

 <p>Prüfung</p> <p>Prof. Dr.-Ing. J. Becker</p> <p><b>Digitaltechnik</b></p> <p>WS 2005-2006</p> <p>Institut für Technik der Informationsverarbeitung, Universität Karlsruhe</p>	<p>1 .....</p> <p>2 .....</p> <p>3 .....</p> <p>4 .....</p> <p>5 .....</p> <p>6 .....</p> <p>7 .....</p> <p><math>\Sigma</math> .....</p>
<p><b>Klausur</b></p> <p>Fr., 10.3.2006</p> <p>Aufgabenblätter</p>	

## Hinweise zur Klausur

### Hilfsmittel

Als Hilfsmittel zur Prüfung sind drei Seiten vorgegebene und zwei Seiten selbst geschriebene Formelsammlung zugelassen. Nicht erlaubt hingegen ist die Verwendung eines Taschenrechners, zusätzliche Unterlagen und jegliche Kommunikation mit anderen Personen.

### Prüfungsdauer

Die Prüfungsdauer beträgt 120 Minuten.

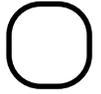
### Prüfungsunterlagen

Die Prüfungsunterlagen bestehen aus insgesamt 26 Seiten (einschließlich diesem Titelblatt).

**Bitte vermerken Sie vor der Bearbeitung der Aufgaben auf jeder Seite oben Ihren Namen, auf der ersten Seite zusätzlich die Matrikelnummer!**

Auf jedes zusätzliche Lösungsblatt ist neben dem Namen auch die Aufgaben- und die Seitennummer mit einzutragen. Vermeiden Sie das Beschreiben der Rückseiten.

Am Ende der Prüfung sind die 26 Seiten Aufgaben- und Lösungsblätter und alle verwendeten zusätzlichen Lösungsblätter abzugeben.

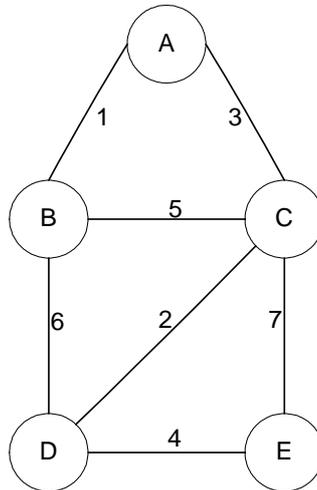
**Aufgabe 1      Allgemeines****Aufgabe 1.1      Allgemeine Fragen**

Beantworten Sie folgende Fragen:

- A) Erklären Sie den Unterschied zwischen einem flanken- und einem pegelgetriggerten FlipFlop.
- B) Welche Arten von flankengetriggerten Flipflops existieren und worin unterscheidet sich deren Funktionalität?
- C) Eine Möglichkeit, einen Graph zu beschreiben, stellt die Repräsentation auf Basis einer Adjazenzmatrix dar. Erklären Sie zunächst die Bedeutung der Adjazenzmatrix. Begründen Sie anschließend, ob sich basierend auf einer solchen Tabelle eindeutig ermitteln lässt, ob der Graph lediglich gerichtete oder ungerichtete Kanten enthält.

D) Gibt es in dem unten dargestellten ungerichteten Graphen eine geschlossene Kantenzugprogression, die alle Kanten des Graphen beinhaltet? Falls ja, so geben Sie diese an.

Falls nein, so begründen Sie Ihre Antwort. Geben Sie ferner die minimale Anzahl an Kanten und Knoten an, die für eine geschlossene Kantenzugprogression benötigt wird unter der Bedingung, dass zwei verschiedene Knoten über nur eine Kante verbunden sein dürfen. Zeichnen Sie ihre Lösung in den Graphen ein.



E) Worin unterscheidet sich die DNF von der KMF?

F) Was ist unter einer Einsvervollständigung zu verstehen?



## Aufgabe 1.2      Boolesche Algebra

- A) Zeigen oder widerlegen Sie die Gleichheit der nachfolgend angegebenen Booleschen Ausdrücke. Geben Sie für jeden durchgeführten Umformungsschritt die verwendete Regel an.

$$\overline{xy} + \overline{xz} + \overline{xyz} = \overline{\overline{xyz}} + xy + xz$$

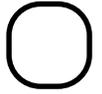
- B) Realisieren Sie den Booleschen Ausdruck

$$f = \overline{xy} + \overline{xz} + \overline{xyz}$$

im Basissystem NOR unter Verwendung einer minimalen Anzahl entsprechender Gatter mit zwei und drei Eingängen.

- C) Folgender Ausdruck soll mittels des Booleschen Entwicklungssatzes in der Reihenfolge a,b,c,d entwickelt werden.

$$y = \overline{\overline{a}b\overline{d}} + ab\overline{d} + \overline{\overline{a}b\overline{d}}$$

**Aufgabe 2**      **Minimierung****Aufgabe 2.1**      **Verfahren nach Nelson**

Für eine unvollständig definierte Schaltfunktion  $F$  sei die Menge der Nullstellen (N) und die Menge der Freistellen (F) in **dezimaler** Indizierung wie folgt gegeben:

$$N = \{2, 5, 7, 10, 14\}$$

$$F = \{4, 6, 12\}$$

Mit Hilfe des Nelson-Verfahrens sollen nun alle Primimplikate der Funktion ermittelt werden.

- A) Tragen Sie hierzu zunächst die Eins-, Null- und Freistellen in folgendes Symmetriediagramm ein. Achten Sie auf die **oktale** Indizierung.

	— $x_1$ —				
	0	1	5	4	
	2	3	7	6	
$x_2$					
	12	13	17	16	
	10	11	15	14	
	— $x_3$ —				
					$x_4$

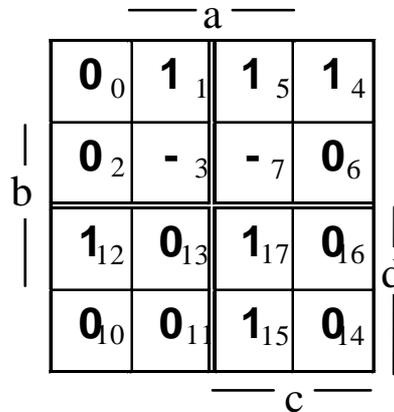
- B) Bilden Sie die Einsblocküberdeckung  $\tau_1$  der Funktion  $G$ . (Freistellen werden hierzu nicht genutzt)
- C) Bilden Sie nun die Nullvervollständigung  $g^N$ :

- D) Distribuieren Sie nun schrittweise den in Teil C) gefundenen Ausdruck aus. Formen Sie dabei geeignet um und streichen Sie alle redundanten Terme bzw. Termanteile. Geben Sie anschließend alle gefundenen Primimplikate an. Verwendete Umformungsregeln müssen nicht angegeben werden.



**Aufgabe 2.2 Verfahren nach Petrick**

Gegeben sei folgendes Symmetriediagramm der Schaltfunktion  $G$ :



A) Das Nelson-Verfahren lieferte dabei die in der Tabelle 1 bereits eingetragenen Primterme. Vervollständigen Sie nun die folgende Überdeckungstabelle. Bilden Sie die Kostenfunktionswerte für die Primterme, indem Sie alle Variablen mit „1“ gewichten.

Präsenzvariable	Primterme	Nullstellen (oktale Indizes)								Kosten
		0	2	6	10	11	13	14	16	
p <sub>1</sub>	$a + c + d$									
p <sub>2</sub>	$a + \bar{b} + \bar{c}$									
p <sub>3</sub>	$\bar{b} + d$									
p <sub>4</sub>	$a + \bar{c} + \bar{d}$									
p <sub>5</sub>	$b + c + \bar{d}$									
p <sub>6</sub>	$a + b + \bar{d}$									
p <sub>7</sub>	$a + b + c$									
p <sub>8</sub>	$\bar{a} + c + \bar{d}$									

**Tabelle 1**

B) Bestimmen Sie nun mögliche Kerne und ermitteln Sie anschließend durch die Ausnutzung der Zeilen- und der Spaltendominanzen, soweit anwendbar, die zyklische Resttabelle. Kennzeichnen Sie hierbei die verbliebenen Maxterme.

- C) Tragen Sie nun die im Aufgabenteil B) ermittelte zyklische Resttabelle in die Tabelle 2 ein (ordnen Sie dabei die verbleibenden oktalen Indizes wiederum aufsteigend an).

Präsenzvariable	Primterme	Nullstellen (oktale Indizes)								Kosten

**Tabelle 2**

- D) Lösen Sie die zyklische Resttabelle mittels des Petrickausdrucks. Hierbei soll angenommen werden, dass der Präsenzvariable  $p_3$  in der resultierenden Funktion erhalten bleibt. Die Kosten der Primimplikate sollen weiterhin als Entscheidungskriterium genutzt werden, um sich für eine Minimallösung zu entscheiden. Geben Sie die Lösung an.

Matrikelnummer:

Name:

---

- E) Geben Sie nun die zur Realisierung benötigten Präsenzvariablen, die Kosten und die KMF der minimierten Funktion an.

benötigte Präsenzvariablen:

---

Kosten der Realisierung:

---

zugehörige KMF:

---

**Aufgabe 3      Zahlensysteme**

- A) Vervollständigen Sie die Tabelle 4, indem Sie die offenen Felder durch Konvertierung ergänzen. Hexadezimal-Zahlen sollen hierbei stets aus der Binärdarstellung abgeleitet werden.

Dezimal	Binär	Oktal	Hexadezimal
313 <sub>D</sub>			
	1001000110 <sub>B</sub>		
		1620 <sub>O</sub>	
			557

**Tabelle 3**

- B) Wandeln Sie die im IEEE 754-Gleitkommaformat gegebene Hexadezimalzahl BF280000<sub>H</sub> in eine Dezimalzahl um. Geben Sie alle Rechenschritte an.

- C) Addieren Sie die im Dezimalsystem gegebenen Zahlen 4862<sub>D</sub> und 975<sub>D</sub> im BCD Code. Stellen Sie ihren Lösungsweg – inklusive eventuell notwendiger Korrekturschritte – ausführlich dar.

- D) Subtrahieren Sie die im Dezimalsystem gegebene Zahl  $-127_D$  von  $-55_D$ . Führen Sie diese Rechnung im binären Zahlensystem durch! Stellen Sie ihren Lösungsweg – inklusive aller notwendigen Schritte - ausführlich dar. Geben Sie anschließend das Ergebnis im dezimalen Zahlensystem an.



## Aufgabe 4      Optimale Codes

Im Rahmen der allgemeinen Überlegungen zur Einführung einer Autobahn Mautgebühr für Personenkraftwagen (PKW) soll eine Erhebung des Verkehrsaufkommens einschließlich ausländischer PKWs durchgeführt werden. Um eine bessere Diskussionsgrundlage zu erlangen ist vorgesehen, für einige Zeit den Verkehr zu zählen. Hierbei sollen auch die direkten Nachbarn Deutschlands berücksichtigt werden. Durch eine empirische Abschätzung, die in der Region Karlsruhe durchgeführt wurde, kann mit folgender Verteilung der Teilnehmer bezüglich der Herkunftsländer gerechnet werden:

Verkehrsteilnehmer	Anteil am Verkehrsaufkommen	Ermittelte Huffman-Codierung
Deutschland (D)	79,5 %	
Frankreich ( F )	6 %	
Holland ( NL )	5,5 %	
Schweiz ( CH )	2,5 %	
Tschechien ( CZ )	2 %	
Polen ( PL )	1,5 %	
Restliche Nachbarländer (X)	3 %	

**Tabelle 4**

- A) Für die Ermittlung des Verkehrsaufkommens sollen nun Zähler an den Autobahnen installiert werden. Diese ermitteln für jedes erkannte Fahrzeug das Herkunftsland und übermitteln diese Information per Funk an einen Zentralrechner, der letztendlich die Auswertung vornimmt. Damit die Übertragung möglichst effizient erfolgt, soll die Information des Herkunftslandes codiert übermittelt werden. Bestimmen Sie hierfür eine Huffman-Codierung und tragen Sie diese in Tabelle 4 ein.

## Hinweise:

- Sortieren Sie die Liste der Auftrittshäufigkeiten aufsteigend von rechts nach links. Falls Ereignisse dieselbe Auftrittshäufigkeit haben, sortieren Sie diese in alphabetischer Reihenfolge von links nach rechts.
- Falls ein neu entstandener Knoten die gleiche Gesamthäufigkeit aufweist wie ein bereits vorhandener Knoten, fügen Sie den neuen Knoten links vom existierenden Knoten in die Liste ein.
- Falls mehrere Knoten mit der gleichen Auftrittshäufigkeit vorliegen, so beginnen Sie die Knoten von rechts zusammenzufassen.
- Weisen Sie den jeweils linken Ästen des entstehenden Baumes die „0“ zu, den jeweils rechten Ästen die „1“.

- B) Geben Sie die Formel zur Berechnung der mittleren Codewortlänge für die Codierung an. Berechnen Sie anschließend diesen Wert.
- C) Anhand welcher Quelleneigenschaft kann die Effizienz der gefundenen Huffman-Codierung beurteilt werden? Geben Sie deren Namen sowie deren formale Beschreibung an.
- D) Welche Anzahl an Byte kann an einem Zähler pro Tag im Mittel gegenüber einer uncodierten Übertragung eingespart werden, wenn davon auszugehen ist, dass pro Tag ca. 10000 Autos einen Zähler passieren und die mittlere Codewortlänge für den Code 1,5 betragen soll?

## Aufgabe 5 Fehlererkennung & Korrektur



Wenige Wochen vor der DT-Klausur kann in der Cafeteria der Mensa alljährlich beobachtet werden, dass sich einige fleißige DT Studenten zur Prüfungsvorbereitung treffen. Dem Anschein nach haben im vergangenen Jahre einige Studenteten versucht, ihr Wissen hinsichtlich der Hamming Codes anhand eigener Überlegungen zu vertiefen. Leider aber fielen ihre Aufzeichnungen den berüchtigten Kaffeeflecken zum Opfer, so dass diese in dem derzeitigen Zustand leider nicht für die Prüfungsvorbereitung zukünftiger Studenten verwendet werden können. Trotz Anwendung aktuellster forensischer Methoden konnten die Aufzeichnungen nicht vollständig rekonstruiert werden.

Nachfolgend sehen Sie die Teile der Aufzeichnungen, die erfolgreich wiederhergestellt werden konnten. Es kann dabei davon ausgegangen werden, dass die rekonstruierten Teile keine Fehler aufweisen.

<b>Lfd. Nr.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>						
<b>Duale Kennzahl</b>									
	<b>k1</b>		<b>m1</b>						
<b>Bestimmung von</b>							<b>m3</b>		
					<b>m2</b>	<b>m5</b>			

**Tabelle 5**

**Anordnung der Bits bei der Übertragung:**

**<k<sub>1</sub>k<sub>2</sub>m<sub>1</sub>k<sub>3</sub>m<sub>2</sub>m<sub>5</sub>m<sub>3</sub>k<sub>4</sub>m<sub>4</sub>>**

Datenbits					Paritybits			
m5	m4	m3	m2	m1	k4	k3	k2	k1
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	0	1	1				
0	0	1	0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1				
0	0	1	1	0				
0	0	1	1	1	0	0	0	1
0	1	0	0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	0				
0	1	1	1	1				
1	0	0	0	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0				
1	1	0	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	0				
1	1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	1	0	0	1	0	0	0
1	1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	0

Tabelle 6

- A) Gegeben sei zunächst ein generiertes Datenwort, welches sich aus Nutz- sowie Parity-Bits zusammensetzt und in der Summe aus neun Bits besteht. Bestimmen Sie die maximale Anzahl an Nutzbits, für die jede der im Folgenden angegebene Bedingung gerade noch eingehalten werden kann. Legen Sie ihre Vorgehensweise klar dar.

**Im generierten Datenwort soll ein Fehler erkannt werden können.**

Die maximale Anzahl an Nutzbits ist:

**Das generierte Datenwort soll gegen das Auftreten eines Fehlers geschützt sein.**

Die maximale Anzahl an Nutzbits ist:

**Das generierte Datenwort soll gegen das Auftreten von bis zu zwei Fehler geschützt sein.**

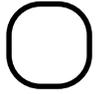
Die maximale Anzahl an Nutzbits ist:

- B) Vervollständigen Sie nun Tabelle 5 unter der Annahme, dass es sich bei dem Verfahren um einen ein Fehler korrigierenden Hamming-Code handelt. Bestimmen Sie ferner, welche Art von Parität für die Erzeugung der in Tabelle 6 gegebenen Codeworte verwendet wurde.
- C) Vervollständigen Sie nun die fehlenden Einträge in Tabelle 6. Legen Sie ihre Vorgehensweise klar dar.

- D) Einige der in Aufgabenteil C) erzeugten Wörter sollen nun übertragen werden. Nachfolgend ist der am Empfänger aufgezeichnete Bitstrom angegeben:

**100111111001110011100110000**

Ermitteln Sie die enthaltenen Fehler und korrigieren Sie den Bitstrom unter der Annahme, dass maximal ein Fehler bei der Übertragung eines jeden Wortes auftreten kann.

**Aufgabe 6 Mengen & Relationen****Aufgabe 6.1 Relationen**

- A) Geben Sie die mathematische Definition für die folgenden Eigenschaften einer Relation an.

**Reflexivität:**

**Symmetrie:**

**Antisymmetrie:**

**Transitivität:**

- B) Geben Sie an, welche der oben genannten Eigenschaften einer Relation auf die einzelnen Aussagen zutreffen.

„ist kleiner oder gleich“

„Gleichheit“

„ist Vielfaches von“

**Aufgabe 6.2 Mengen**

Gegeben sind die zwei abzählbaren Mengen A und B. Die Elemente der Menge A sind mit:

$$A = \{1, 5, 7\}$$

bekannt. Außerdem gelten die folgenden beiden Beziehungen:

$$|A \times B| = 6 \quad C_{A \cup B}(A) = \{3\}$$

- A) Geben Sie an, wie viel Elemente die gesuchte Menge B besitzen muss.

Matrikelnummer:

Name:

---

B) Nennen Sie alle Lösungsmöglichkeiten für die Menge B.



## Aufgabe 7 Automaten

Gegeben ist das folgende Ablaufdiagramm eines Automaten.

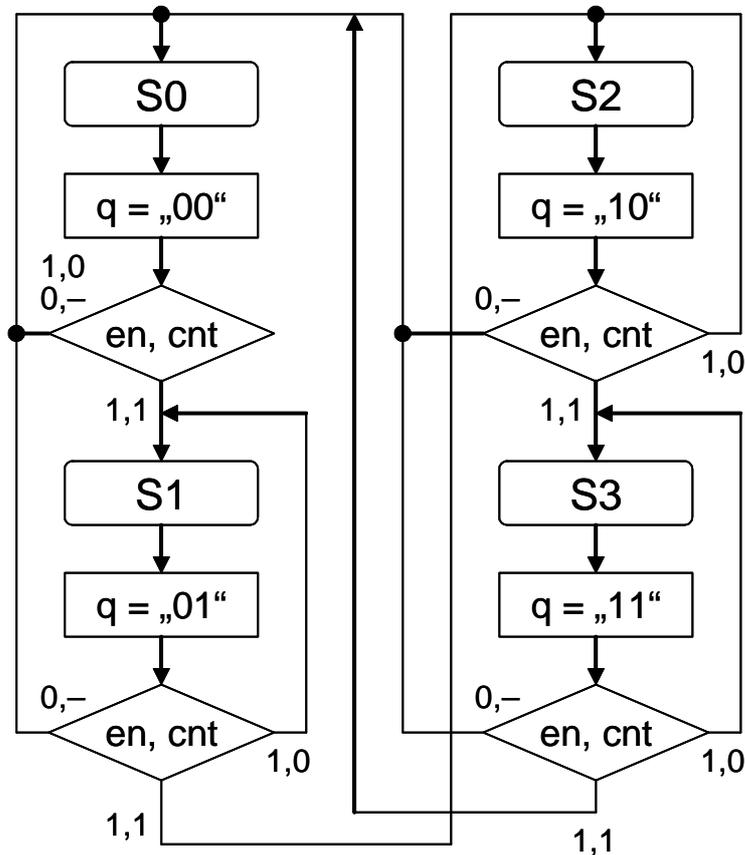


Abbildung 1

- A) Wie viele FlipFlops sind zur Realisierung des Automaten mindestens nötig, wenn man entweder T-FlipFlops oder aber JK-FlipFlops verwendet?  
Begründen Sie Ihre Antwort!
- B) Um welchen Automatentyp handelt es sich in der obigen Abbildung 1. Begründen Sie Ihre Antwort.

C) Nennen Sie die Eingänge des Automaten und erklären Sie, was diese bewirken. Ist einer der Eingänge priorisiert? Wenn ja, benennen Sie den entsprechenden Eingang.

D) Realisieren Sie das gegebene Ablaufdiagramm als Medwedew-Automaten. Sie haben dazu ein T-FlipFlop und D-FlipFlop zur Verfügung. Beide FlipFlop-Typen triggern auf die steigende Taktflanke.

Geben Sie zunächst die Ansteuertabellen für die beiden o.g. FlipFlops an.

T-FlipFlop

q	q'	T
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

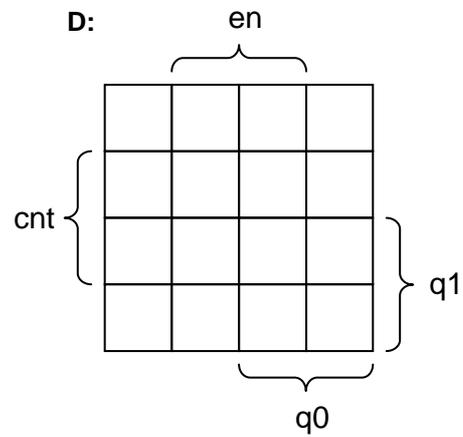
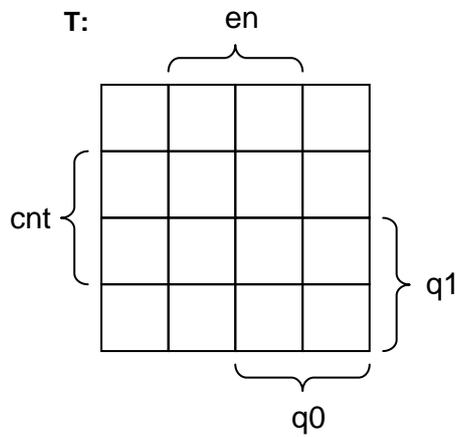
D-FlipFlop

q	q'	D
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

Füllen Sie die Ansteuertabelle aus, indem Sie die Zustandsübergänge aus dem Ablaufdiagramm in die Tabelle übertragen. Bestimmen Sie anschließend die Werte der Steuerleitungen des T- bzw. D-FlipFlops.

						q <sub>0</sub>	q <sub>1</sub>
en	cnt	q <sub>0</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>0</sub> '	q <sub>1</sub> '	D	T
0	0	0	0				
0	0	0	1				
0	0	1	0				
0	0	1	1				
0	1	0	0				
0	1	0	1				
0	1	1	0				
0	1	1	1				
1	0	0	0				
1	0	0	1				
1	0	1	0				
1	0	1	1				
1	1	0	0				
1	1	0	1				
1	1	1	0				
1	1	1	1				

- E) Übertragen Sie die Ansteuerfunktionen in die unten stehenden KV-Diagramme und bilden daraus die jeweilige disjunktive Minimalform. Verfügen Sie evtl. enthaltene Freistellen zu „0“!!



D:  
T:

- F) Welche Funktion realisiert dieser Automat?

Matrikelnummer:

Name:

---

Zusätzliches Lösungsblatt 1:

Matrikelnummer:

Name:

---

Zusätzliches Lösungsblatt 2: