Matrikelnummer: Name:

Prüfung

Prof. Dr.-Ing. J. Becker

Digitaltechnik

WS 2007-2008

Institut für Technik der Informationsverarbeitung, Universität Karlsruhe

1
2
3
4
5
6
7
8
Σ

Klausur

Mi., 2.4.2008

Lösungsblätter

Hinweise zur Klausur

Hilfsmittel

Als Hilfsmittel zur Prüfung sind vier Seiten vorgegebene und **<u>zwei Seiten</u>** selbst geschriebene Formelsammlung zugelassen. Nicht erlaubt hingegen sind die Verwendung eines Taschenrechners, zusätzliche Unterlagen und jegliche Kommunikation mit anderen Personen.

Prüfungsdauer

Die Prüfungsdauer beträgt 120 Minuten.

Prüfungsunterlagen

Die Prüfungsunterlagen bestehen aus insgesamt 29 Seiten Aufgabenblättern (einschließlich diesem Titelblatt und zusätzlicher Lösungsblätter).

Bitte vermerken Sie vor der Bearbeitung der Aufgaben auf jeder Seite oben Ihren Namen, auf der ersten Seite zusätzlich die Matrikelnummer!

Auf jedes zusätzliche Lösungsblatt ist neben dem Namen auch die Aufgaben- und die Seitennummer mit einzutragen. Vermeiden Sie das Beschreiben der Rückseiten.
Am Ende der Prüfung sind die 29 Seiten Aufgaben- und Lösungsblätter und alle verwendeten zusätzlichen Lösungsblätter abzugeben.
Verwenden Sie zum Bearbeiten der Aufgaben lediglich dokumentenechte Schreibgeräte – keinen Bleistift sowie Rotstifte!

Aufgabe 1 Allgemeines

Aufgabe 1.1 Allgemeine Fragen

Beantworten Sie folgende Fragen:

A) Was ist wird durch die Verwendung optimalen Codes minimiert?

Die im Mittel auftretenden Codewortlängen $\overline{m}$ wird reduziert, und damit die Übertragungszeiten minimiert.

B) Formen Sie die Schaltfunktion y = f(a, b) mit Hilfe der DeMorgan'schen Regeln so um, daß Sie diese Funktion mit NOR-Gattern realisieren können.

$$y = \overline{(a \vee b) \& (\overline{a} \vee \overline{b})} = \overline{\overline{\overline{\overline{(a \vee b)}} \& \overline{(\overline{a} \vee \overline{b})}}}$$

C) Wie viele Eingänge benötigt ein ROM mit einer Speicherkapazität von 32 Byte wenn der Baustein 4 Ausgänge besitzt? Begründen Sie Ihre Antwort, geben Sie ihren Rechenweg an.

Speicherkapazität: 32 Byte= 32 x 8 Bit = 256 Bit

4 Ausgänge: 256 Bit / 4 = 64 Bit

ld(64) = 6

<u>6 Eingänge sind nötig.</u>

D) Worin unterscheidet sich ein Schaltwerk von einem Schaltnetz?

Ein Schaltwerk beinhaltet Speicherbausteine. Ein Schaltnetz besteht nur aus Logikelementen ohne Speicherelemente

Anzahl zusätzlich benötigter Bits: 6

E) Um bei einer Datenübertragung Fehler erkennen zu können, wird eine Blocksicherung eingesetzt. Hierzu werden jeweils 8 Bit zu einem Datenwort zusammengefaßt, das um ein Paritätsbit erweitert wird. Jeweils 4 Datenworte werden anschließend zu einem Datenblock zusammengefaßt, zu dem dann ein Prüfwort gebildet wird.

Ergänzen Sie den folgenden Datenblock um die jeweiligen Paritätbits für den Fall einer ungeraden Parität.

	Codeworte								Parität
	1	0	1	0	1	1	0	1	**0**
	1	0	1	1	1	0	1	0	**0**
	0	0	0	0	1	0	1	1	**0**
	1	1	1	0	1	1	1	0	**1**
Prüfwort	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**

F) Bei der darauffolgenden Datenübertragung wird dieser Datenblock nun spaltenweise an den Empfänger übermittelt. Bei der Übertragung tritt nun eine Bündelstörung auf. Wie viele aufeinander folgender Bits dürfen von dieser Störung maximal betroffen sein um die Störung eindeutig zu erkennen?

Da der Block aus 5 Zeilen besteht, kann eine Bündelstörung bis zur Länge 5 erkannt werden.

=> max. 5 Bits dürfen gestört werden.

G) Erläutern Sie den Unterschied zwischen den PAL- bzw. PLA-Bausteinen?

PAL: hier ist lediglich die konjunktive Matrix variabel

PLA: beide Matrizen sind variabel

Aufgabe 2 Mengen & Relationen

Aufgabe 2.1 Allgemein: Mengen, Graphen, Relationen

A) Geben Sie für die nachstehenden Aussagen an, ob sie wahr oder falsch sind. Fehlerhafte Antworten resultieren in Punktabzug.

Aussage	Wahr	Falsch
Für zwei Mengen S und T gilt genau dann |SxT| = |TxS|, wenn SxT = TxS gilt.	☐	☒
P(∅) = P(P(∅))	☐	☒
Jeder zyklenfreie Graph ist ein Baum.	☐	☒
Ein ungerichteter Graph ist immer zusammenhängend.	☐	☒

Aufgabe 2.2 Relationen

A) Geben Sie die definierenden Eigenschaften einer Äquivalenzrelation an.

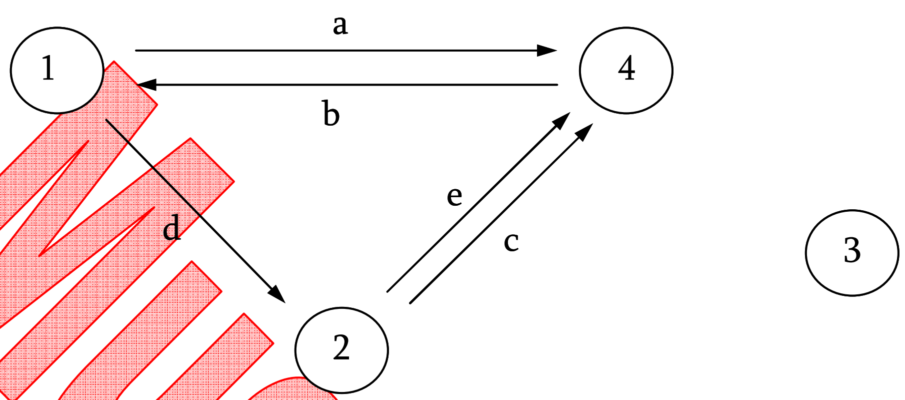
reflexiv, symmetrisch, transitiv

B) Was besagt die Eigenschaft „Antisymmetrie" einer Relation?

Antisymmetrie besagt, dass aus x α y und y α x folgt x = y.

Aufgabe 2.3 Graphen

Folgender Graph G sei gegeben:



A) G eben Sie die Definition für den Begriff des *abstrakten Graphen*.

Ein abstrakter Graph G(V, E, Φ) ist gegeben durch eine nichtleere Menge V, eine (möglicherweise leere) Menge E mit $V \cap E = \emptyset$ und einer Abbildung
$\Phi: E \rightarrow V \times V$

B) Geben Sie den gegebenen Graphen G in der Schreibweise eines abstrakten Graphen an.

V= {1, 2, 3, 4}
E = {a, b, c, d, e}
Φ(a) = (1,4)
Φ(b) = (4,1)
Φ(c) = (2,4)
Φ(d) = (1,2)
Φ(e) = (2,4)

C) Wann sind zwei Graphen isomorph?

Zwei Graphen sind zueinander isomorph, wenn ihre Knoten- und Kantenmengen bijektiv so aufeinander abgebildet werden können, dass die Inzidenzbeziehungen erhalten bleiben.

D) Beantworten Sie die folgenden Fragen jeweils mit Begründung:

Ist der oben gegebene Graph G endlich?

G ist endlich, da V (Menge der Knoten) und E (Menge der Kanten) endliche Mengen sind.

Ist der oben gegebene Graph G entartet?

G ist nicht entartet, da die Menge der Kanten E nicht leer ist.

E) Geben sie in G eine Zyklusprogression an.

Verschiedene Lösungen möglich, z.B. a-b oder d-e-b.

Aufgabe 3 Boolsche Algebra

Aufgabe 3.1 Entwicklungssatz

A) Die gegebene Schaltfunktion y = f(a,b,c,d) soll mit Hilfe von 2:1 Multiplexern realisiert werden. Entwickeln Sie dazu die Schaltfunktionen nach sämtlichen Variablen mit Hilfe des Entwicklungssatzes. Entwickeln Sie zuerst nach ‚d', danach nach ‚c' gefolgt von ‚b' und ‚a'. Geben Sie sämtliche Teilergebnisse in der Form f(a,b,c,d) an.

$$y = c(\bar{a}(b \oplus d) + bd) + \bar{d}\left(\bar{c} + c\bar{b}\right)$$

$$f(a,b,c,d) = c(\bar{a}(b \oplus d) + bd) + \bar{d}\left(\bar{c} + c\bar{b}\right)$$

$$= c(\bar{a}(b\bar{d} + \bar{b}d) + bd) + \bar{d}\left(\bar{c} + c\bar{b}\right)$$; (Antivalenz)

Entwicklung nach d:

$$f(a,b,c,d) = d \cdot f(a,b,c,1) + \bar{d} \cdot f(a,b,c,0);$$

$$f(a,b,c,1) = c(\bar{a}(b \cdot 0 + \bar{b} \cdot 1) + b \cdot 1) + 0 \cdot \left(\bar{c} + c\bar{b}\right) = c(\bar{a}\bar{b} + b);$$

$$f(a,b,c,0) = c(\bar{a}(b \cdot 1 + \bar{b} \cdot 0) + b \cdot 0) + 1 \cdot \left(\bar{c} + c\bar{b}\right) = c(\bar{a}b) + \left(\bar{c} + c\bar{b}\right)$$

$$= \bar{a}bc + \bar{c} + c\bar{b}$$

Entwicklung nach c:

$$f(a,b,c,1) = c \cdot f(a,b,1,1) + \bar{c} \cdot f(a,b,0,1)$$

und $f(a,b,c,0) = c \cdot f(a,b,1,0) + \bar{c} \cdot f(a,b,0,0);$

$$f(a,b,1,1) = 1 \cdot (\bar{a}\bar{b} + b) = \bar{a}\bar{b} + b;$$

$f(a,b,0,1) = 0 \cdot (\bar{a}\bar{b} + b) = 0;$ Konstante, wird nicht weiter entw.

$$f(a,b,1,0) = \bar{a}b \cdot 1 + 0 + 1 \cdot \bar{b} = \bar{a}b + \bar{b};$$

$f(a,b,0,0) = \bar{a}b \cdot 0 + 1 + 0 \cdot \bar{b} = 1;$ Konstante, wird nicht weiter entw.

Entwicklung nach b:

$f(a,b,1,1) = b \cdot f(a,1,1,1) + \bar{b} \cdot f(a,0,1,1);$

und $f(a,b,1,0) = b \cdot \left(\bar{a}b + \bar{b}\right) + \bar{b} \cdot \left(\bar{a}b + \bar{b}\right);$

$f(a,1,1,1) = \bar{a} \cdot 0 + 1 = 1;$ Konstante, wird nicht weiter entw.

$f(a,0,1,1) = \bar{a} \cdot 1 + 0 = \bar{a};$

$f(a,1,1,0) = \bar{a} \cdot 1 + 0 = \bar{a};$

$f(a,0,1,0) = \bar{a} \cdot 0 + 1 = 1;$ Konstante, wird nicht weiter entw.

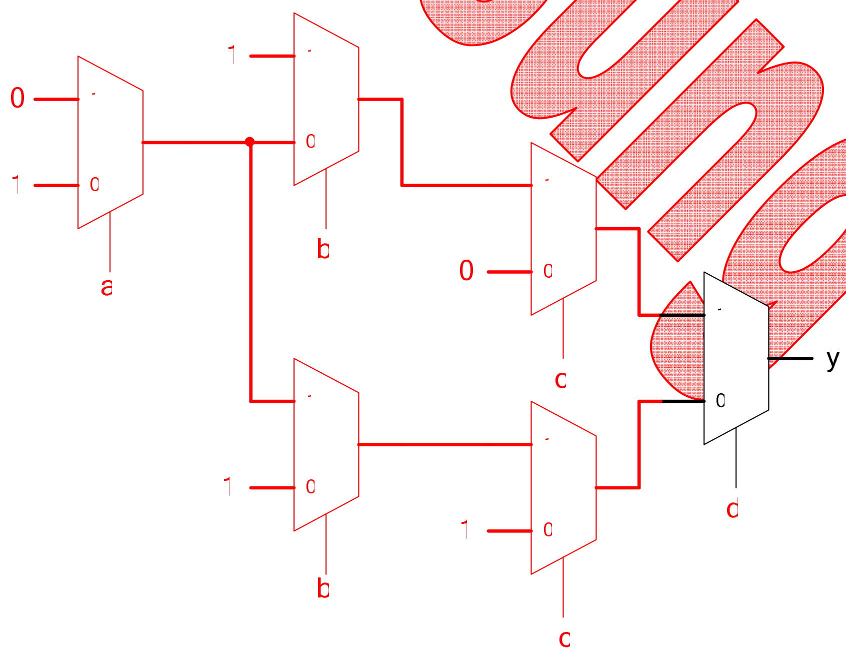
Entwicklung nach a:

$f(a,1,1,0) = f(a,0,1,1) = a \cdot f(1,1,1,0) + \bar{a} \cdot f(0,1,1,0);$

$f(1,1,1,0) = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = 0;$ Konstante, wird nicht weiter entw.

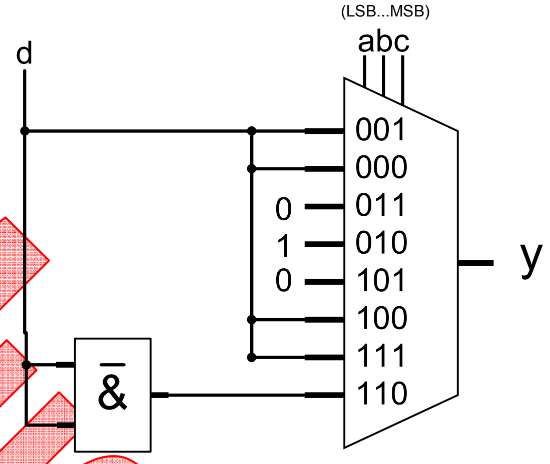
$f(0,1,1,0) = 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 1;$ Konstante, wird nicht weiter entw.

B) Zeichnen Sie die gesamte Schaltung unter ausschließlicher Verwendung von 2:1-Multiplexern.



Aufgabe 3.2 Multiplexer-Realisierung

Eine Realisierung einer Schaltfunktion durch ein NAND-Gatter und einen 8:1 Multiplexer ist in nachfolgender Abbildung gegeben.



A) Übertragen Sie obige Schaltung in das gegebene S-Diagramm.

a

d $_0$	d $_1$	0 $_5$	d $_4$
1 $_2$	$\overline{d}$ $_3$	d $_7$	0 $_6$

b

c

B) Das S-Diagramm aus Teilaufgabe A) soll nun um das Literal ‚d' erweitert werden. Ergänzen Sie dazu die fehlenden Literale und Werte im gegeben Diagramm und geben Sie die disjunktive Minimalform (DMF) der Multiplexerschaltung an.

a

	0 $_0$	0 $_1$	0 $_5$	0 $_4$
b	1 $_2$	1 $_3$	0 $_7$	0 $_6$
	1 $_{12}$	0 $_{13}$	1 $_{17}$	0 $_{16}$
	1 $_{10}$	1 $_{11}$	0 $_{15}$	1 $_{14}$

d

c

DMF = $abcd + b\overline{c}\overline{d} + \overline{a}\overline{b}d + \overline{b}\overline{c}d + \overline{a}b\overline{c} + \overline{a}\overline{c}d$

Aufgabe 4 Polyadische Zahlensysteme

A) Vervollständigen Sie die Tabelle 1, indem Sie die offenen Felder durch Konvertierung ergänzen.

Dezimal	**Binär**	**Oktal**	**BCD**
471_D	111010111_B	727_O	$0100\ 0111\ 0001_{BCD}$
738_D	1011100010_B	1342_O	$0111\ 0011\ 1000_{BCD}$
125_D	1111101_B	175_O	$0001\ 0010\ 0101_{BCD}$
61_D	111101_B	75_O	$0110\ 0001_{BCD}$

Tabelle 1

B) Addieren Sie die im Dezimalsystem gegebenen Zahlen 6758_D und 3942_D im BCD Code. Stellen Sie ihren Lösungsweg – inklusive eventuell notwendiger Korrekturschritte - ausführlich dar.

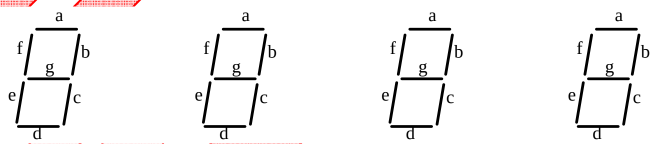
	BCD				Dezimalsystem
	0110	0111	0101	1000	6758
	0011	1001	0100	0010	+3942
übertrag:	1111	111	1		
	1010	0000	1001	1010	
Korrektur wegen:	Ps.	Üb.		Ps.	
	1010	0000	1001	1010	
	0110	0110		0110	
	1 11		11	11	
	1 0000	0110	1010	0000	
Korrektur wegen:			Ps.		
	1 0000	0110	1010	0000	
			0110		
übertrag:		1	11		
	1 0000	0111	0000	0000	10700

C) Wandeln Sie die im Hexadezimal gegebenen Zahlen $7D_H$ und $2E2_H$ in den Stibitz Code um.

$7D_H$ = 125_D = $0001\ 0010\ 0101_{BCD}$ = **$0100\ 0101\ 1000_{Stibitz}$**

$2E2_H$ = 738_D = $0111\ 0011\ 1000_{BCD}$ = **$1010\ 0110\ 1011_{Stibitz}$**

Zur Ansteuerung einer 4-stelligen Ziffernanzeige werden über eine Datenleitung die binär codierten Ziffern an die Ansteuerungseinheit der Ziffernanzeige übertragen. Erst dort wird das Signal zur Darstellung auf den 7-Segmentanzeigen gewandelt.



D) Wie viele Bits müssen maximal übertragen werden um die Anzeige mit einem Wert zu beschreiben wenn die Zahl im Stibitz Code codiert übertragen wird?

4 Ziffern x 4 Bit: **16 Bit**

Auf der Datenleitung ist es nun möglich 3-wertige Signale zu übertragen. Die Signale nehmen entweder den Wert low (0_D), high (1_D) oder „hochohmig" (2_D) an.

E) Wandeln Sie die im Dezimalsystem gegebenen Zahlen 47_D und 11_D in das Zahlensystem mit der Basis 3. Geben Sie Ihre Rechenschritte eindeutig an.

$47_D : 3 = 15_D$ Rest 2

$15_D : 3 = 5_D$ Rest 0

$5_D : 3 = 1_D$ Rest 2

$1_D : 3 = 0_D$ Rest 1 ➔ **$1\ 2\ 0\ 2_{3er\text{-}System}$**

$11_D : 3 = 3_D$ Rest 2

$3_D : 3 = 1_D$ Rest 0

$1_D : 3 = 0_D$ Rest 1 ➔ **$1\ 0\ 2_{3er\text{-}System}$**

F) Wie viele Zeichen müssen nun maximal an die Ziffernanzeige übersendet werden, wenn alle darzustellenden Ziffern individuell im Zahlensystem zur Basis 3 codiert werden?

3 Bit x 4 = 12 Bit

Aufgabe 5 Minimierung

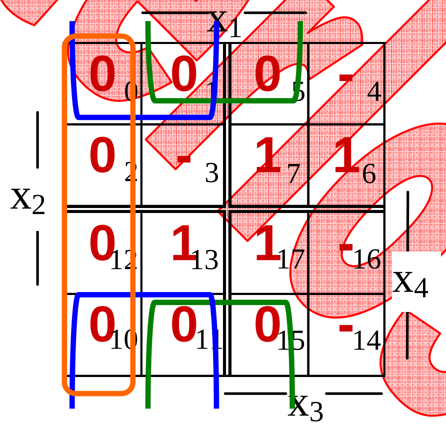
Aufgabe 5.1 Verfahren nach Nelson

Für eine unvollständig definierte Schaltfunktion ***F*** sei die Menge der Einstellen (E) und die Menge der Freistellen (F) in **dezimaler** Indizierung wie folgt gegeben:

$E=\{6, 7, 11, 15\}_{dez}$
$F=\{3, 4, 12, 14\}_{dez}$

Mit Hilfe des Nelson-Verfahrens sollen nun alle Primimplikanten der Funktion ermittelt werden.

A) Tragen Sie hierzu zunächst die Eins-, Null- und Freistellen in folgendes Symmetriediagramm ein.



B) Bilden Sie die Nullblocküberdeckung τ_0 der Funktion ***G.*** (Freistellen werden hierzu nicht genutzt).

$$\tau_0\ (x4,x3,x2,x1)= \{(- , 0 , - , 0),(- , 0 , 0 , -),(- , - , 0 , 1)\}$$

C) Bilden Sie nun die Einsvervollständigung g^E:

$$g^E = (x_3 + x_1)(x_3 + x_2)(x_2 + \overline{x_1})$$

D) Distribuieren Sie nun schrittweise den in Teil C) gefundenen Ausdruck aus. Formen Sie dabei geeignet um und streichen Sie alle redundanten Terme bzw. Termanteile. Geben Sie anschließend alle gefundenen Primimplikanten an. Verwendete Umformungsregeln müssen nicht angegeben werden.

$$
\begin{aligned}
g^E &= (x_3 + x_1)(x_3 + x_2)(x_2 + \overline{x_1}) \\
&= (x_3 x_3 + x_3 x_2 + x_3 x_1 + x_2 x_1)(x_2 + \overline{x_1}) \\
&= (x_3 x_2 + x_3 x_2 x_2 + x_3 x_2 x_1 + x_2 x_2 x_1 + x_3 \overline{x_1} + x_3 x_2 \overline{x_1} + \cancel{x_3 x_1} \overline{x_1} + \cancel{x_2 x_1} \overline{x_1}) \\
&= (x_3 x_2 + \cancel{x_3 x_2} + \cancel{x_3 x_2 x_1} + x_2 x_1 + x_3 \overline{x_1} + \cancel{x_3 x_2 \overline{x_1}} + 0 + 0) \\
&= \underline{(x_3 x_2 + x_2 x_1 + x_3 \overline{x_1})}
\end{aligned}
$$

Aufgabe 5.2 Verfahren nach Petrick

Gegeben sei folgendes Symmetriediagramm der Schaltfunktion ***G***:

	a	a	
0_{0}	1_{1}	$-_{5}$	0_{4}
$-_{2}$	$-_{3}$	1_{7}	$-_{6}$
$-_{12}$	0_{13}	1_{17}	1_{16}
$-_{10}$	1_{11}	$-_{15}$	0_{14}

b (Zeilen 2–3), d (Zeilen 3–4), c (Spalten 2–3 unten)

A) Das Nelson-Verfahren lieferte dabei die in der Tabelle 2 bereits eingetragenen Primterme. Vervollständigen Sie nun die folgende Überdeckungstabelle. Bilden Sie die Kostenfunktionswerte für gegebene Primterme, indem Sie die Variablen jeweils mit „**1**" gewichten.

Präsenz-variablen	Primterme	Einsstellen (oktale Indizes) 1	7	11	16	17	Kosten
p_1	$\bar{b}a$	X		X			2
p_2	$b\bar{a}$				X		2
p_3	ca		X			X	2
p_4	cb		X		X	X	2
~~p_5~~	~~$d\bar{c}\bar{a}$~~						~~3~~
p_6	$d\bar{c}\bar{b}$			X			3
p_7	$\bar{d}a$	X	X				2
p_8	$\bar{d}b$		X				2

Tabelle 2

B) Ermitteln Sie nun die Kernimplikate aus **Tabelle 2**, indem Sie zunächst die **Spaltendominanzen** ausnutzen. Markieren Sie die Kernimplikate durch einen Kreis. Streichen Sie alle Zeilen, die von den ermittelten Kernimplikaten bereits vollständig überdeckt werden.

C) Tragen Sie nun die im Aufgabenteil B) ermittelte Resttabelle in die Tabelle 3 ein (ordnen Sie dabei die verbleibenden oktalen Indizes wiederum aufsteigend an).

Präsenz-variablen	Primterme	Einsstellen (oktale Indizes)					Kosten
		1	11	16	17		
p_1	$\bar{b}a$	X	X				2
~~p_2~~	~~$b\bar{a}$~~			~~X~~			~~2~~
~~p_3~~	~~ca~~				~~X~~		~~2~~
p_4	cb			X	X		2
~~p_6~~	~~$d\bar{c}\bar{b}$~~		~~X~~				~~3~~
~~p_7~~	~~$\bar{d}a$~~	~~X~~					~~2~~

Tabelle 3

D) Nutzen Sie nun die **Zeilendominanzen**, um redundante Zeilen zu streichen und somit eine kostenminimale Realisierung der Schaltfunktion **G** zu erhalten. Streichen Sie dazu zuerst alle dominierten Zeilen und danach erst die durch die dominierenden Zeilen überdeckten Maxterme.

E) Welche Kosten entstehen bei der von Ihnen ermittelten Realisierung? Geben Sie die somit benötigten Präsenzvariablen p_n und die zugehörige DMF an.

benötigte Präsenzvariablen: **p_1, p_4**

Kosten der Realisierung : **2+2 = 4**

zugehörige DMF: $(\bar{b}a)+(cb)$

Aufgabe 6 Optimale Codes

Für eine Optimierung des deutschen Mautsystems auf Autobahnen sollen fahrzeugspezifische Zählungen durchgeführt werden. Die Erfassung der Fahrzeuge erfolgt durch die bereits installierten LKW Mautbrücken die durch Videoverarbeitung in der Lage sind Fahrzeugklassen und Kennzeichentypen zu unterscheiden. Die gemessenen Daten werden an eine Zentrale übermittelt. Aufgrund von Bandbreitenbeschränkungen des Übertragungskanals sind die Fahrzeugtypen auf Basis unten stehender Annahmen optimal zu kodieren.

Fahrzeugklasse	Initialen	Annahme (/1000Fzg.)
PKW Inland	PKWI	400
PKW Ausland	PKWA	80
Bus Inland	BUSI	20
Bus Ausland	BUSA	5
Kleintransporter Inland	KTI	50
Kleintransporter Ausland	KTA	40
LKW Inland	LKWI	200
LKW Ausland	LKWA	170
Nicht erkannt / sonstiges	NES	35

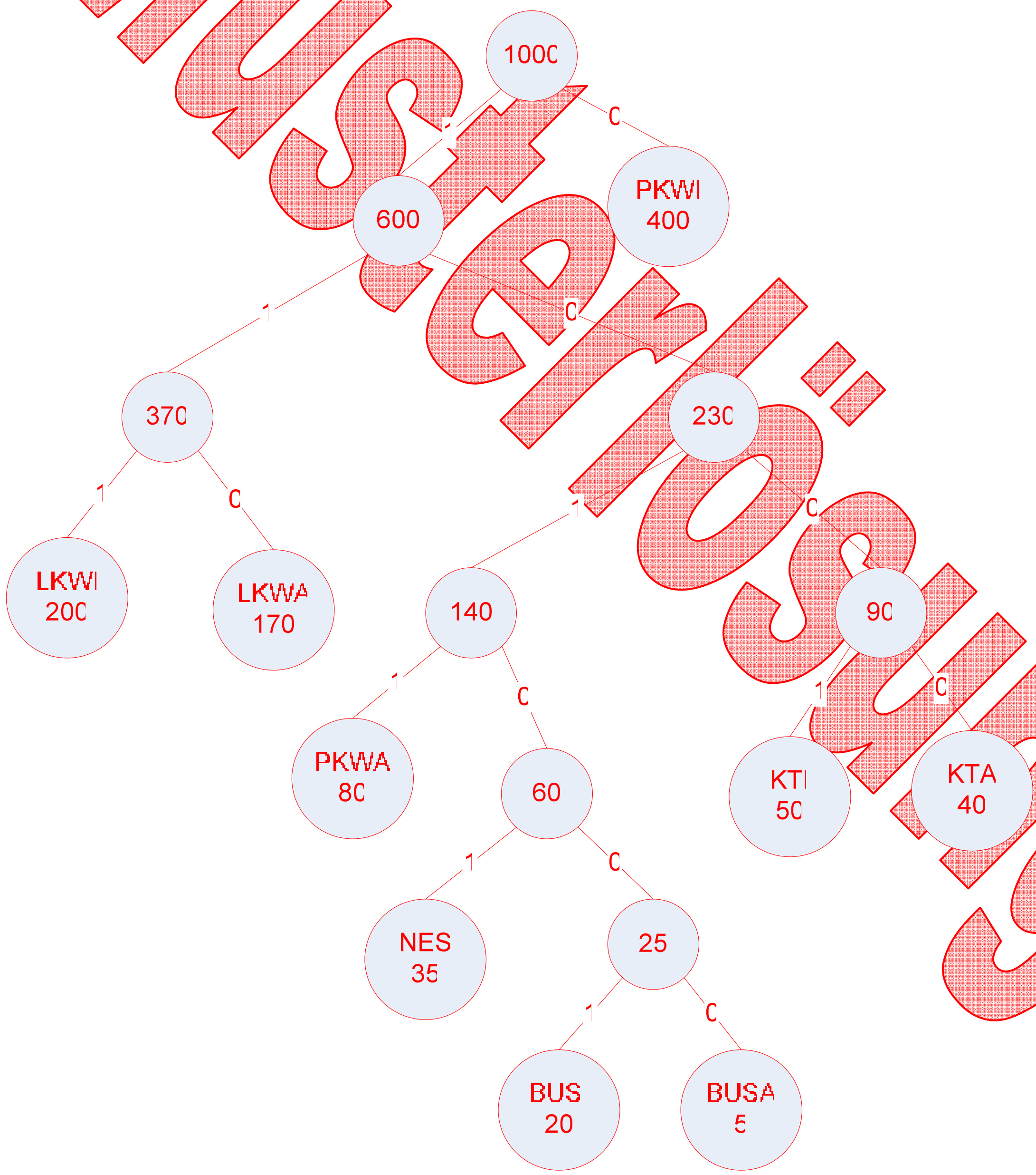
Tabelle 4

A) Bestimmen Sie für die in Tabelle 4 gegebene Verteilung eine Huffman-Codierung und tragen Sie diese in die offizielle Ergebnisliste (Tabelle 5) ein.

Zu berücksichtigende Hinweise zur Ermittelung der Huffman-Codierung:

- Benutzen Sie zur Kennzeichnung die Initialen der verschiedenen Fahrzeugtypen.
- Sortieren Sie die Liste der Fahrzeugtypen aufsteigend von rechts nach links abhängig ihrer Annahmenhäufigkeit.
- Auch hinzugefügte Knoten müssen (der Annahmenhäufigkeit entsprechend) aufsteigend von rechts nach links aufsteigend sortiert werden.
- Weisen Sie den jeweils linken Ästen des entstehenden Baumes die „1“ zu, den jeweils rechten Ästen die „0“.

Lösungsblatt, Huffman Codierung:



Fahrzeugklasse	Annahme (/1000Fzg.)	Ermittelte Huffman-Codierung
PKW Inland	400	0 (1)
PKW Ausland	80	1011 (4)
Bus Inland	20	101001 (6)
Bus Ausland	5	101000 (6)
Kleintransporter Inland	50	1001 (4)
Kleintransporter Ausland	40	1000 (4)
LKW Inland	200	111 (3)
LKW Ausland	170	110 (3)
Nicht erkannt / sonstiges	35	10101 (5)

Tabelle 5

B) Geben Sie die Formel zur Berechnung der mittleren Codewortlänge für die Codierung an. Berechnen Sie anschließend diesen Wert.

$$\overline{m} = \sum_{i=1}^{N} p(x_i) \cdot m(x_i)$$

= (400*1 + 80*4 + 20*6 + 5*6 + 50*4 + 40*4 + 200*3 + 170*3 + 35*5) / 1000
= (400 + 320 + 120 + 30 + 200 + 160 + 600 + 510 + 175) / 1000
= 2515/1000
= 2,515

C) Anhand welcher Quelleneigenschaft kann die Effizienz der gefundenen Huffman-Codierung beurteilt werden? Geben Sie deren Namen sowie deren formale Beschreibung an.

Die Entropie einer Quelle gibt das theoretische Maximum einer Komprimierung an und kann somit zur Beurteilung der Kodiereffizienz der gefunden Huffman-Codierung verwendet werden.

$$H = \sum_{i=1}^{N} p(i) * ld \frac{1}{p(i)}$$

D) Welche Anzahl an Bytes kann an einem Zähler pro Tag im Mittel gegenüber einer Codierung mit Codewörtern identischer minimaler Länge eingespart werden?

Es wird davon ausgegangen, daß pro Tag 80000 Autos einen Zähler passieren und die mittlere Codewortlänge des Huffman-Codes 2,5 Bits beträgt.

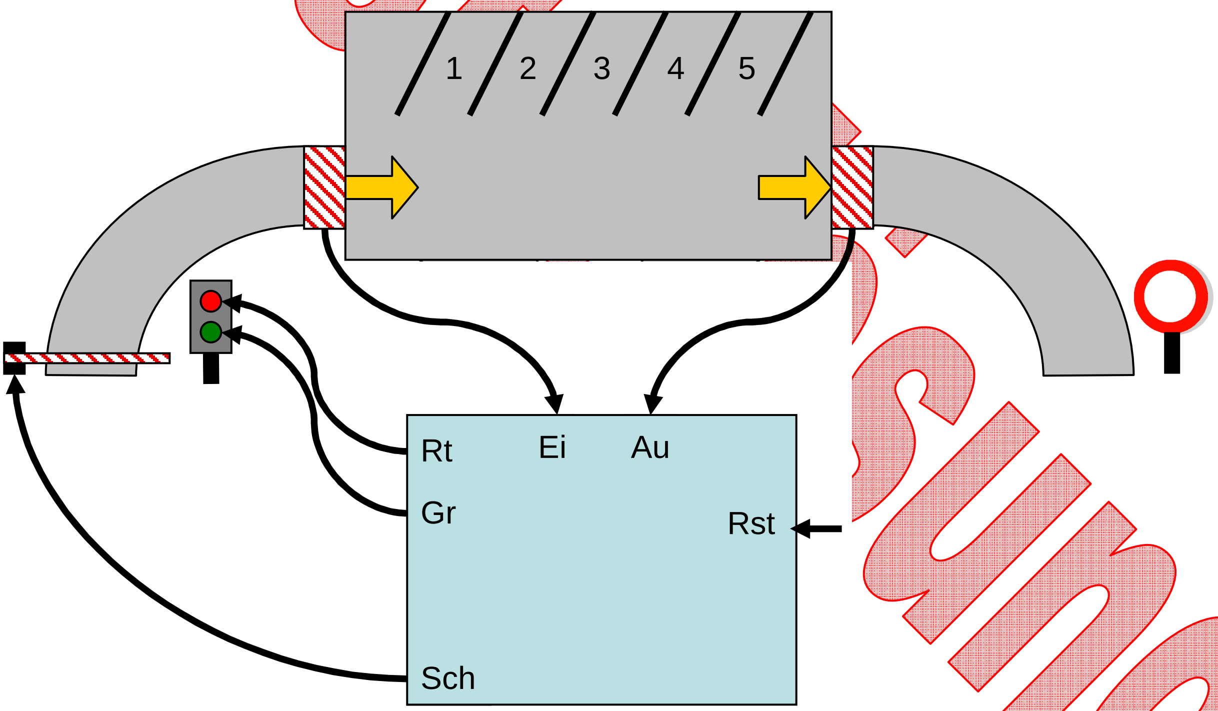
Unkomprimiert: >= 4 Bit Pro Fahrzeug
Komprimiert: 2,5 Bit Pro Fahrzeug

(4-2,5)*80000=120000 Bit = 120000/8 Byte = 15000 Byte

Aufgabe 7 Automaten

Da auf dem Parkplatz hinter dem Institutsgebäude immer sehr viele Autos stehen, wurde von der Institutsleitung entschieden ein Schrankensystem zu installieren (siehe Abbildung unten). Dabei dürfen maximal 5 Fahrzeuge auf dem Hof stehen. Dabei können die Autos nur auf der linken Seite auf das Gelände fahren und es über die rechte Seite wieder verlassen. Wenn ein Fahrzeug auf das Gelände auffährt oder es verlässt, überfährt es einen Kontaktstreifen der dies der Steuerung meldet. Des Weiteren ist an der Steuerung noch eine Schranke, die die Zufahrt absperrt, angeschlossen sowie eine Ampel.

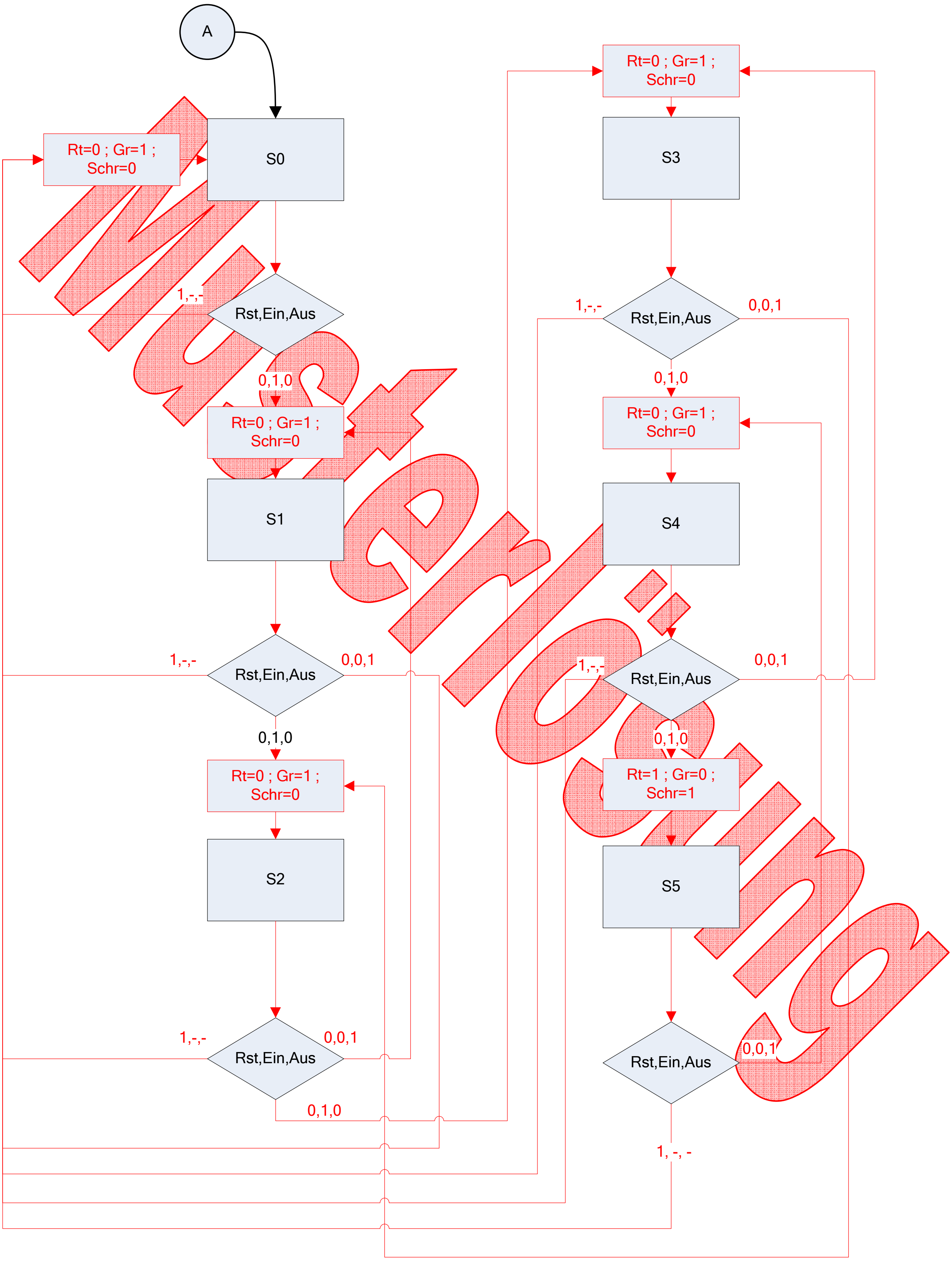
Es soll nun ein Automat entworfen werden, der zählt wie viele Fahrzeuge sich auf dem Parkplatz befinden und diesen durch die Schranke absperrt, falls die maximale Anzahl von 5 Autos erreicht wird. Befinden sich weniger als fünf Fahrzeuge auf dem Gelände soll der Parkplatz befahrbar sein. Außerdem wird der Zustand noch durch eine Ampel angezeigt (Grün = Mindestens ein Parkplatz frei ; Rot = Alle Parkplätze belegt).



Die Signale die im Automaten verwendet werden sind wie folgt definiert:

Gr	Grüne Leuchte an der Ampel (Ausgang) (1=Ein;0=Aus)
Rt	Rote Leuchte an der Ampel (Ausgang) (1=Ein;0=Aus)
Schr	Schranke (Ausgang) (1=Geschlossen;0=Offen)
Ein	Kontaktstreifen meldet das einfahren eines Fahrzeugs (Eingang)
Aus	Kontaktstreifen meldet das verlassen eines Fahrzeugs (Eingang)
Rst	Reset, setzt den Zustand des Automaten auf „kein Auto auf dem Gelände“ (high-aktiv, Eingang)

A) Realisieren Sie den Automaten als Mealy-Automat unter ausschließlicher Verwendung oben genannter Signale. Stellen Sie die Ausgaben als Blöcke dar.



C) Ist der Automat auch als Medwedjew-Automat realisierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

Nein / Über mehrere Zustände hinweg erfolgt eine identische Ausgabe (Q="0"). Die Kodierung des Zustandes entspricht gleichzeitig der Ausgabe des Automaten. Damit müssten mehrere verschiedene Zustände eine identische Kodierung aufweisen.

Aufgabe 7.1 Technische Realisierung eines Automaten

Gegeben sei die Zustandsübergangstabelle eines Schaltwerks mit drei Speicherelementen.
Die Zustandskodierung des Schaltwerks wird als Ausgabe zur direkten weiteren Nutzung ausgegeben. Es werden vorderflanken- gesteuerte JK- Flipflops zur Speicherung der Zustände verwendet. Neben dem Takteingang verfügt jedes Flipflop auch über einen Clear- und einen Set- Eingang. Die Speicherelemente sind zum Anfang alle zurückgesetzt worden.

A) Vervollständigen Sie die unten Tabelle mit notwendigen Steuersignalen, wenn als Speicherelemente JK – Flipflops und ein T-FF verwendet wird.

	Q			Q^{t+1}							
	Q_2	Q_1	Q_0	Q_2	Q_1	Q_0	T_2	J_1	K_1	J_0	K_0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	-	1	-
1	0	0	1	0	1	1	0	1	-	-	0
2	0	1	1	0	1	0	0	-	0	-	1
3	0	1	0	1	1	0	1	-	0	0	-
4	1	1	0	1	1	1	0	-	0	1	-
5	1	1	1	1	0	1	0	-	1	-	0
6	1	0	1	1	0	0	0	0	-	-	1
7	1	0	0	0	0	0	1	0	-	0	-

B) Welche digitaltechnische Funktion wird durch die Zustandstabelle realisiert?

Ein zyklischer Gray-Code Zähler.

C) Geben Sie für das T-FlipFlop und die JK-FlipFlops die jeweiligen Ansteuerfunktionen an und minimieren Sie diese. Geben Sie die resultierenden algebraischen Ausdrücke an.

K_0

		Q_0	Q_0	
	-	0	1	-
Q_2	-	1	0	-
			Q_1	Q_1

J_0

		Q_0	Q_0	
	1	-	-	0
Q_2	0	-	-	1
			Q_1	Q_1

K_1

		Q_0	Q_0	
	-	-	0	0
Q_2	-	-	1	0
			Q_1	Q_1

J_1

		Q_0	Q_0	
	0	1	-	-
Q_2	0	0	-	-
			Q_1	Q_1

T_2

		Q_0	Q_0	
	0	0	0	1
Q_2	1	0	0	0
			Q_1	Q_1

$K_0 = \overline{Q_1}\, Q_2 + Q_1\, \overline{Q_2}$

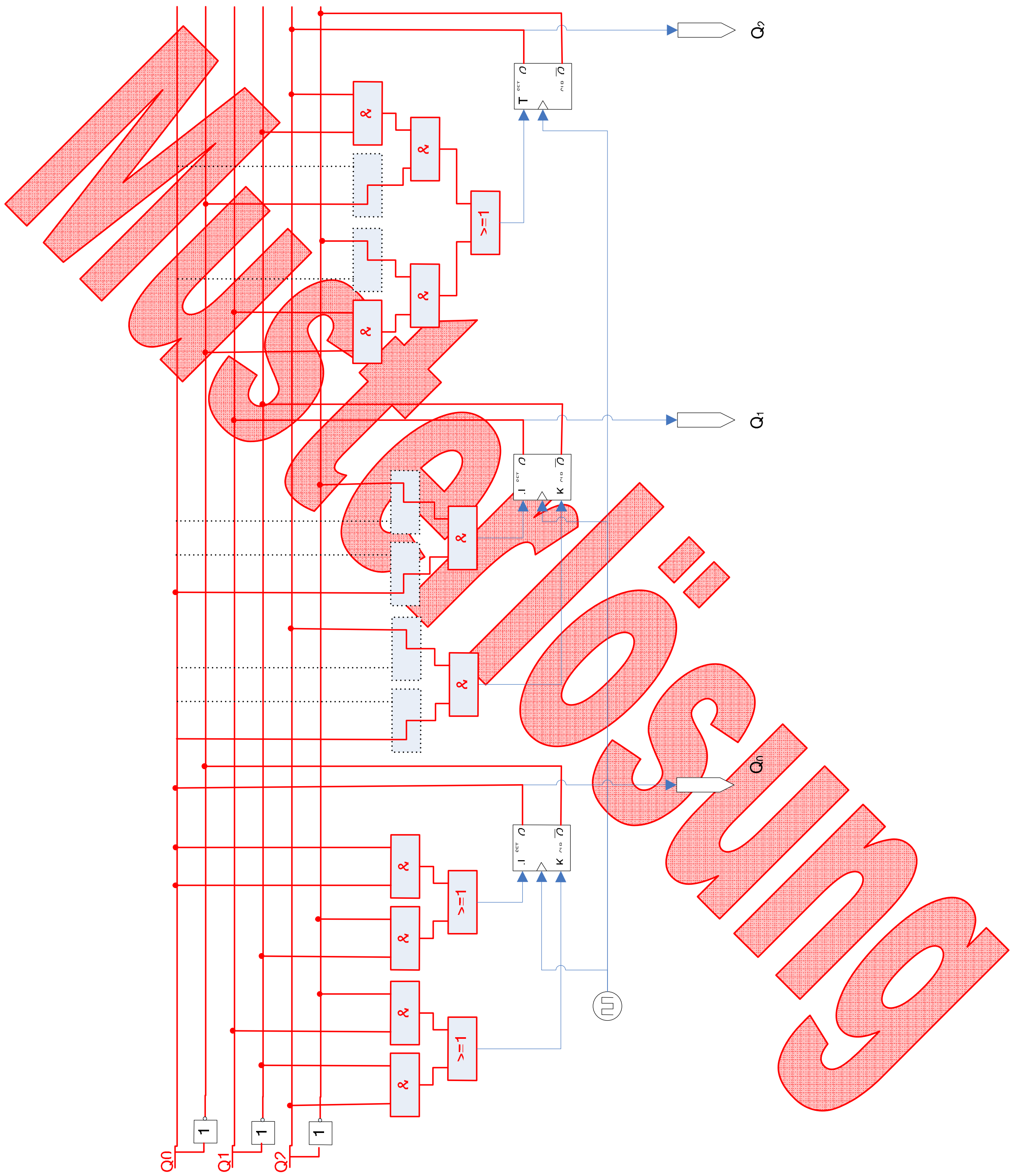
$J_0 = \overline{Q_1}\, \overline{Q_2} + Q_1\, Q_2$

$K_1 = Q_0\, Q_2$

$J_1 = Q_0\, \overline{Q_2}$

$T_2 = \overline{Q_0}\, Q_1\, \overline{Q_2} + \overline{Q_0}\, \overline{Q_1}\, Q_2$

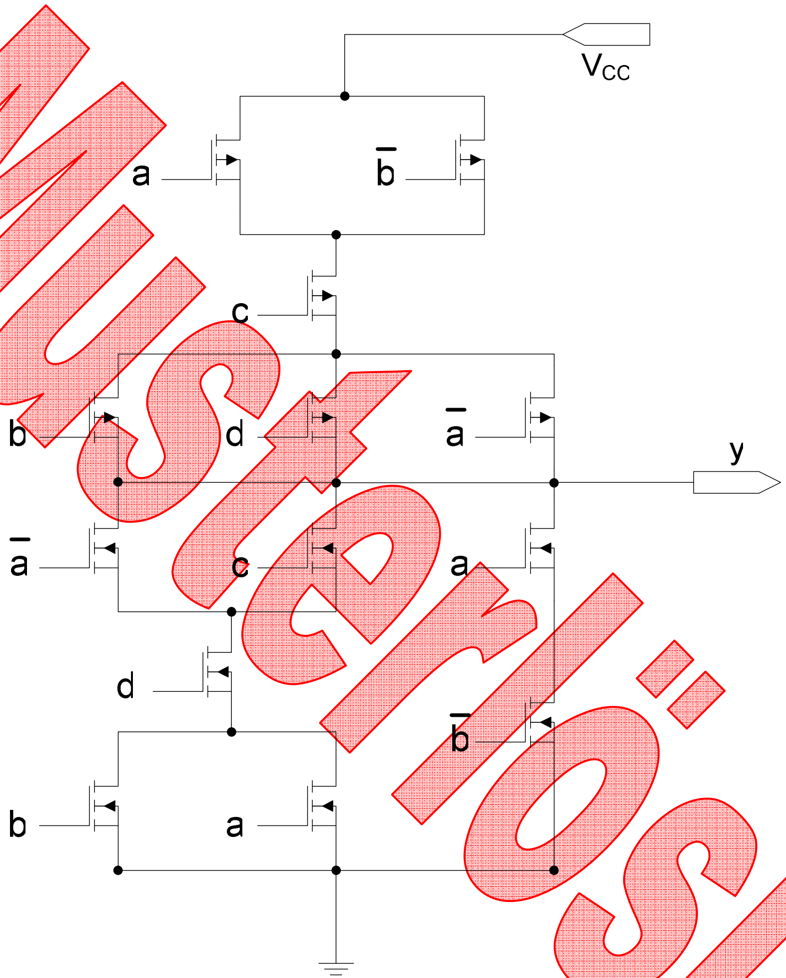
D) Entwerfen Sie die Schaltung des im Aufgabeteil c) entworfenen Automaten unter Verwendung der nachfolgenden Skizze. Hinweis: Die SET und CLR Eingänge der Flipflops sollen dabei nicht beachtet werden.



(Ohne LSG in Visio Datei)

Aufgabe 8 CMOS-Schaltnetze

Gegeben sei folgender CMOS-Schaltkreis:



A) Geben Sie für die vorliegende Schaltung sowohl die pull-down-Funktion G als auch die pull-up-Funktion F an.

$$G = a\bar{b} + \left[(a+b)\cdot d\cdot(\bar{a}+c)\right] = a\bar{b} + \left[(ad+bd)\cdot(\bar{a}+c)\right]$$

$$= a\bar{b} + (\bar{a}bd) + (acd + bcd)$$

$$F = (\bar{a}+\bar{\bar{b}})\cdot\bar{c}\cdot(\bar{\bar{a}}+\bar{b}+\bar{d})$$

$$= (\bar{a}\bar{c}+b\bar{c})\cdot(a+\bar{b}+\bar{d}) = (\bar{a}\bar{c}+b\bar{c})\cdot a + (\bar{a}\bar{c}+b\bar{c})\cdot\bar{b} + (\bar{a}\bar{c}+b\bar{c})\cdot\bar{d}$$

$$= ab\bar{c} + \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{c}\bar{d} + b\bar{c}\bar{d}$$

B) Zeigen Sie, daß die Schaltung nicht wohldefiniert ist. Geben Sie die Eingangsbelegungen an, welche zu Kurzschlüssen führen.

Prüfen auf Kurzschlüsse:

$$F \cdot G = [ab\bar{c} + \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{c}\bar{d} + b\bar{c}\bar{d}][a\bar{b} + \bar{a}bd + acd + bcd]$$

$$= [ab\bar{c} + \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{c}\bar{d} + b\bar{c}\bar{d}][a\bar{b} + \bar{a}bd + acd + bcd]$$
$$= (0 + 0 + 0 + 0) + (0 + 0 + 0 + 0) + (0 + 0 + 0 + 0) + (0 + 0 + 0 + 0)$$
$$= 0$$

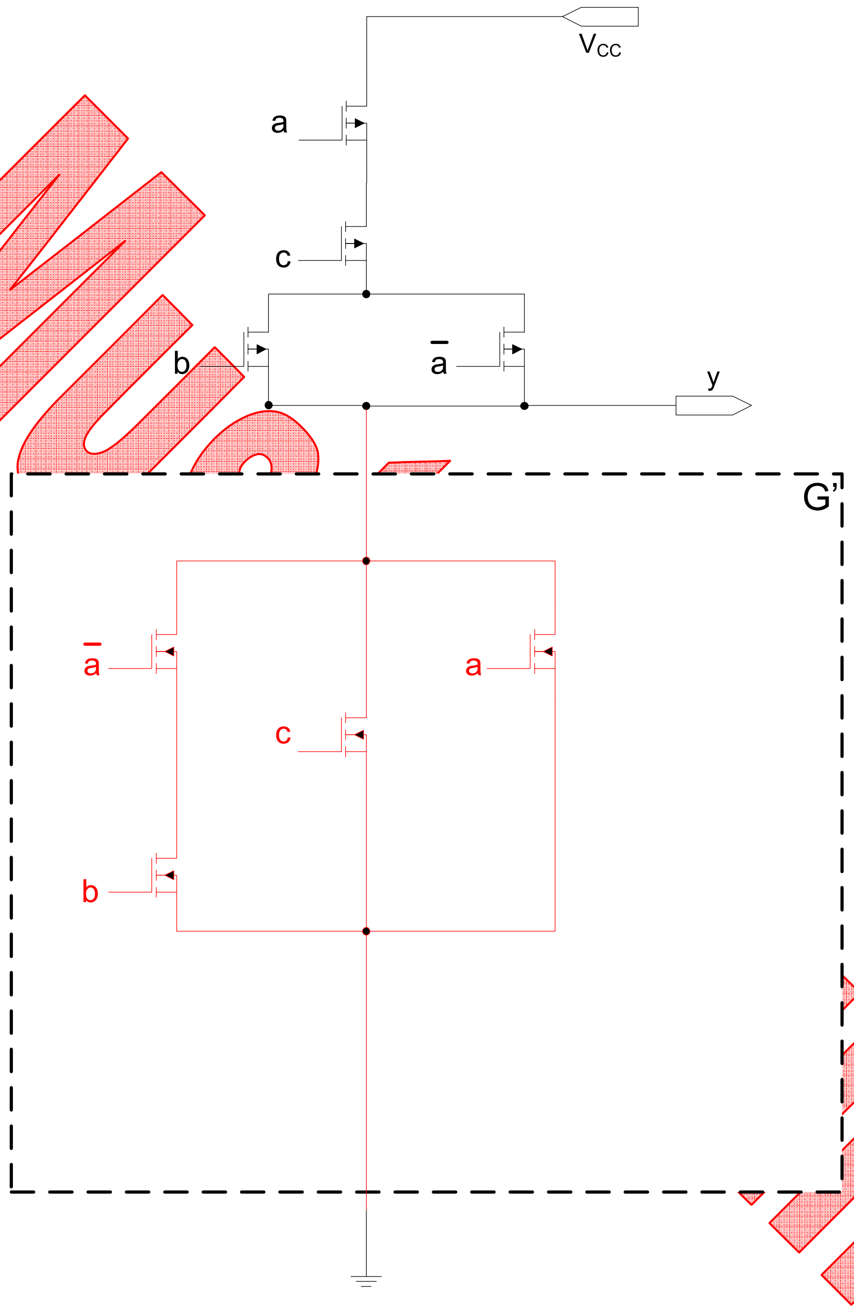
➔ keine Eingangskombination führt zu einem Kurzschluss

Wohldefiniertheit nicht gegeben da:

$$F = \bar{G} : [ab\bar{c} + \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{c}\bar{d} + b\bar{c}\bar{d}] = \overline{[a\bar{b} + \bar{a}bd + acd + bcd]}$$

falsche Aussage!

C) Ergänzen Sie die unten gegebene Schaltung mit einer Pull-Down Funktion G’, mit der die Schaltung wohl definiert ist. Geben Sie zusätzlich G’ als schaltalgebraischen Ausdruck an und zeigen Sie daran die Wohldefiniertheit.



G’= $a + c + (\bar{a}b)$

$F = \overline{G'}$:

$\bar{a} \cdot \bar{c} \cdot (\bar{\bar{a}} + \bar{b}) = \overline{a + c + (\bar{a}b)}$

$\Leftrightarrow \bar{a} \cdot \bar{c} \cdot (\bar{\bar{a}} + \bar{b}) = \bar{a} \cdot \bar{c} \cdot \overline{(\bar{a}b)}$

$\Leftrightarrow \bar{a} \cdot \bar{c} \cdot (a + \bar{b}) = \bar{a} \cdot \bar{c} \cdot (a + \bar{b})$

Zusätzliches Lösungsblatt 1:

Zusätzliches Lösungsblatt 2: