

 <p style="text-align: center;">Prüfung</p> <p style="text-align: center;">Prof. Dr.-Ing. J. Becker</p> <p style="text-align: center;"><b>Digitaltechnik</b></p> <p style="text-align: center;">WS 2006-2007</p> <p style="text-align: center;">Institut für Technik der Informationsverarbeitung, Universität Karlsruhe</p>	1 .....
	2 .....
	3 .....
	4 .....
	5 .....
	6 .....
	Σ .....

<b>Klausur</b>
Di., 27.3.2007
Lösungsblätter

## Hinweise zur Klausur

### Hilfsmittel

Als Hilfsmittel zur Prüfung sind vier Seiten vorgegebene und **zwei Seiten** selbst geschriebene Formelsammlung zugelassen. Nicht erlaubt hingegen ist die Verwendung eines Taschenrechners, zusätzliche Unterlagen und jegliche Kommunikation mit anderen Personen.

### Prüfungsdauer

Die Prüfungsdauer beträgt 120 Minuten.

### Prüfungsunterlagen

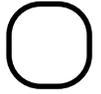
Die Prüfungsunterlagen bestehen aus insgesamt 26 Seiten Aufgabenblättern (einschließlich diesem Titelblatt).

### **Bitte vermerken Sie vor der Bearbeitung der Aufgaben auf jeder Seite oben Ihren Namen, auf der ersten Seite zusätzlich die Matrikelnummer!**

Auf jedes zusätzliche Lösungsblatt ist neben dem Namen auch die Aufgaben- und die Seitennummer mit einzutragen. Vermeiden Sie das Beschreiben der Rückseiten.

Am Ende der Prüfung sind die 26 Seiten Aufgaben- und Lösungsblätter und alle verwendeten zusätzlichen Lösungsblätter abzugeben.

Verwenden Sie zum Bearbeiten der Aufgaben lediglich dokumentenechte Schreibgeräte – keinen Bleistift sowie Rotstifte!

**Aufgabe 1      Allgemeines****Aufgabe 1.1      Allgemeine Fragen**

Beantworten Sie folgende Fragen:

- A) Eine Grafikkarte soll die drei Farbanteile eines Pixels (Rot, Grün, Blau) durch jeweils einen Wert im Bereich von 0...255 angeben.

Wie groß muss der Speicher der Grafikkarte sein, damit ein Bildschirm mit der Auflösung von 1280x1024 Pixel angesteuert werden kann?

- B) Erläutern Sie die Funktion und Eigenschaften folgender Bausteine: ROM, RAM, PLA, PAL. (Stichpunkte genügen!)

ROM:

RAM:

PAL:

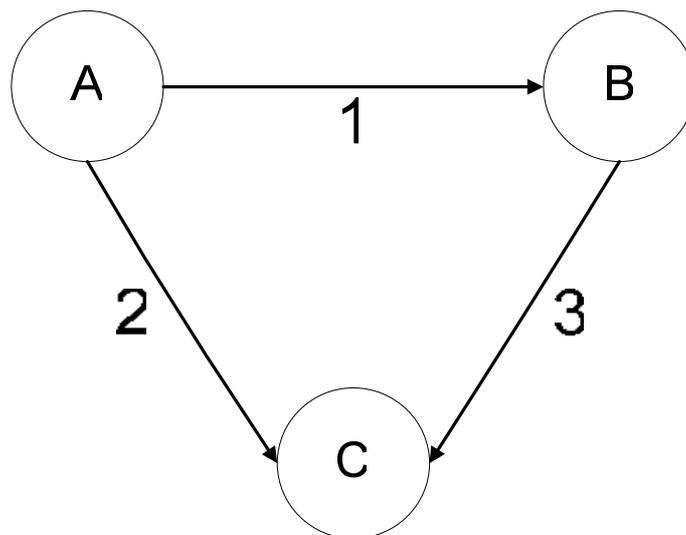
PLA:

- C) Basierend auf negativer Logik realisiert ein CMOS-Schaltkreis die Funktion  $y = a \rightarrow b$ . Welche Funktion realisiert dieser Schaltkreis in positiver Logik? Begründen Sie ihre Aussage.

D) Welche minimale Hamming-Distanz (HD<sub>min</sub>) wird benötigt, um einen Code mit 3-facher Fehlerkorrektur zu erhalten?

E) Welche Anzahl an zusätzlichen Bits wird benötigt, um ein Daten-Byte zu sichern, wenn maximal 3 Fehler auftreten können?

F) Gegeben sei der folgende Graph:



Geben Sie jeweils eine Möglichkeit für die nachfolgenden Klassen von Kantenfolgen an, basierend auf dem obigen Graphen.

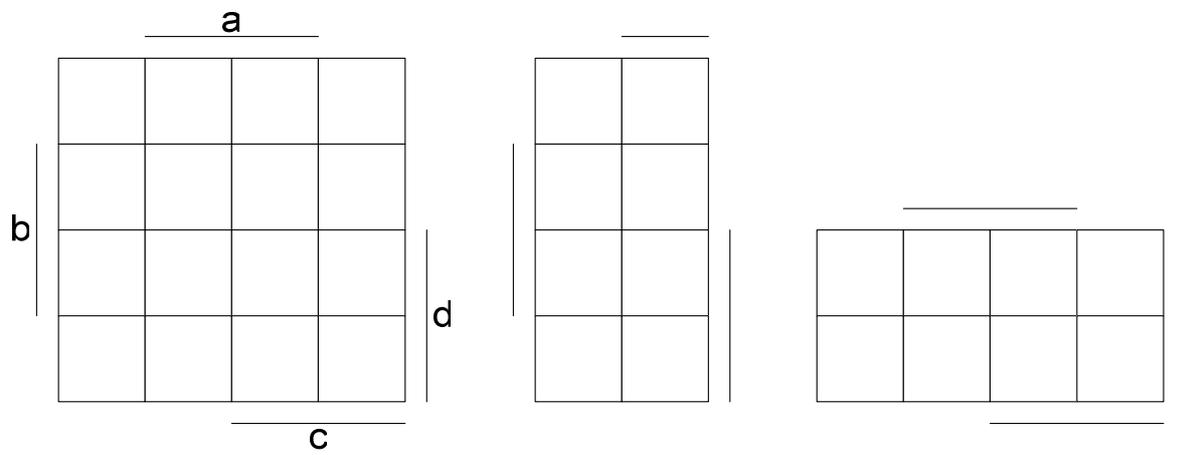
- 1) offene Kantenprogression:
- 2) Wegprogression:
- 3) Weg:
- 4) geschlossene Kantenprogression:
- 5) Zyklusprogression:
- 6) Zyklus:

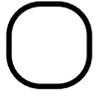
**Aufgabe 1.2      Boolesche Algebra**

- A) Folgender Ausdruck soll mittels des Booleschen Entwicklungssatzes in der Reihenfolge a, b, c, d entwickelt werden:

$$f(a, b, c, d) = a + \bar{b}d + \bar{c}d + bc\bar{d}$$

- B) Realisieren Sie die Schaltfunktion aus Teilaufgabe A) mit Hilfe eines einzigen 8:1 Multiplexers, gegebenenfalls unter Zuhilfenahme der nachfolgenden Symmetriediagramme.





## Aufgabe 2 Minimierung

Für eine unvollständig definierte Schaltfunktion  $G$  sei die Menge der Einsstellen (E) und die Menge der Freistellen (F) in **dezimaler** Indizierung wie folgt gegeben. Mit Hilfe des Nelson-Verfahrens sollen nun alle Primimplikanten der Funktion ermittelt werden.

$$E = \{6, 9, 13, 15\}$$

$$F = \{1, 5, 7, 10, 14\}$$

- A) Tragen Sie hierzu zunächst die Eins-, Null- und Freistellen in folgendes Symmetriediagramm

	— S <sub>1</sub> —				
	— S <sub>3</sub> —				

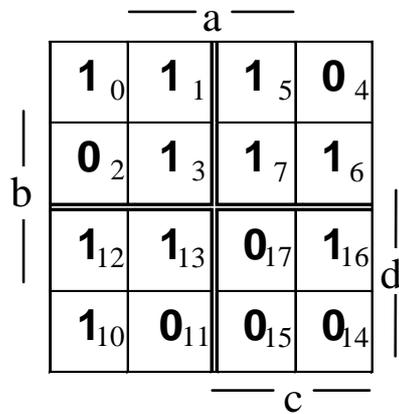
- B) Bilden Sie die Nullblocküberdeckung  $\tau_0(S_1, S_2, S_3, S_4)$  der Funktion  $G$ . (Freistellen werden hierzu nicht genutzt)
- C) Bilden Sie nun die Einsvervollständigung  $g^E$ :

- D) Distribuieren Sie nun schrittweise den in Teil C) gefundenen Ausdruck aus. Formen Sie dabei geeignet um und streichen Sie alle redundanten Terme bzw. Termanteile. Geben Sie anschließend alle gefundenen Primimplikanten an. Verwendete Umformungsregeln müssen nicht angegeben werden.



### Aufgabe 2.1 Verfahren nach Petrick

Gegeben sei folgendes Symmetriediagramm der Schaltfunktion  $G$ :



- A) Das Nelson-Verfahren lieferte dabei die in der Tabelle 1 bereits eingetragenen Primterme. Vervollständigen Sie nun die folgende Überdeckungstabelle. Bilden Sie die Kostenfunktionswerte für die Primterme, indem Sie die Variablen  $a$  mit „1,5“,  $b$  mit „2“ und die Variablen  $c$  mit „3“ und  $d$  mit „1,5“ bewerten.

Präsenzvariable		Einstellen (oktale Indizes)										Kosten
		0	1	3	5	6	7	10	12	13	16	
$p_1$	$a\bar{d}$											
$p_2$	$bcd$											
$p_3$	$\bar{b}\bar{c}\bar{d}$											
$p_4$	$\bar{a}bc$											
$p_5$	$\bar{a}bd$											
$p_6$	$\bar{a}\bar{b}\bar{c}$											
$p_7$	$b\bar{c}\bar{d}$											
$p_8$	$ab\bar{c}$											
$p_9$	$\bar{a}c\bar{d}$											

Tabelle 1

- B) Ermitteln Sie nun die Kernimplikanten aus Tabelle 1 und nutzen Sie die Zeilendominanzen aus. Markieren Sie die Kernimplikanten durch einen Kreis. Streichen Sie alle Zeilen, die von den ermittelten Kernimplikanten bereits vollständig überdeckt werden.
- C) Tragen Sie das im Aufgabenteil B) ermittelte Zwischenergebnis als Resttabelle in die Tabelle 2 ein (ordnen Sie dabei die verbleibenden oktalen Indizes wiederum aufsteigend an):

Präsenzvariable		Einstellen (oktale Indizes)								Kosten

Tabelle 2

- D) Nutzen Sie nun die Spaltendominanzen, um redundante Spalten zu streichen und somit eine kostenminimale Realisierung der Schaltfunktion  $G$  zu erhalten. Welche Kosten entstehen bei der von Ihnen ermittelten Realisierung? Geben Sie die somit benötigten Präsenzvariablen  $p_n$  und die zugehörige DMF an.

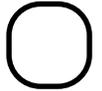
benötigte Präsenzvariablen: \_\_\_\_\_

Kosten der Realisierung: \_\_\_\_\_

zugehörige DMF: \_\_\_\_\_



- B) Überprüfen Sie, ob sich die Pull-Down-Funktion  $G$  vereinfachen lässt und geben Sie gegebenenfalls die optimierte Pull-Down-Funktion an.
- C) Bestimmen Sie nun die Pull-Up-Funktion  $F$ , ausgehend von dem in Teilaufgabe B) ermittelten Ergebnis.
- D) Zeichnen Sie nun den vollständigen CMOS-Schaltkreis. Verwenden Sie hierzu die Ergebnisse aus Teilaufgabe B) und C).



## Aufgabe 4 Zahlensysteme

- A) Vervollständigen Sie die Tabelle 1, indem Sie die offenen Felder durch Konvertierung ergänzen.

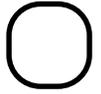
Dezimal	Binär	Oktal	Hexadezimal
301 <sub>D</sub>			
	1101001110 <sub>B</sub>		
		1325 <sub>O</sub>	
			FFF <sub>H</sub>

**Tabelle 3**

- B) Wandeln Sie die im IEEE 754-Gleitkommaformat gegebene Hexadezimalzahl BEE00000<sub>H</sub> in eine Dezimalzahl um. Geben Sie alle Rechenschritte an.

- C) Addieren Sie die im Dezimalsystem gegebenen Zahlen 9876<sub>D</sub> und 2945<sub>D</sub> im BCD Code. Stellen Sie ihren Lösungsweg – inklusive eventuell notwendiger Korrekturschritte - ausführlich dar.

- D) Subtrahieren Sie die im Dezimalsystem gegebene Zahl  $129_D$  von  $123_D$ . Führen Sie diese Rechnung im binären Zahlensystem durch! Stellen Sie ihren Lösungsweg – inklusive aller notwendigen Schritte - ausführlich dar. Geben Sie anschließend das Ergebnis im dezimalen Zahlensystem an.



## Aufgabe 5 Optimale Codes

Für den Einsatz am ITIV soll ein gewöhnlicher Kaffeevollautomat derart modifiziert werden, dass ein Kaffeebezug zukünftig lediglich über die FriCard erfolgen kann. Weiterhin wird beabsichtigt, eine personenbezogene Abrechnung des Kaffeeverbrauchs einzuführen. Um ein Abschätzung der hierzu benötigten Hardware treffen zu können, wurde unter anderem eine empirische Ermittlung des Kaffeetassenaufkommens durchgeführt, welche in Tabelle 1 dargestellt ist.

Mitarbeiter	Kaffeetassenverbrauch pro Woche	Ermittelte Codierung
M_1		
M_2	### ##	
M_3	### ## ## ##	
M_4	###	
M_5	### ## ##	
M_6	###	
M_7	###	
M_8	###	
M_9	### ##	
M_10	###	
M_11		

Tabelle 1

- A) Für die Steuerung und Kontrolle des Kaffeevollautomaten soll zukünftig ein Mikrokontroller eingesetzt werden, welcher über einen EEPROM Speicher von 256 Byte verfügt. Dieser Speicher soll ausschließlich zur Speicherung des Kaffeetassenaufkommens verwendet werden. Um den kleinen EEPROM-Speicher maximal effizient nutzen zu können, soll eine Shannon-Fano Codierung zur Speicherung des Kaffeetassenverbrauchs verwendet werden.

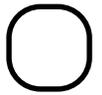
Bestimmen Sie die hierfür notwendige Codierung und tragen Sie diese in Tabelle 1 ein.

Hinweise:

- Sortieren Sie die Liste der Auftrittshäufigkeiten abfallend von links nach rechts. Falls Ereignisse dieselbe Auftrittshäufigkeit haben, sortieren Sie diese in alphabetischer Reihenfolge von links nach rechts.
- Weisen Sie den linken Ästen des entstehenden Baumes die „0“ zu, den rechten Ästen die „1“.

- B) Geben Sie die Formel zur Berechnung der mittleren Codewortlänge für die Codierung an. Berechnen Sie anschließend diesen Wert.
- C) Anhand welcher Quelleneigenschaft kann die Effizienz der gefundenen Shannon-Fano-Codierung beurteilt werden? Geben Sie deren Namen sowie deren formale Beschreibung an.
- D) Welche Anzahl an Kaffeetassenbezügen kann im Mittel im Speicher abgelegt werden, bevor dieser voll ist und ausgelesen werden muss?

## Aufgabe 6 Mengen & Relationen



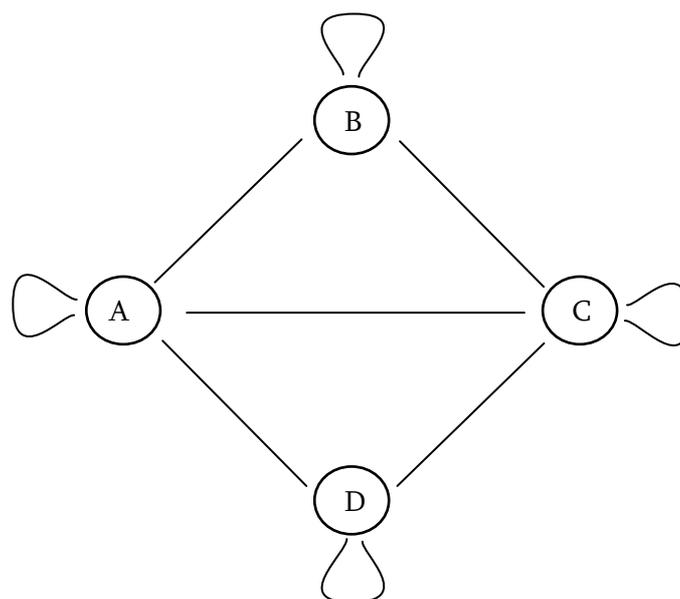
### Aufgabe 6.1 Relationen



A) Geben Sie für die nachstehenden Aussagen an, ob sie wahr oder falsch sind. Die Nichtbeantwortung wird als fehlerhafte Antwort gewertet.

Aussage	Wahr	Falsch
Die Gleichheitsrelation „ $=$ “ ist eine Ordnungsrelation	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Gleichheitsrelation „ $=$ “ ist eine Äquivalenzrelation	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Gleichheitsrelation „ $=$ “ ist eine Verträglichkeitsrelation	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Jeder endliche Graph hat eine geometrische Realisierung im dreidimensionalen reellen Raum	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Zwei Mengen sind genau dann disjunkt, wenn ihr Schnitt die leere Menge ist	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

B) Gegeben sei folgender Graph:



Welche Eigenschaften erfüllt der gezeichnete Graph? Nennen Sie drei Eigenschaften, Beispiel: Der gezeichnete Graph ist ungerichtet.

- C) Nun interpretieren wir den obigen Graphen als Darstellung einer Relation. Welche der in der Vorlesung eingeführten Eigenschaften hat die dargestellte Relation? Bitte begründen Sie ihre Angaben. Kennen Sie eine Bezeichnung für eine Relation mit diesen Eigenschaften?

## Aufgabe 6.2 Mengen



- A) Gegeben sind die folgenden Mengen:

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0\}$$

$$C = \{2, 3, 4, 5\}$$

Z = Menge der ganzen Zahlen

Veranschaulichen Sie die vier genannten Mengen in einem Venn-Diagramm.

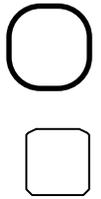
B) Bestimmen Sie folgende Mengen und Größen:

$$P(A \cap C) =$$

$$|A \times B \times C| =$$

$$(A \cup B) \cap C_z(B) =$$

$$(A \cap C) \times C =$$



# Aufgabe 7 Automaten

## Aufgabe 7.1 Zustandsdiagramm

Gegeben ist das folgende Ablaufdiagramm eines endlichen Automaten.

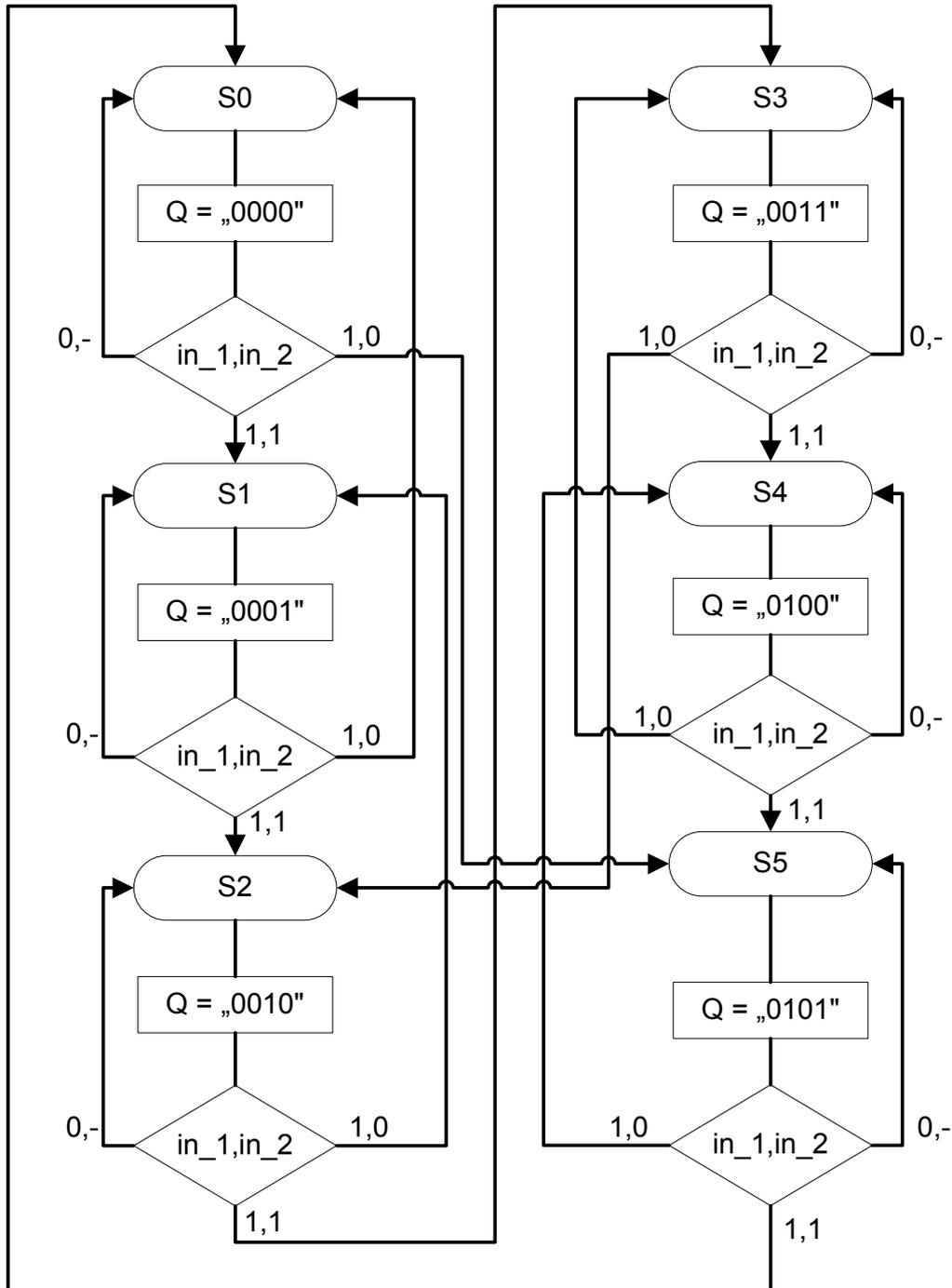


Abbildung 1

- A) Welchen Automatentyp repräsentiert das Ablaufdiagramm aus Abbildung 1? Begründen Sie Ihre Antwort.
- B) Wie viele FlipFlops sind zur Realisierung eines Automaten mit 7 Zuständen mindestens nötig, wenn man entweder T-FlipFlops oder aber D-FlipFlops verwendet? Begründen Sie Ihre Antwort!
- C) Welche Funktion haben die Eingangssignale in\_1 bzw. in\_2 in Abbildung 1?
- D) Welche Funktion realisiert der Automat aus Abbildung 1? Bitte begründen Sie Ihre Antwort!

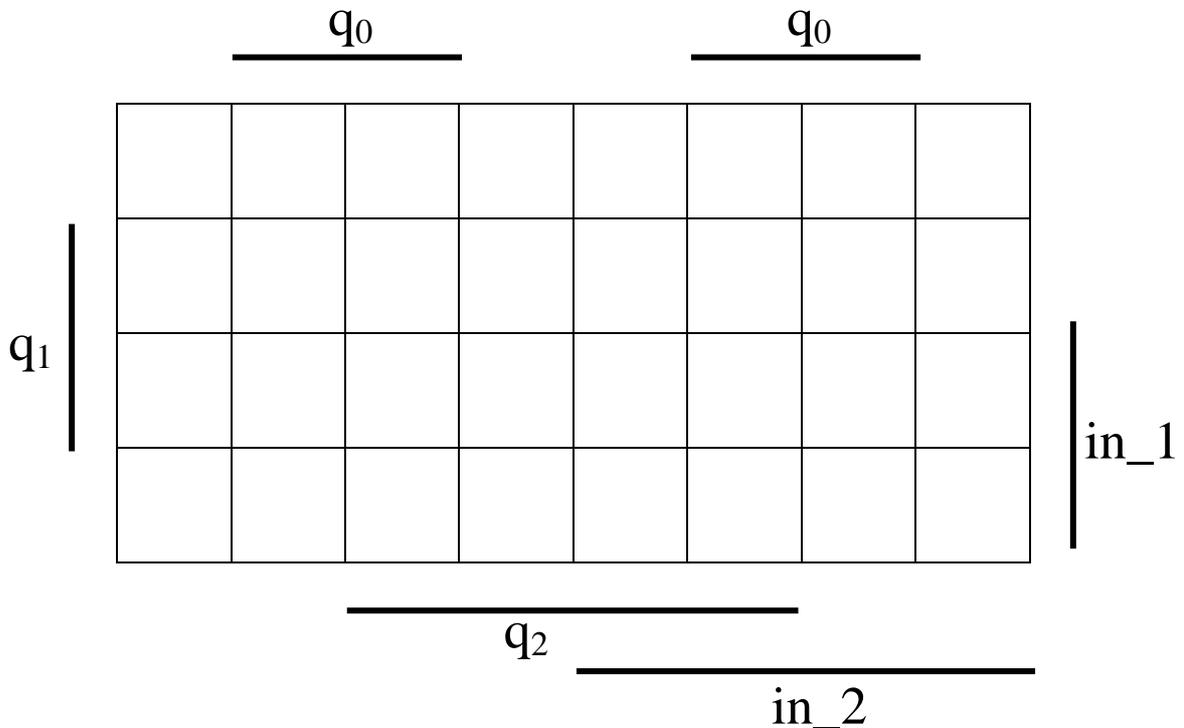


## Aufgabe 7.2 Technische Realisierung eines Automaten

- A) Füllen Sie die Ansteuertabelle aus, indem Sie die Zustandsübergänge aus dem Ablaufdiagramm – Abbildung 1 - in die Tabelle übertragen. Bestimmen Sie anschließend die notwendigen Werte zur Ansteuerung der T- FlipFlops.

in_2	in_1	q <sub>2</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>0</sub>	q <sub>2</sub> '	q <sub>1</sub> '	q <sub>0</sub> '	q <sub>2</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>0</sub>
								T	T	D
0	0	0	0	0						0
0	0	0	0	1						1
0	0	0	1	0						0
0	0	0	1	1						1
0	0	1	0	0						0
0	0	1	0	1						1
0	0	1	1	0						-
0	0	1	1	1						-
0	1	0	0	0						1
0	1	0	0	1						0
0	1	0	1	0						1
0	1	0	1	1						0
0	1	1	0	0						1
0	1	1	0	1						0
0	1	1	1	0						-
0	1	1	1	1						-
1	0	0	0	0						0
1	0	0	0	1						1
1	0	0	1	0						0
1	0	0	1	1						1
1	0	1	0	0						0
1	0	1	0	1						1
1	0	1	1	0						-
1	0	1	1	1						-
1	1	0	0	0						1
1	1	0	0	1						0
1	1	0	1	0						1
1	1	0	1	1						0
1	1	1	0	0						1
1	1	1	0	1						0
1	1	1	1	0						-
1	1	1	1	1						-

- B) Übertragen Sie die Ansteuerfunktion für das D-Flipflop in das nachfolgende Symmetrie-Diagramm.

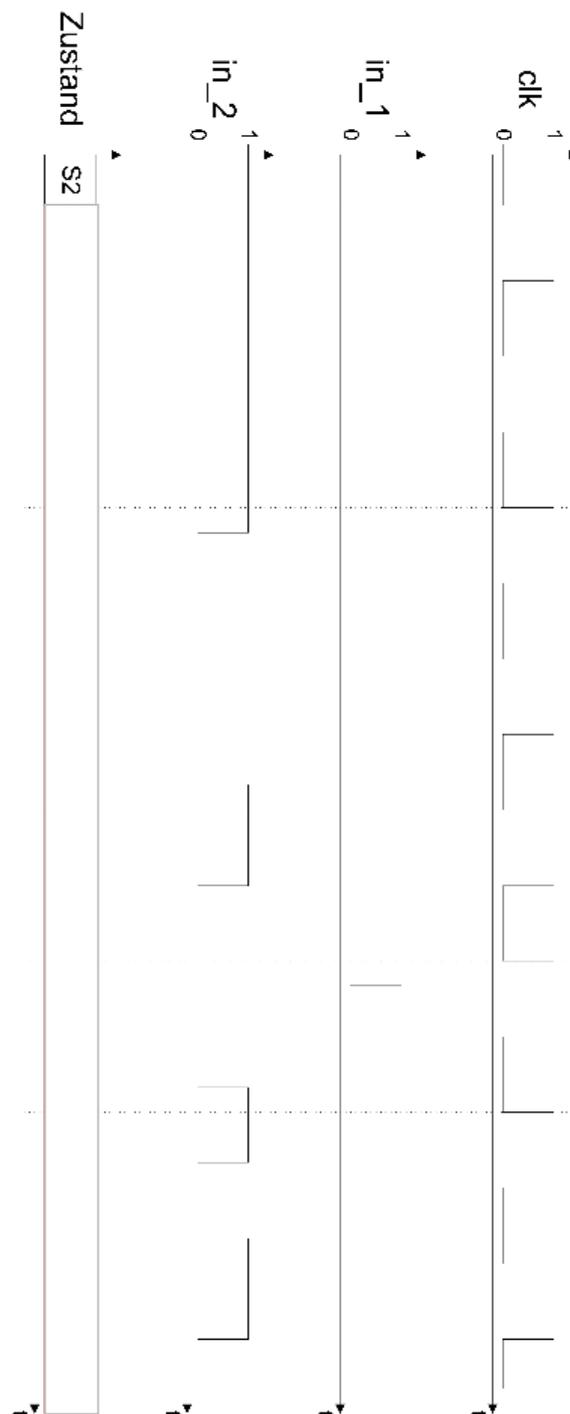


- C) Bilden Sie nun basierend auf dem obigen Symmetrie-Diagramm die disjunktive Minimalform. Tragen Sie hierzu zunächst die jeweilige Blocküberdeckung in das Symmetrie-Diagramm ein. Verfügen Sie eventuell enthaltene Freistellen zu „1“!
- D) Lässt sich die in Teilaufgabe C) ermittelte disjunktive Minimalform noch weiter vereinfachen, vorausgesetzt dass eventuell enthaltene Freistellen nicht zu „1“ verfügt werden müssen? Geben Sie gegebenenfalls die Vereinfachung an.



### Aufgabe 7.3 Analyse des Automaten

- A) Ein bereits in Hardware umgesetzter Automat, der dem Ablaufdiagramm aus Abbildung 1 entspricht, empfängt den unten gezeigten Eingangsdatenstrom. Bei den zur Realisierung verwendeten FlipFlops handelt es sich um Modelle mit positiver Flankensteuerung. Zeichnen Sie die sich ergebenden Zustände in das Diagramm ein. Gehen Sie von idealem Schaltverhalten aus, d.h. die Gatter weisen keine Verzögerungen auf.



Matrikelnummer:

Name:

---

Matrikelnummer:

Name:

---

Zusätzliches Lösungsblatt 1:

Matrikelnummer:

Name:

---

Zusätzliches Lösungsblatt 2: