Matrikelnummer: Name:

Prüfung

Prof. Dr.-Ing. J. Becker

Digitaltechnik

WS 2005-2006

Institut für Technik der Informationsverarbeitung, Universität Karlsruhe

1	....
2	....
3	....
4	....
5	....
6	....
7	....
Σ	....

Klausur

Fr., 10.3.2006

Aufgabenblätter

Hinweise zur Klausur

Hilfsmittel

Als Hilfsmittel zur Prüfung sind zwei Seiten vorgegebene und zwei Seiten selbst geschriebene Formelsammlung zugelassen. Nicht erlaubt hingegen ist die Verwendung eines Taschenrechners, zusätzliche Unterlagen und jegliche Kommunikation mit anderen Personen.

Prüfungsdauer

Die Prüfungsdauer beträgt 120 Minuten.

Prüfungsunterlagen

Die Prüfungsunterlagen bestehen aus insgesamt 26 Seiten (einschließlich diesem Titelblatt).

Bitte vermerken Sie vor der Bearbeitung der Aufgaben auf jeder Seite oben Ihren Namen, auf der ersten Seite zusätzlich die Matrikelnummer!

Auf jedes zusätzliche Lösungsblatt ist neben dem Namen auch die Aufgaben- und die Seitennummer mit einzutragen. Vermeiden Sie das Beschriften der Rückseiten.
Am Ende der Prüfung sind die 26 Seiten Aufgaben- und Lösungsblätter und alle verwendeten zusätzlichen Lösungsblätter abzugeben.

Aufgabe 1 Allgemeines

Aufgabe 1.1 Allgemeine Fragen

Beantworten Sie folgende Fragen:

A) Erklären Sie den Unterschied zwischen einem flanken- und einem pegelgetriggerten FlipFlop.

Der Einschreibevorgang eines pegelgetriggerten Flipflops erfolgt basierend auf einem Signalpegel. Bei einem flankengetriggerten Flipflop hingegen erfolgt die Übernahme des Eingangswertes basierend auf einem Signalwechsel.

B) Welche Arten von flankengetriggerten Flipflops existieren und worin unterscheidet sich deren Funktionalität?

Es existieren zwei Arten von flankengetriggerten Flipflops, solche mit positiver und negativer Flankenansteuerung.

Bei positiver Flankenansteuerung erfolgt die Wertübernahme mit einem Wechsel des Clock-Eingangs von 0 nach 1, bei negativer Flankenansteuerung hingegen bei dem Wechsel von 1 nach 0.

C) Eine Möglichkeit, einen Graph zu beschrieben, stellt die Repräsentation auf Basis einer Adjazenzmatrix dar. Erklären Sie zunächst die Bedeutung der Adjazenzmatrix. Begründen Sie anschließend, ob sich basierend auf einer solchen Tabelle eindeutig ermitteln lässt, ob der Graph lediglich gerichtete oder ungerichtete Kanten enthält.

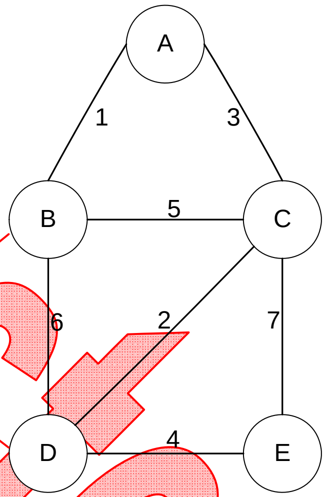
Die Adjazenzmatrix beschreibt eine Relation auf VxV und gibt somit in Form eine Matrix an, welche Knoten des Graphen anhand welcher Kanten verbunden sind.

Hierbei gilt für ein Element a_{ij} der Matrix: $a_{ij} = \begin{cases} 1 & falls\ (V_i, V_j) \in E \\ 0 & sonst \end{cases}$

Liegt nun eine ungerichtete Kante vor, so muss sowohl a_{ij} als auch a_{ji} 1 sein. Andernfalls handelt es sich um eine gerichtete Kante. Ein Problem ergibt sich jedoch beim Betrachten möglicher Schleifen, also den Elementen auf der Diagonalen der Matrix. In diesem Fall kann also nicht eindeutig ermittelt werden, ob eine Schleife gerichtet oder ungerichtet ist. Somit ist es also nicht möglich zu ermitteln, ob der Graph lediglich gerichtete oder ungerichtete Kanten enthält.

D) Gibt es in dem unten dargestellten ungerichteten Graphen eine geschlossene Kantenzugprogression, die alle Kanten des Graphen beinhaltet? Falls ja, so geben Sie diese an.

Falls nein, so begründen Sie Ihre Antwort. Geben Sie ferner die minimale Anzahl an Kanten und Knoten an, die für eine geschlossene Kantenzugprogression benötigt wird unter der Bedingung, dass zwei verschiedene Knoten über nur eine Kante verbunden sein dürfen. Zeichnen Sie ihre Lösung in den Graphen ein.



In dem dargestellten Graphen existiert keine geschlossene Kantenzugprogression, da sowohl Knoten B als auch Knoten D über einen ungeraden Knotengrad verfügen. Um eine geschlossene Kantenzugprogression zu ermöglichen müssen alle Knoten über einen geraden Knotengrad verfügen. Am einfachsten wäre dies durch Einfügen einer Kante zwischen Knoten B und D zu realisieren. Aufgrund der gegebenen Bedingung ist dies aber untersagt. Diese Einschränkung kann jedoch umgangen werden, indem ein weiterer Knoten hinzugefügt wird und die Knoten B und D mit diesem zusätzlichen verbunden werden. Minimal werden also ein weiterer Knoten sowie zwei weitere Kanten benötigt.

E) Worin unterscheidet sich die DNF von der KMF?

Bei der DNF wird eine Funktion Y durch eine disjunktive Verknüpfung von Mintermen ausgedrückt, bei der KMF hingegen durch eine konjunktive Verknüpfung von Maxtermen. Des Weiteren wird bei der DNF jede 1-Stelle im Symmetriediagramm durch einen individuellen Minterm dargestellt, bei der KMF hingegen können mehrere 0-Stellen zu einem Block zusammengefasst werden, welcher wiederum als Maxterm in die Darstellung der Funktion eingeht.

F) Was ist unter einer Einsvervollständigung zu verstehen?

Bei der Einsvervollständigung werden sämtliche Freistellen einer unvollständig definierten Schaltfunktion - Don't Care Stellen im Symmetriediagramm – zu Eins verfügt.

Aufgabe 1.2 Boolesche Algebra

A) Zeigen oder widerlegen Sie die Gleichheit der nachfolgend angegebenen Booleschen Ausdrücke. Geben Sie für jeden durchgeführten Umformungsschritt die verwendete Regel an.

$$\overline{x}y + \overline{x}z + \overline{x}\,\overline{y}z = \overline{\overline{x}\,\overline{y}\,\overline{z} + xy + xz}$$

$$\overline{x}y + \overline{x}z + \overline{x}\,\overline{y}z = \overline{\overline{x}\,\overline{y}\,\overline{z} + xy + xz}$$

$$= (x + y + z)\cdot(\overline{x} + \overline{y})\cdot(\overline{x} + \overline{z}) \text{ - De Morgansche Regel}$$

$$= (x + y + z)\cdot(\overline{x} + \overline{x}\,\overline{z} + \overline{x}\,\overline{y} + \overline{y}\,\overline{z}) \text{ - Distributiv Gesetzt}$$

$$= (x + y + z)\cdot(\overline{x} + \overline{y}\,\overline{z}) \text{ - Absorptionsgesetz}$$

$$= \overline{x}\,\overline{y}z + \overline{x}y + \overline{x}z \text{ - Distributiv Gesetzt}$$

B) Realisieren Sie den Booleschen Ausdruck

$$f = \overline{x}y + \overline{x}z + \overline{x}\,\overline{y}z$$

im Basissystem NOR unter Verwendung einer minimalen Anzahl entsprechender Gatter mit zwei und drei Eingängen.

Mit der Lösung von Teilaufgabe A folgt:

$$\overline{x}y + \overline{x}z + \overline{x}\,\overline{y}z = \overline{\overline{x}\,\overline{y}\,\overline{z} + xy + xz}$$

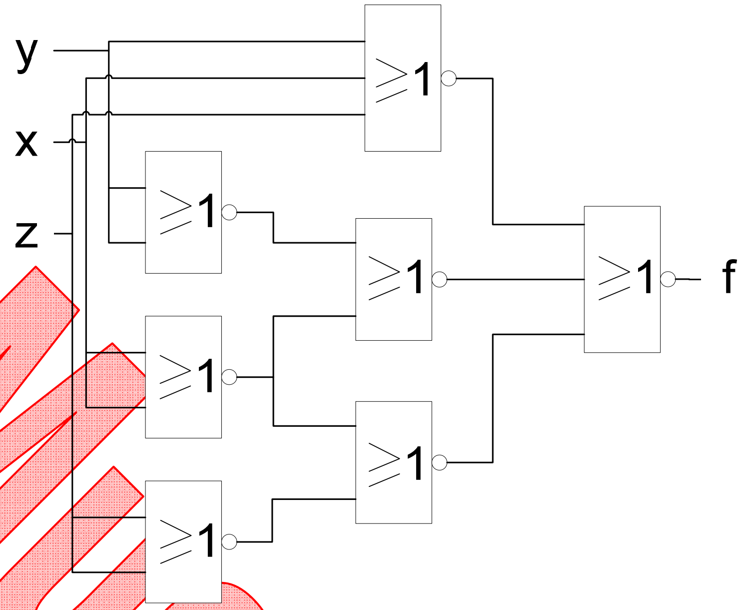
$$= \overline{x\,y\,z}+xy+\overline{x}z$$

$$= \overline{\overline{\overline{x}}}\,\overline{\overline{\overline{y}}}\,\overline{\overline{\overline{z}}}\,\overline{+}\,\overline{\overline{xy}}\,\overline{+}\,\overline{\overline{xz}}$$

$$= \overline{(x + y + z)}\,\overline{+}\,\overline{(\overline{x} + \overline{y})}\,\overline{+}\,\overline{(\overline{x} + \overline{z})}$$

$$\text{mit } \overline{a} = a\,\overline{+}\,a \text{ folgt:}$$

$$f = (x\,\overline{+}\,y\,\overline{+}\,z)\,\overline{+}\,((x\,\overline{+}\,x)\,\overline{+}\,(y\,\overline{+}\,y)) + ((x\,\overline{+}\,x)\,\overline{+}\,(z\,\overline{+}\,z))$$



C) Folgender Ausdruck soll mittels des Booleschen Entwicklungssatzes in der Reihenfolge a,b,c,d entwickelt werden.

$$y = a\bar{b}\bar{d} + abd + \bar{a}\bar{b}d$$

$y = f(a,b,c,d) = a\bar{b}\bar{d} + abd + \bar{a}\bar{b}d$

Entwicklung nach a:

$f(1,b,c,d) = bd + \bar{b}\bar{d}$

$f(0,b,c,d) = \bar{b}d$

Entwicklung nach b:

$f(1,1,c,d) = d$	$f(0,1,c,d) = 0$
$f(1,0,c,d) = \bar{d}$	$f(0,0,c,d) = d$

Entwicklung nach c:

$f(1,1,1,d) = d$	$f(0,1,1,d) = 0$
$f(1,1,0,d) = d$	$f(0,1,0,d) = 0$
$f(1,0,1,d) = \bar{d}$	$f(0,0,1,d) = d$
$f(1,0,0,d) = \bar{d}$	$f(0,0,0,d) = d$

Entwicklung nach d:

$f(1,1,1,1) = 1$	$f(0,1,1,1) = 0$
$f(1,1,1,0) = 0$	$f(0,1,1,0) = 0$
$f(1,1,0,1) = 1$	$f(0,1,0,1) = 0$
$f(1,1,0,0) = 0$	$f(0,1,0,0) = 0$
$f(1,0,1,1) = 0$	$f(0,0,1,1) = 1$
$f(1,0,1,0) = 1$	$f(0,0,1,0) = 0$
$f(1,0,0,1) = 0$	$f(0,0,0,1) = 1$
$f(1,0,0,0) = 1$	$f(0,0,0,0) = 0$

Aufgabe 2 Minimierung

Aufgabe 2.1 Verfahren nach Nelson

Für eine unvollständig definierte Schaltfunktion ***F*** sei die Menge der Nullstellen (N) und die Menge der Freistellen (F) in **dezimaler** Indizierung wie folgt gegeben:

N={2,5,7,10,14}
F={4,6,12}

Mit Hilfe des Nelson-Verfahrens sollen nun alle Primimplikate der Funktion ermittelt werden.

A) Tragen Sie hierzu zunächst die Eins-, Null- und Freistellen in folgendes Symmetriediagramm ein. Achten Sie auf die **oktale** Indizierung.

x_1 (columns 2–3), x_2 (rows 2–3), x_3 (columns 3–4), x_4 (rows 3–4)

1 (0)	1 (1)	0 (5)	- (4)
0 (2)	1 (3)	0 (7)	- (6)
0 (12)	1 (13)	1 (17)	0 (16)
1 (10)	1 (11)	1 (15)	- (14)

B) Bilden Sie die Einsblocküberdeckung τ_1 der Funktion ***G.*** (Freistellen werden hierzu nicht genutzt)

τ_1 = {(- , 0 , -, 1),(1 , - , - , 1),(- , 0 , 0 , -)}

C) Bilden Sie nun die Nullvervollständigung g^N:

$$g^N = \overline{x_3}\,x_1 + x_4 x_1 + \overline{x_3}\,\overline{x_2}$$

D) Distribuieren Sie nun schrittweise den in Teil C) gefundenen Ausdruck aus. Formen Sie dabei geeignet um und streichen Sie alle redundanten Terme bzw. Termanteile. Geben Sie anschließend alle gefundenen Primimplikate an. Verwendete Umformungsregeln müssen nicht angegeben werden.

$$
\begin{aligned}
g_N &= \bar{x}_3 x_1 + x_4 x_1 + \bar{x}_3 \bar{x}_2 \\
&= (x_4 + \bar{x}_3)\cancel{(\bar{x}_3 + x_1)}\cancel{(x_4 + x_1)} x_1 + \bar{x}_3 \bar{x}_2 \\
&= (\bar{x}_3 + x_1)(\bar{x}_2 + x_1)(x_4 \cancel{+ \bar{x}_3} + \bar{x}_3)\cancel{(x_4 + \bar{x}_3 + \bar{x}_2)} \\
&= \underline{(\bar{x}_3 + x_1)(\bar{x}_2 + x_1)(x_4 + \bar{x}_3)}
\end{aligned}
$$

Aufgabe 2.2 Verfahren nach Petrick

Gegeben sei folgendes Symmetriediagramm der Schaltfunktion ***G***:

		a	a	
	0_{0}	1_{1}	1_{5}	1_{4}
b	0_{2}	$-_{3}$	$-_{7}$	0_{6}
b, d	1_{12}	0_{13}	1_{17}	0_{16}
d	0_{10}	0_{11}	1_{15}	0_{14}
			c	c

A) Das Nelson-Verfahren lieferte dabei die in der Tabelle 1 bereits eingetragenen Primterme. Vervollständigen Sie nun die folgende Überdeckungstabelle. Bilden Sie die Kostenfunktionswerte für die Primterme, indem Sie alle Variablen mit „**1**" gewichten.

Präsenz-variable	Primterme	Nullstellen (oktale Indizes) 0	2	6	10	11	13	14	16	Kosten
p_1	$a+c+d$	X	X							3
p_2	$a+\overline{b}+\overline{c}$			X					X	3
p_3	$\overline{b}+d$		X	X						2
p_4	$a+\overline{c}+\overline{d}$							X	X	3
p_5	$b+c+\overline{d}$				X	X				3
p_6	$a+b+\overline{d}$				X			X		3
p_7	$a+b+c$	X			X					3
p_8	$\overline{a}+c+\overline{d}$					X	X			3

Tabelle 1

B) Bestimmen Sie nun mögliche Kerne und ermitteln Sie anschließend durch die Ausnutzung der Zeilen- und der Spaltendominanzen, soweit anwendbar, die zyklische Resttabelle. Kennzeichnen Sie hierbei die verbliebenen Maxterme.

C) Tragen Sie nun die im Aufgabenteil B) ermittelte zyklische Resttabelle in die Tabelle 2 ein (ordnen Sie dabei die verbleibenden oktalen Indizes wiederum aufsteigend an).

Präsenz-variable	Primterme	Nullstellen (oktale Indizes) 0	2	6	10	14	16			Kosten
p_1	$a+c+d$	X	X							3
p_2	$a+\overline{b}+\overline{c}$			X			X			3
p_3	$\overline{b}+d$		X	X						2
p_4	$a+\overline{c}+\overline{d}$					X	X			3
p_6	$a+b+\overline{d}$				X	X				3
p_7	$a+b+c$	X			X					3

Tabelle 2

D) Lösen Sie die zyklische Resttabelle mittels des Petrickausdrucks. Hierbei soll angenommen werden, dass der Präsenzvariable p_3 in der resultierenden Funktion erhalten bleibt. Die Kosten der Primimplikate sollen weiterhin als Entscheidungskriterium genutzt werden, um sich für eine Minimallösung zu entscheiden. Geben Sie die Lösung an.

$$
\begin{aligned}
PA' &= p_3(p_1+p_7)(p_1+p_3)(p_2+p_3)(p_6+p_7)(p_4+p_6)(p_2+p_4) \\
&= p_3(p_1+p_7)(p_6+p_7)(p_4+p_6)(p_2+p_4) \\
&= p_3(p_1p_6+p_1p_7+p_7p_6+p_7p_7)(p_4p_2+p_4p_4+p_6p_2+p_6p_4) \\
&= p_3(p_1p_6+p_7)(p_4+p_6p_2) \\
&= \underline{p_3(p_1p_2p_6+p_1p_4p_6+p_7p_4+p_7p_6p_2)}
\end{aligned}
$$

Die Realisierung der zyklischen Resttabelle durch $\underline{p_7 p_4 p_3}$ stellt die Minimallösung dar.

E) Geben Sie nun die zur Realisierung benötigten Präsenzvariablen, die Kosten und die KMF der minimierten Funktion an.

benötigte Präsenzvariablen: p_8, p_7, p_4, p_3

Kosten der Realisierung: $3+2+3+3=11$

zugehörige KMF: $(\overline{a}+c+\overline{d})(a+b+c)(a+\overline{c}+\overline{d})(\overline{b}+d)$

Aufgabe 3 Zahlensysteme

A) Vervollständigen Sie die Tabelle 4, indem Sie die offenen Felder durch Konvertierung ergänzen. Hexadezimal-Zahlen sollen hierbei stets aus der Binärdarstellung abgeleitet werden.

Dezimal	Binär	Oktal	Hexadezimal
313_D	100111001_B	471_O	139
582_D	1001000110_B	1106_O	246
912_D	1110010000_B	1620_O	390
1367_D	10101010111_B	2527_O	557

Tabelle 3

B) Wandeln Sie die im IEEE 754-Gleitkommaformat gegebene Hexadezimalzahl $BF280000_H$ in eine Dezimalzahl um. Geben Sie alle Rechenschritte an.

Lösung: $(-1)^s$ x (Mantisse) x 2^E

Die Binärzahl lautet: 10111111001010000000000000000000

Exponent: 01111110_B => $126_D - 127_D = -1_D$

Mantisse : $01010000000000000000000_B$ => $1.01010000000000000000000_B$ = 1.3125000_D

Vorzeichen : s = 1

Ergebnis : -1x 1.3125 x 2^{-1} = - 0.65625_D

C) Addieren Sie die im Dezimalsystem gegebenen Zahlen 4862_D und 975_D im BCD Code. Stellen Sie ihren Lösungsweg – inklusive eventuell notwendiger Korrekturschritte - ausführlich dar.

BCD Code				Dezimalsystem
0100	1000	0110	0010	4862
0000	1001	0111	0101	+975
1		11		
0101	0001	1101	0111	
Korrektur wegen:	Übertrag	Pseudotetrade		
0101	0001	1101	0111	
	0110	0110		
	1111	1		
0101	1000	0011	0111	5837

D) Subtrahieren Sie die im Dezimalsystem gegebene Zahl -127_D von -55_D. Führen Sie diese Rechnung im binären Zahlensystem durch! Stellen Sie ihren Lösungsweg – inklusive aller notwendigen Schritte - ausführlich dar. Geben Sie anschließend das Ergebnis im dezimalen Zahlensystem an.

$-55_D - (-127_D) = 127_D - 55_D$

$55_D = 00110111_B$

-55 : Zweierkomplementdarstellung : $11001000_B + 1_B = 11001001_B$

$127_D = 01111111_B$

-127 : Zweierkomplementdarstellung : $10000000_B + 1_B = 1000001$

Addieren des Zweierkomplements von 127_D zu -55_D:

		1	1	0	0	1	0	0	1
+		0	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	0
	1	0	1	0	0	1	0	0	0

Das Ergebnis ist positiv. Den Betrag des Ergebnisses erhält man durch Weglassen des letzten Übertrages:

$1001000_B = 72_D$

Das Endergebnis lautet somit 72_D.

Aufgabe 4 Optimale Codes

Im Rahmen der allgemeinen Überlegungen zur Einführung einer Autobahn Mautgebühr für Personenkraftwagen (PKW) soll eine Erhebung des Verkehrsaufkommens einschließlich ausländischer PKWs durchgeführt werden. Um eine bessere Diskussionsgrundlage zu erlangen ist vorgesehen, für einige Zeit den Verkehr zu zählen. Hierbei sollen auch die direkten Nachbarn Deutschlands berücksichtigt werden. Durch eine empirische Abschätzung, die in der Region Karlsruhe durchgeführt wurde, kann mit folgender Verteilung der Teilnehmer bezüglich der Herkunftsländer gerechnet werden:

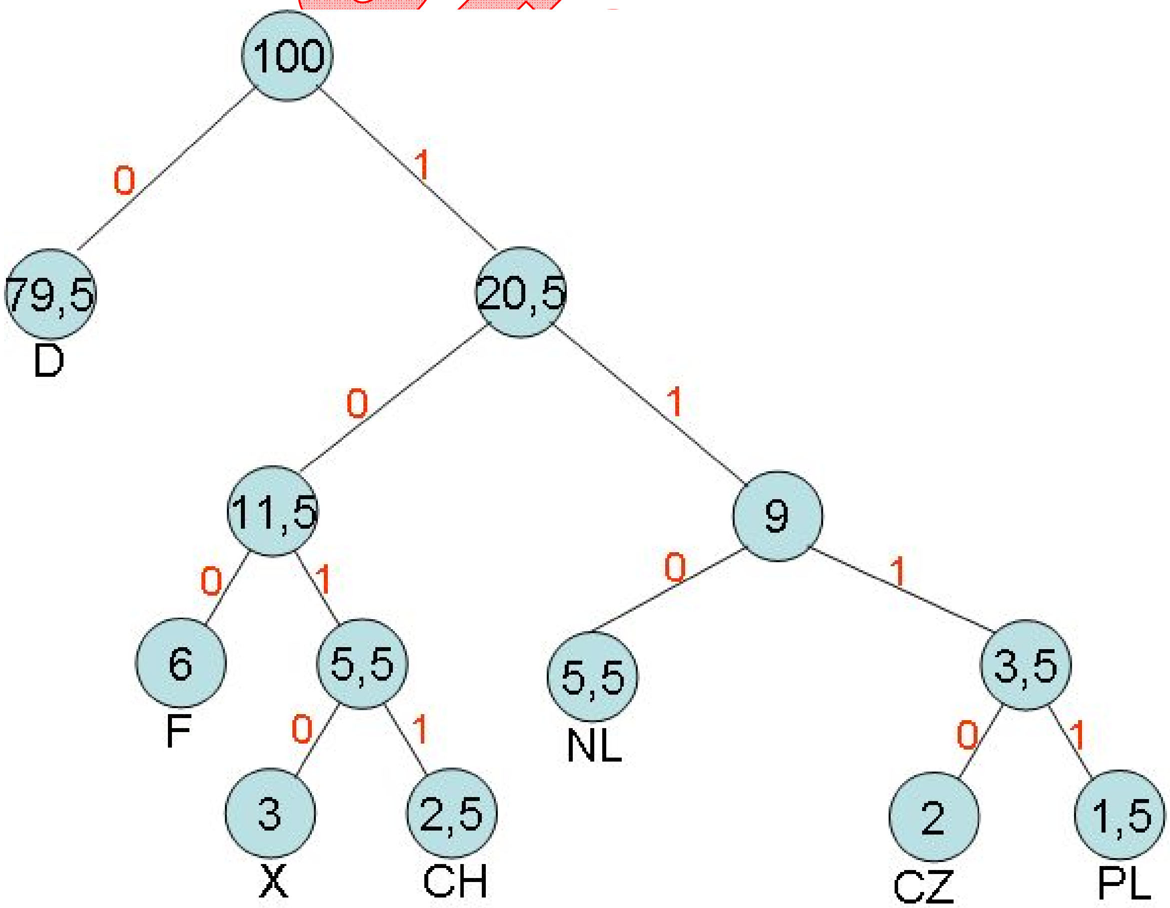
Verkehrsteilnehmer	Anteil am Verkehrsaufkommen	Ermittelte Huffman-Codierung
Deutschland (D)	79,5 %	0
Frankreich (F)	6 %	100
Holland (NL)	5,5 %	110
Schweiz (CH)	2,5 %	1011
Tschechien (CZ)	2 %	1110
Polen (PL)	1,5 %	1111
Restliche Nachbarländer (X)	3 %	1010

Tabelle 4

A) Für die Ermittlung des Verkehrsaufkommens sollen nun Zähler an den Autobahnen installiert werden. Diese ermitteln für jedes erkannte Fahrzeug das Herkunftsland und übermitteln diese Information per Funk an einen Zentralrechner, der letztendlich die Auswertung vornimmt. Damit die Übertragung möglichst effizient erfolgt, soll die Information des Herkunftslandes codiert übermittelt werden. Bestimmen Sie hierfür eine Huffman-Codierung und tragen Sie diese in Tabelle 4 ein.

Hinweise:

- Sortieren Sie die Liste der Auftrittshäufigkeiten aufsteigend von rechts nach links. Falls Ereignisse dieselbe Auftrittshäufigkeit haben, sortieren Sie diese in alphabetischer Reihenfolge von links nach rechts.
- Falls ein neu entstandener Knoten die gleiche Gesamthäufigkeit aufweist wie ein bereits vorhandener Knoten, fügen Sie den neuen Knoten links vom existierenden Knoten in die Liste ein.
- Falls mehrere Knoten mit der gleichen Auftrittshäufigkeit vorliegen, so beginnen Sie die Knoten von rechts zusammenzufassen.
- Weisen Sie den jeweils linken Ästen des entstehenden Baumes die „0“ zu, den jeweils rechten Ästen die „1“.



X…B,L,A,DK

B) Geben Sie die Formel zur Berechnung der mittleren Codewortlänge für die Codierung an. Berechnen Sie anschließend diesen Wert.

$$\overline{m} = \sum_{i=1}^{N} p(x_i) \cdot m(x_i)$$

= 0,795*1+0,06*3+0,055*3+0,03*4+0,025*4+0,02*4+0,015*4
= 0,795+0,18+0,165+0,12+0,1+0,08+0,06
=1,5

C) Anhand welcher Quelleneigenschaft kann die Effizienz der gefundenen Huffman-Codierung beurteilt werden? Geben Sie deren Namen sowie deren formale Beschreibung an.

Die Entropie einer Quelle gibt das theoretische Maximum einer Komprimierung an und kann somit zur Beurteilung der Kodiereffizienz der gefunden Huffman-Codierung verwendet werden.

$$H = \sum_{i=1}^{N} p(i) * ld \frac{1}{p(i)}$$

D) Welche Anzahl an Byte kann an einem Zähler pro Tag im Mittel gegenüber einer uncodierten Übertragung eingespart werden, wenn davon auszugehen ist, dass pro Tag ca. 10000 Autos einen Zähler passieren und die mittlere Codewortlänge für den Code 1,5 betragen soll?

Unkomprimiert: 3 Bit Pro PKW
Komprimiert: 1,5 Bit Pro PKW

(3-1,5)*10000=15000 Bit = 1875 Byte , ca. 1,83kB

Aufgabe 5 Fehlererkennung & Korrektur

Wenige Wochen vor der DT-Klausur kann in der Cafeteria der Mensa alljährlich beobachtet werden, dass sich einige fleißige DT Studenten zur Prüfungsvorbereitung treffen. Dem Anschein nach haben im vergangen Jahre einige Stundeten versucht, ihr Wissen hinsichtlich der Hamming Codes anhand eigener Überlegungen zu vertiefen. Leider aber fielen ihre Aufzeichnungen den berüchtigten Kaffeeflecken zum Opfer, so dass diese in dem derzeitigen Zustand leider nicht für die Prüfungsvorbereitung zukünftiger Studenten verwendet werden können. Trotz Anwendung aktuellster forensischer Methoden konnten die Aufzeichnungen nicht vollständig rekonstruiert werden.

Nachfolgend sehen Sie die Teile der Aufzeichnungen, die erfolgreich wiederhergestellt werden konnten. Es kann dabei davon ausgegangen werden, dass die rekonstruierten Teile keine Fehler aufweisen.

Lfd. Nr. **Duale Kennzahl**	**1** **0001**	**2** **0010**	**3** **0011**	**4** **0100**	**5** **0101**	**6** **0110**	**7** **0111**	**8** **1000**	**9** **1001**
Bestimmung von k1	**k1**		**m1**		**m2**		**m3**		**m4**
Bestimmung von k2		**k2**	**m1**			**m5**	**m3**		
Bestimmung von k3				**k3**	**m2**	**m5**	**m3**		
Bestimmung von k4								**k4**	**m4**

Tabelle 5

Anordnung der Bits bei der Übertragung:

$<k_1k_2m_1k_3m_2m_5m_3k_4m_4>$

Datenbits					Paritybits			
m5	m4	m3	m2	m1	k4	k3	k2	k1
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1	0
0	0	1	1	1	0	0	0	1
0	1	0	0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	1	0	0	1	0	0	0
1	1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	0

Tabelle 6

A) Gegeben sei zunächst ein generiertes Datenwort, welches sich aus Nutz- sowie Parity-Bits zusammensetzt und in der Summe aus neun Bits besteht. Bestimmen Sie die maximale Anzahl an Nutzbits, für die jede der im Folgenden angegebene Bedingung gerade noch eingehalten werden kann. Legen Sie ihre Vorgehensweise klar dar.

Im generierten Datenwort soll ein Fehler erkannt werden können.

Die maximale Anzahl an Nutzbits ist: 8 (HD_{min} = 2 und ablesen aus Tabelle)

8 Nutzbits + 1 Paritybit

Das generierte Datenwort soll gegen das Auftreten eines Fehlers geschützt sein.

Die maximale Anzahl an Nutzbits ist: 5 (HD_{min} = 3 und ablesen aus Tabelle)

5 Nutzbits + 4 Paritybits

Das generierte Datenwort soll gegen das Auftreten von bis zu zwei Fehler geschützt sein.

Die maximale Anzahl an Nutzbits ist: 3 (HD_{min} = 5 und ablesen aus Tabelle)

3 Nutzbits + 6 Paritybits

B) Vervollständigen Sie nun Tabelle 5 unter der Annahme, dass es sich bei dem Verfahren um einen ein Fehler korrigierenden Hamming-Code handelt. Bestimmen Sie ferner, welche Art von Parität für die Erzeugung der in Tabelle 6 gegebenen Codeworte verwendet wurde.

Vervollständigung siehe Tabelle 5.

Einsetzten eines Codewortes aus Tabelle 6 in Tabelle 5 ergibt, dass eine gerade Parität zum Bestimmen der Paritätsbits verwendet wurde.

C) Vervollständigen Sie nun die fehlenden Einträge in Tabelle 6. Legen Sie ihre Vorgehensweise klar dar.

Vervollständigung siehe Tabelle 6.

Die Nutzbits wurden in Tabelle 5 eingesetzt und anschließend die Paritätsbits k1-k4 bestimmt.

D) Einige der in Aufgabenteil C) erzeugten Wörter sollen nun übertragen werden. Nachfolgend ist der am Empfänger aufgezeichnete Bitstrom angegeben:

100111111001110011100110000

Ermitteln Sie die enthaltenen Fehler und korrigieren Sie den Bitstrom unter der Annahme, dass maximal ein Fehler bei der Übertragung eines jeden Wortes auftreten kann.

Zerlegen des Datenstroms in Wörter a 9 Bit

1. Wort: **100111111**

2. Wort: **001110011**

3. Wort: **100110000**

Einsetzten der Wörter in Tabelle 5 und Überprüfen der Parität pro Zeile. Das Bit, das von jeder Zeile mit negativer Paritätsprüfung überdeckt wird, ist fehlerhaft.

Das erste und dritte Wort weisen keinen Fehler auf, das zweite hingegen ist mit einem Fehler behaftet. Der Fehler befindet sich an der 3. Stelle. Damit lautet das korrigierte Wort:

000110011

Aufgabe 6 Mengen & Relationen

Aufgabe 6.1 Relationen

A) Geben Sie die mathematische Definition für die folgenden Eigenschaften einer Relation an.

Reflexivität: $x \alpha x, \forall x \in M$

Symmetrie: aus $x \alpha y$ folgt $y \alpha x, \forall x, y \in M$

Antisymmetrie: aus $x \alpha y$ und $y \alpha x$ folgt $x = y, \forall x, y \in M$

Transitivität: aus $x \alpha y$ und $y \alpha z$ folgt $x \alpha z, \forall x, y, z \in M$

B) Geben Sie an, welche der oben genannten Eigenschaften einer Relation auf die einzelnen Aussagen zutreffen.

„ist kleiner oder gleich“

reflexiv, antisymmetrisch, transitiv

„Gleichheit“

reflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch, transitiv

„ist Vielfaches von“

reflexiv, antisymmetrisch, transitiv

Aufgabe 6.2 Mengen

Gegeben sind die zwei abzählbaren Mengen A und B. Die Elemente der Menge A sind mit:

$$A = \{1, 5, 7\}$$

bekannt. Außerdem gelten die folgenden beiden Beziehungen:

$$|A \times B| = 6 \qquad C_{A \cup B}(A) = \{3\}$$

A) Geben Sie an, wie viel Elemente die gesuchte Menge B besitzen muss.

$|A \times B| = |A| * |B|$; mit $|A| = 3$ folgt $|B| = 2$, damit besitzt die Menge B zwei Elemente

B) Nennen Sie alle Lösungsmöglichkeiten für die Menge B.

B = {1, 3}

B = {5, 3}

B = {7, 3}

Aufgabe 7 Automaten

Gegeben ist das folgende Ablaufdiagramm eines Automaten.

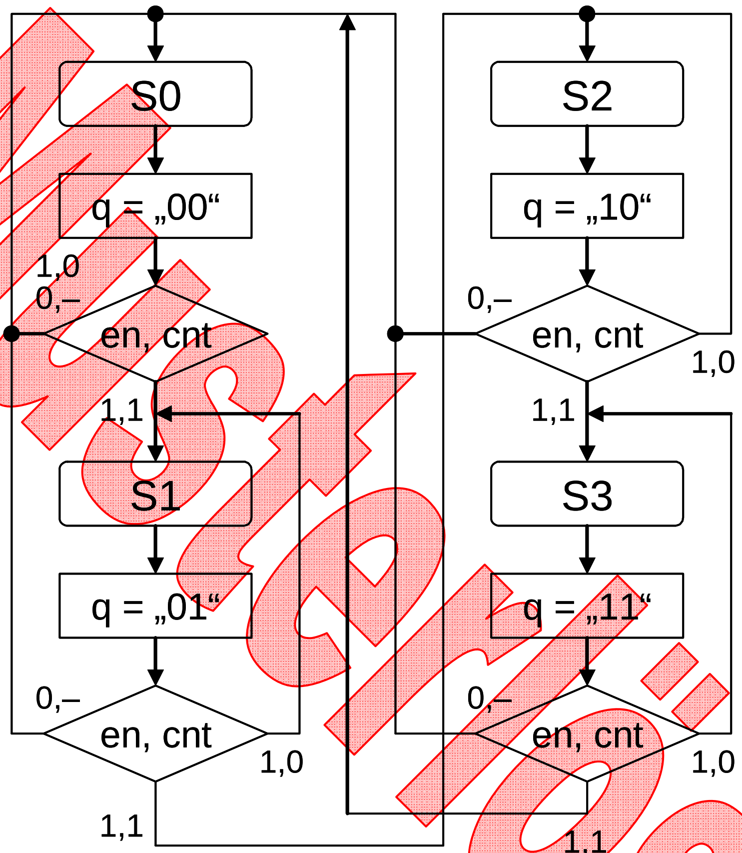


Abbildung 1

A) Wie viele FlipFlops sind zur Realisierung des Automaten mindestens nötig, wenn man entweder T-FlipFlops oder aber JK-FlipFlops verwendet?
Begründen Sie Ihre Antwort!

Antwort: Bei binärer Codierung werden immer 2 Flipflops benötigt, da $\lceil \mathrm{ld}\ 4 \rceil = 2$!

B) Um welchen Automatentyp handelt es sich in der obigen Abbildung 1. Begründen Sie Ihre Antwort.

Antwort: Es handelt sich um einen Moore-Automaten, da die Ausgabe nur vom Zustand abhängt. Es kann aber auch ein Medwedew-Automat sein, wenn man einen Binärzähler zugrunde legt und damit die Ausgabe als Repräsentation des Zustandes ansieht.

C) Nennen Sie die Eingänge des Automaten und erklären Sie, was diese bewirken. Ist einer der Eingänge priorisiert? Wenn ja, benennen Sie den entsprechenden Eingang.

Antwort: En ist der Enable-Eingang, bei 0 wird der Automat in den Grundzustand versetzt. Cnt ist der Count-Eingang, bei 1 zählt der Automat im Binär-Code, bei 0 bleibt er im derzeitigen Zustand. En ist gegenüber Cnt bevorrechtigt.

D) Realisieren Sie das gegebene Ablaufdiagramm als <u>Medwedew-Automaten</u>. Sie haben dazu ein T-FlipFlop und D-FlipFlop zur Verfügung. Beide FlipFlop-Typen triggern auf die steigende Taktflanke.

Geben Sie zunächst die Ansteuertabellen für die beiden o.g. FlipFlops an.

T-FlipFlop

q	q’	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

D-FlipFlop

q	q’	D
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Füllen Sie die Ansteuertabelle aus, indem Sie die Zustandsübergänge aus dem Ablaufdiagramm in die Tabelle übertragen. Bestimmen Sie anschließend die Werte der Steuerleitungen des T- bzw. D-FlipFlops.

en	cnt	q_0	q_1	q_0’	q_1’	q_0 D	q_1 T
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1	0	1
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	0	0	0	1

E) Übertragen Sie die Ansteuerfunktionen in die unten stehenden KV-Diagramme und bilden daraus die jeweilige disjunktive Minimalform. Verfügen Sie evtl. enthaltene Freistellen zu „0"!!

Lösung:

T:

		en	en		
	0	0	0	0	
cnt	0	1	1	0	
cnt	1	1	1	1	q1
	1	0	0	1	q1
			q0	q0	

D:

		en	en		
	0	0	1	0	
cnt	0	0	1	0	
cnt	0	1	0	0	q1
	0	0	1	0	q1
			q0	q0	

D: $(en \bullet q_0 \bullet \overline{cnt}) \vee (en \bullet q_0 \bullet \overline{q_1}) \vee (en \bullet q_1 \bullet \overline{q_0} \bullet cnt)$

T: $(en \bullet cnt) \vee (\overline{en} \bullet q_1)$

F) Welche Funktion realisiert dieser Automat?

Der Automat realisiert einen Binärzähler.

Zusätzliches Lösungsblatt 1:

Zusätzliches Lösungsblatt 2: