benötigen, fragen Sie nach zusätzlichem Lösungspapier bei der Aufsicht. Vermeiden Sie generell das Beschreiben der Rückseiten. Die Verwendung von eigenen Blättern ist nicht erlaubt. Geben Sie zu jeder Aufgabe ein detaillierten Rechenweg an. Lösungen ohne Rechenweg können trotz richtigem Ergebnis zu Punktabzug führen.

Klausurabgabe:
In den letzten 30 Minuten der Klausur ist eine vorzeitige Abgabe der Klausur nicht möglich. Am Ende der Klausur bleiben Sie bitte sitzen. Alle Aufgaben- und Lösungsblätter sowie dieses Deckblatt sind in den ausgehändigten Umschläge abzugeben. Diese werden von der Aufsicht eingesammelt.

		Seite	≈ Pkt. [%]	Punkte
Aufgabe 1:	Codierung und Fehlerbehandlung	2	11	**14**
Aufgabe 2:	Mengen, Relationen, Graphen	5	14	**17**
Aufgabe 3:	Boolesche Algebra	9	11	**14**
Aufgabe 4:	Zahlensysteme und Codierung	12	11	**14**
Aufgabe 5:	Minimierung	14	12	**15**
Aufgabe 6:	Optimale Codes	17	12	**15**
Aufgabe 7:	Automaten	20	12	**15**
Aufgabe 8:	CMOS und Gatter	24	13	**16**
				$\sum$ **120**

Aufgabe 1: Codierung und Fehlerbehandlung

14

Aufgabe 1.1: Allgemeine Fragen

A) Können Sie mit einem 4-aus-6 Code eine größere Anzahl an unterschiedlichen Codewörter darstellen als mit einem 2-aus-6 Code? Begründen Sie Ihre Antwort!

2

Nein, da $\binom{6}{4} = 15$ und $\binom{6}{2} = 15$

Alternative Begründung: 2-aus-6 Code entspricht einem invertierten 2-aus-6 Code

B) Ist die Gray Codierung für die Übertragung von Nachrichten über einen störanfälligen Kanal geeignet? Begründen Sie Ihre Antwort!

1

Nein, da keine Fehlererkennungs- oder Fehlerkorrektureigenschaften

C) Welche minimale Hamming-Distanz muss ein Code aufweisen, damit bis zu vier Fehler erkannt werden können? Nehmen Sie an, dass ein gültiges Codewort 10101 ist. Wie viele mögliche weitere gültige Codewörter gibt es unter diesen Voraussetzungen? Geben Sie alle weitere mögliche gültige Codewörter explizit an.

2

vier Fehler erkennbar -> HDmin = 5,
weswegen es bei einem 5-stelligen Codewort nur eine weiter Möglichkeit für ein gültiges Codewort gibt, 01010

Aufgabe 1.2: Zyklische Codes

A) Entwerfen Sie eine geeignete minimale Gray Codierung für einen Drehgeber mit der Schrittweite $22,5^\circ$ Geben Sie die Zuordnung der Codes zu den Winkeln tabellarisch an.

4

Code	Winkel	Code	Winkel
0000	0	1100	180
0001	22,5	1101	202,5
0011	45	1111	225
0010	67,5	1110	247,5
0110	90	1010	270
0111	112,5	1011	292,5
0101	135	1001	315
0100	157,5	1000	337,5

Aufgabe 1.3: Blocksicherung

Für die serielle Nachrichtenübertragung über einen Störanfälligen Kanal werden die Nachrichten mit Blocksicherung mit gerader Quersummenergänzung jedoch ohne Scrambling übertragen. Die Blockgröße der Nutzdaten sei dabei 4 Zeilen x 7 Spalten.

A) Ermitteln Sie die Effizienz dieser Blocksicherung, bezogen auf die die Nutzdaten in einem Block.
Anmerkung: Effizienz $= \frac{\text{Nutzdaten}}{\text{Übertragungsdaten}}$

1

$Effizienz = \frac{7*4}{(7+1)*(4+1)} = \frac{28}{40}$
$(= 0,7 = 70\%)$

B) Nennen Sie je einen Vor- und einen Nachteil der Blocksicherung gegenüber der Gray Codierung. **1**

Vorteil: Fehler können korrigiert werden
Nachteil: Overhead

C) Konstruieren Sie, mit Berücksichtigung der gegebenen Vorschriften unter Aufgabe 1.3, den Übertragungsblock für die ASCII Zeichenfolge von „WS15“. **3**

1010111	1
1010011	0
0110001	1
0110101	0
0000000	0

Aufgabe 2: Mengen, Relationen, Graphen

17

Aufgabe 2.1: Mengen

Gegeben seien die Mengen **U={a,b}** und **V={a}**

A) Ist **UxV=VxU**? Begründen Sie allgemein!

1

Nein.
Allgemein gilt das nicht, das kartesische Produkt ist nicht kommutativ.

B) Geben Sie $\mathbf{(UxV)^2}$ an! Wie groß ist die Mächtigkeit?

2

$(UxV)^2$={((a,a), (a,a)), ((a,a),(b,a)), ((b,a),(a,a)), ((b,a),(b,a))}
Mächtigkeit = 4

Aufgabe 2.2: Relationen

A) Wie sind Antisymmetrie und Symmetrie definiert?

2

wenn aus x α y auch y α x folgt: Symmetrie
wenn aus a α y und y α x folgt x = y: Antisymmetrie

B) Gibt es eine Relation, die sowohl antisymmetrisch als auch symmetrisch ist? Falls nein, begründen Sie! Falls ja, geben Sie ein Beispiel!

1

Ja, die Gleichheit der reellen Zahlen (=)

C) Gegeben sei folgenden Tabelle:

1

τ	a	b	c	d	e	f
G_1			X	X	X	
G_2		X	X	X		
G_3	X					

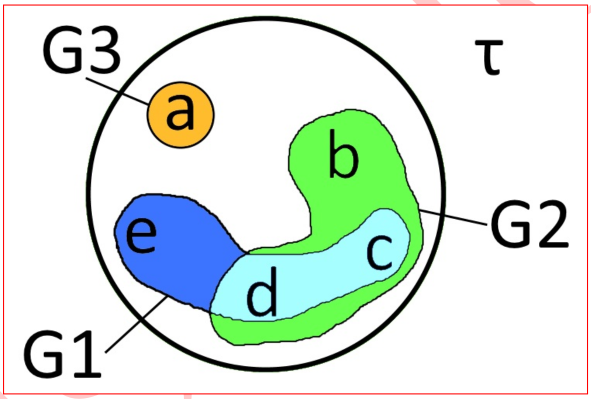
Tabelle 2.1: Tabelle

Stellt die Menge τ aus Tabelle 2.1 eine Überdeckung dar? Begründen Sie!

Nein, da f von keiner Teilmenge überdeckt wird

D) Stellen Sie die Menge τ aus Tabelle 2.1 graphisch dar. Zeichnen Sie hierfür die überdeckenden Größen als Gebiete.

2



Aufgabe 2.3: Graphen - Planungsstrategie

Gegeben ist folgender Graph. Die Kantengewichte entsprechen dabei der Zeiteinheiten (ZE):

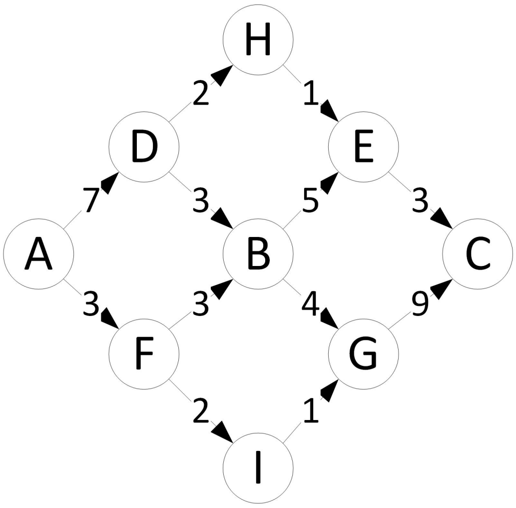


Abbildung 2.1: Planungsgraph

A) Handelt es sich bei dem Graphen in Abbildung 2.1 um einen gerichteten Baum? Begründen Sie! **1**

Ja. Der gerichtete Graph ist zusammenhängend und zyklenfrei. Außerdem enthält er eine einzige Wurzel ohne Vorgängerknoten

B) Existiert ein dualer Graph des dargestellten Graphen? Begründen Sie und geben sie die Voraussetzung für die Existenz eines dualen Graphen an! **1**

Ja, denn er ist planar

C) Geben Sie den kürzesten Weg von **A** nach **C** an! **2**

A -> D -> H -> E -> C = 13

D) Der Graph soll nun den Ablauf eines Projektes darstellen. Der Anfangsknoten einer Kante steht für die Tatsache, dass eine Tätigkeit ausführbar geworden ist, das Kantengewicht für ihre Dauer, und der Endknoten für die Tatsache, dass die Tätigkeit abgeschlossen ist. Wann ist das Projekt frühestmöglich erfolgreich abgeschlossen? Geben Sie den Lösungsweg an!

3

23ZE

Längster Weg nach H = 9, nach B 10, nach I 5, damit nach E 15, nach G 14 und nach C 23 (ADBGC).

Ansonsten kann auch rückwärts gerechnet werden.

E) Wie nennt man den Graphen, den man bestimmen muss, um die schnellstmögliche Umsetzung des Projektes zu erhalten?

1

Maximal aufspannender Baum

Aufgabe 3: Boolesche Algebra

14

A) Zeigen Sie mit Boolscher Algebra, dass Ausdruck A gleich Ausdruck B ist.

$A = (ab\overline{c}d) + (abcd) + (\overline{a}b\overline{c}d) + (\overline{a}bcd)$

$B = \overline{(\overline{b} + \overline{d})}$

3

$A = (abd)\underbrace{(\overline{c} + c)}_{=1} + (\overline{a}bd)\underbrace{(\overline{c} + c)}_{=1}$

$A = (bd)\underbrace{(\overline{a} + a)}_{=1}$

$A = (b \cdot d)$

$B = \overline{(\overline{b} + \overline{d})} = (b \cdot d)$ q.e.d.

B) Beweisen Sie DeMorgan.

$\overline{(xy)} = (\overline{x} + \overline{y})$

4

$0 = (\overline{x} + \overline{y})(x \cdot y)$

$0 = (\underbrace{\overline{x} \cdot x}_{=0} \cdot y) + (x \cdot \underbrace{y \cdot \overline{y}}_{=0})$

$0 = \underbrace{(0 \cdot y)}_{=0} + \underbrace{(x \cdot 0)}_{=0} = 0$ q.e.d

Alternativlösung mittels Wahrheitstabelle:

$\overline{(xy)}$

x	y	y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$(\overline{x} + \overline{y})$

x	y	y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

C) Gegeben sei folgende boolsche Funktion:
$Y = (\overline{a}bcd) + (a\overline{b}d) + (a\overline{c}\overline{d}) + (\overline{b}\overline{c}\overline{d})$
Entwickeln Sie den Ausdruck y mit Hilfe des Booleschen Entwicklungssatzes in der Reihenfolge d, c, b, a. Geben Sie alle Zwischenergebnisse an.

4

$Y(1,c,b,a) = (\overline{a}bc1) + (a\overline{b}1) + (a\overline{c}\overline{1}) + (\overline{b}\overline{c}\overline{1}) = (\overline{a}bc) + (a\overline{b})$
$Y(0,c,b,a) = (\overline{a}bc0) + (a\overline{b}0) + (a\overline{c}\overline{0}) + (\overline{b}\overline{c}\overline{0}) = (a\overline{c}) + (\overline{b}\overline{c})$
$Y(1,1,b,a) = (\overline{a}b1) + (a\overline{b}) = (\overline{a}b) + (a\overline{b})$
$Y(1,0,b,a) = (\overline{a}b0) + (a\overline{b}) = (a\overline{b})$
$Y(0,1,b,a) = (a\overline{1}) + (\overline{b}\overline{1}) = 0$
$Y(0,0,b,a) = (a\overline{0}) + (\overline{b}\overline{0}) = (a) + (\overline{b})$
$Y(1,1,1,a) = (\overline{a}1) + (a\overline{1}) = \overline{a}$
$Y(1,1,0,a) = (\overline{a}0) + (a\overline{0}) = a$
$Y(1,0,1,a) = (a\overline{1}) = 0$
$Y(1,0,0,a) = (a\overline{0}) = a$
$Y(0,0,1,a) = (a) + (\overline{1}) = a$
$Y(0,0,0,a) = (a) + (\overline{0}) = 1$
$Y(1,1,1,1) = \overline{1} = 0$
$Y(1,1,1,0) = \overline{0} = 1$
$Y(1,1,0,1) = 1$
$Y(1,1,0,0) = 0$
$Y(1,0,0,1) = 1$
$Y(1,0,0,0) = 0$
$Y(0,0,1,1) = 1$
$Y(0,0,1,0) = 0$

D) Für die Realisierung der Funktion Z(a,b,c) stehen nur NOR-Gatter und NOT-Gatter zur Verfügung. Formen Sie daher die ermittelte DNF in eine minimale NOR-Form um, bei der nur NOR Gatter und NOT-Gatter verwendet werden. **3**

$Z = (a\overline{b}c) + (\overline{a}b\overline{c}) + (\overline{a}\overline{b}c) + (ab\overline{c})$

$$Z = \overline{\overline{(a\overline{b}c) + (\overline{a}b\overline{c}) + (\overline{a}\overline{b}c) + (ab\overline{c})}}$$

$$Z = \overline{\overline{(a\overline{b}c)} \cdot \overline{(\overline{a}b\overline{c})} \cdot \overline{(\overline{a}\overline{b}c)} \cdot \overline{(ab\overline{c})}}$$

$$Z = \overline{(\overline{a} + b + \overline{c}) \cdot (a + \overline{b} + c) \cdot (a + b + \overline{c}) \cdot (\overline{a} + \overline{b} + c)}$$

$$Z = \overline{\overline{\overline{(\overline{a} + b + \overline{c})} + \overline{(a + \overline{b} + c)} + \overline{(a + b + \overline{c})} + \overline{(\overline{a} + \overline{b} + c)}}}$$

Aufgabe 4: Zahlensysteme und Codierung

14

Aufgabe 4.1: Umrechnung von Zahlensystemen

A) Vervollständigen Sie die Tabelle 4.1, indem Sie die offenen Felder durch die entsprechende Konvertierung ergänzen.

6

Dezimal	Binär	Oktal	Hexadezimal
1455_D	$101\ 1010\ 1111_B$	2657_O	$5AF_H$
1987_D	$111\ 1100\ 0011_B$	3703_O	$7C3_H$
314_D	$1\ 0011\ 1010_B$	472_O	$13A_H$
3609_D	$1110\ 0001\ 1001_B$	7031_O	$E19_H$

Tabelle 4.1: Umrechnung von Zahlensystemen

B) Wandeln Sie die Zahl $A9_{\ 11}$ (Basis 11) in das Quintalsystem (Basis 5) um. Geben Sie die Zwischenschritte an.

3

$$A9_{11} \equiv 119_D \tag{4.1}$$
$$119 : 5 = 23\ R4 \tag{4.2}$$
$$23 : 5 = 4\ R3 \tag{4.3}$$
$$4 : 5 = 0\ R4 \tag{4.4}$$
$$\rightarrow A9_{11} \equiv 434_5 \tag{4.5}$$

Aufgabe 4.2: Rechenoperationen im Binärsystem

Abbildung 4.1 zeigt eine Darstellung von Fließkommazahlen mit 16 Bit. Das höchstwertige Bit stellt das Vorzeichen V dar, die nachfolgenden acht Bits den Exponenten E und die niederwertigsten sieben Bits die Mantisse M.

V	E_7	E_6	E_5	E_4	E_3	E_2	E_1	E_0	M_6	M_5	M_4	M_3	M_2	M_1	M_0

Abbildung 4.1: 16 Bit Fließkommazahlenformat

A) Stellen Sie die Zahl $0,5625_D$ in der angegebenen normierten 16-Bit-Fließkommazahlendarstellung dar. Geben Sie die Zwischenschritte bei der Umrechnung an. **3**

V	E_7	E_6	E_5	E_4	E_3	E_2	E_1	E_0	M_6	M_5	M_4	M_3	M_2	M_1	M_0
0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0

$0,5625_D = \frac{1}{2} + \frac{1}{16} = 0,1001_B$
Normierung der Mantisse auf 1,M $\rightarrow 0,1001_B = 1,001_B * 2^{-1}$
Mantisse erweitern auf 7 Bits: $M = 0010000$
Exponent: $-1 \rightarrow E = -1 + 127 = 126 \rightarrow 01111110_B$
Zahl ist positiv $\rightarrow V = 0$
$\rightarrow 0011111100010000$

B) Multiplizieren Sie die Zahl 127_D mit der Zahl 129_D . Führen Sie die Rechnungen im Binärsystem durch und geben Sie Ihr Ergebnis ebenfalls im Binärsystem an. Eine abschließende Umwandelung des Ergebnisses in das Dezimalsystem ist nicht notwendig. **2**

$$01111111_B * 10000001_B \equiv 127_D * 129_D \tag{4.6}$$
$$\rightarrow 111111\ 10000000_B \tag{4.7}$$
$$+ \qquad 1111111_B \tag{4.8}$$
$$= 111111\ 11111111_B (= 16383_D) \tag{4.9}$$

Aufgabe 5: Minimierung

15

Aufgabe 5.1: Symmetriediagramm

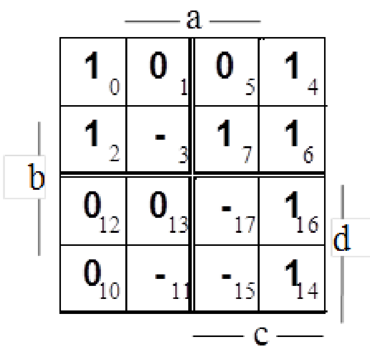


Abbildung 5.1: Symmetriediagramm

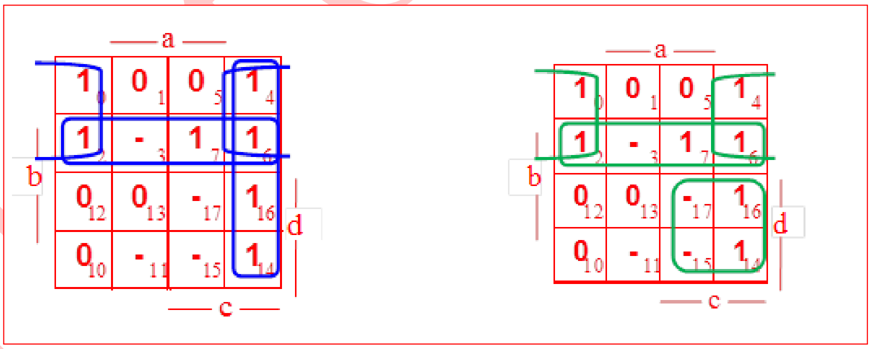
A) Bestimmen Sie die konjunktive Normalform (KNF) aus dem Symmetriediagramm in Abbildung 5.1.

2

$y = f(a, b, c, d) = (\overline{a}\vee b\vee c\vee d)\wedge(\overline{a}\vee b\vee\overline{c}\vee d)\wedge(a\vee\overline{b}\vee c\vee\overline{d})\wedge(\overline{a}\vee\overline{b}\vee c\vee\overline{d})\wedge(a\vee b\vee c\vee\overline{d})$

B) Bestimmen Sie aus dem Symmetriediagramm in Abbildung 5.1 zwei unterschiedliche disjunktive Minimalformen (DMF) der Schaltfunktion, die sich mindestens in einem Primimplikanten unterscheiden.

4



Blau:

$$y = f(a, b, c, d) = \overline{ad} \vee b\overline{d} \vee \overline{a}c$$

Grün:

$$y = f(a, b, c, d) = \overline{ad} \vee b\overline{d} \vee cd$$

Aufgabe 5.2: Nelson/Petrick Verfahren

Ein Elektrotechnik-Student hat zur Vorbereitung auf eine Prüfung verschiedene Bücher (A-E) verwendet, mit denen die Teilkapitel (1-8) des Prüfungsfaches unterschiedlich abgedeckt werden. Um nun für den Prüfungstag herauszufinden, welche Bücher in die Klausur mitzunehmen sind, soll eine Überdeckungstabelle aufgestellt werden. Es wird hierbei vorausgesetzt, dass die Teilkapitel in den jeweiligen Büchern gleich gut beschrieben sind.

Buch	Beschriebene Kapitel	Gewicht
A	1, 4, 7	350g
B	2, 7, 8	190g
C	3, 5, 6	450g
D	1, 4, 7	700g
E	2, 3, 5	250g

Tabelle 5.1: Abgedeckte Kapitel und Gewicht der Bücher

A) Ergänzen Sie die Überdeckungstabelle 5.2 und stellen Sie den Petrickausdruck auf. **2**

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	X			X			X	
B		X					X	X
C			X		X	X		
D	X			X			X	
E		X	X		X			

Tabelle 5.2: Überdeckungstabelle

$P_e = (A+D)\cdot(B+E)\cdot(C+E)\cdot(A+D)\cdot(C+E)\cdot C\cdot(A+B+D)\cdot B$

B) Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformungen alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckung mit dem geringsten Gesamtgewicht (in Gramm) der mitzunehmenden Bücher an. **5**

$$P_e = (A + D) \cdot (B + E) \cdot (C + E) \cdot (A + D) \cdot (C + E) \cdot C \cdot (A + B + D) \cdot B$$

$$P_e = (A + D) \cdot C \cdot B$$

$$P_e = (ABC + BCD)$$

Gewicht ABC: 990g
Gewicht BCD: 1340g
Die kostengünstigste (leichteste) Kombination ist ABC mit einem Gesamtgewicht von 990g.

C) Erläutern Sie kurz die jeweiligen Ziele der Verfahren nach Nelson und Petrick. Welches Ergebnis liefert die Anwendung beider Verfahren? **2**

Nelson-Verfahren: Bestimmung aller Primimplikanten zur Bildung einer disjunktiven Minimalform DMF (dual dazu: alle Primimplikate für KMF).
Petrick-Verfahren: Bestimmung der kostenminimalen Auswahl von Primimplikanten zur Einsstellenüberdeckung (bzw. Primimplikaten zur Nullstellenüberdeckung) und kann direkt nach dem Nelson-Verfahren zur kostenminimalen Auswahl von Primtermen verwendet werden.
Das Ergebnis ist ein kostenminimaler algebraischer Ausdruck der zu realisierenden digitalen Schaltfunktion.

Aufgabe 6: Optimale Codes

15

Zur Auswertung und Optimierung des Nahverkehrs sollen die Fahrkartenautomaten des KVV mit einer Speicherung der getätigten Fahrkartenkäufe ausgestattet werden. Um diese Daten möglichst effizient speichern und übertragen zu können, soll hierfür eine optimale Codierung entwickelt werden. In Tabelle 6.1 ist die Anzahl der Fahrkartenverkäufe pro Fahrtstrecke angegeben.

Fahrstrecke	**Anzahl in Tsd. / Tag**	**Ermittelte Codierung**
A: 1 Wabe	40	01
B: 2 Waben	65	00
C: 3 Waben	30	100
D: 4 Waben	20	101
E: 5 Waben	15	1100
F: 6 Waben	10	1110
G: 7 Waben	12	1101
H: >7 Waben	8	1111

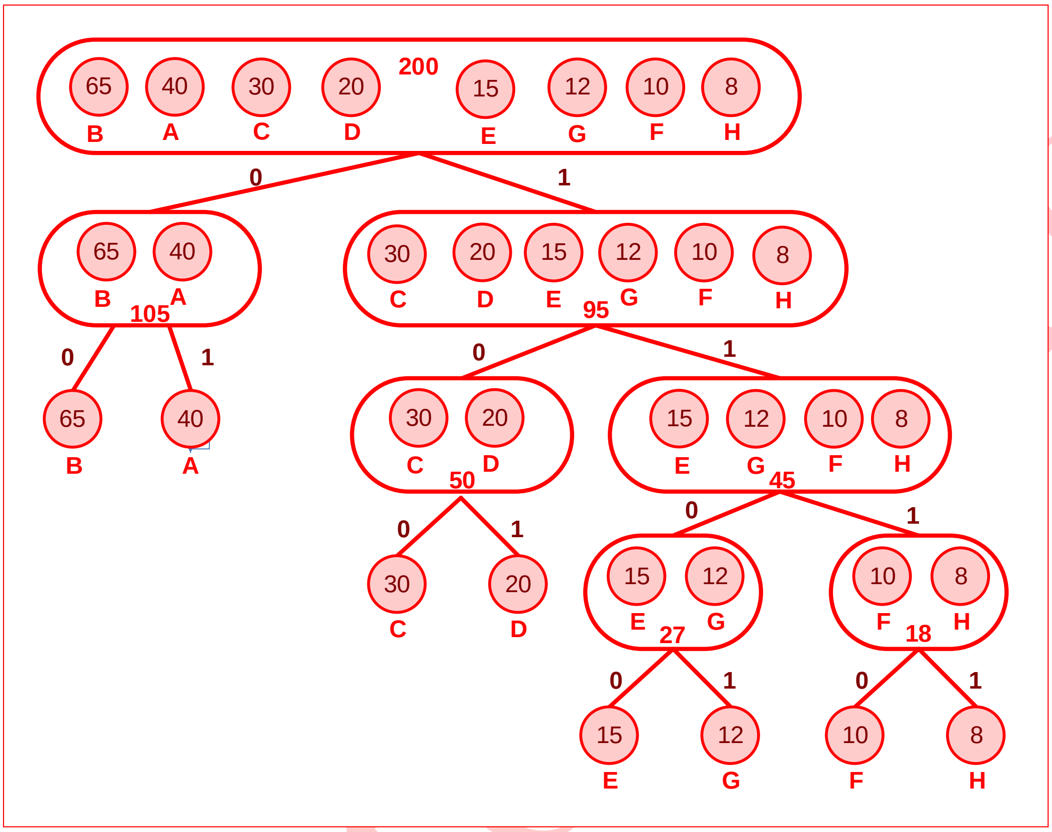
Tabelle 6.1: Fahrkartenverkäufe pro Fahrtstrecke

A) Zunächst soll untersucht werden, welche mittlere Codewortlänge sich für eine Codierung ergibt, falls alle Codewörter binär und mit gleicher Länge codiert werden. Geben Sie dafür die Berechnungsvorschrift sowie die ermittelte minimale mittlere Codewortlänge an. 1

Minimale mittlere Codewörter: ld(8) Bit = 3 Bit

B) Bestimmen Sie eine optimale Codierung nach dem Shannon-Fanø Verfahren für die Auftrittshäufigkeiten aus Tabelle 6.1 und tragen Sie diese anschließend in Tabelle 6.1 (Spalte „Ermittelte Codierung“) ein. Der Lösungsweg muss nachvollziehbar und der vollständige Codierbaum angegeben sein!

6



C) Geben Sie die Formel zur Berechnung der mittleren Codewortlänge an. Geben Sie anschließend den vollständigen Rechenweg für die mittlere Codewortlänge für die im Aufgabenteil B) entwickelte Codierung an. Das Endergebnis muss nicht ausgerechnet werden.

2

Formel: $\bar{m} = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{n} p(x_i) * m(x_i)$

Berechnung: $\bar{m} = (65*2+40*2+30*3+20*3+15*4+12*4+10*4+8*4)/200 Bit$

$= (130 + 80 + 90 + 60 + 60 + 48 + 40 + 32)/200 Bit$

$\mathbf{= 540/200 = 27/10} \boldsymbol{Bit}$

D) Anhand welcher Quelleneigenschaft kann die Effizienz der gefundenen Codierung beurteilt werden? Geben Sie deren Namen, die Formel zur Berechnung sowie den vollständigen Rechenweg an, das Endergebnis muss nicht ausgerechnet werden.

4

Die Entropie einer Quelle gibt das theoretische Maximum einer Komprimierung an und kann somit zur Beurteilung der Kodiereffizienz der gefunden Codierung verwendet werden.

Formel: $H = \sum_{i=1}^{n} p(x_i) * ld\frac{1}{p(x_i)}$

Berechnung: $H = [40 * ld(200/40) + 65 * ld(200/65) + 30 * ld(200/30) +$

$20 * ld(200/20) + 15 * ld(200/15) + 10 * ld(200/10) + 12 * ld(200/12) + 8 * ld(200/8)]/200$

E) Die gesammelten Daten werden wöchentlich von den Fahrkartenautomaten an ein zentrales System übermittelt. Berechnen Sie das durchschnittliche Datenvolumen dieser Übertragung pro Woche in Byte. Gehen Sie dabei von einer mittleren Codewortlänge von 3 Bit aus. Geben Sie den vollständigen Rechenweg an, das Endergebnis muss nicht ausgerechnet werden.

2

$\bar{m} *$ 200.000 Fahrten / Tag * 7 Tage

$= 3 Bit * 200.000 / Tag * 7 Tage$

= 4.200.000 Bit **= 525.000** Byte

15

Aufgabe 7: Automaten

Aufgabe 7.1: Automatentypen

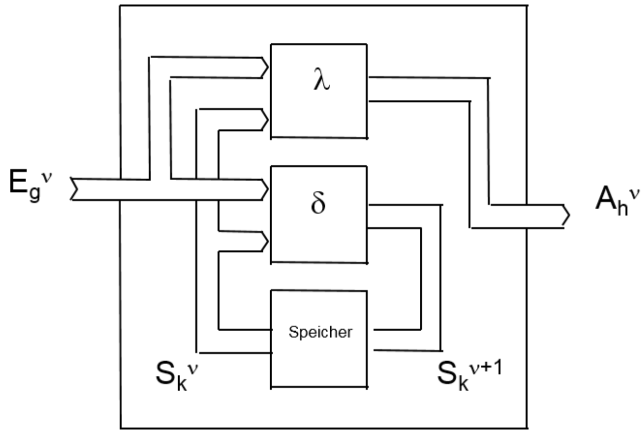


Abbildung 7.1: Darstellung eines Automaten

A) Um welchen Automatentyp handelt es sich in Abbildung 7.1? Begründen Sie Ihre Entscheidung kurz. 1

Mealy Automat, da die Eingabe E_g^v ebenfalls in die Ausgabefunktion λ eingeht.

Aufgabe 7.2: Automatenentwurf

Für ITIV-Studenten und Mitarbeiter steht am Institut ein Kaffeeautomat bereit. Um die chronisch überlasteten Mitarbeiter zu schonen, ist dieser in der Lage, nach der Zubereitung von wahlweise Kaffee oder Espresso noch etwas Milch hinzuzufügen. Die Abrechnung erfolgt über ein RFID Kartensystem, so dass der Automat erst freigeschaltet wird, sobald eine Karte mit ausreichend Guthaben am Lesegerät erkannt wird. Wird tatsächlich ein Getränk zubereitet erfolgt eine Abbuchung von der Karte. Kaffee und Espresso kosten gleich viel, Milch ist im Preis inbegriffen und wird nicht extra abgerechnet. Entwerfen Sie zur Steuerung einen Moore Automaten mit vier Zuständen und den im Folgenden definierten Symbolen:

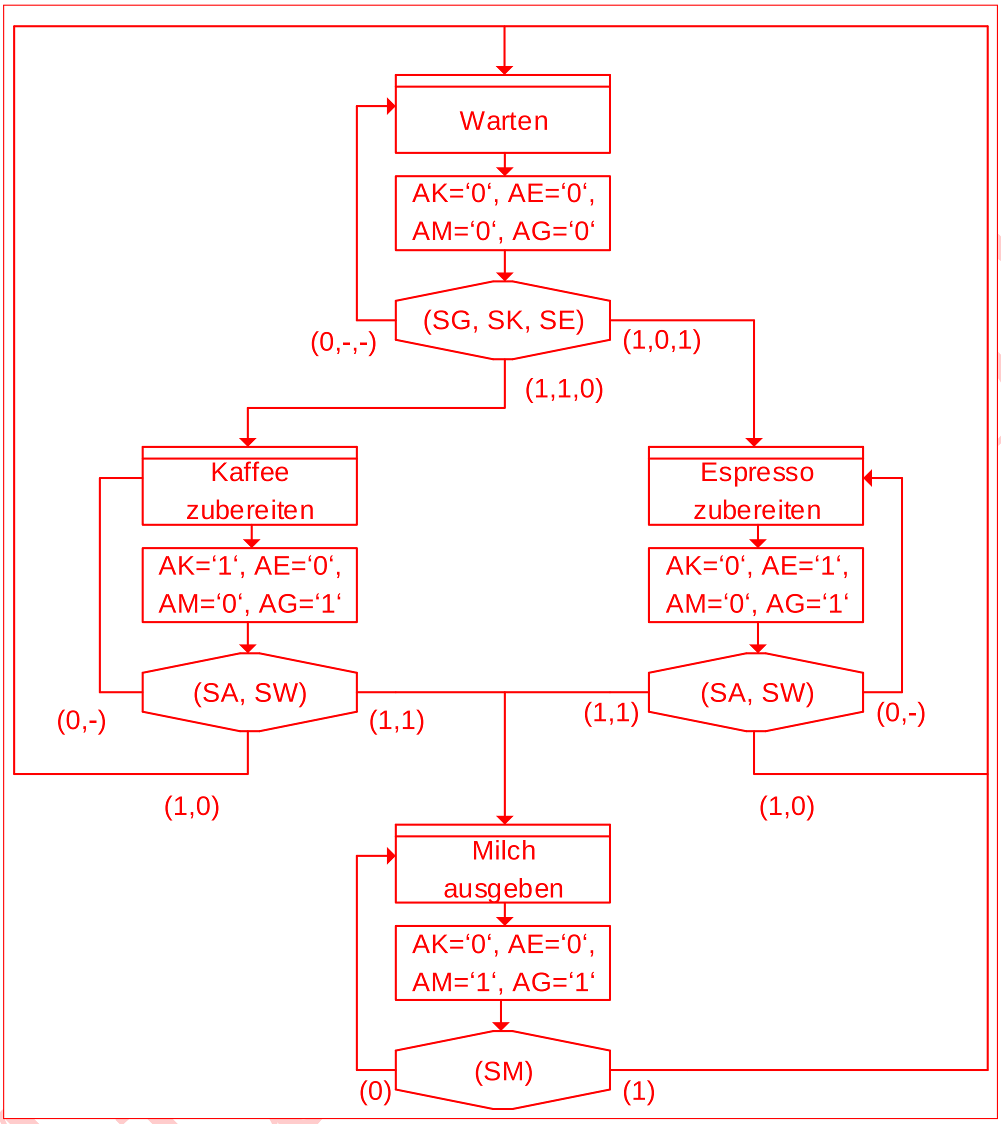
Sensoren:
- **SG:** Karte mit ausreichend Guthaben am Lesegerät erkannt
- **SW:** Milchwahlschalter aktiviert
- **SK:** Kaffee Taste gedrückt
- **SE:** Espresso Taste gedrückt
- **SA:** Kaffeeausgabe beendet
- **SM:** Milchausgabe beendet

Aktuatoren:
- **AK:** Kaffee zubereiten
- **AE:** Espresso zubereiten
- **AM:** Milch ausgeben
- **AG:** Guthaben von Karte abbuchen

Zustände:
- **ZW:** Warten
- **ZK:** Kaffee zubereiten
- **ZE:** Espresso zubereiten
- **ZM:** Milch ausgeben

A) Zeichnen Sie das Ablaufdiagramm des Automaten

5



Aufgabe 7.3: Schaltwerke

Abbildung 7.2 zeigt die Ablauftabelle eines anderen Automaten.

	Qv		Eingabe		Qv+1		Ausgabe		RS FF (q1)		JK FF (q0)	
	q1	q0	e1	e0	q1	q0	a1	a0	r1	s1	k0	j0
S0	0	0	0	-	0	0	0	0	-	0	-	0
			1	0	1	0	0	0	0	1	-	0
			1	1	0	1	0	0	-	0	-	1
S1	0	1	0	-	0	1	0	1	-	0	0	-
			1	0	0	0	0	1	-	0	1	-
			1	1	1	1	0	1	0	1	0	-
S2	1	1	0	-	1	1	1	1	0	-	0	-
			1	0	0	1	1	1	1	0	0	-
			1	1	1	0	1	1	0	-	1	-
S3	1	0	0	-	1	0	1	0	0	-	-	0
			1	0	1	1	1	0	0	-	-	1
			1	1	0	0	1	0	1	0	-	0

Abbildung 7.2: Ablauftabelle eines Automaten mit vier Zuständen

A) Um welchen Automatentyp handelt es sich in Abbildung 7.2. Begründen Sie Ihre Entscheidung kurz. **1**

Medwedew

B) Vervollständigen Sie die Ansteuerung der Flip-Flops für die Zustandsvariablen q0 und q1 in Abbildung 7.2. **3**

C) Welche Funktion erfüllt der Automat in Abbildung 7.2. **1**

Up-Down Counter mit Gray Code Ausgabe

D) In Abbildung 7.3 ist ein Symmetriediagramm zur Ermittlung einer minimalen Ansteuerfunktion von j0 des Zustandsübergangs Schaltnetzes gegeben. Vervollständigen Sie das Symmetriediagramm.

2

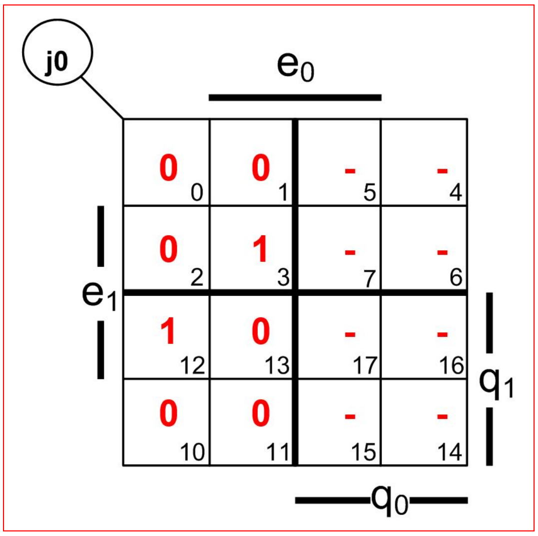


Abbildung 7.3: Ablauftabelle eines Automaten mit vier Zuständen

E) Geben Sie die Ansteuerfunktion von j0 in disjunktiver Minimalform an.

2

$j0 = e1 * e0 * \bar{q}1 + e1 * \bar{e}0 * q1$

Aufgabe 8: CMOS und Gatter

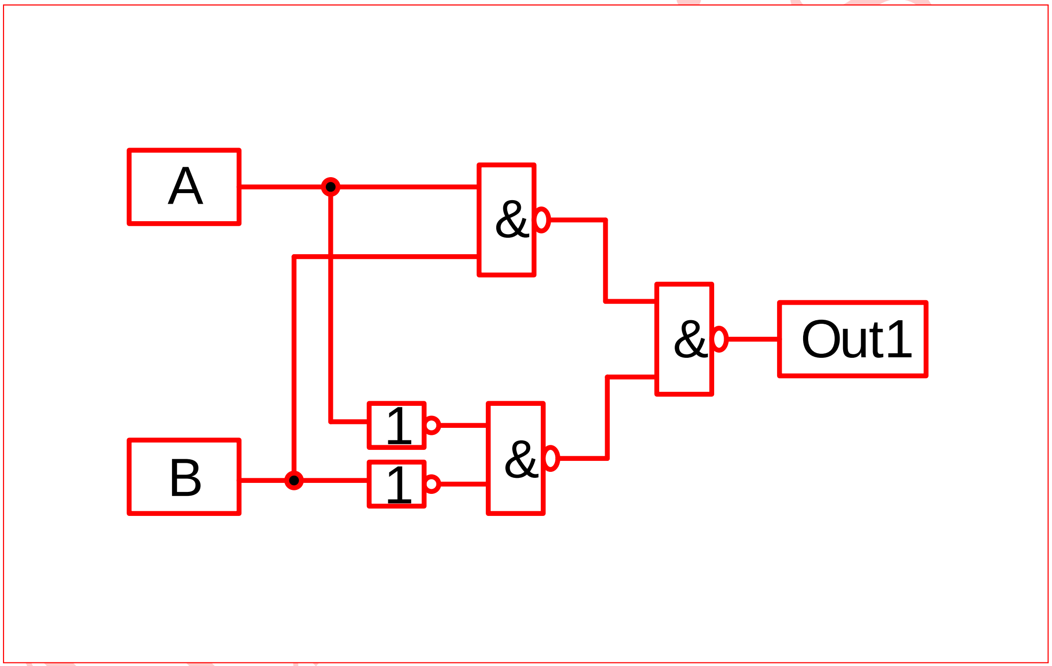
16

Aufgabe 8.1: Komparator

A) Ein 1Bit Komparator hat zwei Eingänge a und b, wobei die Ausgabe genau dann 1 ist wenn beide Eingänge den selben Wert haben. Beschreiben sie den Komparator mit Hilfe boolescher Algebra. 1

$\bar{a}\bar{b} + ab$

B) Der Komparator soll nun als Gatterschaltung realisiert werden, dazu stehen jedoch nur NAND und NOT Gatter zur Verfügung. Zeichnen sie die Gatterschaltung des Komparators ein. Geben sie zusätzlich eine Beschreibung der Komparators in boolescher Algebra an, in der nur die booleschen Funktionen NAND und NOT zulässig sind. 4

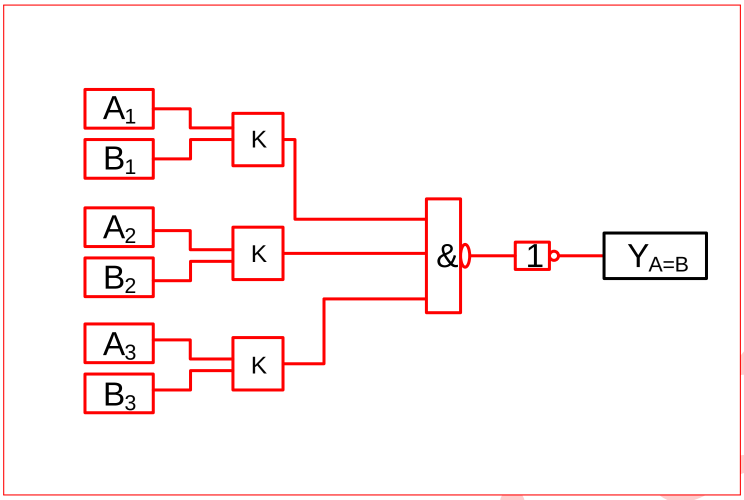


C) Der Komparator soll nun um zwei weitere Eingänge c und d erweitert werden. Beschreiben sie den neuen Komparator unter Nutzung boolescher Algebra. 1

$\bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} + abcd$

D) Der Komparator soll nun so erweitert werden, sodass er die Signale A_i, B_i mit jeweils $i = 1, 2, 3$ bitweise miteinander vergleicht. Dazu stehen Ihnen das eingezeichnete 1-Bit Komparator Gatter, gekennzeichnet durch das K, sowie NAND und NOT Gatter zur Verfügung. Vervollständigen sie die gegebene Gatterschaltung, so dass sie diesen Komparator realisiert.

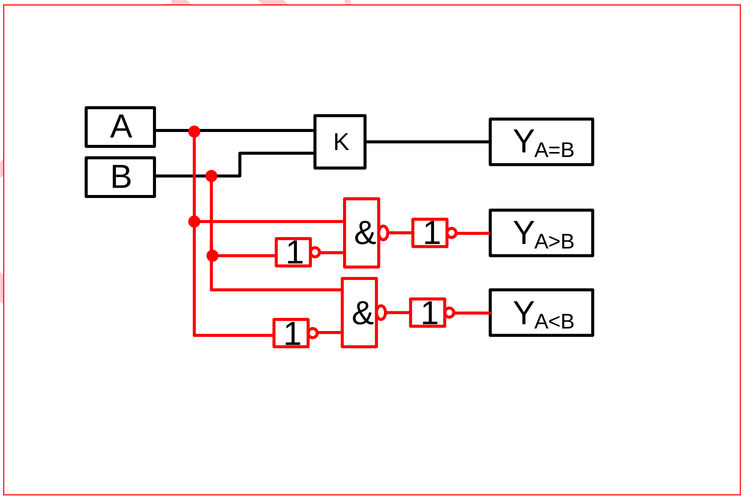
2



E) Eine Erweiterung des Komparators ist der Größenkomparator. Dieser hat zwei zusätzliche Ausgänge, die nachfolgend beschrieben sind. Vervollständigen sie die gegebene Gatterschaltung zu einem Größenkomparator für die 1-Bit Signale A, B, unter Nutzung von NAND und NOT Gattern.

2

- $Y_{A>B}$ ist genau dann 1 wenn der Wert von A größer als der von B ist.
- $Y_{A<B}$ ist genau dann 1 wenn der Wert von A kleiner als der von B ist.



Aufgabe 8.2: CMOS

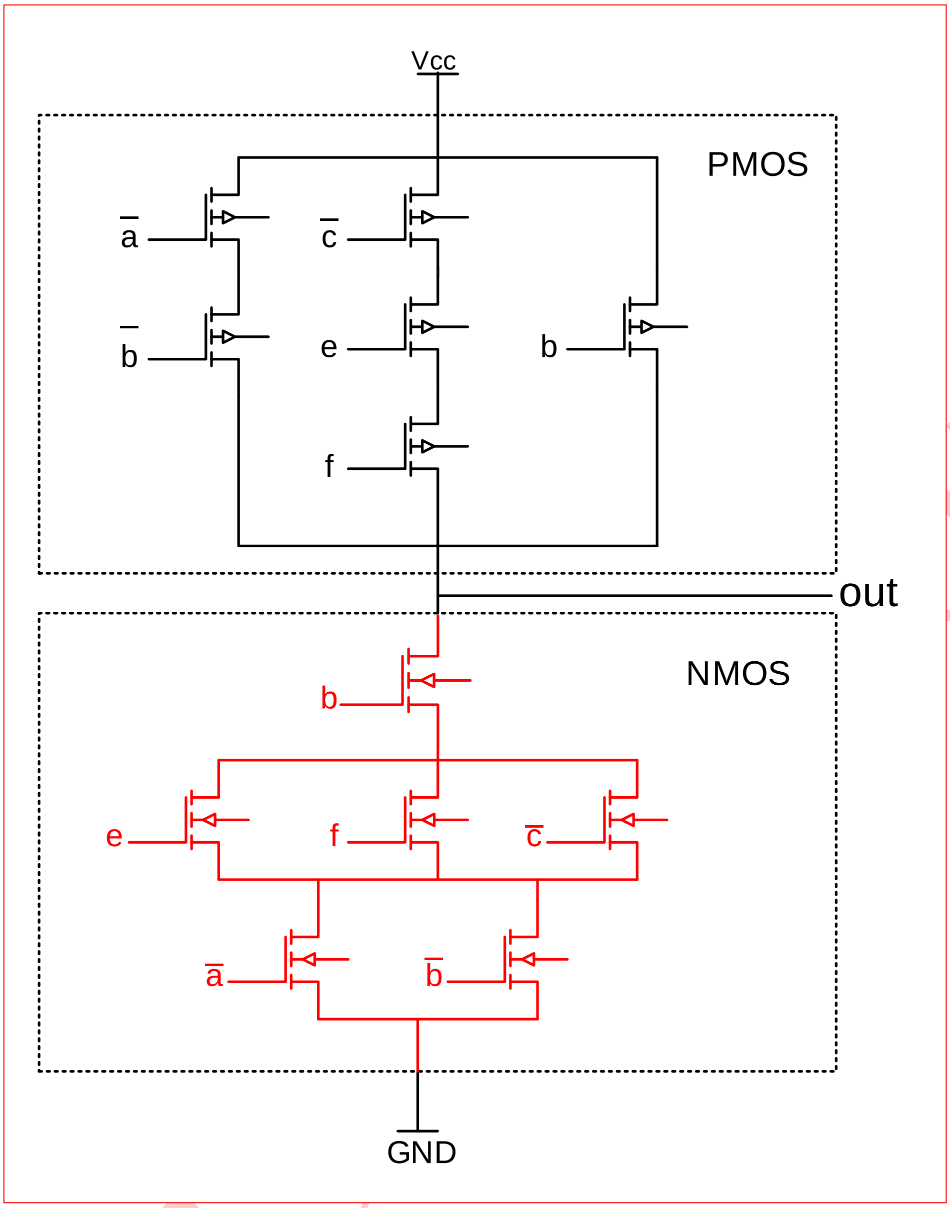


Abbildung 8.1: Eine CMOS Schaltung

A) Beschreiben sie den PMOS-Teil der CMOS Schaltung aus Abbildung 8.1 unter Verwendung boolescher Algebra. **1**

$ab + c\bar{e}\bar{f} + \bar{b}$

B) Geben sie die beiden Bedingungen für Kurzschlußfreiheit und Wohldefiniertheit an. **1**

Wohldefiniertheit $= F = \bar{G}$
Kurzschlußfreiheit $= F * G = 0$

C) Ergänzen sie in Abbildung 8.1 den NMOS-Teil, so dass die gesamte Schaltung kurzschlußfrei und wohldefiniert ist. Zum Beweis der Kurzschlußfreiheit und Wohldefiniertheit ist keine Rechnung notwendig. **2**

D) Zeichnen sie den PMOS-Teil in die gegebene CMOS-Schaltung in Abbildung 8.2 ein, die ein NAND-Gatter mit vier verschiedenen Eingängen A,B,C,D repräsentieren soll. **2**

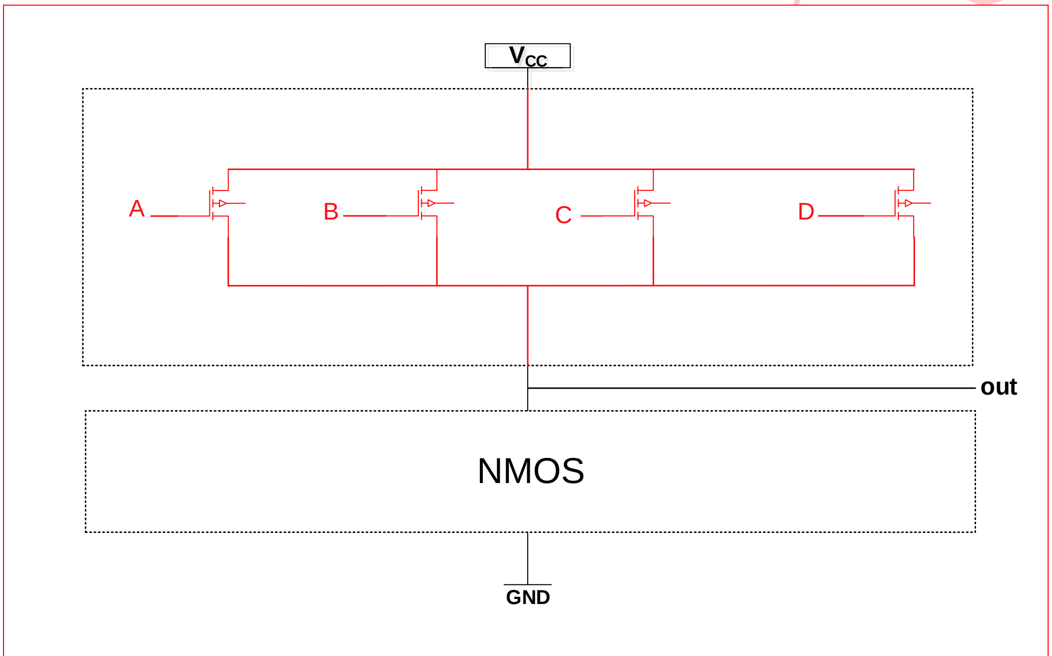


Abbildung 8.2: NAND-Gatter