

Klausur im SS2016

Klausur Digitaltechnik



Institut für Technik der Informationsverarbeitung – ITIV
Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Jürgen Becker

Klausur Digitaltechnik

Datum: 09.09.2016

Name: Chuck Norris

Matr. Nr.: 10.03.1940

ID: ∞

Hörsaal: Ryan, Oklahoma

Platz: §

Hinweise zur Klausur

Hilfsmittel:

- Als Hilfsmittel sind drei Seiten vorgegeben und ein DIN A4 Blatt selbst geschriebene Formelsammlung zugelassen.
- Verwenden Sie zum Bearbeiten der Aufgaben nur dokumentenechte Schreibgeräte – keinen Bleistift, keine Rotstifte!
- Alle nicht genannten Hilfsmittel sind untersagt. Dies beinhaltet jegliche Kommunikation mit anderen Personen sowie die Benutzung eines Taschenrechners.

Klausurdauer:

Die Prüfungsdauer für die Klausur beträgt 120 Minuten.

Klausurunterlagen:

Die Klausurunterlagen bestehen aus insgesamt 26 Seiten Aufgabenblättern (inklusive dieses Titelblatt, 8 Aufgabenblöcke und 1 zusätzliches Lösungsblatt) und 3 Seiten Formelsammlung.

Bitte prüfen Sie vor der Bearbeitung der Aufgaben auf jeder Seite oben Ihre Matrikelnummer sowie Ihre ID und zusätzlich Ihren Namen auf der ersten Seite.

Falls Sie zusätzliche Blätter zur Lösung der Aufgaben benötigen, fragen Sie nach zusätzlichem Lösungspapier bei der Aufsicht. Vermeiden Sie generell das Beschreiben der Rückseiten. Die Verwendung von eigenen Blättern ist nicht erlaubt. Geben Sie zu jeder Aufgabe ein detaillierten Rechenweg an. Lösungen ohne Rechenweg können trotz richtigem Ergebnis zu Punktabzug führen.

Klausurabgabe:

In den letzten 30 Minuten der Klausur ist eine vorzeitige Abgabe der Klausur nicht möglich. Am Ende der Klausur bleiben Sie bitte sitzen. Alle Aufgaben- und Lösungsblätter sowie dieses Deckblatt sind in den ausgehändigten Umschläge abzugeben. Diese werden von der Aufsicht eingesammelt.

	Seite	≈ Pkt. [%]	Punkte
Aufgabe 1: Codierung und Fehlerbehandlung	2	11	14
Aufgabe 2: Automaten	5	13	16
Aufgabe 3: CMOS	8	12	15
Aufgabe 4: Graphen	11	12	15
Aufgabe 5: Boolesche Algebra	14	11	14
Aufgabe 6: Minimierung	17	11	14
Aufgabe 7: Zahlensysteme	20	13	16
Aufgabe 8: Optimale Codes	23	11	13
			Σ 117

Aufgabe 1: Codierung und Fehlerbehandlung

Aufgabe 1.1: Allgemeine Fragen

A) Mit welchen Verfahren können Burstfehler erkannt werden, wenn Störungen genau 5 Bits beeinflussen? Nennen Sie 2 Verfahren.

1

Paritätsbit

Blocksicherung

B) Wenn das Zeichen „x“ mit einer relative Auftretswahrscheinlichkeit von 20% auftritt, wie hoch ist dann der Informationsgehalt des Zeichens „x“? Geben Sie alle verwendeten Formeln an.

1

$$H_X = \lg(1/p(E))$$

$$H_X = \lg(1/0,2)$$

C) Wie groß muss der Speicher eines Automaten mindestens sein, um 30 Zustände realisieren zu können? Begründen Sie Ihre Antwort.

1

$$\lceil \lg(30) \rceil = 4, \dots \rightarrow 5 \text{ Bit notwendig}$$

oder:

$$(2^5 = 32) < 30 (< (2^4 = 16)) \rightarrow 5 \text{ Bit notwendig}$$

D) Geben Sie die maximale Anzahl der gültigen Codewörter mit einem 4 aus 6 Code an. Geben Sie ebenfalls alle verwendeten Formeln an.

1

$$\binom{m}{k} = \frac{m!}{k!(m-k)!} = \frac{6!}{4! * 2!} (= \frac{720}{48} = 15)$$

E) Geben Sie die durchschnittliche Anzahl von Nullstellen pro Codewort und die mittlere Codewortlänge an, wenn alle Datenworte mit dem 4 aus 6 Code kodiert wurden.

1

per Definition: immer 6 Bit Codewortlänge $\rightarrow$ die mittlere Codewortlänge ist 6

immer 2 Nullstellen $\rightarrow$ die durchschnittliche Anzahl von Nullstellen ist 2

Aufgabe 1.2: Hamming-Distanz

A) Welche minimale Hamming-Distanz müssen 3 Bit lange Codewörter aufweisen, damit Einzelfehler korrigiert werden können?

1

HD_{min} = 3

B) Bei der Datenübertragung mit einer Codierung nach Aufgabe 1.2 A) wurde genau eine Binärstelle falsch übertragen.

2

Die folgenden Daten wurden empfangen: 011110001110

Ermitteln Sie den Fehler und geben Sie die gültigen Codewörter an.

011 110 001 110

011 -> HD2 -> 110 -> HD3 -> 001 -> HD3 -> 110

-> Korrekter Bitsream: 001 110 001 110

1. gCW: 110

2. gCW: 001

Aufgabe 1.3: Blocksicherung

A) Die Nachricht im 7-Bit-ASCII-Code aus der nachfolgende Tabelle 1.1 wurde mittels einer Blocksicherung mit gerader Parität über einen stör anfälligen Kanal empfangen. Gehen Sie davon aus, dass genau ein Bit gekippt ist. Markieren Sie den Fehler und geben Sie die korrigierte Nachricht an.

2

Zeichen	Codeworte							Parität
#	0	1	0	0	0	1	0	1
H	1	0	0	1	0	0	0	0
e	1	1	0	0	1	0	1	0
c	1	1	0	0	0	1	1	0
t	1	1	1	0	1	0	0	0
o	1	1	0	1	1	1	1	0
r	1	1	1	0	0	1	0	0
Prüfwort	0	0	0	0	1	0	0	1

Tabelle 1.1: Blocksicherung

B) Ermitteln Sie die Effizienz der Blocksicherung aus Aufgabe 1.3 A), bezogen auf die Nutzdaten in einem Block.

1

Anmerkung: $\text{Effizienz} = \frac{\text{Nutzdaten}}{\text{Übertragungsdaten}}$

$$\text{Effizienz} = \frac{7 \cdot 7}{(7+1) \cdot (7+1)} = \frac{49}{64}$$

$$(\text{= } 0,765... = 77\%)$$

C) Sie wollen insgesamt 70 Bit an Nutzdaten in genau einem Datenpaket über eine störanfällige Übertragungsstrecke mit einer Übertragungsrate von 1000 Bit/s senden. Es sind Störungen mit einer Dauer von maximal 8 ms zu erwarten. Der minimale Abstand zwischen zwei Störungen beträgt 100 ms.

3

(Ein Bit gilt als fehlerhaft, wenn es zu mehr als 50% der Übertragungsdauer gestört ist)

Eine Blocksicherung mit Scrambling soll zur Übertragung verwendet werden. Der Bitstrom soll dabei exakt in einem Block übertragen werden. Wie wählen Sie die Anzahl von Zeilen und Spalten, sodass Bündelfehler maximaler Länge gerade noch erkannt werden? Geben Sie die Gesamtzahl der Zeilen und Spalten an, die für die vollständige Blocksicherung benötigt werden.

$$\text{Maximale Bitlänge von Burstfehler} = 8\text{ms} / (1\text{bit/ms}) = 8 \text{ bit}$$

$$\text{Anzahl an Zeilen für Nutzdaten} = 8 - 1 = 7$$

$$\text{Anzahl an Spalten für Nutzdaten} = 70/7 = 10$$

$$\text{Spalten gesamt} = 10 + 1 = 11$$

$$\text{Zeilen gesamt} = 7 + 1 = 8$$

Aufgabe 2: Automaten

Aufgabe 2.1: Automatentypen

Für die heiße Jahreszeit, oder auch für alle anderen, haben clevere Ingenieure einen Eis-Automaten entwickelt, an dem sich überhitzte Studierende und Mitarbeiter jederzeit für 2 Euro ein kaltes Eis kaufen können. Die Ausgabe des Eis funktioniert über ein Ansaugen der Eisverpackung mittels Vakuum und der Transport mit einem beweglichen Arm, der das Eis über der Ausgabestelle platziert. Es sind zwei verschiedene Eissorten im Angebot.

Zunächst befindet sich der Automat in einem Warte-Zustand. Erst nach erfolgreicher Erkennung eines korrekten Münzeinwurfs mit einem passenden Sensor, kann die Eis-Sorte ausgewählt werden. Anschließend wird der Saugarm über dem Fach mit dem Eis positioniert. Sobald die korrekte Position erreicht ist, wird eine Vakuumpumpe eingeschaltet. Ein Drucksensor erkennt die Aufnahme des Eis durch eine Druckveränderung im Schlauch. Anschließend wird der Arm zur Ausgabe bewegt und das Vakuum nach Erreichen der Position abgeschaltet. Eine Lichtschranke detektiert das herausfallende Eis und somit die erfolgreiche Ausgabe, nach welcher der Automat wieder in den Ursprungszustand geht.

Hinweis: Es wird davon ausgegangen, dass der Geldsensor so intelligent ist, dass er erkennt, ob ausreichend Geld eingeworfen wurde.

Insgesamt hat der Automat die folgenden Zustände, Sensoren und Aktuatoren:

Zustände	Sensoren	Aktuatoren
Idle	SM Geldsensor	MA Motor Saugarm
Bewegung Pos. Eis A	SF Fallsensor	PV Vakuumpumpe
Bewegung Pos. Eis B	SP Drucksensor	
Bewegung Pos. Ausgabe	PA Positionssensor Eis A	
Geld Vorhanden	PB Positionssensor Eis B	
Eis aufnehmen	SA Wähltaste A	
Eis ausgeben	SB Wähltaste B	
	PO Positionssensor Ausgabe	

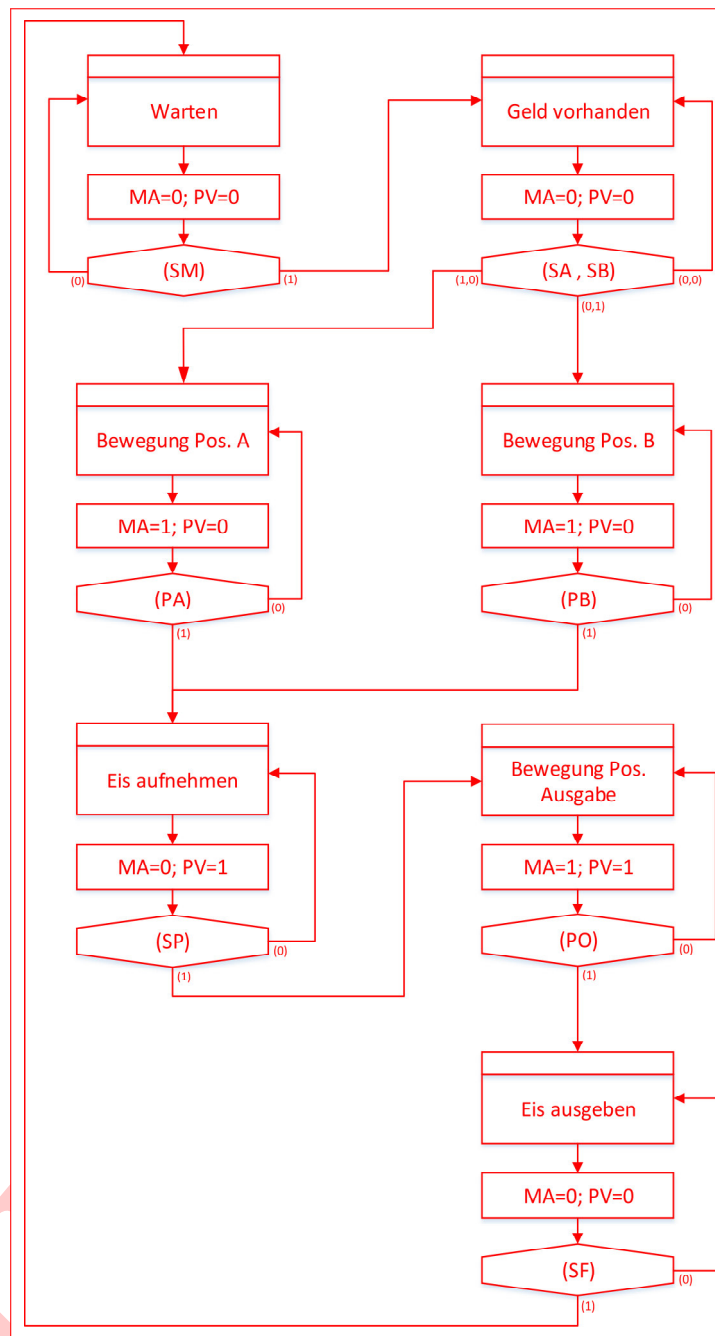
Tabelle 2.1: Übersicht Zustände, Sensoren und Aktuatoren des Eis-Automat

A) Beschreiben Sie kurz den Zusammenhang "Eingabe - Zustand - Ausgabe" eines Mealy und eines Moore Automaten.

Moore Automat: Ausgabe allein vom Zustand abhängig.
 Mealy Automat: Eingabe geht in die Ausgabefunktion ein.

B) Vervollständigen Sie das Ablaufdiagramm des Automaten, gehen Sie dabei von einem Moore Automaten aus.

7



Aufgabe 2.2: Schaltwerke

A) Der Zustandsspeicher des Automaten mit dem Ablauf laut nachfolgender Tabelle 2.1 soll mit einem RS-FlipFlop (mit den Eingängen r_1 und s_1) für das zweite Bit S_1 und mit einem JK-FlipFlop (mit den Eingängen j_0 und k_0) für das erste Bit S_0 realisiert werden. Ergänzen Sie die in der Ablaufabelle fehlenden Spalten für r_1 und s_1 . Verwenden Sie nach Möglichkeit "don't care" Stellen.

4

	Q_v		Eingabe		Q_{v+1}		Ausgabe		RS FF (q_1)		JK FF (q_0)	
	q_1	q_0	e_1	e_0	q_1	q_0	a_1	a_0	r_1	s_1	k_0	j_0
S0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	-	1
			0	1	1	1	1	1	0	1	-	1
			1	0	1	0	0	1	0	1	-	0
			1	1	0	1	0	0	-	0	-	1
S1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	-
			0	1	1	1	0	1	0	1	0	-
			1	0	1	0	1	0	0	1	1	-
			1	1	0	0	1	1	-	0	1	-
S2	1	0	0	0	1	1	0	0	0	-	-	1
			0	1	1	1	1	1	0	-	-	1
			1	0	0	1	1	0	1	0	-	1
			1	1	0	0	0	1	1	0	-	0
S3	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	-
			0	1	1	1	0	0	0	-	0	-
			1	0	1	1	1	1	0	-	0	-
			1	1	1	1	1	0	0	-	0	-

Abbildung 2.1: Ablaufabelle des Automaten

B) Die Ansteuerfunktionen für die FlipFlops sollen nun minimiert werden. Geben Sie mit Hilfe der vorgegebenen Symmetriediagramme in Abbildung 2.2 jeweils die konjunktive minimale Ansteuerfunktion (KMF) für die beiden Eingänge j_0 und k_0 an.

4

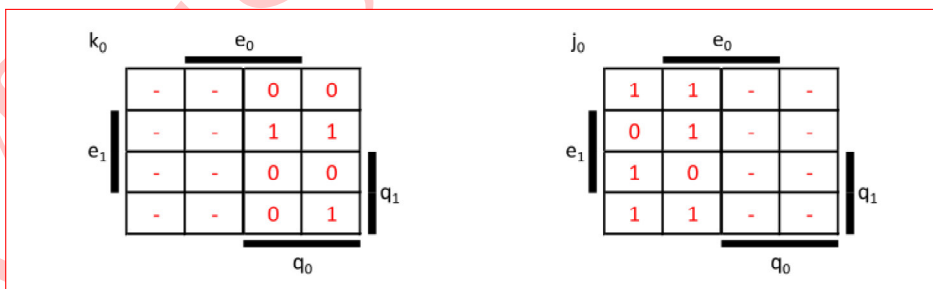


Abbildung 2.2: Symmetriediagramme

$$k_0 = (\bar{e}_1 \vee \bar{q}_1) \wedge (e_1 \vee q_1) \wedge (\bar{e}_0 \vee \bar{q}_1)$$

$$j_0 = (e_0 \vee \bar{e}_1 \vee q_1) \wedge (\bar{e}_0 \vee \bar{e}_1 \vee \bar{q}_1)$$

Aufgabe 3: CMOS

Aufgabe 3.1: CMOS-Schaltnetze

A) Gegeben ist die Pull-Up Funktion eines CMOS-Schaltnetzes:

$$F = b(\bar{d}c + a) + \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}$$

Zeichnen Sie das entsprechende Pull-Up CMOS-Schaltnetz in Abbildung 3.1 ein.

4

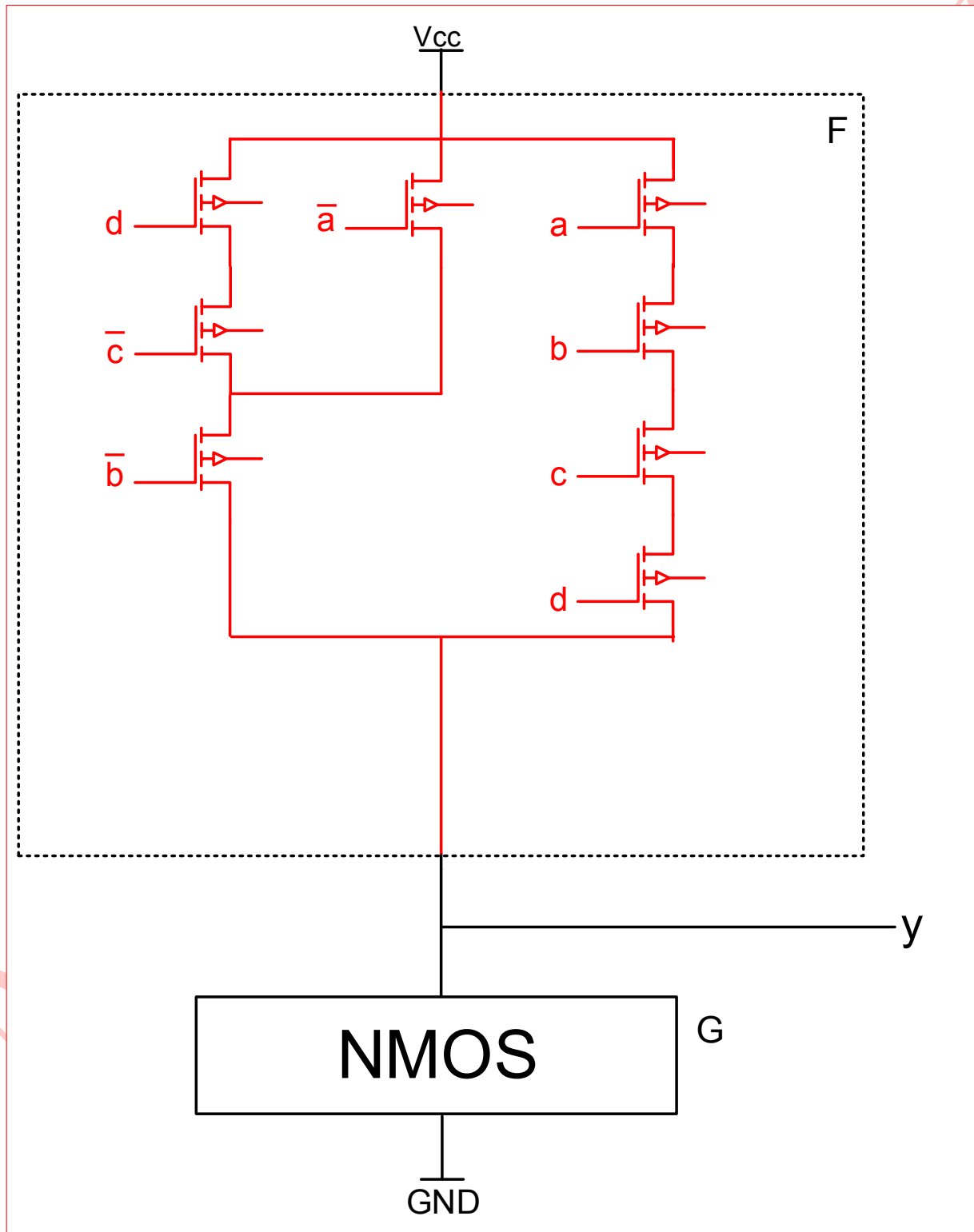


Abbildung 3.1: Pull-Up Netz

Aufgabe 3.2: CMOS-Schaltungen

A) Nennen Sie kurz die Bedeutung der Anschlüsse *Gate*, *Source* und *Drain* eines MOS-Transistors. Welcher der Anschlüsse liegt jeweils auf *Vcc* und *GND* bei einem CMOS-Inverter?

3

Gate: Steuerelektrode

Source: Anschluss Versorgungsspannung oder GND

Drain: Ausgang

Bei einem CMOS-Inverter liegt der **Source**-Anschluss auf *Vcc* (PMOS) bzw. *GND* (NMOS).

B) Erläutern Sie kurz, was gegeben sein muss, damit eine CMOS-Schaltung (mit Pull-Up Funktion *F* und Pull-Down Funktion *G*) wohldefiniert ist, was dies jeweils bedeutet und wie es sich überprüfen lässt.

3

Ein CMOS-Netz ist wohldefiniert, wenn es keinen Kurzschluss enthält und vollständig ist.

Vollständigkeit: Ein CMOS-Netz muss für jeden Zustand von Eingangsvariablen definiert werden. Analytischer Nachweis: $F + G = 1$

Kurzschlußfreiheit: PMOS- und NMOS-Netz dürfen bei keiner Belegung gleichzeitig durchschalten. Analytischer Nachweis: $F * G = 0$

(Wohldefiniiertheit, analytischer Nachweis: $F = \bar{G}$)

C) Abbildung 3.2 zeigt das Pull-Up Netz (F) einer CMOS-Schaltung. Ergänzen Sie dieses um ein wohldefiniertes Pull-Down Netz (G).

5

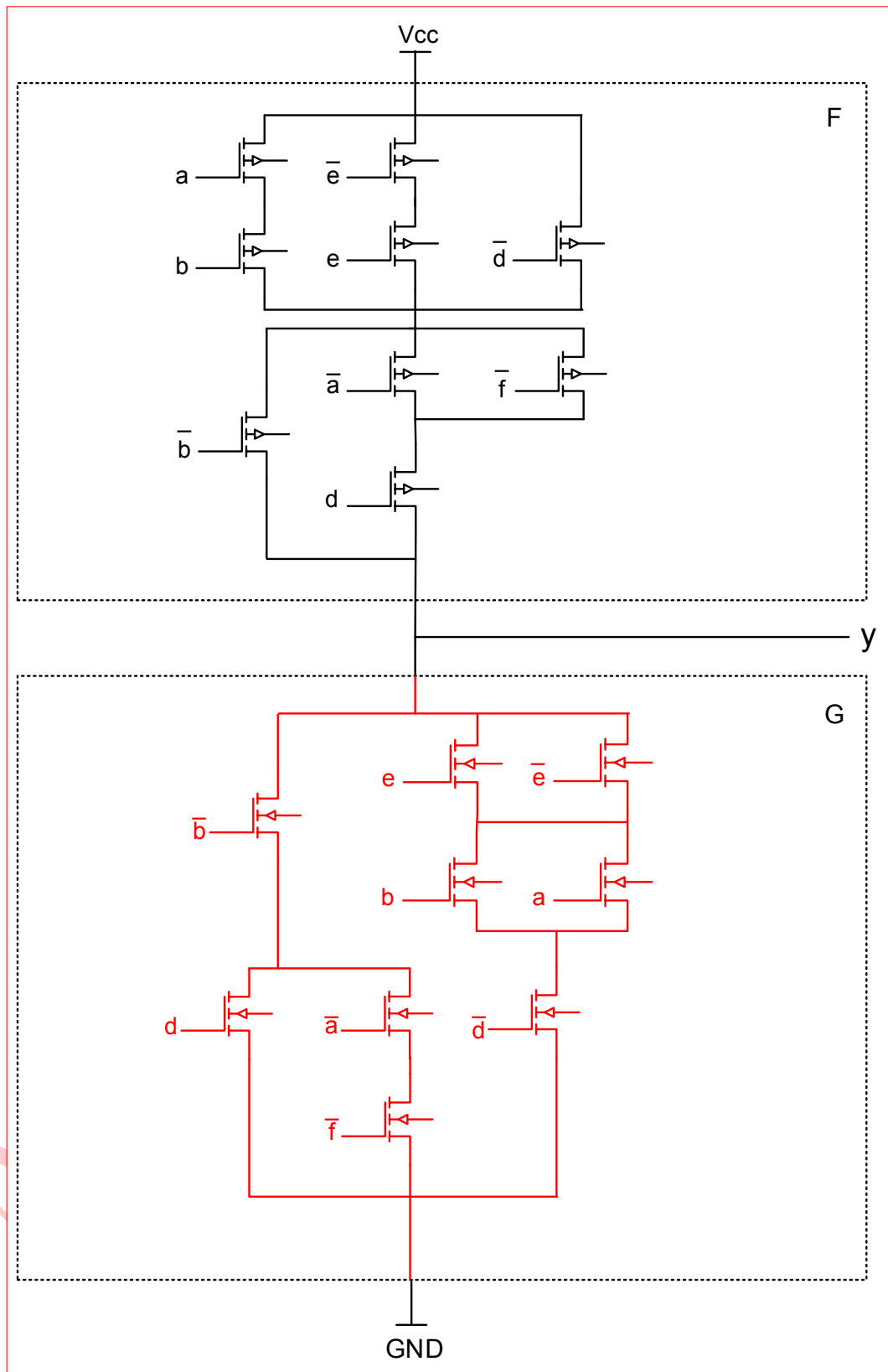


Abbildung 3.2: CMOS-Schaltung

Aufgabe 4: Graphen

Aufgabe 4.1: Mengen

Gegeben seien die folgenden Mengen:

$$U = \{6, 7, 8, 9\}$$

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$W = \{3, 5, 7\}$$

A) Wie viele Elemente hat die Potenzmenge P von W ? Geben Sie die vollständige Potenzmenge an.

2

8 Elemente

$$P = \{\emptyset, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{3, 5, 7\}\}$$

B) Bestimmen Sie die folgenden Größe: $|U \times V \times W|$

1

$$4 \cdot 9 \cdot 3 = 108$$

C) Bestimmen Sie die folgenden Menge: $(U \cap W) \times V$

2

$$\{7\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$= \{\{7, 7\}, \{1, 7\}, \{2, 7\}, \{3, 7\}, \{4, 7\}, \{5, 7\}, \{6, 7\}, \{7, 8\}, \{7, 9\}\}$$

D) Bestimmen Sie die folgenden Menge: $C_V(U)$

1

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}$$

E) Geben Sie die Schnittmenge der folgenden Mengen M_1 und M_2 an.

1

$$M_1 = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ ist eine Primzahl}\}$$

$$M_2 = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ ist gerade}\}$$

$$\{2\}$$

Aufgabe 4.2: Huffman-Baum

- A) Beschriften Sie die Kanten des Baumes in Abbildung 4.1 so, dass Sie einen Huffman-Baum (Codierungsbaum) erhalten.

1

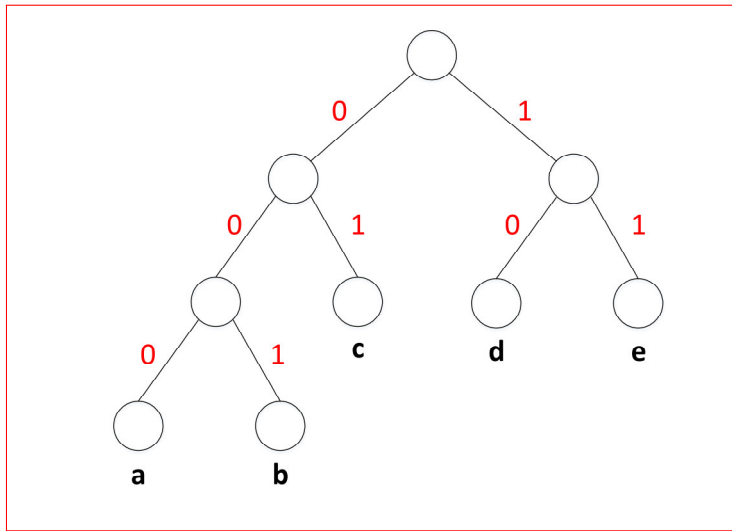


Abbildung 4.1: Huffman Baum

Aufgabe 4.3: Kantenprogression

- A) Geben Sie die Definition eines als Baum bezeichneten Graphen an. Wie ist dabei die Kantenprogression definiert?

2

1. Zusammenhängender Graph
2. Keine geschlossenen Kantenzüge bzw. Zyklenfrei

- B) Geben Sie die Definition eines symmetrischen Baumes (Graph) in Bezug auf die Kantenprogression an.

1

Alle möglichen Kantenprogressionen sind gleich lang.

Aufgabe 4.4: Isomorphie

A) Ist der Graph G_2 isomorph zum Graphen G_1 in Abbildung 4.2? Falls ja, bezeichnen Sie die Knoten in Graph G_2 entsprechend der bijektiven Abbildung, falls nein begründen Sie Ihre Antwort. Beantworten Sie analog die Frage nach der Isomorphie von G_1 und G_3 .

4

G_2 ist nicht isomorph zu G_1 ; es gibt keine Knoten vom Grad 4 in G_1 . G_3 ist nicht isomorph zu G_1 weil er (z.B.) 4 Knoten vom Grad 3 hat, G_1 aber nur 2.

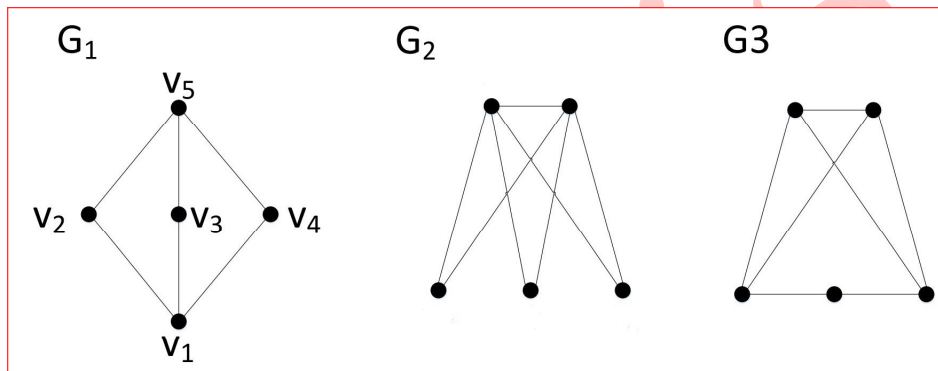


Abbildung 4.2: Isomorphie von Graphen

Aufgabe 5: Boolesche Algebra

Aufgabe 5.1: Fragen

A) Wofür stehen die Terme in der konjunktive Normalform (KNF)? Sind die Ausdrücke in der KNF minimal?

2

Die einzelnen Terme der KNF geben die Nullstellen des Ausdrucks in der Wahrheitstabelle (/Symmetriediagramm) an. Die Ausdrücke sind im Allgemeinen nicht minimal (sie können es natürlich sein).

B) Nennen Sie 3 der Huntingtonschen Axiome.

1

Abgeschlossenheit, Kommutativitätsgesetz, Distributivgesetz, Null-/Einselement, Komplement

Aufgabe 5.2: Disjunktive Minimalform

Gegeben sei die folgende boolesche Gleichung:

$$y = (\bar{a} \implies \bar{b}) \wedge (b \vee c)$$

A) Wandeln Sie y in die disjunktive Minimalform (DMF) um. Ihr Lösungsweg muss nachvollziehbar sein.

3

$$\begin{aligned} & (a \vee \bar{b}) \wedge (b \vee c) \\ & ((b \vee c) \wedge a) \vee ((b \vee c) \wedge \bar{a}) \\ & ab \vee ac \vee b\bar{a} \vee \bar{b}\bar{a}c \\ & ab \vee \bar{b}c \end{aligned}$$

Aufgabe 5.3: Boolesche Funktionen

Gegeben sei die folgende boolesche Gleichung:

$$u = (a \vee b \vee c) \wedge (a \vee b \vee \bar{c}) \wedge (a \vee \bar{b} \vee c) \wedge (\bar{a} \vee b \vee c)$$

A) Vervollständigen sie die Wahrheitstabelle in Tabelle 5.1 anhand der oben angegebenen Funktion u.

2

a	b	c	u
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Tabelle 5.1: Wahrheitstabelle

B) Welche Grundsaltung wird durch die Funktion u aus Tabelle 5.1 realisiert?

1

Übertragsberechnung eines Volladdierers. Alternativ: ≥ 2 Verknüpfung der 3
Literale bzw in Textform: Mindestens 2 der Literale/Eingänge sind wahr

Aufgabe 5.4: Multiplexerschaltungen

Gegeben sei die folgende entwickelte Funktion $z(e,d,c,b,a)$:

$$z = \bar{e} \left(\bar{d}(1) \vee d(0) \right) \vee e \left(\bar{d} \left(\bar{b}(0) \vee b(1) \right) \vee d \left(\bar{c} \left(\bar{b}(0) \vee b(1) \right) \vee c \left(\bar{a}(1) \vee a(0) \right) \right) \right)$$

A) Die bereits entwickelte Funktion z soll mit Multiplexern umgesetzt werden. Hierfür stehen zwei bereits konfigurierte 4:1 Multiplexer sowie zusätzlich zwei 2:1 Multiplexer zur Verfügung. Die Eingangsliterale a, b, c, d, e sollen dabei ausschließlich als Steuersignale genutzt werden. Zeichnen Sie die minimale Multiplexerschaltung inklusive aller Eingänge. Nutzen sie hierfür die vorgegebenen Multiplexer aus Abbildung 5.1 und fügen sie, sofern nötig, die beiden 2:1 Multiplexer ein.

5

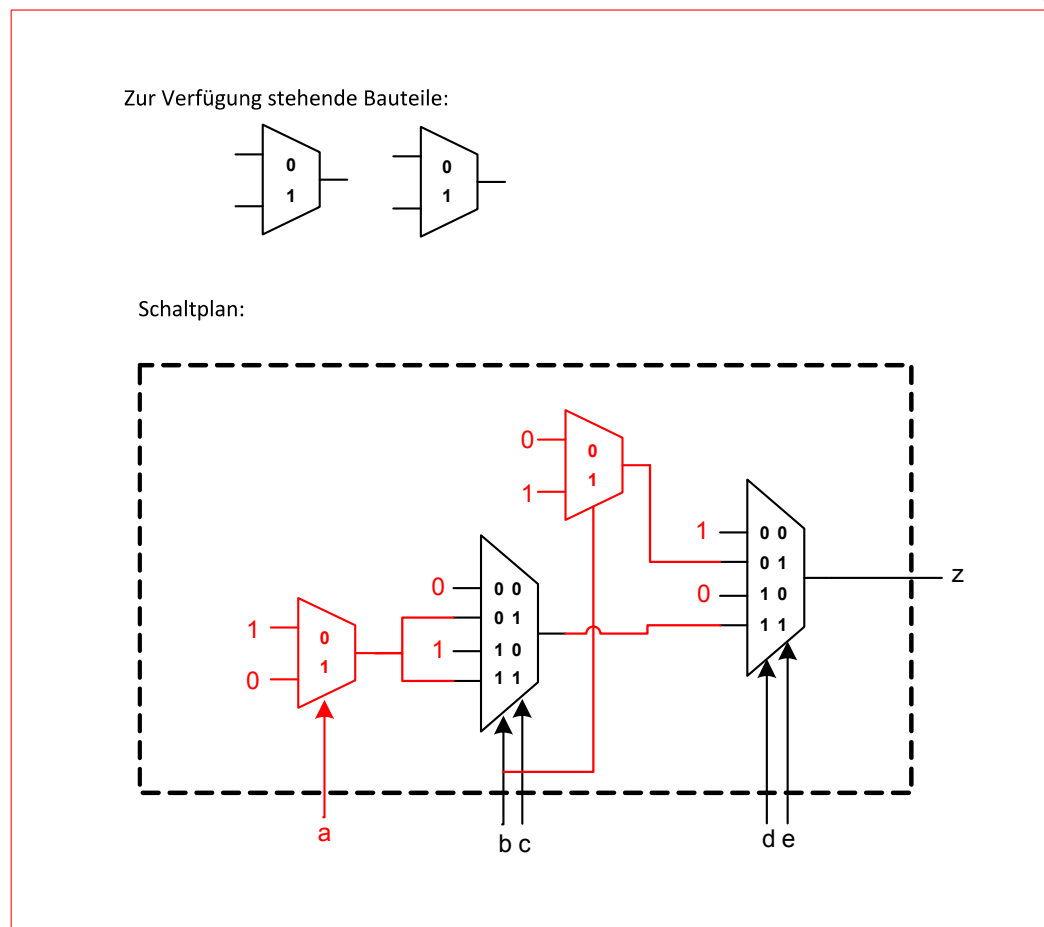


Abbildung 5.1: Multiplexer-Schaltung

Aufgabe 6: Minimierung

Aufgabe 6.1: Symmetriediagramme

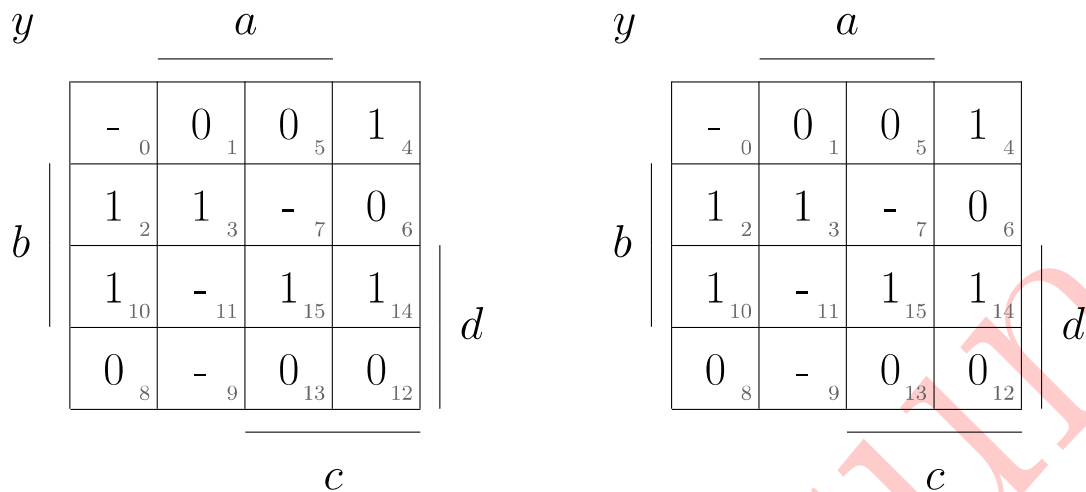


Abbildung 6.1: Symmetriediagramm einer Schaltfunktion in zweifacher Ausführung

- A) Gegeben sei das Symmetriediagramm aus Abbildung 6.1. Freistellen sollen zunächst zu “0” gesetzt werden. Geben Sie für die dargestellte Schaltfunktion die disjunktive Normalform (DNF) an.

$$y = (\bar{a} \wedge b \wedge \bar{c} \wedge \bar{d}) \vee (\bar{a} \wedge b \wedge \bar{c} \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge \bar{c} \wedge \bar{d}) \vee (a \wedge b \wedge \bar{c} \wedge d) \vee (\bar{a} \wedge b \wedge c \wedge \bar{d}) \vee (\bar{a} \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c \wedge \bar{d}) \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d)$$

- B) Nun sollen alle Freistellen der Schaltfunktion aus Abbildung 6.1 zu “1” gesetzt werden. Geben Sie für diesen Fall die Terme aller Primimplikanten an. (Das Symmetriediagramm ist zur grafischen Bearbeitung zweifach abgedruckt)

$$b \wedge \bar{c}, \quad a \wedge b, \quad b \wedge d, \\ \bar{a} \wedge \bar{b} \wedge \bar{d}, \quad \bar{a} \wedge \bar{c} \wedge \bar{d}, \quad a \wedge \bar{c} \wedge d$$

C) Legen Sie nun die Freistellen so fest, dass die Schaltfunktion aus Abbildung 6.1 optimal minimiert werden kann und bestimmen sie eine disjunktive Minimalform (DMF). Geben Sie außerdem an, welche Terme der DMF zu den Kernen zählen.

2

DMF: $y = (b \wedge \bar{c}) \vee (b \wedge d) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge \bar{d})$

Alle Terme der DMF sind Kerne:

$\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge \bar{d}$, $b \wedge \bar{c}$, $b \wedge d$

Aufgabe 6.2: Nelson/Petrick Verfahren

A) Was ist das Ziel des Nelson-Verfahrens?

1

Das Nelson-Verfahren hat zum Ziel, alle Primimplikanten/Primterme einer Schaltfunktion zu bestimmen.

B) Welche Bedeutung haben die Präsenzvariablen p_k im Patrickausdruck?

1

Eine Präsenzvariable p_k gibt an, ob der Primimplikant w_k in einer Lösung verwendet wird ($p_k = 1$) oder nicht ($p_k = 0$).

p_i/E_i	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8
p_1	X	X						X
p_2			X			X		
p_3	X						X	
p_4				X		X		X
p_5					X			
p_6				X			X	
p_7	X	X				X		X

Tabelle 6.1: Überdeckungstabelle für einen Petrickausdruck mit 7 Präsenzvariablen (p_i)

C) Gegeben sei die Überdeckungstabelle aus Tabelle 6.1. Bei welchen der Zeilen handelt es sich um Kerne der Schaltfunktion? Geben sie die jeweiligen Präsenzvariablen an.

1

p_2 und p_5

D) Wenden Sie die Regeln zur Streichung von Kernen sowie die Zeilen- und Spaltendominanzregeln des Petrick-Verfahrens auf Tabelle 6.1 an (Sie können nach einer Iteration abbrechen ohne die Schritte zu wiederholen). Zeichnen Sie die Streichungen von Zeilen und Spalten in Tabelle 6.1 ein. Füllen Sie außerdem die Vorlage (Tabelle 6.2) für die daraus resultierende Überdeckungstabelle aus.

5

p_i/E_i	E_2	E_4	E_6	E_7				
p_3				X				
p_4		X	X					
p_6		X		X				
p_7	X		X					

Tabelle 6.2: Vorlage für die Überdeckungstabelle nach einer Iteration des Petrick-Verfahrens

Aufgabe 7: Zahlensysteme

Aufgabe 7.1: Polyadische Zahlensysteme

A) Wandeln Sie die Zahl 29_{11} (Basis 11) in das Ternärsystem (Basis 3) um. Geben Sie dabei die Zwischenschritte bei der Umrechnung an.

2

$$29_{11} \equiv 31_D \quad (7.1)$$

$$31 : 3 = 10 \text{ } R1 \quad (7.2)$$

$$10 : 3 = 3 \text{ } R1 \quad (7.3)$$

$$3 : 3 = 1 \text{ } R0 \quad (7.4)$$

$$1 : 3 = 0 \text{ } R1 \quad (7.5)$$

$$29_{11} \equiv 1011_3 \quad (7.6)$$

B) Vervollständigen Sie die Tabelle 7.1, indem Sie die offenen Felder durch die entsprechende Konvertierung ergänzen.

6

Dezimal	Binär	Oktal	Hexadezimal
1219_D	10011000011_B	2303_O	$4C3_H$
690_D	1010110010_B	1262_O	$2B2_H$
459_D	111001011_B	713_O	$1CB_H$
3948_D	111101101100_B	7554_O	$F6C_H$

Tabelle 7.1: Umrechnung von Zahlensystemen

Aufgabe 7.2: Rechenoperationen im Binärsystem

Abbildung 7.1 zeigt eine Darstellung von Fließkommazahlen mit 16 Bit. Das höchstwertige Bit stellt das Vorzeichen V dar, die nachfolgenden acht Bits den Exponenten E und die niederwertigsten sieben Bits die Mantisse M.

V	E ₇	E ₆	E ₅	E ₄	E ₃	E ₂	E ₁	E ₀	M ₆	M ₅	M ₄	M ₃	M ₂	M ₁	M ₀
---	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

Abbildung 7.1: 16bit Fließkommazahlenformat

A) Stellen Sie die folgende Fließkommazahl als Dezimalzahl dar (Die Fließkommazahl ist in der angegebenen normierten 16-Bit-Fließkommazahlen dargestellt). Geben Sie dabei die Zwischenschritte bei der Umrechnung an.

1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$\text{Vorzeichen} = 1 \equiv \text{Zahlistnegativ!} \quad (7.7)$$

$$\text{Exponent} : 01111101 \equiv 125 \quad (7.8)$$

$$125 - 127 = -2 \quad (7.9)$$

$$M = 1100000 \quad (7.10)$$

$$\text{NormiertederMantisse} \equiv 1,11 * 2^{-2} \equiv 0,0111 \equiv \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \quad (7.11)$$

$$= 0.4375 \quad (7.12)$$

B) Welcher Zahlenraum kann mit einer 10 bit Zweierkomplementzahl dargestellt werden, geben Sie min. und max. an!

min: -512

max: 511

C) Dividieren Sie die vorzeichenlose Binärzahl 10100 durch die Binärzahl 00100 im Binärsystem und geben Sie Ihren Lösungsweg an.

1

10100:00100

Da es sich um eine Division mit 4 handelt kann man einfach schieben! 00101

Aufgabe 7.3: Binary Coded Decimal

A) Addieren Sie die beiden im Dezimalsystem gegebenen Zahlen 4398_D und 6810_D im BCD-Code. Geben Sie sowohl den Lösungsweg als auch alle notwendigen Korrekturschritte an.

3

$$4398 \equiv 0100\ 0011\ 1001\ 1000 \quad (7.13)$$

$$+6810 \equiv 0110\ 1000\ 0001\ 0000 \quad (7.14)$$

$$\text{-----} \quad (7.15)$$

$$= 1010\ 1011\ 1010\ 1000 \quad (7.16)$$

$$\text{Korrektur : } +0110\ 0110\ 0110\ 0000 \quad (7.17)$$

$$\text{-----} \quad (7.18)$$

$$11208 \equiv 1\ 0001\ 0010\ 0000\ 1000 \quad (7.19)$$

$$(7.20)$$

Aufgabe 8: Optimale Codes

Aufgabe 8.1: Optimierung der Übertragung

Für die drahtlose Übertragung der Herzfrequenz einer Person von einem Wearable an ein Smartphone soll eine möglichst energieeffiziente Lösung gefunden werden. Hierfür wird die Herzfrequenz mit einer Abtastrate von 0,1 Hz in Stufen von 10 Schlägen pro Minute (BPM) quantisiert. Als Grundlage für die Optimierung wurde eine 24-Stunden-Messung durchgeführt, die in Form des in Abbildung 8.1 dargestellten Histogramms vorliegt. Es wird angenommen, dass dieses Histogramm repräsentativ für alle Messungen ist.

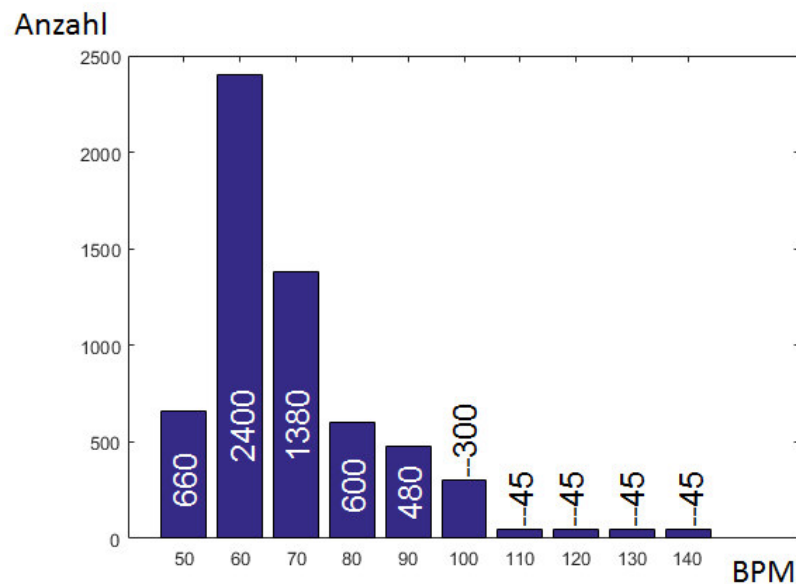


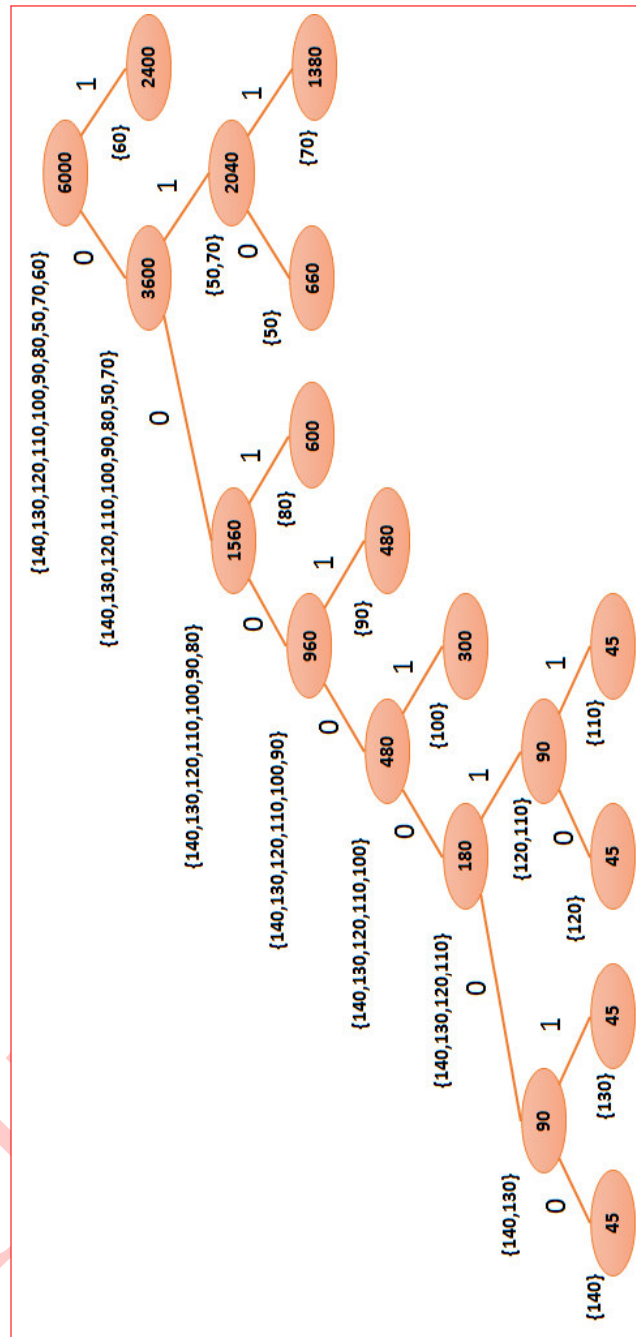
Abbildung 8.1: Histogramm einer 24-Stunden-Herzfrequenz-Messung

- A) Bestimmen Sie die optimale Codierung der Herzfrequenz mit dem Shannon-Fanø-Verfahren. Tragen Sie anschließend die gefundenen Codewörter in die nachfolgende Tabelle 8.1 ein. (Hinweis: Beim Aufstellen des Baums werden Verzweigungen zur linken Seite mit einer 0 und zur Rechten Seite mit einer 1 codiert)

6

BPM	Ermittelte Codierung
50	010
60	1
70	011
80	001
90	0001
100	00001
110	0000011
120	0000010
130	0000001
140	0000000

Tabelle 8.1: optimale Codierung



B) Geben Sie die Formel zur Berechnung der mittleren Codewortlänge an. Geben Sie anschließend den vollständigen Rechenweg für die mittlere Codewortlänge für die im Aufgabenteil A) entwickelte Codierung an. Das Endergebnis muss nicht ausgerechnet werden.

2

Formel: $\bar{m} = \sum_{i=1}^n p(x_i) * m(x_i)$

Berechnung: $\bar{m} = (660 * 3 + 2400 + 1380 * 3 + 600 * 3 + 480 * 4 + 300 * 5 + 4 * 45 * 7) / 6000 \text{ Bit}$

$(= 0,4 + 0,69 + 0,33 + 0,3 + 0,32 + 0,25 + 0,21 = 2,5 \text{ Bit})$

C) Was wäre die minimale mittlere Codewortlänge der Herzfrequenz, wenn alle Codewörter binär und mit gleicher Länge codiert werden? Geben Sie dafür den vollständigen Rechenweg an.

1

Minimale mittlere Codewörter: $\lg(10) \text{ Bit} (= 4 \text{ Bit})$

D) Anhand welcher Quelleneigenschaft kann die Effizienz einer Codierung beurteilt werden? Geben Sie deren Namen und die Formel zur Berechnung an.

2

Die Entropie einer Quelle

Formel: $H = \sum_{i=1}^n p(x_i) * \lg \frac{1}{p(x_i)}$

E) Die Übertragung der Herzfrequenz-Informationen soll nun in Blocks von 250 bits erfolgen. In welcher Frequenz müsste die Übertragung der Blöcke im Mittel stattfinden, wenn die zur Übertragung verwendete Codierung eine mittlere Codewortlänge von 2,5 bits aufweist?

2

$F = \frac{\bar{m}}{250 \text{ bit}} * 0,1 \text{ Hz} = 2,5 / 250 = 0,001 \text{ Hz} \rightarrow \text{Alle } 1000 \text{ s müsste ein Block übertragen werden}$

Zusätzliches Lösungsblatt:

Musterlösung