Prüfung

Prof. Dr.-Ing. J. Becker

Digitaltechnik

WS 2008/2009

Institut für Technik der Informationsverarbeitung, Universität Karlsruhe

1
2
3
4
5
6
7
8
Σ

Klausur

Mo., 02.03.2009

Lösungsblätter

Hinweise zur Klausur

Hilfsmittel

Als Hilfsmittel zur Prüfung sind vier Seiten vorgegebene und **<u>ein DIN A4 Blatt</u>** selbst geschriebene Formelsammlung zugelassen. Nicht erlaubt hingegen sind die Verwendung eines Taschenrechners, zusätzlicher Unterlagen und jegliche Kommunikation mit anderen Personen.

Prüfungsdauer

Die Prüfungsdauer beträgt 120 Minuten.

Prüfungsunterlagen

Die Prüfungsunterlagen bestehen aus insgesamt 27 Seiten Aufgabenblättern (einschließlich diesem Titelblatt und zusätzlicher Lösungsblätter).

Bitte vermerken Sie vor der Bearbeitung der Aufgaben auf jeder Seite oben Ihren Namen, auf der ersten Seite zusätzlich die Matrikelnummer!

Auf jedes zusätzliche Lösungsblatt ist neben dem Namen auch die Aufgaben- und die Seitennummer mit einzutragen. Vermeiden Sie das Beschreiben der Rückseiten.
Am Ende der Prüfung sind die 27 Seiten Aufgaben- und Lösungsblätter und alle verwendeten zusätzlichen Lösungsblätter abzugeben.
Verwenden Sie zum Bearbeiten der Aufgaben lediglich dokumentenechte Schreibgeräte – keinen Bleistift sowie Rotstifte!

Aufgabe 1 Allgemeines

Aufgabe 1.1 Allgemeine Fragen

Beantworten Sie folgende Fragen:

A) Nennen Sie den Unterschied zwischen PLA, PAL und ROM Bausteinen bezüglich ihrer Programmierung.

PAL : UND-Matrix ist programmierbar

PLA : UND- & ODER-Matrix sind beide programmierbar

ROM : keine der Matrizen ist programmierbar

B) Nennen Sie mindestens 2 Basissysteme mit nur einem einzigen Operanden.

NAND, NOR, XOR

C) Zwei Bitvektoren mit einer Länge von 32 Bit sollen in Hardware addiert. Welche Logiktiefe weist ein entsprechender Ripple-Carry Addierer mindestens auf? Welche Logiktiefe weist ein entsprechender Carry-Look-Ahead mindestens auf?

Ein minimal großer **Ripple-Carry Addierer** benötigt mindestens 31 Volladdierer und einen Halbaddierer die gestaffelt verschaltet sind

→ **minimale Logiktiefe = 31*2 + 1 = 63** (64 wenn 32 VA verwendet werden)

Ein **Carry-Look-Ahead** Addierer benötigt eine **Logiktiefe von 2** (wenn Propagate und Generate voll parallel ausgeführt werden.

D) Was wird durch die Entropie einer Quelle beschrieben und in welcher Einheit wird diese angegeben?

Der durchschnittliche Informationsgehalt einer Quelle in Bit

E) Folgendes Relaisschaltnetz ist in Abbildung 1–1 gegeben:

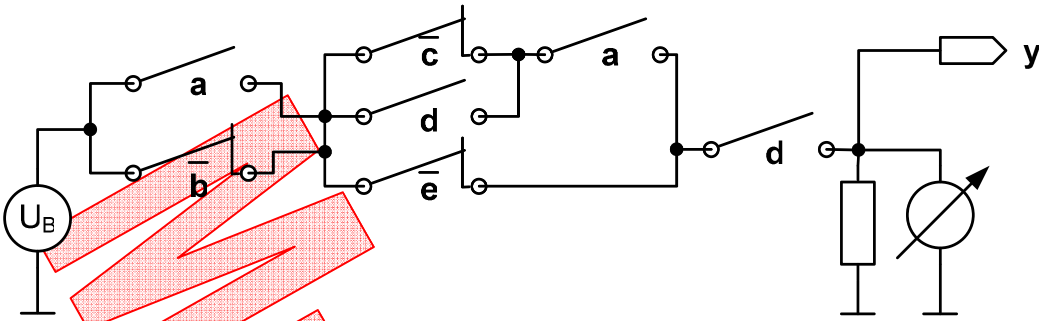


Abbildung 1–1: Relaisschaltnetz

Geben Sie den entsprechenden schaltalgebraischen Ausdruck an und vereinfachen Sie diesen so weit wie möglich.

y =

$$(a \vee \bar{b}) \& \left[\left[(\bar{c} \vee d) \& a \right] \vee \bar{e} \right] \& d$$

$$= (ad \vee \bar{b}d) \& (a\bar{c} \vee ad \vee \bar{e})$$

$$= \left((ad \vee \bar{b}d) \& a\bar{c} \vee (ad \vee \bar{b}d) \& ad \vee (ad \vee \bar{b}d) \& \bar{e} \right)$$

$$= a\bar{c}d \vee a\bar{b}\bar{c}d \vee ad \vee a\bar{b}d \vee ad\bar{e} \vee \bar{b}d\bar{e}$$

$$= ad \vee \bar{b}d\bar{e}$$

F) Geben Sie die durchschnittliche Anzahl von Einsstellen pro Codewort an, wenn alle Datenworte mit dem 2 aus 5 Code kodiert wurden. Begründen Sie Ihre Antwort.

In jedem Codewort sind immer genau 2 Einsstellen vorhanden (Definition des 2 aus 5 Codes)

Aufgabe 2 Mengen & Relationen

Aufgabe 2.1 Allgemein: Mengen, Graphen, Relationen

A) Kann eine Menge mehrere gleiche Elemente enthalten? Begründen Sie Ihre Antwort oder geben Sie ein Gegenbeispiel.

Nein, laut Definition sind alle Elemente einer Menge unterschiedlich

B) Kann eine Menge stets durch Auflistung aller ihrer Elemente vollständig beschrieben werden? Begründen Sie Ihre Antwort oder geben Sie ein Gegenbeispiel.

Nein, bei unendlichen (z.B. Menge N der natürlicher Zahlen) oder sogar überabzählbaren Mengen (z.B. Menge R der reellen Zahlen) ist eine vollständige Auflistung aller Elemente nicht möglich.

C) S und T seien disjunkte Mengen. Sind deren Potenzmengen P(S) und P(T) ebenfalls disjunkt? Begründen Sie Ihre Antwort oder geben Sie ein Gegenbeispiel.

Nein, jede Potenzmenge enthält als Element die leere Menge. Somit besitzen P(S) und P(T) ein gemeinsames Element.

Aufgabe 2.2 Relationen

A) Geben Sie die definierenden Eigenschaften folgender Relationstypen an:

Äquivalenzrelation:

Reflexiv, symmetrisch, transitiv

Verträglichkeitsrelation:

Reflexiv, symmetrisch, nicht transitiv

Ordnungsrelation:

Reflexiv, antisymmetrisch, transitiv

B) Ordnen Sie folgenden Relationen die entsprechenden Relationstypen **Äquivalenzrelation**, **Verträglichkeitsrelation** und/oder **Ordnungsrelation** zu:

Gleichheit $(a = b)$: Äquivalenz-Relation, Ordnungsrelation

KleinerGleich $(a \le b)$: Ordnungsrelation

$(a \ \alpha \ b)$ genau dann wenn $|a - b| \le 5$: Verträglichkeitsrelation

Aufgabe 2.3 Graphen

A) Wann heißen zwei Graphen G und H isomorph? Geben Sie eine formale Definition!

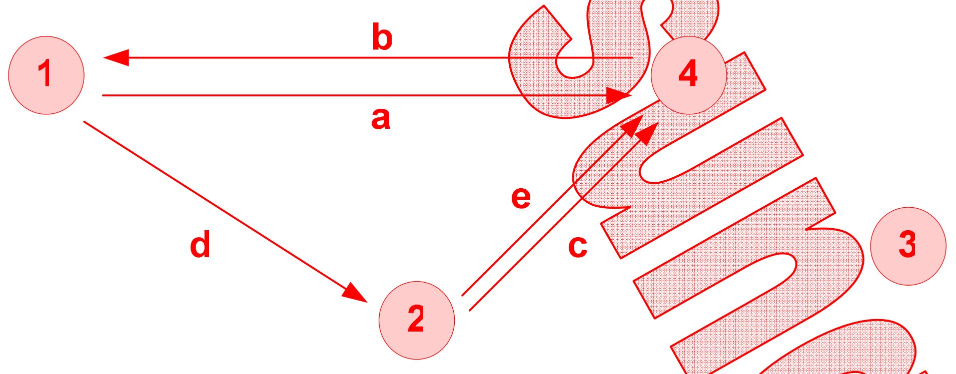
Zwei Graphen G=(V,E) und H=(W,F) heißen isomorph, wenn es eine bijektive Abbildung i:G→H gibt, mit i(V)=W, i(E)=F so, dass die Inzidenzbeziehungen erhalten bleiben.

Gegeben sei folgender Graph:

V = {1, 2, 3, 4} ; E = {a, b, c, d, e}

Φ(a) = (1,4) ; Φ(b) = (4,1) ; Φ(c) = (2,4) ; Φ(d) = (1,2) ; Φ(e) = (2,4)

B) Zeichnen Sie eine graphische Darstellung des Graphen.



C) Ist der Graph planar? Begründen Sie Ihre Aussage.

Ja er ist planar, da er sich in der Ebene darstellen lässt, ohne dass ich Kanten kreuzen.

D) Lässt sich der Graph in Abbildung 2–1 **durch Weglassen von Kanten** in einen Baum transformieren? Begründen Sie ihre Aussage und geben Sie ggf. die zu streichenden Kanten an.

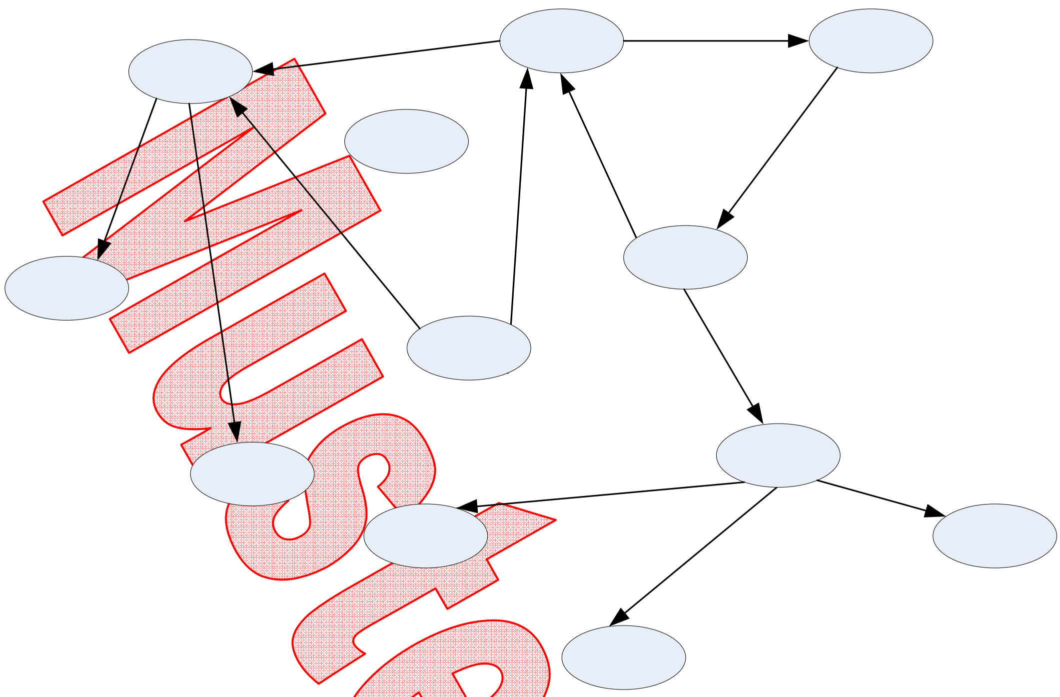


Abbildung 2–1: Graph

Nein. Der Graph ist nicht zusammenhängend, da er einen isolierten Knoten enthält. Um ihn in einen Baum zu transformieren, müsste mind. eine Kante hinzugefügt werden! Nur bei zusammenhängenden Graphen kann ein Baum durch Weglassen von Kanten erzeugt werden.

Aufgabe 3 Boolsche Algebra

Aufgabe 3.1 Entwicklungssatz

A) Die gegebene Schaltfunktion y = f(d,c,b,a) soll mit Hilfe von 2:1 Multiplexern realisiert werden. Entwickeln Sie dazu die Schaltfunktionen nach sämtlichen Variablen mit Hilfe des Entwicklungssatzes. Entwickeln Sie zuerst nach ‚a', danach nach ‚b' und ‚c'. **Geben Sie sämtliche Teilergebnisse in der Form f(d,c,b,a) an!**

$$y = f(d,c,b,a) = dcba + dc\bar{a} + d\bar{c}\bar{b}a + d\bar{c}b\bar{a} + \bar{d}\bar{c}\bar{b} + \bar{d}cba$$

Entwicklung nach a:

$$f(d,c,b,a) = a \cdot f(d,c,b,1) + \bar{a} \cdot f(d,c,b,0)$$

$$f(d,c,b,1) = dcb + d\bar{c}\bar{b} + \bar{d}\bar{c}\bar{b} + \bar{d}cb = \bar{c}\bar{b} + cb$$

$$f(d,c,b,0) = dc + d\bar{c}b + \bar{d}\bar{c}\bar{b}$$

Entwicklung nach b:

$$f(d,c,b,1) = b \cdot f(d,c,1,1) + \bar{b} \cdot f(d,c,0,1)$$

und $f(d,c,b,0) = b \cdot f(d,c,1,0) + \bar{b} \cdot f(d,c,0,0);$

$$f(d,c,1,1) = dc + \bar{d}c = c;$$

$$f(d,c,0,1) = d\bar{c} + \bar{d}\bar{c} = \bar{c};$$

$$f(d,c,1,0) = dc + d\bar{c} = d;$$

$$f(d,c,0,0) = dc + \bar{d}\bar{c};$$

Entwicklung nach c:

$f(d,c,1,1) = c \cdot f(d,c,1,1) + \bar{c} \cdot f(d,c,1,1)$

und $f(d,c,0,1) = c \cdot f(d,c,0,1) + \bar{c} \cdot f(d,c,0,1)$

und $f(d,c,1,0) = c \cdot f(d,c,1,0) + \bar{c} \cdot f(d,c,1,0)$

und $f(d,c,0,0) = c \cdot f(d,c,0,0) + \bar{c} \cdot f(d,c,0,0)$

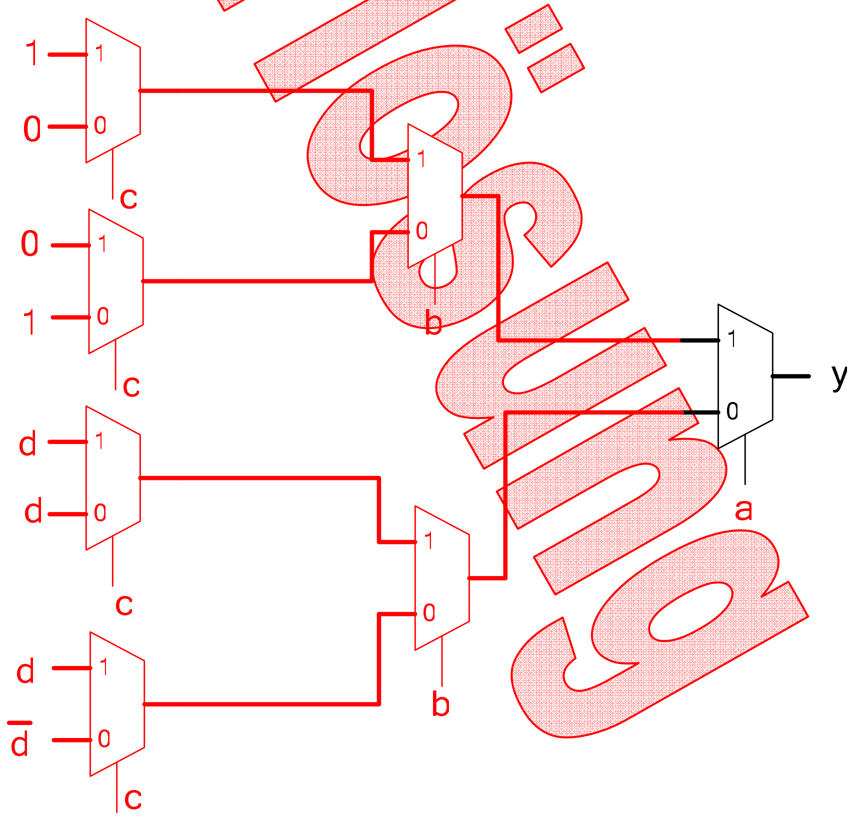
$f(d,1,1,1) = d + \bar{d} = 1;$ $f(d,0,1,1) = 0;$

$f(d,1,0,1) = 0;$ $f(d,0,0,1) = d + \bar{d} = 1;$

$f(d,1,1,0) = d;$ $f(d,0,1,0) = d;$

$f(d,1,0,0) = d;$ $f(d,0,0,0) = \bar{d};$

B) Zeichnen Sie das resultierende dreistufige Multiplexerschaltnetz.



Aufgabe 3.2 Multiplexer-Realisierung

Gegeben sei das in nachfolgender Abbildung gezeigte Multiplexerschaltnetz.

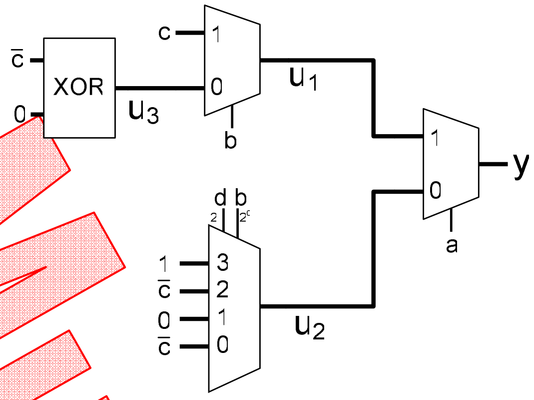


Abbildung 3–1: Multiplexerschaltnetz

A) Ermitteln Sie daraus den boolschen Ausdruck für die Funktion y(a,b,c,d) in **disjunktiver** Form (Achten Sie auf Nachvollziehbarkeit Ihres Ergebnisses!).

$y =$

$$y(a,b,c) = a \cdot U_1 + \overline{a} \cdot U_2$$

$$U_1 = b \cdot c + \overline{b} \cdot U_3$$

$$U_2 = db \cdot 1 + \overline{d}b \cdot 0 + d\overline{b} \cdot \overline{c} + \overline{d}\,\overline{b} \cdot \overline{c} = bd + \overline{b}\,\overline{c}d + \overline{b}\,\overline{c}\,\overline{d}$$

$$U_3 = \overline{c} \oplus 0 = \overline{c}$$

Einsetzen:

$$y(a,b,c) = a \cdot \left(b \cdot c + \overline{b} \cdot U_3\right) + \overline{a} \cdot \left(bd + \overline{b}\,\overline{c}d + \overline{b}\,\overline{c}\,\overline{d}\right)$$

$$= a \cdot \left(b \cdot c + \overline{b} \cdot \overline{c}\right) + \overline{a} \cdot \left(bd + \overline{b}\,\overline{c}\right)$$

$$= \left(abc + a\overline{b}\,\overline{c}\right) + \left(\overline{a}bd + \overline{a}\,\overline{b}\,\overline{c}\right)$$

$$= abc + \overline{a}bd + \overline{b}\,\overline{c}$$

$$= abc + \overline{b}\,\overline{c} + \overline{a}bd$$

B) Tragen Sie die Eins- und die Nullstellenmenge, die dem in Teilaufgabe A gefundenen boolschen Ausdruck entspricht in das unten gegebene S-Diagramm ein.

		a	a	
1 (0)	1 (1)	0 (5)	0 (4)	
0 (2)	0 (3)	1 (7)	0 (6)	b
1 (12)	0 (13)	1 (17)	1 (16)	b, d
1 (10)	1 (11)	0 (15)	0 (14)	d
		c	c	

C) Bestimmen Sie mit Hilfe des obigen Diagrams die konjunktive Minimalform (KMF) der Funktion y(a,b,c,d).

KMF = $(b+\bar{c})\cdot(a+\bar{b}+d)\cdot(\bar{a}+\bar{b}+c)$

Aufgabe 4 Polyadische Zahlensysteme und Codierung

Aufgabe 4.1 Konvertierung

Vervollständigen Sie die Tabelle 1, indem Sie die offenen Felder durch Konvertierung ergänzen.

Dezimal	Binär	Hexadezimal	BCD
426_D	110101010_B	$1AA_H$	$0100\ 0010\ 0110_{BCD}$
59_D	111011_B	$3B_H$	$0101\ 1001_{BCD}$

Tabelle 1

Aufgabe 4.2 Zahlenkodierung

Ein piffiger Student kodiert seine numerischen Zugangscodes mit Hilfe von Spielkarten. Diese werden in Päckchen sortiert, wobei in einzelnes Päckchen jeweils eine Dezimalzahl repräsentiert.

Die Kartenfarben (Herz, Karo, Kreuz, Pik) bilden die Basis seines polyadischen Zahlensystems. Die Position der Karte innerhalb des Päckchens stellt die Wertigkeit der jeweiligen Karte dar. Die unterste Karte im Päckchen besitzt die geringste Wertigkeit. Die Kartenwerte (Ass, König, Dame, Bube, 10, 9, …) werden nicht betrachtet.

A) Welchen Informationsgehalt besitzt eine einzelne Spielkarte?

H_e=ld (1/p); 4 Kartenfarben: p=1/4 → **ld4 =2 → H_e=2 Bit**

B) Wie viele verschiedene Werte können mit 5 Spielkarten dargestellt werden?

5 Spielkarten á 4 Farben: **4^5 Werte darstellbar =1024 Werte**

C) Folgende Kodierung von Dezimalzahlen ist gegeben:

4_D = (Karo, Herz) **Karten-System** 6_D = (Karo, Kreuz) **Karten-System**

5_D = (Karo, Karo) **Karten-System** 7_D = (Karo, Pik) **Karten-System**

Geben Sie nun den Dezimalwert für folgende Kodierungen an:

(Herz) **Karten-System** = **0_D** (Kreuz) **Karten-System** = **2_D**

(Karo) **Karten-System** = **1_D** (Pik) **Karten-System** = **3_D**

D) Wandeln Sie die im Dezimalsystem gegebenen Zahlen 135_D und 050_D in das „KartenSystem“ um.

Aus Tabelle C) gilt:Herz ≈ 0, Karo ≈ 1, Kreuz ≈ 2, Pik ≈ 3

$135_D : 4 = 33_D$ Rest 3

$33_D : 4 = 8_D$ Rest 1

$8_D : 4 = 2_D$ Rest 0

$2_D : 4 = 0_D$ Rest 2 ➔ $2013_{4er\text{-}System}$ → **<u>Kreuz Herz Karo Pik</u>**$_{Karten\text{-}System}$

$50_D : 4 = 12_D$ Rest 2

$12_D : 4 = 3_D$ Rest 0

$3_D : 4 = 0_D$ Rest 3 ➔ $302_{4er\text{-}System}$ → **<u>Pik Herz Kreuz</u>**$_{Karten\text{-}System}$

Aufgabe 4.3 BCD

Addieren Sie die im Dezimalsystem gegebenen Zahlen 7489_D und 6573_D im BCD Code.Stellen Sie ihren Lösungsweg – inklusive aller notwendiger Korrekturschritte - ausführlich dar.

	BCD				Dezimalsystem
	0111	0100	1000	1001	7489
	0110	0101	0111	0011	+ 6573
	1			1	
	1101	1001	1111	1100	
Korrektur wegen:	Ps.		Ps.	Ps.	
	1101	1001	1111	1100	
	0110		0110	0110	
		1	1111	1	
	1 0011	1010	0110	0010	
Korrektur wegen:		Ps			
	1 0011	1010	0110	0010	
		0110			
	11	11			
	1 0100	0000	0110	0010	

Aufgabe 5 Minimierung

Aufgabe 5.1 Verfahren nach Nelson

Gegeben sei eine **vollständige** Schaltfunktion y=f(e,d,c,b,a) mit der folgenden Einstellenmenge (E) in **<u>oktaler</u>** Indizierung.

***E*={1, 3, 7, 6, 20, 24, 25, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37}**

A) Geben Sie die Nullstellenmenge (N) und die Menge der Freistellen (F) in **<u>oktaler</u>** Indizierung an.

N={0,2,4,5,10,11,12,13,14,15,16,17,21,22,23,26,27}
F= ∅

B) Ergänzen Sie nun das in Abbildung 2 gegebene Symmetriediagramm um alle fehlenden Eins-, Null- und Freistellen.

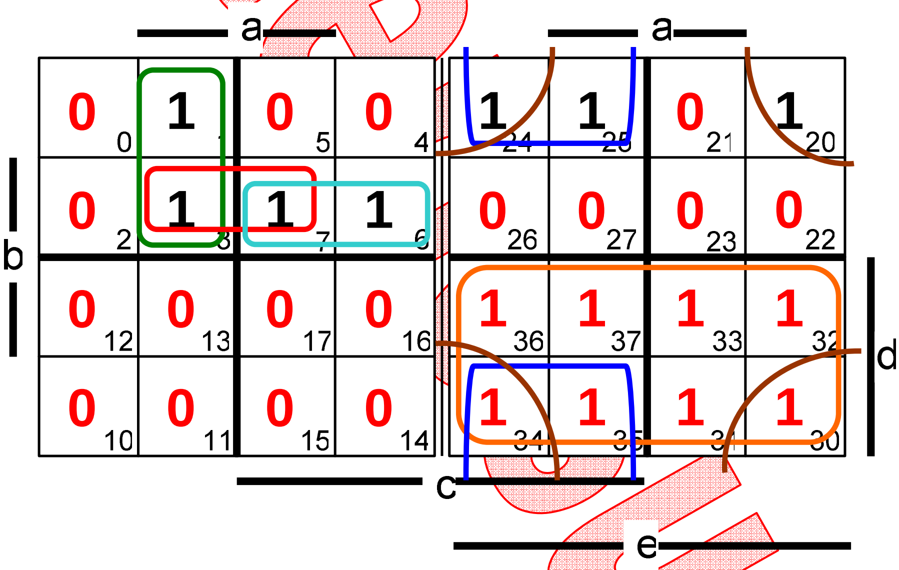


Abbildung 2

C) Ermitteln Sie nun die vollständige Einsblocküberdeckung τ_1 **<u>aller</u>** Prim-Einsblöcke der Schaltfunktion f(e,d,c,b,a).

τ_1 **(e, d, c, b, a)** = { (0,0,0,-,1) (0,0,-,1,1) (0,0,1,1,-) (1,-,1,0,-) (1,-,-,0,0) (1,1,-,-,-) }

D) Geben Sie nun alle Primterme an die den in Teilaufgabe C) gefundenen Primblöcken entsprechen

Primimplikanten:

$(\bar{e}\bar{d}\bar{c}a)$, $(\bar{e}\bar{d}ba)$, $(\bar{e}\bar{d}cb)$, $(ec\bar{b})$, $(e\bar{b}\bar{a})$, (ed)

Aufgabe 5.2 Verfahren nach Petrick

Gegeben sei folgendes Symmetriediagramm der Schaltfunktion ***G***:

a

1 0	**1** 1	**0** 5	**1** 4
0 2	**1** 3	**0** 7	**0** 6
0 12	**1** 13	**1** 17	**1** 16
1 10	**0** 11	**0** 15	**1** 14

b d

c

A) Das Nelson-Verfahren lieferte dabei die in der Tabelle 2 bereits eingetragenen Primterme. Vervollständigen Sie nun die folgende Überdeckungstabelle. Bilden Sie die Kostenfunktionswerte für gegebene Primterme, indem Sie negierte Variablen jeweils mit Kosten von „**1**“ belegen. Die nicht negierte Variable a wird mit **„0,5“**, b mit **„3“** und die Variablen c und d jeweils mit „**2**“ gewichtet.

Präsenz-variablen	**Prim-terme**	**Einsstellen (oktale Indizes)**									**Kosten**
		0	**1**	**3**	**4**	**10**	**13**	**14**	**16**	**17**	
~~p_1~~	~~$\bar{b}\bar{a}$~~	X			X	X		X			~~2~~
p_2	$\bar{c}ba$			X			X				4,5
p_3	dba						X			X	5,5
p_4	$dc\bar{a}$							X	X		5
p_5	dcb								X	X	7
~~p_6~~	~~$\bar{d}\bar{c}a$~~		X	X							~~2,5~~
p_7	$\bar{d}\bar{c}\bar{b}$	X	X								3

Tabelle 2

B) Ermitteln Sie nun die Kernimplikanten aus Tabelle 2, indem Sie zunächst die **Zeilendominanzen** ausnutzen. Markieren Sie die Kernimplikanten durch einen Kreis. Streichen Sie alle Zeilen, die von den ermittelten Kernimplikanten bereits vollständig überdeckt werden.

C) Tragen Sie nun die im Aufgabenteil B) ermittelte Resttabelle in die Tabelle 3 ein (ordnen Sie dabei die verbleibenden oktalen Indizes wiederum aufsteigend an).

Präsenz-variablen	Prim-terme	Einsstellen (oktale Indizes)									Kosten
		13	16	17							
p_2	$\bar{c}ba$	X									4,5
p_3	dba	X		X							5,5
p_4	$dc\bar{a}$		X								5
p_5	dcb		X	X							7

Tabelle 3

D) Bestimmen Sie die aus Tabelle 3 resultierende Petrick-Funktion und geben Sie diese in disjunktiver Form an. Welche Terme gehen in die kostenminimale Gesamtlösung ein? Begründen Sie Ihre Antwort!

Petrickfunktion= $(p_2 \vee p_3)$ & $(p_4 \vee p_5)$ & $(p_3 \vee p_5)$

⇨ $(p_2 + p_3)\,(p_4 + p_5)\,(p_3 + p_5)$
$= (p_2 p_4 + p_3 p_4 + p_2 p_5 + p_3 p_5)\,(p_3 + p_5)$
$= (p_2p_3p_4 + p_2p_4p_5 + p_3p_4 + p_3p_4p_5 + p_2p_3p_5 + p_2p_5 + p_3p_5)$
$= (p_3p_4 + p_2p_5 + p_3p_5)$

Kosten: 10,5 | 11,5 | 12,5

Der Term p_3p_4 ist mit 10,5 der günstigste Term der alle verbleibenden 1-Stellen abdeckt. Damit geht er in die Gesamtlösung ein.

E) Welche Kosten entstehen bei der von Ihnen ermittelten Gesamtrealisierung? Geben Sie die somit benötigten Präsenzvariablen p_n und die zugehörige DMF an.

benötigte Präsenzvariablen: p_1, p_3, p_4, p_6

Kosten der Realisierung : 2 + 5,5 + 5 + 2,5 = 15

zugehörige DMF: $(\bar{b}\bar{a}) + (dba) + (dc\bar{a}) + (\bar{d}\bar{c}a)$

Aufgabe 6 Optimale Codes

Zur Optimierung einer Aufzugssteuerung sollen Daten über die Fahrziele der Aufzugskabine aufgezeichnet werden. Über die Steuerelektronik lassen sich die Fahrziele in einem Speicher im Steuerungsrechner ablegen. Dieser Speicher wurde möglichst klein gewählt um Produktionskosten zu senken. In Tabelle 4 ist die Anzahl der Fahrziele während eines Jahres zusammengefaßt.

Im Speicher des Steuerrechners stehen 251 Byte zum Speichern der Fahrdaten zur Verfügung. Über die Auswertung der Tabelle 4 soll eine optimale Codierung entwickelt werden, die minimalen Speicherplatz belegt.

Etage	Anzahl der Fahrten zur Etage (x 1000)	Ermittelte Codierung
8. OG	40	11001
7. OG	60	11000
6. OG	30	11101
5. OG	100	101
4. OG	20	11110
3. OG	140	100
2. OG	200	01
1. OG	35	1101
EG	270	00
U 1	34	11100
U 2	10	11111

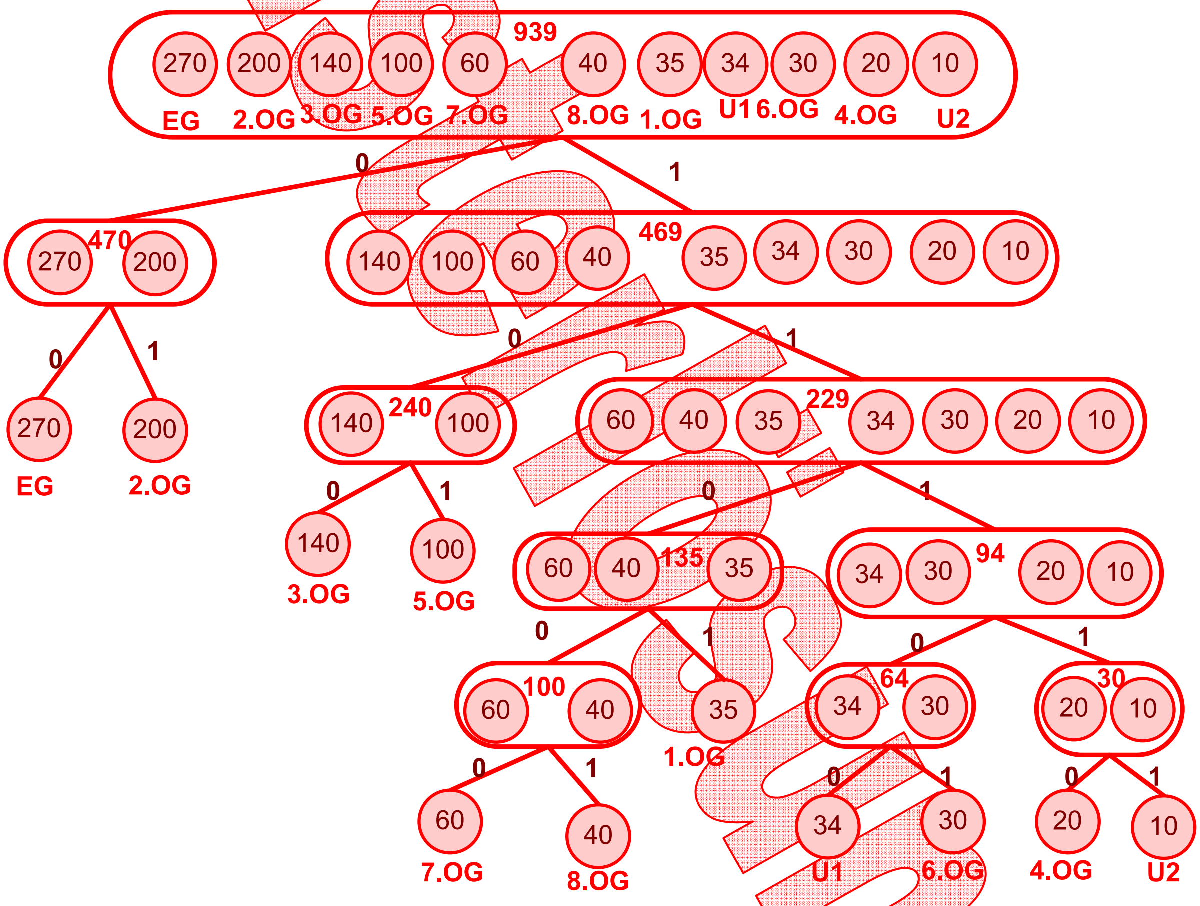
Tabelle 4

A) Bestimmen Sie die hierfür notwendige Codierung und tragen Sie diese in Tabelle 1 ein.

Hinweise:

- Sortieren Sie die Liste der Auftrittshäufigkeiten abfallend von links nach rechts. Falls Ereignisse dieselbe Auftrittshäufigkeit haben, sortieren Sie diese nach Etage von oben nach unten.
- Weisen Sie den linken Ästen des entstehenden Baumes die „0“ zu, den rechten Ästen die „1“.
- Verwenden Sie die Partitionierungskonvention aus der Digitaltechnikvorlesung.

Shannon Codierung „linkslastig“ :



B) Welche Eigenschaft der Shannon Codierung erlaubt die eindeutige Decodierung eines Shannon Codes?

Die Präfixfreiheit

C) Geben Sie die Formel zur Berechnung der mittleren Codewortlänge für die Codierung an. Berechnen Sie anschließend diesen Wert. Ergebnis bitte als Bruch angeben.

$$\overline{m} = \sum_{i=1}^{N} p(x_i) \cdot m(x_i)$$

= (5*40+4*60+5*30+3*100+5*20+3*140+2*200+5*35+2*270+5*34+5*10)/939
= (200+300+150+300+100+420+400+140+540+170+50)/939

<u>**=2770//939**</u>

= 2,94994675

D) Welche Anzahl an Aufzugsfahrten kann im Mittel im Speicher abgelegt werden, bevor dieser voll ist?

Mittlere Anzahl an Fahrten = 251 Byte / $\overline{m}$

251*8 Bit/(2770/939)Bit

= (251 * 8) / (2770 / 939)

= (251 * 8 * 939) / 2770

= 1885512 / 2770

= 680,6902527

Aufgabe 7 Automaten

Aufgabe 7.1 Technische Realisierung eines Automaten

Gegeben sei das folgende Ablaufdiagramm für einen Sequenzdetektor zur Analyse sequentieller Bitfolgen.

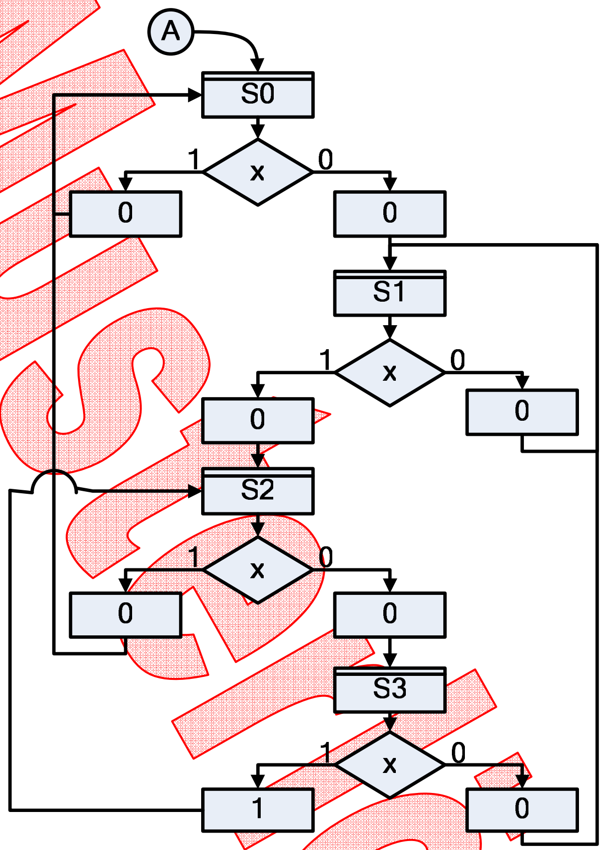


Abbildung 3

A) Welchem Automatentyp entspricht das oben gegebene Ablaufdiagramm? Begründen Sie Ihre Antwort.

Mealy Automat. Ausgabe des Zustands S3 hängt von Zustand und Eingabe ab.

$$y = \lambda\left(X, Z^t\right)$$

B) Welche beiden anderen Automatentypen gibt es? Kann durch diese Typen der oben in der Abbildung gegebene Automat auch dargestellt werden? Begründen Sie Ihre Antwort!

Moore: Ja. Jedoch müssen weitere States eingefügt werden wenn bei States des Mealy Automaten die Ausgabe durch die Eingabegrößen abhängig sind.

Medwedjew: Nein, da in mehreren Folgezuständen die gleiche Ausgabe erfolgt. Die Zustandskodierung entspricht jedoch gleichzeitig der Ausgabe des Automaten. Damit müssten mehrere verschiedene Zustände eine identische Kodierung aufweisen.

C) Der gegebene Automat soll durch ein Schaltwerk mit JK-Flipflops und „dualer“ Zustandskodierung ($S0=00_b$, $S1=01_b$, $S2=10_b$, $S3=11_b$) realisiert werden. Vervollständigen Sie dazu nachfolgende Ablauftabelle (die Spalte $JK_{0,defekt}{}^t$ wird für Teilaufgabe D verwendet).

	Q		x^t	Q^{t+1}		JK^t				$JK_{0,defekt}{}^t$ (Aufgabe 4D)	Y^t
	Q_1	Q_0	x	Q_1	Q_0	J_1	K_1	J_0	K_0	$J_{0,def}$ $K_{0,def}$	Y
S0	0	0	0	0	1	0	-	1	-	1	0
	0	0	1	0	0	0	-	0	-	0	0
S1	0	1	0	0	1	0	-	-	0	0	0
	0	1	1	1	0	1	-	-	1	1	0
S2	1	0	0	1	1	-	0	1	-	1	0
	1	0	1	0	0	-	1	0	-	0	0
S3	1	1	0	0	1	-	1	-	0	0	0
	1	1	1	1	0	-	0	-	1	1	1

Tabelle 5

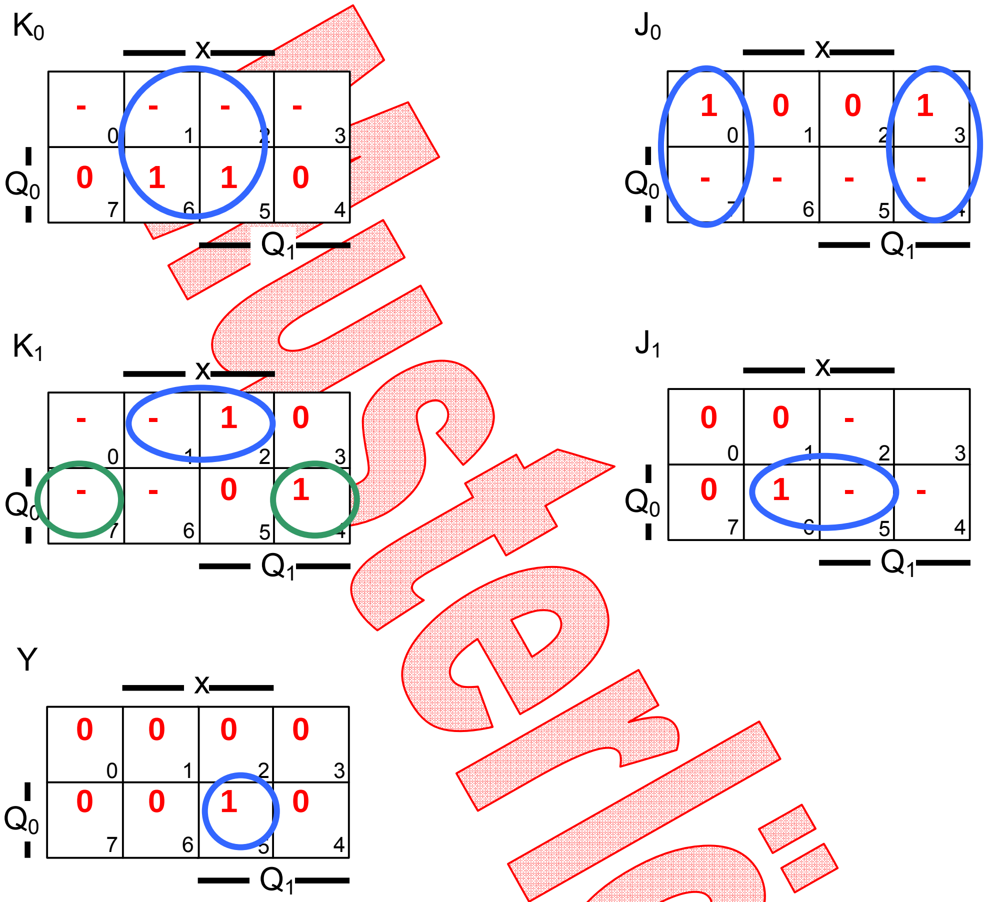
D) Durch einen Produktionsfehler sind beide Eingänge J_0 und K_0 des JK-Flipflops JK_0 kurzgeschlossen. Kann der gegebene Automat trotzdem realisiert werden? Begründen Sie Ihre Antwort!

Falls möglich vervollständigen Sie die Spalte $JK_{0,defekt}{}^t$ der oben gegebenen Tabelle, ansonsten markieren Sie die entsprechenden Felder mit einem „X“.

Durch Kurzschluß der Eingänge eines JK-FFs zeigt dieses das Verhalten eines Toggle-Flipflops. Damit ist eine Realisierung des Automaten möglich.

Ansteuerung des Flipflops siehe obige Tabelle.

E) Geben Sie für die unbeschädigten JK-FlipFlops die jeweiligen Ansteuerfunktionen sowie die Ausgangsfunktion Y an und minimieren Sie diese. Geben Sie die resultierenden algebraischen Ausdrücke an.



K_0 = ____ x

J_0 = ____ $\overline{x}$

K_1 = ____ $Q_0 \overline{x} \vee \overline{Q_0} x = Q_0 \text{ XOR } x$

J_1 = ____ $Q_0 x$

Y = ____ $Q_0 Q_1 x = Q_1 J_1$

Aufgabe 7.2 Analyse eines Automaten

A) Der in Aufgabe 7.1 gegebene Automat (siehe Abbildung 3) sei zu Beginn im Zustand S0. Zeichnen Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsvariablen Y in das unten gegebene Impulsdiagramm ein. Alle FlipFlops seien vorderflankengesteuert.

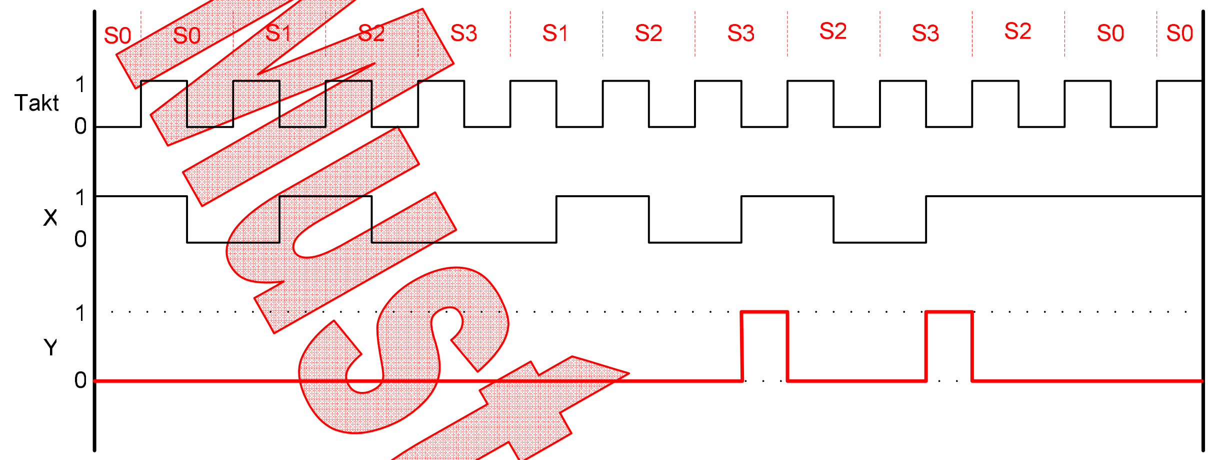


Abbildung 4

B) Welchen Zustand erreicht der Automat am Ende der gegebenen Impulsfolge?

Der Automat befindet sich in S0.

C) Der Automat gibt nur nach Erkennen einer bestimmten Bitfolge x eine Ausgabevariable Y=1 aus (siehe auch Abbildung 3). Welche spezielle Bitfolge wird mit dem gegebenen Automaten detektiert? (Hinweis: Überlegen Sie aus wie vielen Bits diese Folge besteht)

Der Automat detektiert die Impulsfolge 0-1-0-1

Aufgabe 8 CMOS-Schaltnetze

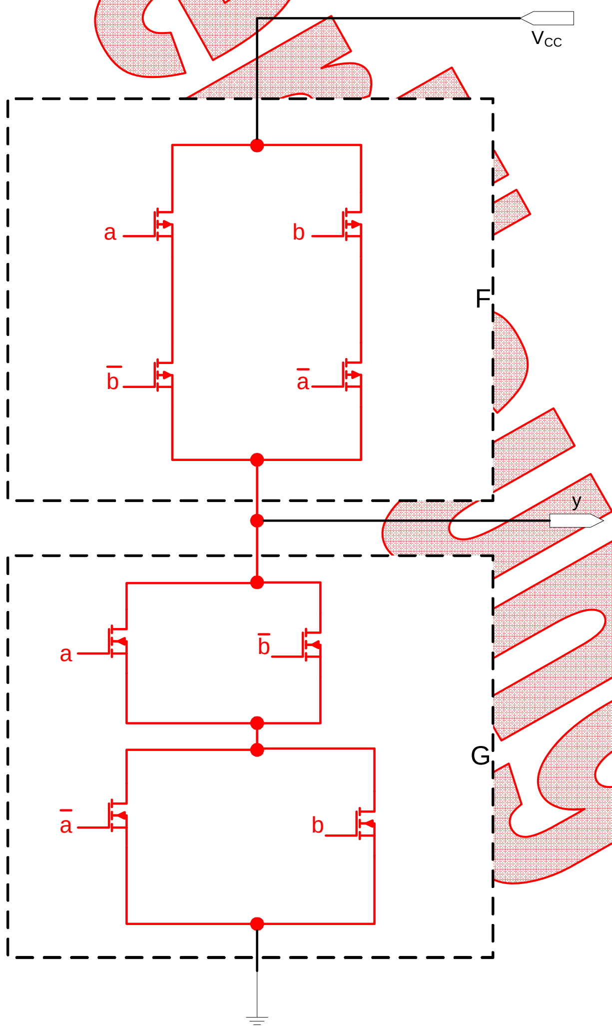
Gegeben sei die Funktion $y(a,b)=(a\oplus b)$. Diese soll als CMOS Schaltnetz realisiert werden.

A) Bestimmen Sie sowohl die minimale pull-up Funktion F als auch die minimale pull-down Funktion G wenn für das Pull-Up Netz pMOS Bausteine zum Einsatz kommen und für das Pull-Down Netz nMOS Bausteine.

$$F=\left(\bar{a}\oplus\bar{b}\right)=\left(a\bar{b}+\bar{a}b\right)=\left(a\oplus b\right)$$

$$G=\overline{F}=\overline{\left(a\oplus b\right)}=\overline{\left(a\bar{b}+\bar{a}b\right)}=\left(a+\bar{b}\right)\left(\bar{a}+b\right)=ab+\bar{a}\bar{b}$$

B) Zeichnen Sie die Funktion y in CMOS Realisierung. Ergänzen Sie dazu das unten gegebene Schaubild. Verwenden pMOS Bausteine für das Pull-Up Netz und nMOS für das Pull-Down Netz.



Gegeben sei nun folgendes CMOS Schaltnetz (Abbildung 5) mit Ausgang y_2

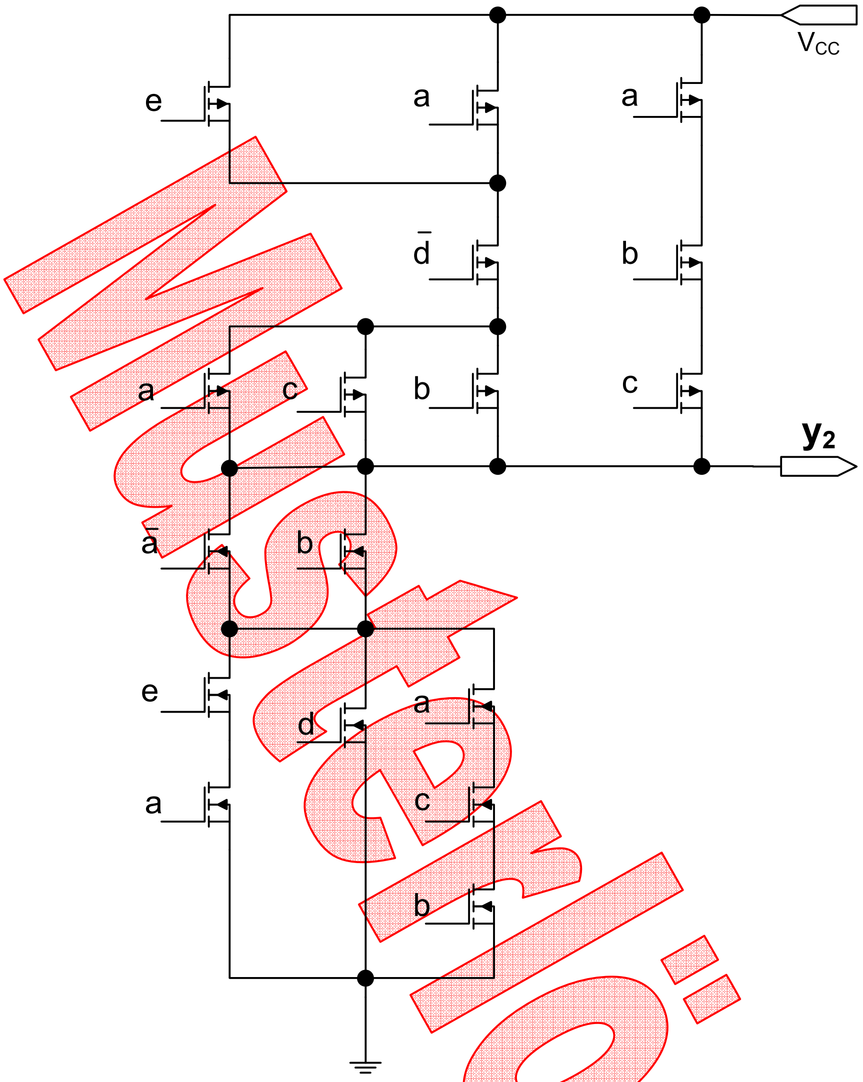


Abbildung 5

C) Geben Sie die Pull-Up Funktion F und die Pull-Down Funktion G für das in Abbildung 5 gegebene Schaltnetz an.

$$F = \overline{a}\,\overline{b}\,\overline{c} + \left(\left(\overline{a}+\overline{e}\right)\cdot d\cdot\left(\overline{a}+\overline{c}+\overline{b}\right)\right) = \overline{a}\,\overline{b}\,\overline{c} + \left(\left(\overline{a}d+d\overline{e}\right)\left(\overline{a}+\overline{c}+\overline{b}\right)\right)$$

$$= \overline{a}\,\overline{b}\,\overline{c} + \left(\overline{a}d + \overline{a}d\overline{e} + \overline{a}\,\overline{c}d + \overline{c}d\overline{e} + \overline{a}\,\overline{b}d + \overline{b}d\overline{e}\right)$$

$$= \overline{a}\,\overline{b}\,\overline{c} + \overline{a}d + \overline{c}d\overline{e} + \overline{b}d\overline{e}$$

$$G = \left(\overline{a}+b\right)\left(ae+d+abc\right) = \overline{a}d + abe + bd + abc$$

D) Überprüfen Sie die Schaltung auf Kurzschlüsse. Zeigen Sie daß keine Kurzschlüsse auftreten können, oder geben Sie die Eingangsbelegungen an bei denen ein Kurzschluß auftritt. Begründen Sie Ihre Antwort!

Kurzschlussfreiheit wenn gilt: $F \cdot G = 0$ (!)

$$\Rightarrow F \cdot G = \left(\bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}d + \bar{c}d\bar{e} + \bar{b}d\bar{e}\right)\left(\bar{a}d + abe + bd + abc\right)$$

$$= \left(\bar{a}\bar{b}\bar{c}d + \bar{a}d + \bar{a}\bar{c}d\bar{e} + \bar{a}\bar{b}d\bar{e}\right) + (0+0+0+0)$$

$$+\left(0 + \bar{a}bd + b\bar{c}d\bar{e} + 0\right) + (0+0+0+0)$$

$$= \bar{a}d + b\bar{c}d\bar{e}$$

Kurzschlüsse treten für 2 Belegungen auf:
a = 0 , d = 1 oder für die Belegung **b = 1 , c = 0 , d = 1 , e = 0**

E) Ist die Schaltung in Abbildung 5 wohldefiniert? Begründen Sie Ihre Antwort!

Wohldefiniert wenn gilt: $F = \overline{G}$ oder $F + G = 1$ (!)

$$\Rightarrow \left(\bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}d + \bar{c}d\bar{e} + \bar{b}d\bar{e}\right) = \overline{\left(\bar{a}d + abe + bd + abc\right)}$$

$$= \left(a + \bar{d}\right)\left(\bar{a} + \bar{b} + \bar{e}\right)\left(\bar{b} + \bar{d}\right)\left(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}\right)$$

$$= \bar{b} + \bar{a}\bar{d} + a\bar{c}\bar{d}\bar{e}$$

ABER: $\bar{b} + \bar{a}\bar{d} + a\bar{c}\bar{d}\bar{e} \neq \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}d + \bar{c}d\bar{e} + \bar{b}d\bar{e}$!!

Weiterhin: $F + G \neq 1$!!

$\Rightarrow$ nicht wohldefiniert (vgl. $a = 1,\ b = 0,\ d = 1,\ c = 0$)

Zusätzliches Lösungsblatt 1:

Zusätzliches Lösungsblatt 2: