Digitaltechnik

Klausur WS 2012/2013

Institut für Technik der Informationsverarbeitung – ITIV
Prof. Dr.-Ing. J. Becker

Digitaltechnik	
Datum:	22.03.2013
Name:	Max Mustermann
Matrikel-Nr.:	1234567
Hörsaal:	Audimax
Sitzplatznummer.:	**123**
ID:	234

Hinweise zur Klausur

Hilfsmittel

Als Hilfsmittel zur Prüfung sind vier Seiten vorgegebene und **ein DIN A4 Blatt** selbst geschriebene Formelsammlung zugelassen. Nicht erlaubt hingegen sind die Verwendung eines Taschenrechners, zusätzliche Unterlagen und jegliche Kommunikation mit anderen Personen.

Prüfungsdauer

Die Prüfungsdauer beträgt für die Klausur 120 Minuten.

Prüfungsunterlagen

Die Prüfungsunterlagen bestehen aus insgesamt 31 Seiten Aufgabenblättern (einschließlich diesem Titelblatt und zusätzlicher Lösungsblätter). Weiterhin sind 4 zusätzliche Seiten Formelsammlung enthalten.
Bitte vermerken Sie vor der Bearbeitung der Aufgaben auf jeder Seite oben Ihren Namen, auf der ersten Seite zusätzlich die Matrikelnummer!
Auf jedes zusätzliche Lösungsblatt ist neben dem Namen auch die Aufgabennummer mit einzutragen. Vermeiden Sie das Beschreiben der Rückseiten.
Am Ende der Prüfung sind die 31 Seiten Aufgaben- und Lösungsblätter und alle verwendeten zusätzlichen Lösungsblätter abzugeben.
Verwenden Sie zum Bearbeiten der Aufgaben lediglich dokumentenechte Schreibgeräte – keinen Bleistift sowie Rotstifte!

14

Aufgabe 1 Fehlererkennung und -korrektur

Aufgabe 1.1 Codierungen

Bei einer mobilen Messeinrichtung kommt eine Drehscheibe mit acht möglichen Zuständen zum Einsatz. Um die Daten auszuwerten, müssen sie an einen Computer übertragen werden. Dabei soll eine Funkverbindung zum Einsatz kommen.

A) Nennen Sie einen Code mit dem sich der Wandlungsfehler der Drehscheibe minimieren lässt und geben Sie eine entsprechende Codierung mit minimaler Bitanzahl an. 3

Zyklischer (0,5P) Gray Code (0,5P) (A)

Bewertungskriterien
A: 1P: zyklischer Gray Code
B: 1P einschrittige Codierung
C: 1P zyklische Codierung

Zustand	Codierung	Zustand	Codierung
1	*000*	5	*110*
2	*001*	6	*111*
3	*011*	7	*101*
4	*010*	8	*100*

Über die Funkübertragung wird ein Zustand nun immer als Paket übertragen. Die verwendete Verbindung ist allerdings störanfällig. Deshalb soll eine Fehlererkennung oder eine Fehlerkorrektur zum Einsatz kommen. Es ist davon auszugehen, dass pro Paket immer nur ein Fehler auftritt. Nun stehen zwei Möglichkeiten zur Verfügung:

1. Fehlererkennung mit Zustandscodierung wie oben und Paritätsbit.
2. Codierung der Zustände mit einer 3 aus 6 Codierung zur Fehlerkorrektur

B) Wie muss bei Methode 1 vorgegangen werden wenn ein fehlerhaftes Paket empfangen wird? 1

Das Paket muss wiederholt versendet werden.

C) Geben Sie die Benötigte Hamming-Distanz an um einen Fehler korrigieren zu können. Geben Sie auch die allgemeine Formel zur Bestimmung der korrigierbaren Fehler an. 1

$HD_{min}(x) = d = 2 * e + 1$, e: zu korrigierende Fehler

$HD_{min}(x) = d = 2 * 1 + 1 = 3$ (HDmin -1 / 2)

Bewertungskriterien
0,5P für HD = 3
1P Formel korrekt

Bewertungskriterien
A: 1P: Durschnitt bei Korrektur
B: 1P: Berechnung Durchschnitt bei Wiederholung (Formel)
C: 1P: Ergebnis

3

D) Berechnen Sie nun die Paketfehlerw… Fehlerkorrektur nach Methode 2 der Fe… vorzuziehen ist. Gehen sie davon aus, d… fehlerfrei übertragen werden und bei Metho… benötigter Hamming-Distanz zur Verfügung s…

Fehlerkorrektur mit 3 aus 6 Codierung benötigt 6 Bit pro Paket.

Max. 1 Fehler ist korrigierbar -> keine Wiederholungen

⇨ *Durchschnittlich 6 Bit pro Paket*

Fehlererkennung mit Parität: 3 Bit Codierung + 1 Bit Parität = 4 Bit pro Paket. Bei Fehlerfall wiederholung des Pakets *(A)*

⇨ *Wenn durchschnittlich übertragene Bits D >= 6 Bit dann korrektur*

⇨ *D = 6 Bit = Bits/Paket * Fehlerrate X + Bits / Paket* *(B)*

⇨ *6 Bit = 4 Bit * X + 4 Bit => X = 1/2* *(C)*

⇨ *Ab einer Paketfehlerrate größer 50% ist die Fehlerkorrektur sinnvoller.*

Aufgabe 1.2 Blocksicherung

Die folgende ASCII-Zeichenkette soll über einen störanfälligen Kanal übertragen werden:

„DTisFun"

Abbildung 1-1: ASCII-Zeichenkette

Dabei soll eine Blocksicherung mit <u>gerader Parität</u> v…

Bewertungskriterien
-0,5P pro Fehler

3

A) Tragen Sie die entsprechenden ASCII Codes … und ergänzen Sie die Paritätsbits und das Prüfwort.
Hinweis: nehmen Sie die ASCII-Tabelle aus der Formelsammlung zur Hilfe.

Zeichen	MSB			**Codeworte**			LSB	**Parität**
D	1	0	0	0	1	0	0	0
T	1	0	1	0	1	0	0	1
i	1	1	0	1	0	0	1	0
s	1	1	1	0	0	1	1	1
F	1	0	0	0	1	1	0	1
u	1	1	1	0	1	0	1	1
n	1	1	0	1	1	1	0	1
Prüfwort	1	0	1	0	1	1	1	1

Tabelle 1-1: Codewort-Tabelle

3

B) Sie wollen die oben angegebene Zeichenkette nun als Bitstrom über eine störanfällige Übertragungsstrecke mit einer Übertragungsrate von 2000 Bit/s senden. Dabei kommt eine Blocksicherung bei der Übertragung zum Einsatz. Der Bitstrom wird in einem Block übertragen
Der minimale Abstand zwischen zwei Störungen beträgt 100ms. Ein Bit gilt als fehlerhaft, sobald es während der Übertragungsdauer gestört ist.

Berechnen sie die maximale Dauer einer möglichen Bündelstörung in Bit und in ms die durch das oben beschriebene Verfahren abgefangen werden kann.

Nutzdatenzeilen: 7, Nutzdatenspalten: 7

Zeilen/Spalten insgesammt: 8

*Nutzdaten: 7 * 7 = 49Bit*

Maximale Länge der Bündelstöhrung in Bit: 8 Bit (A)

Übertragungsgeschwindigkeit: 2000Bit/s

⇨ *8Bit = x * (2000 Bit/s) (B)*

⇨ *x = 8Bit / (2000Bit/s)*

⇨ *x = 4s / 1000*

⇨ *x = 4ms (C)*

Bewertungskriterien

A: 1P: Länge in bit

B: 1P: Länge in MS (Rechenweg)

C: 1P: richtiges Ergebnis

13

Aufgabe 2 Mengen, Relationen und Graphen

Aufgabe 2.1 Allgemeines

Kreuzen Sie an, ob die Vervollständigung der Aussage wahr oder falsch ist. Für falsch gesetzte Kreuze gibt es Punktabzug. Die Aufgabe wird jedoch nicht mit weniger als null Punkten bewertet.

A) Man kann beweisen, dass zu jedem Graphen ein isomorpher … geometrischer Graph existiert. 1

	Pro falsches Kreuz: -0,5	wahr	falsch
zweidimensionaler			x
dreidimensionaler		x	

B) Die Planarität eines Graphen bedeutet, dass man einen … Graphen zum Ursprungsgraph konstruieren kann. 1

	Pro falsches Kreuz: -0,5	wahr	falsch
isomorphen		x	
dualen		x	

Pro falsches Kreuz: -0,5
Min. 0 Pkt. pro Teilaufgabe

Aufgabe 2.2 Graphen

In Abbildung 2-1 ist ein gerichteter Graph gegeben.

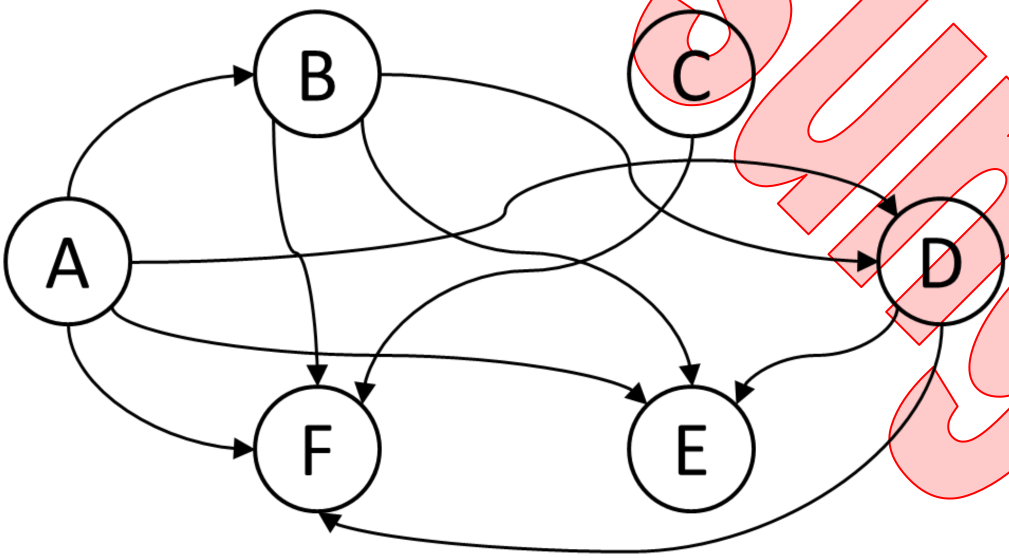


Abbildung 2-1: Gerichteter Graph I

A) Der Graph aus Abbildung 2-1 stellt eine Relation dar. Kreuzen Sie an, welche Eigenschaften die dargestellte Relation besitzt. Für falsch gesetzte Kreuze gibt es Punktabzug. Die Aufgabe wird jedoch nicht mit weniger als null Punkten bewertet. 2

	wahr	falsch
Reflexivität		x
Symmetrie		x
Antisymmetrie	x	
Transivität	x	

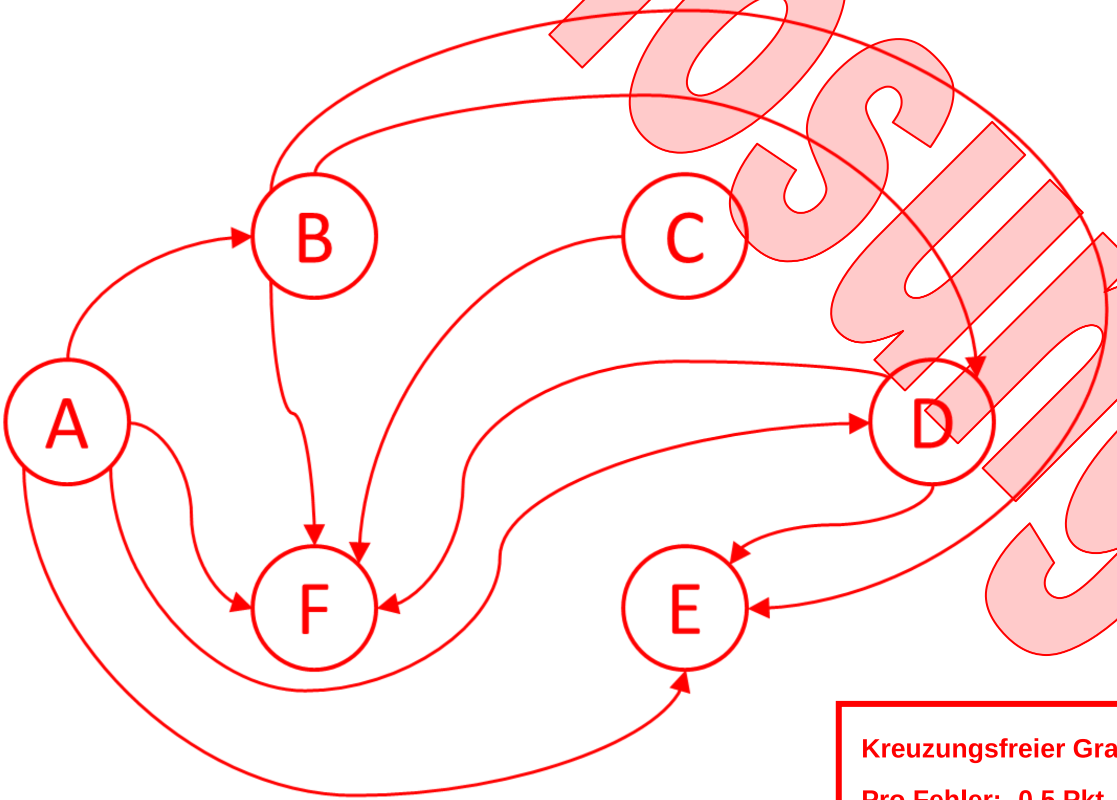
Pro falsches Kreuz: -0,5

B) Geben Sie eine Definition eines planaren Graphen an. 2

*Es existiert ein **zugehöriger, isomorpher** Graph, der **in der Ebene überschneidungsfrei** (alternativ: **zweidimensional geometrisch**) ist.*

Pro fehlende Eigenschaft: -0,5

C) Ist der in Abbildung 2-1 gegebene Graph planar? Falls ja, weisen Sie dies mittels einer graphischen Lösung nach. 2



Kreuzungsfreier Graph 1 Pkt.

Pro Fehler: -0,5 Pkt.

Aufgabe 2.3 Graphen und Relationen

In Abbildung 2-2 ist ein gerichteter Graph mit vier Knoten gegeben. Dieser soll in den folgenden Aufgabenteilen analysiert und modifiziert werden.

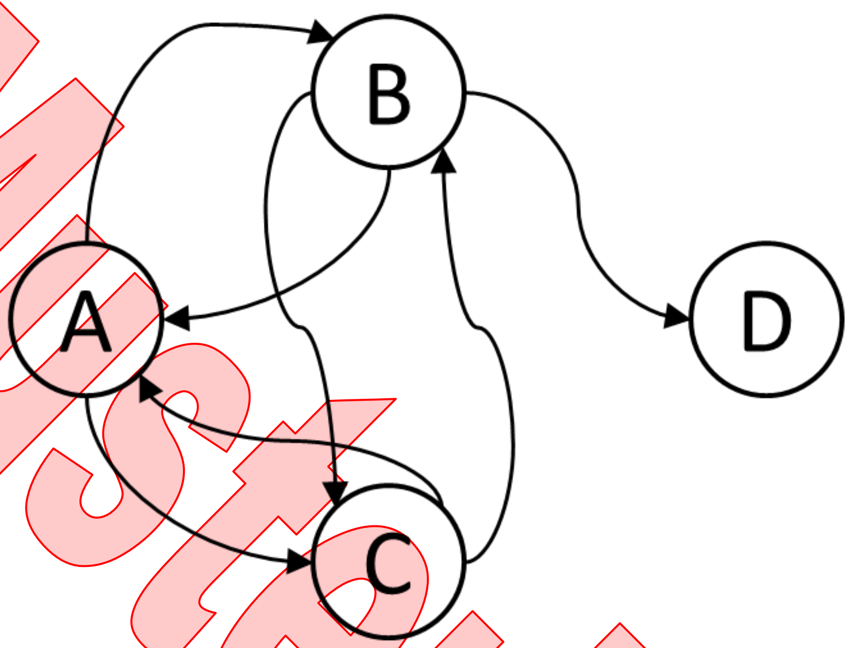
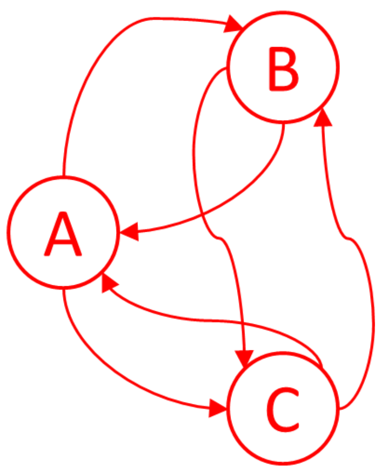


Abbildung 2-2: Gerichteter Graph II

A) Betrachten Sie alle Kanten des Graphen als ungerichtet. Existiert innerhalb des nun ungerichteten Graphen eine Clique? Wenn ja, geben Sie die Knoten der maximalen Clique und deren Kardinalität an. 1

A, B und C bilden eine Clique

Kardinalität = 3 (zeichnerische Lösung nicht gefragt)



4

B) Modifizieren Sie den gegebenen Graphen so, dass er eine Verträglichkeitsrelation darstellt. Geben Sie zuerst die Eigenschaften einer Verträglichkeitsrelation an und erklären Sie kurz, wie der Graph geändert werden muss, damit die entsprechenden Eigenschaften erfüllt sind. Zeichnen sie die Modifikationen in den Graphen aus Abbildung 2-3 ein.

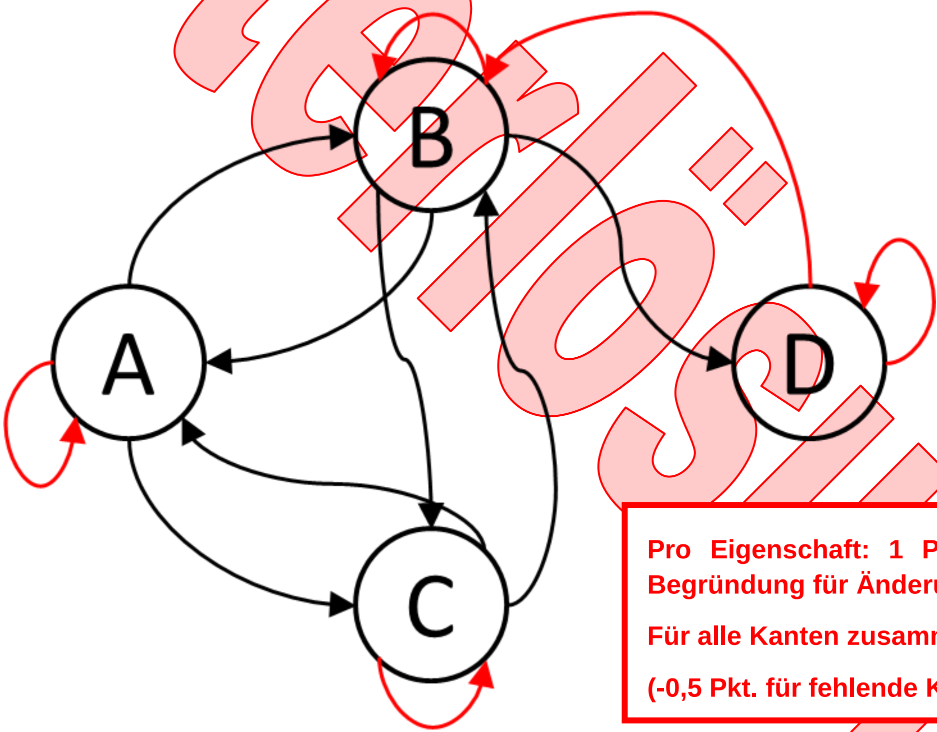
*Eine Verträglichkeitsrelation muss **reflexiv** und **symmetrisch**;*

*aber **nicht transitiv** sein.*

Reflexivität wird durch das Hinzufügen der 4 Schleifen erreicht.

Symmetrie wird durch das Hinzufügen der Kante von D auf B erreicht.

Der Graph ist bereits nicht transitiv.



Pro Eigenschaft: 1 Pkt. (nur mit Begründung für Änderung)

Für alle Kanten zusammen 1 Pkt.

(-0,5 Pkt. für fehlende Kante)

Abbildung 2-3: Gerichteter Graph II

14

Aufgabe 3 Boolsche Algebra

Aufgabe 3.1 Entwicklungssatz

Gegeben sei folgende boolsche Funktion:

$$\boldsymbol{x(d,c,b,a) = (a \equiv b)c\bar{d} \vee (\overline{\bar{c} \vee d}) \vee \bar{a}b(c \oplus d) \vee (\overline{a \vee \bar{b} \vee c})}$$

A) Formen Sie die Funktion x(d,c,b,a) so um, dass er sich mit dem Entwicklungssatz nach Shannon entwickeln lässt. Also so, dass nur noch UND, ODER und NICHT Gatter verwendet werden. 2

$$x(d,c,b,a) = (ab \vee \bar{a}\bar{b})c\bar{d} \vee (c\bar{d}) \vee \bar{a}b(\bar{c}d \vee c\bar{d}) \vee (\bar{a}b\bar{c})$$

Je Umformung (XOR, Äquivalenz) je 0,5P

Restliche Umformungen 1 Pkt.

Gegeben sei folgende boolsche Funktion:

$$\boldsymbol{y(d,c,b,a) = a\bar{b}(\bar{c}d \vee c\bar{d}) \vee (a\bar{b}) \vee (ab \vee \bar{a}\bar{b})\bar{c}d \vee (\bar{b}cd)}$$

B) Entwickeln Sie den Ausdruck y mit Hilfe des Booleschen Entwicklungssatzes in der Reihenfolge d, c, b, a. Geben Sie alle Zwischenergebnisse an. Hinweis: Bringen Sie den Funktionsausdruck zuerst in eine geeignete Form. 4

Entwicklung nach d:

0,5P $y(0,c,b,a) = a\bar{b}(\bar{c}0 \vee c1) \vee a\bar{b} \vee (ab \vee \bar{a}\bar{b})\bar{c}0 \vee \bar{b}c0 = a\bar{b}c \vee a\bar{b} = a\bar{b}$

0,5P $y(1,c,b,a) = a\bar{b}(\bar{c}1 \vee c0) \vee a\bar{b} \vee (ab \vee \bar{a}\bar{b})\bar{c}1 \vee \bar{b}c1 = a\bar{b}\bar{c} \vee a\bar{b} \vee (ab \vee \bar{a}\bar{b})\bar{c} \vee \bar{b}c =$
$a\bar{b} \vee ab\bar{c} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee \bar{b}c$

Entwicklung nach c:

0,5P $y(0,0,b,a) = a\bar{b}$ $y(0,1,b,a) = a\bar{b}$

0,5P $y(1,0,b,a) = a\bar{b} \vee ab1 \vee \bar{a}\bar{b}1 \vee \bar{b}0 = a\bar{b} \vee ab \vee \bar{a}\bar{b} = a \vee \bar{a}\bar{b}$ ODER $ab \vee \bar{b}$

$y(1,1,b,a) = a\bar{b} \vee ab0 \vee \bar{a}\bar{b}0 \vee \bar{b}1 = a\bar{b} \vee \bar{b} = \bar{b}$

Entwicklung nach b:

0,5P	$y(0,-,0,a) = a$	$y(0,-,1,a) = 0$	$y(1,0,0,a) = a \vee \bar{a} = 1$
0,5P	$y(1,0,1,a) = a$	$y(1,1,0,a) = 1$	$y(1,1,1,a) = 0$

Entwicklung nach a:

0,5P	$y(0,-,0,0) = 0$	$y(0,-,0,1) = 1$
0,5P	$y(1,0,1,0) = 0$	$y(1,0,1,1) = 1$

1 Pkt. Abzug bei falscher Entwicklungsreihenfolge

Alternative Lösung:

$y(d,c,b,a) = a\bar{b} \vee abc\bar{}d \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c}d \vee \bar{b}cd$

Je Entwicklung d,c,b,a 1P

Angabe der Restterme nicht erforderlich!

1P Entwicklung nach d:

$y(d,c,b,a) = d\left(a\bar{b} \vee ab\bar{c} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee \bar{b}c\right) \vee \bar{d}\left(a\bar{b}\right)$

1P Entwicklung nach c:

$= y(d,c,b,a) = d[c(\bar{b}) \vee \bar{c}\left(a\bar{b} \vee ab \vee \bar{a}\bar{b}\right)] \vee \bar{d}[c(a\bar{b}) \vee \bar{c}(a\bar{b})]$

1P Entwicklung nach b:

$= y(d,c,b,a) = d[c(\bar{b}(1) \vee \mathrm{b}(0)) \vee \bar{c}\left(\bar{b}(1) \vee \mathrm{b}(\mathrm{a})\right] \vee \bar{d}[c(\bar{b}(\mathrm{a}) \vee b(0)) \vee \bar{c}(\bar{b}(\mathrm{a}) \vee b(0))]$

1P Entwicklung nach a:

$= y(d,c,b,a) = d[c(\bar{b}(1) \vee \mathrm{b}(0)) \vee \bar{c}(\bar{b}(1) \vee \mathrm{b}(\mathrm{a}(1) \vee \bar{\mathrm{a}}(0))] \vee \bar{d}[c(\bar{b}(\mathrm{a}(1) \vee \bar{\mathrm{a}}(0)) \vee b(0)) \vee \bar{c}(\bar{b}(\mathrm{a}(1) \vee \bar{\mathrm{a}}(0)) \vee b(0))]$

Aufgabe 3.2 Multiplexerschaltungen

Gegeben sei die Funktion $z(d,c,b,a)$ in den beiden Formen:

1. Restfunktionen:

$z(0,0,b,a) = (\bar{a} \wedge b) \vee (a \wedge \bar{b})$	$z(0,0,0,a) = a$	$z(0,0,0,0) = 0$
$z(0,1,b,a) = 1$	$z(0,0,1,a) = \bar{a}$	$z(0,0,0,1) = 1$
$z(1,0,b,a) = 0$	$z(1,1,0,a) = 0$	$z(0,0,1,0) = 1$
$z(1,1,b,a) = (a \wedge b)$	$z(1,1,1,a) = a$	$z(0,0,1,1) = 0$
		$z(1,1,1,0) = 0$
		$z(1,1,1,1) = 1$

2. Algebraische Entwicklung

$$z(d,c,b,a) = \bar{d}\left(\bar{c}\left(\bar{b}\big(\bar{a}(0) \vee a(1)\big) \vee b\big(\bar{a}(1) \vee a(0)\big)\right) \vee c(1)\right) \vee d\left(\bar{c}(0) \vee c\left(\bar{b}(0) \vee b\big(\bar{a}(0) \vee a(1)\big)\right)\right)$$

A) Die bereits entwickelte Funktion z soll für eine Field Programmable Gate Array (FPGA) Realisierung mit 4:1 Multiplexern umgesetzt werden. Die Eingangsliterale a, b, c, d sollen dabei ausschließlich als Steuersignale genutzt werden. Zeichnen Sie die minimale Multiplexerschaltung. Hierzu sind in Abbildung 3-1 bereits drei 4:1 Multiplexern vorgegeben. 3

Antwort ohne vorgegebene Linien (je 2 Eingänge für 0,5P)

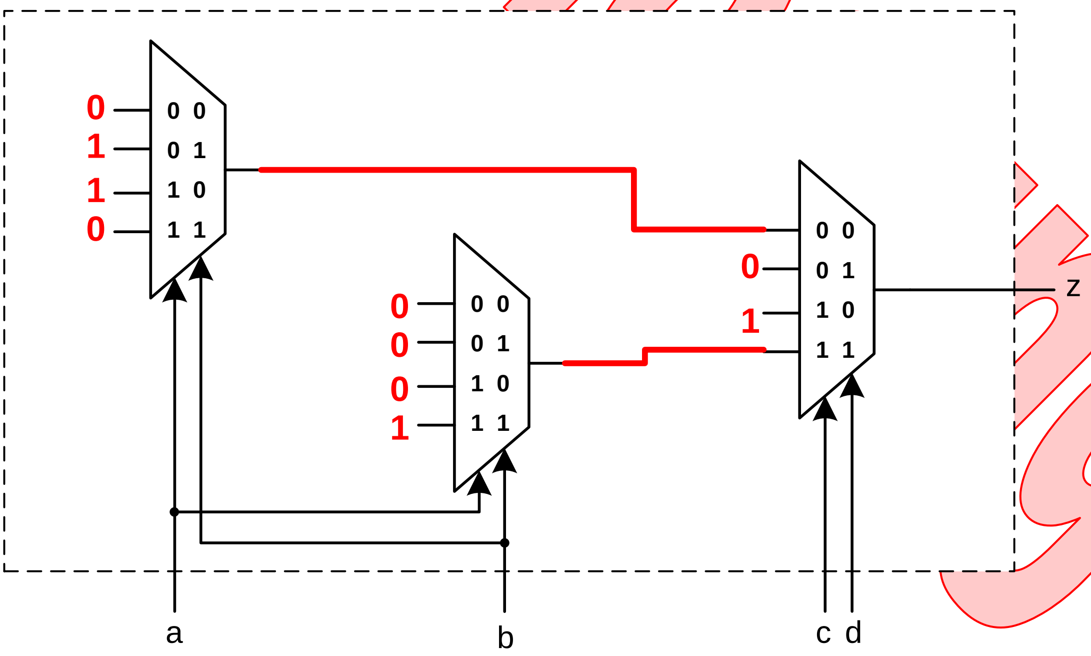


Abbildung 3-1: 4:1 Multiplexer-Schaltung

Aufgabe 3.3 Boolsche Funktionen

Gegeben sei die Funktion $u(a,b,c)$ durch ihre Wahrheitstabelle wie sie in Tabelle 3-1dargestellt ist.

a	b	c	u
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Tabelle 3-1: Wahrheitstabelle

A) Ermitteln Sie zunächst die DNF des Ausgangs u aus Tabelle 3-1: **1**

$y(c,b,a) = \bar{a}\bar{b}c \vee \bar{a}b\bar{c} \vee a\bar{b}\bar{c} \vee abc$

-0,5P bei falschem Term

B) Für die Realisierung der Funktion $u(a,b,c)$ stehen nur NOR-Gatter und NOT-Gatter zur Verfügung. Formen Sie daher die ermittelte DNF in eine NOR-Form um bei der nur NOR Gatter und NOT-Gatter verwendet werden. **3**

$y(c,b,a) = \bar{a}\bar{b}c \vee \bar{a}b\bar{c} \vee a\overline{\bar{b}c} \vee acb$

1P $= \overline{\overline{\bar{a}\bar{b}c \vee \bar{a}b\bar{c} \vee a\bar{b}\bar{c} \vee acb}}$

$= \overline{\overline{\bar{a}\bar{b}c} \wedge \overline{\bar{a}b\bar{c}} \wedge \overline{a\bar{b}\bar{c}} \wedge \overline{abc}}$

1P $= \overline{(a \vee b \vee \bar{c}) \wedge (a \vee \bar{b} \vee c) \wedge (\bar{a} \vee b \vee c) \wedge (\bar{a} \vee \bar{b} \vee \bar{c})}$

$= \overline{\overline{\overline{(a \vee b \vee \bar{c}) \wedge (a \vee \bar{b} \vee c) \wedge (\bar{a} \vee b \vee c) \wedge (\bar{a} \vee \bar{b} \vee \bar{c})}}}$

1P $= \overline{\overline{\overline{(a \vee b \vee \bar{c})} \vee \overline{(a \vee \bar{b} \vee c)} \vee \overline{(\bar{a} \vee b \vee c)} \vee \overline{(\bar{a} \vee \bar{b} \vee \bar{c})}}}$

C) Geben Sie an, welche Grundschaltung durch die Funktion $u(a,b,c)$ in Tabelle 3-1 realisiert wird. **1**

Summe eines Volladdierers / XOR (Verknüpfung der drei Literale) / Gerade Parität

13

Aufgabe 4 Zahlensysteme

Aufgabe 4.1 Addition in Fließkommadarstellung

4

Gegeben sind die beiden Zahlen 1100101010110000_B und 1101000100101110_B in Fließkommadarstellung. Die Zahlendarstellung erfolgt mit 1-Bit Vorzeichen, 6-Bit-Exponent und 9-Bit-Mantisse. Berechnen Sie die Summe der beiden Zahlen und geben Sie das Ergebnis in der gleichen Darstellungsform an. Geben Sie alle Zwischenschritte an.

$Z = -1^V \cdot 2^{E-31} \cdot (1, M)$

Zahl 1: $100101_B = 37_D$

$-2^{37-31} \cdot 1{,}010110000 = -2^{40-31} \cdot 0{,}001010110$

Zahl 2: $101000_B = 40_D$

$-2^{40-31} \cdot 1{,}100101110$

Addition der Mantissen: $0{,}001010110_B + 1{,}100101110_B = 1{,}110000100_B$

$$
\begin{array}{r}
0{,}001010110 \\
+1{,}100101110 \\
111111 \\
= 1{,}110000100
\end{array}
$$

Ergebnis: $-2^{40-31} \cdot 1{,}110000100 = 1101000110000100_B$

Bewertungskriterien

Je 1 P richtige Darstellung der beiden Zahlen

1 P Addition

1 P richtiges Ergebnis

Aufgabe 4.2 Zahlenkonvertierung

Gegeben ist die Zahl $C906_H$.

A) Geben Sie die Zahl zunächst in einer binären Darstellung an. 1

$C906_H$= 1100 1001 0000 0110

B) Geben Sie die Zahl nun in oktaler Darstellung an. 1

$Z = 144406_o$

C) Interpretieren Sie die gegebene Zahl als 16 Bit Fließkommazahl, wobei ein Bit für das Vorzeichen, 6 Bit für den Exponent und 9 Bit für die Mantisse genutzt wird. Berechnen Sie nun die dezimale Darstellung. Geben Sie alle Teilschritte an und beschränken Sie die Berechnung der Nachkommastellen auf zwei Stellen. 2

$VZ = 1$

$E = 100100_B = 2^5 + 2^2 = 36$

$M = 100000110_B = 2^9 + 2^2 + 2^1 = 262$

Bewertungskriterien

1 Pkt. für VZ, E, M

1 Pkt. für Einsetzen in Formel (z)

Z = siehe unten

Nebenrechnung: $262 \div 512 \approx 0{,}51$

Alternativ: $z = -2^5 * 1{,}100000110_b = -(32 + 16 + 0{,}25 + 0{,}125) = -48{,}375$

$$Z = (-1)^1 \cdot \left(1{,}0 + \frac{262}{512}\right) \cdot 2^{36-31} = (-48{,}375)$$

Aufgabe 4.3 Zweierkomplement

3

Subtrahieren Sie die im Dezimalsystem gegebene Zahl 224_D von der Zahl 111_D. Führen Sie diese Rechnung komplett im binären Zahlensystem durch. Stellen Sie ihren Lösungsweg – inklusive aller notwendigen Schritte – ausführlich dar. Geben Sie anschließend das Ergebnis im dezimalen Zahlensystem an.

Konvertierung:

$111_D = 0\,0110\,1111_B$

$224_D = 0\,1110\,0000_B$

Zweierkomplementdarstellung von 224_D:

$100011111_B + 1_B = 100100000_B$

Addition:

001101111

$+100100000$

11

$= 110001111$

Das Ergebnis ist negativ. Bilden des Zweierkomplements:

$001110000_B + 1_B = 1110001_B$

Ergebnis dezimal: -113_D

Bewertungskriterien

Je 0,5 P pro Konvertierungen

0,5 Pkt. Zweierkomplement

0,5 Pkt. Auf neun Stellen erweitert

0,5 Pkt. Addition

0,5 Pkt. richtiges Ergebnis

Aufgabe 4.4 Zahlensysteme

2

Gegeben ist die Zahl 248_{13}. Wandeln Sie die Zahl in ein Zahlensystem mit Basis 15 um.

$Z_{10} = 2 \cdot 13^2 + 4 \cdot 13^1 + 8 \cdot 13^0 = 398$

$Z_{15}: 398/15 = 26\ R\ 8$

$26/15 = 1\ R\ 11 \Rightarrow B$

$1/15 = 0R\ 1 \quad => 1B8_{15}$

$Alternativ: Z_{15} = 225 + 165 + 8 = 1 \cdot 15^2 + 11 \cdot 15^1 + 8 \cdot 15^0 = 1B8_{15}$

Bewertungskriterien

1 Pkt für Umrechnung in Dezimal

1 Pkt für Umrechnung in Basis 15

16

Aufgabe 5 Minimierung

Aufgabe 5.1 Petrickausdruck

2

A) In Tabelle 5-1 ist eine Überdeckungstabelle gegeben.

	1	12	13	16	Präsenzvariable
$a\bar{b}\bar{d}$	X				p_1
$a\bar{c}$	X		X		p_2
$b\bar{c}d$		X	X		p_3
$\bar{a}bd$		X		X	p_4

Tabelle 5-1: Überdeckungstabelle 1

Ordnen Sie den Primimplikanten eine Präsenzvariable (p_n) zu und tragen Sie diese in die dafür vorgesehene Spalte in Tabelle 5-1 ein. Geben Sie anschließend den Petrickausdruck an.

$P_e = (p_1+p_2) \cdot (p_3+p_4) \cdot (p_2+p_3) \cdot p_4$

1 Pkt. für Präsenzvariablen

1 Pkt. für richtigen Petrickausdruck

3

B) Bestimmen Sie aus dem Petrickausdruck alle disjunktiven Minimalformen.

Ausdistribuieren des Petrickausdrucks:

$P_e = (p_1+p_2) \cdot (p_3+p_4) \cdot (p_2+p_3) \cdot p_4$

$= p_2p_4 + p_1p_3p_4$

DMF₁: $y = a\bar{c} + \bar{a}bd$

DMF₂: $y = a\bar{b}\bar{d} + b\bar{c}d + \bar{a}bd$

2 Pkt. Für Aufstellen des PA und Ausdistribuierten des Ergebnis

0,5 Pkt pro korrekte DMF

Aufgabe 5.2 Verfahren nach Petrick

In den folgenden Teilaufgaben sollen verschiedene Schritte des Petrickverfahrens durchgeführt werden.

A) In untenstehender Überdeckungstabelle (Tabelle 5-2) sind die überdeckenden Größen durch die Präsenzvariablen a, b, c, d, e, f und g gegeben. Die zu überdeckenden Größen E_i sind von E_1 bis E_8 indiziert. Bestimmen Sie alle Kerne aus Tabelle 5-2 und markieren Sie die entsprechende(n) Zelle(n). Geben Sie die streichbaren Spalte(n) an. 2

pi/Ei	**E_1**	**E_2**	**E_3**	**E_4**	**E_5**	**E_6**	**E_7**	**E_8**
a		X				X		X
b	X		X					
c							X	
d	X		X	X			X	
e		X			X			X
f						X		X
g	X	X			X		X	

Tabelle 5-2: Überdeckungstabelle 2

Kernspalte(n):

E_4

Streichbare Spalte(n):

(E_4), E_1, E_3, E_7

0,5 Pkt. pro Kern

0,5 pro streichbare Spalte (ohne E4)

3

B) Wenden Sie die Spaltendominanzregel auf Tabelle 5-3 an. Welche Spalte(n) können gestrichen werden? Streichen Sie die entsprechende(n) Spalte(n) und geben Sie die dominierte(n) und zugehörigen dominierende(n) Spalte(n), sowie die streichbare(n) Spalte(n) an.

pi/Ei	E1	E2	~~E3~~	E4	~~E5~~	~~E6~~	E7	E8	E9
a		X	X		X		X		
b	X				X				
c			X	X		X	X		
d	X		X		X			X	
e		X							
f		X		X		X			X
g					X	X		X	X

Tabelle 5-3: Überdeckungstabelle 3

Dominierende Spalte(n):	E_5	E_6	E_3			
<u>Dominierte</u> Spalte(n):	E_1, E_8	E_4, E_9	E_7			
Streichbare Spalte(n):	E_5	E_6	E_3			

1 Pkt. pro korrekte Spalte in Ergebnistabelle

Es müssen alle dominierten Spalten angegeben werden (-0,5 P)

C) Wenden Sie nun die <u>Zeilendominanzregel</u> auf die bereits reduzierte Tabelle 5-4 an. Welche Zeile(n) können gestrichen werden? <u>Streichen Sie</u> die entsprechende(n) <u>Zeile(n) und die Spalte(n)</u> die durch dominierende Zeilen überdeckt werden. Geben Sie die dominierte(n) und zugehörigen dominierende(n) Zeile(n), sowie die streichbaren Zeile(n) in der Tabelle 5-4 an. Beachten Sie dabei, dass minimale Kosten (gegeben in gate equivalent (GE)) entstehen sollen. Neu entstandene Kerne dürfen mitverwendet werden. Führen Sie das Petrickverfahren zu Ende. 5

Pi/Ei	E3	E4	E6	E9	E13	Kosten
b				X	X	1 GE
d				X		2 GE
e		X	X			3 GE
f	X			X		4 GE
h					X	5 GE
i	X					6 GE
k			X			7 GE
l		X				8 GE

Tabelle 5-4: reduzierte Überdeckungstabelle

1 Pkt pro korrekter Spalte in Ergebnistabelle

Dominierende Zeile(n):	e	e	f	b	b	
<u>Dominierte</u> Zeile(n):	l	k	i	h	d	
Streichbare Zeile(n):	l	k	i	h	d	

D) Geben Sie die Kosten der in Teilaufgabe C) gefundenen Überdeckung an. 1

Kosten:

1 Pkt für korrekte Kosten

Verwendete Präsenzvariablen: b, e, f

Kosten: 1GE + 3GE + 4GE = 8 GE

13

Aufgabe 6 Optimale Codes

Aufgabe 6.1 Huffman-Codierung

Zur komprimierten Speicherung von Dateien soll der folgende Algorithmus angewandt werden:

- Die Datei wird in Zeichengruppen von jeweils 16 Bit unterteilt.
- Die Auftrittshäufigkeiten der einzelnen 16-Bit-Zeichengruppen wird gezählt.
- Für die Zeichengruppen wird eine optimale Codierung nach Huffman erstellt.

Inhalt der Datei:

10FE 1011 A300 A300 C845 A300 10FF A300 1011
391D 10FE A300 1011 10FF 1011 A300 10FE 391D

A) Identifizieren Sie alle unterschiedlichen Zeichenfolgen. Geben Sie deren Auftrittshäufigkeit und ihre Auftrittswahrscheinlichkeit in Tabelle 6-1 an. 2

Zeichengruppe	Auftrittshäufigkeit	Auftrittswahrscheinlichkeit
10FE	3 mal	3/18
1011	4 mal	4/18
A300	6 mal	6/18
C845	1 mal	1/18
391D	2 mal	2/18
10FF	2 mal	2/18

1 Pkt für korrekte Häufigkeit
1 Fehler: -0,5 P
Ab 2 Fehler: -1 P
1 Pkt für Wahrscheinlichkeit
1 Fehler: -0,5 P
Ab 2 Fehler: -1 P

Tabelle 6-1: Auftrittshäufigkeit & Wahrscheinlichkeit

B) Welche mittlere Codewortlänge würde sich ergeben, wenn man alle Zeichen mit gleicher Länge codieren würde? 1

6 Zeichen => ld(6)= 3 Bit

Um 6 Zeichen zu codieren sind Codewörter mit einer Länge von 3 Bit nötig.

Bei gleicher Länge aller CW entspricht die mittlere CW-Länge der Länge eines CW.

1 Pkt. für korrekten Wert

Begründung war nicht verlangt

Die folgenden Teilaufgaben sind unabhängig von den vorherigen Teilaufgaben!

C) Ermitteln Sie eine **Huffman**-Codierung für die unten angegebenen Zeichengruppen. Die Auftritthäufigkeiten der Zeichengruppen sind in den Klammern in Tabelle 6-2 (1. Schritt) angegeben. Geben Sie nun die einzelnen Schritte zur Ermittlung der **Huffman**-Codierung in der unten stehenden Tabelle 6-2 an. Kennzeichnen Sie dabei eindeutig, welche Knoten in welchem Schritt zusammengefasst werden. *Die explizite Angabe von Codewörtern ist nicht nötig.* 5

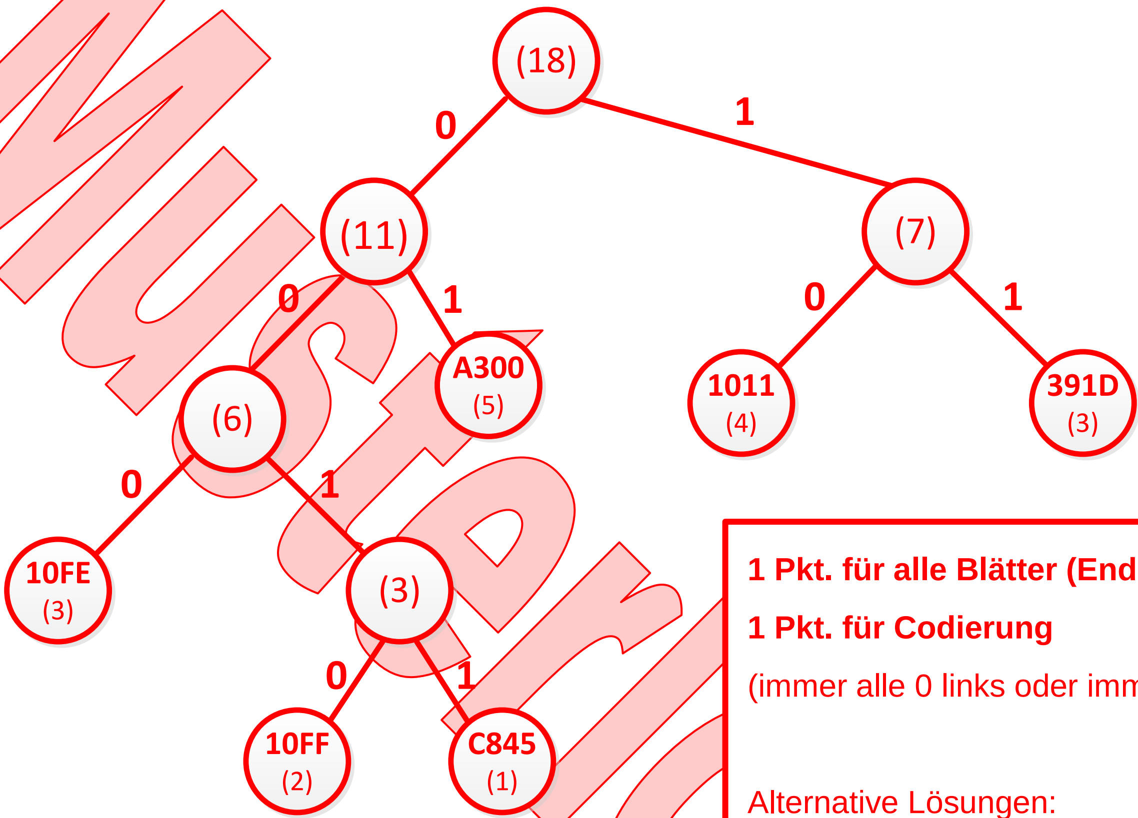
1. Schritt	A300 (5)	1011 (4)	391D (3)	10FE (3)	10FF (2)	C845 (1)	
2. Schritt	A300 (5)	1011 (4)	391D (3)	10FE (3) 6	10FF (2) 3	C845 (1)	1+2
3. Schritt	A300 (5)	1011 (4)	391D (3)	10FE (3) 6	10FF (2) 3	C845 (1)	3+3
4. Schritt	10FE (3) 6	10FF (2) 3	C845 (1)	A300 (5)	1011 (4) 7	391D (3)	4+3
5. Schritt	1011 (4) 7	391D (3)	10FE (3) 6	10FF (2) 3	C845 (1) 11	A300 (5)	6+5
6. Schritt	10FE (3) 6	10FF (2) 3	C845 (1) 11	A300 (5) 18	1011 (4) 7	391D (3)	11+7
7. Schritt							

Pro Schritt ein Punkt
(Alternativen möglich)

Tabelle 6-2: Schrittweise Huffman-Codierung

D) Zeichnen Sie nun den **Huffman**-Codierbaum entsprechend Ihres Ergebnisses aus Aufgabe C). Tragen Sie dabei in alle Blätter des Baumes die entsprechende Zeichengruppe. Ordnen Sie außerdem allen Ästen eine sinnvolle Kodierung zu.

2



1 Pkt. für alle Blätter (Endknoten)

1 Pkt. für Codierung

(immer alle 0 links oder immer 1 links)

Alternative Lösungen:

Vertauschen der Blätter/Teilbäume mit der Auftrittswahrscheinlichkeit 3

E) Ermitteln Sie eine **Shannon-Fano**-Codierung für die unten angegebenen Zeichengruppen. Die Auftritthäufigkeiten der Zeichengruppen sind in den Klammern in Tabelle 6-3 (1. Schritt) angegeben. Geben Sie nun die einzelnen Schritte zur Ermittlung der **Shannon-Fano**-Codierung in der unten stehenden Tabelle 6-3 an. Kennzeichnen Sie dabei eindeutig, wie die Knotenmengen in jedem Schritt unterteilt werden. *Die explizite Angabe von Codewörtern ist nicht nötig.* 3

1. Schritt	A300 (5)	1011 (4)	391D (3)	10FE (3)	10FF (2)	C845 (1)
2. Schritt	A300 (5)	1011 (4)	391D (3)	10FE (3)	10FF (2)	C845 (1)
3. Schritt	A300 (5)	1011 (4)	391D (3)	10FE (3)	10FF (2)	C845 (1)
4. Schritt	A300 (5)	1011 (4)	391D (3)	10FE (3)	10FF (2)	C845 (1)
5. Schritt						
		Alternative: ab Schritt 3				
6. Schritt	A300 (5)	1011 (4)	391D (3)	10FE (3)	10FF (2)	C845 (1)
7. Schritt	A300 (5)	1011 (4)	391D (3)	10FE (3)	10FF (2)	C845 (1)

Tabelle 6-3: Schrittweise Shannon-Fano-Codierung

Pro Schritt 1 Punkte

22

Aufgabe 7 Schaltwerke und Automaten

Aufgabe 7.1 Automatenentwurf

Abbildung 7-1 zeigt ein unvollständiges Ablaufdiagramm eines Automaten. Die zugehörige Ablauftabelle ist unvollständig in Tabelle 7-1 angegeben.

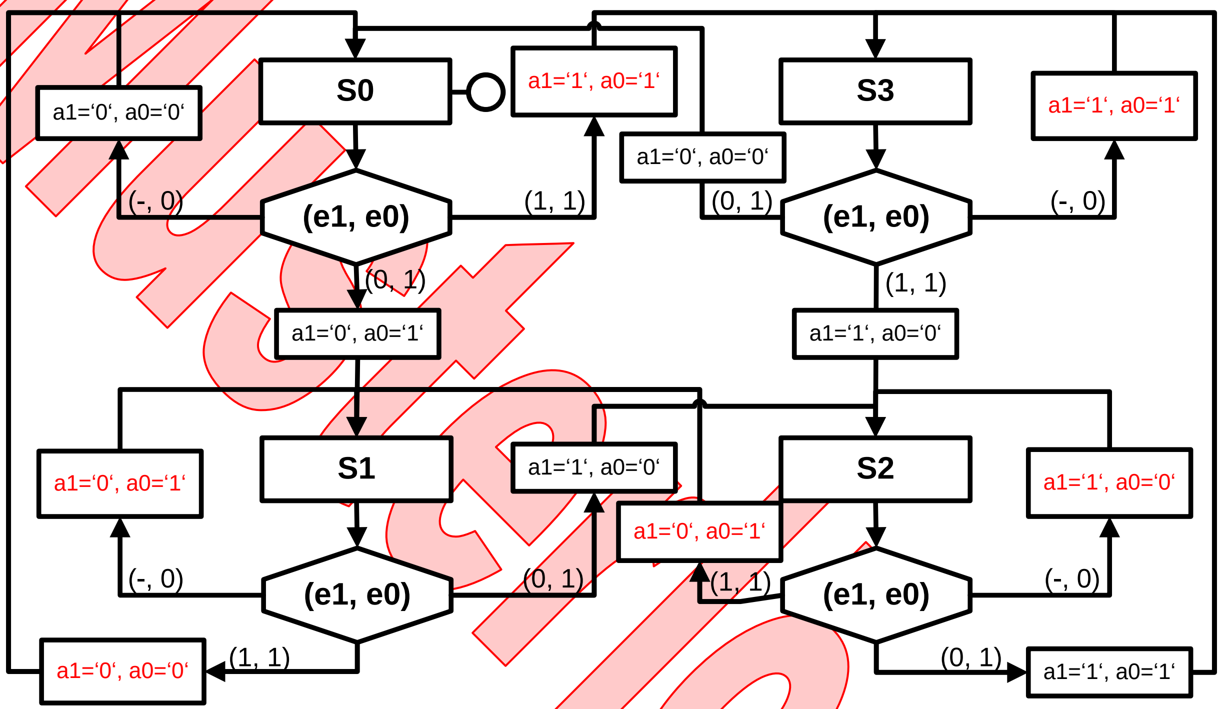


Abbildung 7-1: Ablaufdiagramm

Ausgabe:
0,5 Pkt. pro korrekter Ausgabe (a0 + a1)

A) Vervollständigen Sie das in Abbildung 7-1 gegebene Ablaufdiagramm mithilfe der in Tabelle 7-1 gegebene Ablauftabelle. Geben Sie die sechs fehlenden Ausgaben an. 3

B) Um was für einen Automatentyp handelt es sich? Bitte begründen Sie Ihre Antwort. 1

Pkt. nur mit Begründung

Mealy-Automat

In jedem Zustand hängt die Ausgabe von der aktuellen Eingabe ab.

C) Vervollständigen Sie nun in Tabelle 7-1 die Spalten der Ablauftabelle für die ... abe (A). Verwenden Sie dazu das ... dung 7-1. **6**

<u>Qv+1:</u>
1. Pkt. je korrektem Block (S0-S3)
-0,5 Pkt. pro Fehler (alle Blöcke separat bewerten)
<u>A:</u>
2 Pkt. ges. (-0,5 Pkt. pro fehlerhafter Zeile (a1 + a0))

	Q		Eingabe E		Q		Ausgabe A		RS FF (Q_1)		JK FF (Q_0)	
	q_1^v	q_0^v	e_1	e_0	q_1^{v+1}	q_0^{v+1}	a_1^v	a_0^v	R_1	S_1	J_0	K_0
S0	0	0	-	0	0	0	0	0	-	0	0	-
			0	1	0	1	0	1	-	0	1	-
			1	1	1	1	1	1	0	1	1	-
S1	0	1	-	0	0	1	0	1	-	0	-	0
			0	1	1	0	1	0	0	1	-	1
			1	1	0	0	0	0	-	0	-	1
S2	1	0	-	0	1	0	1	0	0	-	0	-
			0	1	1	1	1	1	0	-	1	-
			1	1	0	1	0	1	1	0	1	-
S3	1	1	-	0	1	1	1	1	0	-	-	0
			0	1	0	0	0	0	1	0	-	1
			1	1	1	0	1	0	0	-	-	1

Tabelle 7-1: Ablauftabelle des Automaten

D) Vervollständigen Sie nun die Ansteuerung der FlipFlops für die Zustandsvariablen Q_0 und Q_1. Berücksichtigen Sie, dass Q_0 in einem JK-FF und Q_1 in einem RS-FF gespeichert wird. Verwenden Sie möglichst viele Freistellen um später ein... zu ermöglichen. **3**

1 Pkt. je korrekter Spalte
-0,5 Pkt. pro Fehler (alle Spalten separat => bewerten)
Achtung: Folgefehler für Qv+1 berücksichtigen!

E) Geben Sie die ersten sechs Ausgaben (a1, a0) des Automaten nach dem Reset an. An den Eingängen des Automaten liegt dabei zunächst für einen Taktzyklus der Wert (e1, e0) = (0, 0) an und anschließend (e1, e0) = (0, 1). **1**

(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1), (0, 0), (0, 1)

-0,5 Pkt. pro Fehler

F) Um was für ein Schaltwerk handelt es sich? *Hinweis: Es handelt sich um ein Schaltwerk, dass Sie in der DT-Vorlesung kennengelernt haben.* 1

Es handelt sich um einen 2bit Binär-Vorwärts-Rückwärtszähler mit Enable-Eingang.

G) Für den Automaten, der durch Tabelle 7-1 und Abbildung 7-1 definiert ist, wäre ein anderer Automatentyp für die Realisierung sinnvoller. Welcher Typ ist dies? Begründen Sie Ihre Antwort. 2

Da die Ausgabe bei dem gezeigten Automaten immer dem Folgezustand, also auch dessen Kodierung entspricht, ließe sich der Automat sehr effizient als Medwedew-Automat realisieren.

Auf ein komplexes Ausgabeschaltnetz könnte verzichtet werden.

2 Pkt. wenn Medwedew mit Begründung
1 Pkt. für Moore mit Begründung

In Abbildung 7-2 ist ein Symmetriediagramm gegeben. Dieses soll nun verwendet werden um eine minimale Ansteuerfunktion für den Eingang J_0 des JK-FF (aus Tabelle 7-1) zu realisieren.

H) Vervollständigen Sie das in Abbildung 7-2 gegebene Symmetriediagram für den Eingang J_0. Verwenden Sie „don't-cares" wenn immer möglich. 3

- 0.5 Pkt. pro Fehler

J_0 (e_0 über den mittleren beiden Spalten; e_1 neben den mittleren beiden Zeilen; q_1 neben den unteren beiden Zeilen; q_0 unter den rechten beiden Spalten)

0 (0)	1 (1)	- (5)	- (4)
0 (2)	1 (3)	- (7)	- (6)
0 (12)	1 (13)	- (17)	- (16)
0 (10)	1 (11)	- (15)	- (14)

Abbildung 7-2: Symmetriediagramme

I) Geben Sie die Ansteuerfunktionen von $\mathbf{J_0}$ in disjunktiver Minimalform an. Verwenden Sie „don't-cares", falls möglich. 2

1 Pkt. für gültige Lösung
2 Pkt. für minimale Lösung
Achtung: Folgefehler berücksichtigen!

$J_0 = e_0$

15

Aufgabe 8 CMOS

Aufgabe 8.1 Erzeugen von CMOS-Schaltungen

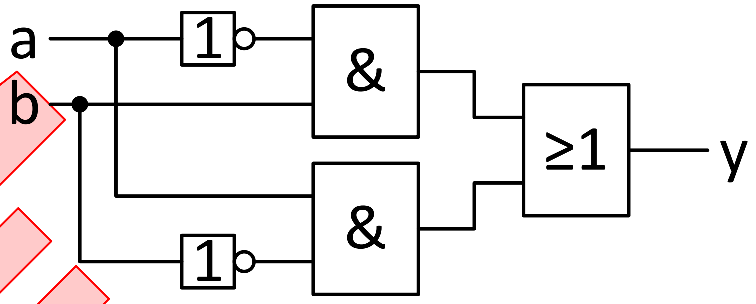


Abbildung 8-1: Gatterschaltung

A) Bestimmen Sie die boolesche Funktion für die in Abbildung 8-1 dargestellte Gatterschaltung und überführen Sie diese in die disjunktive Minimalform. 1

$$y = \bar{a}b + a\bar{b}$$

Bewertungskriterien

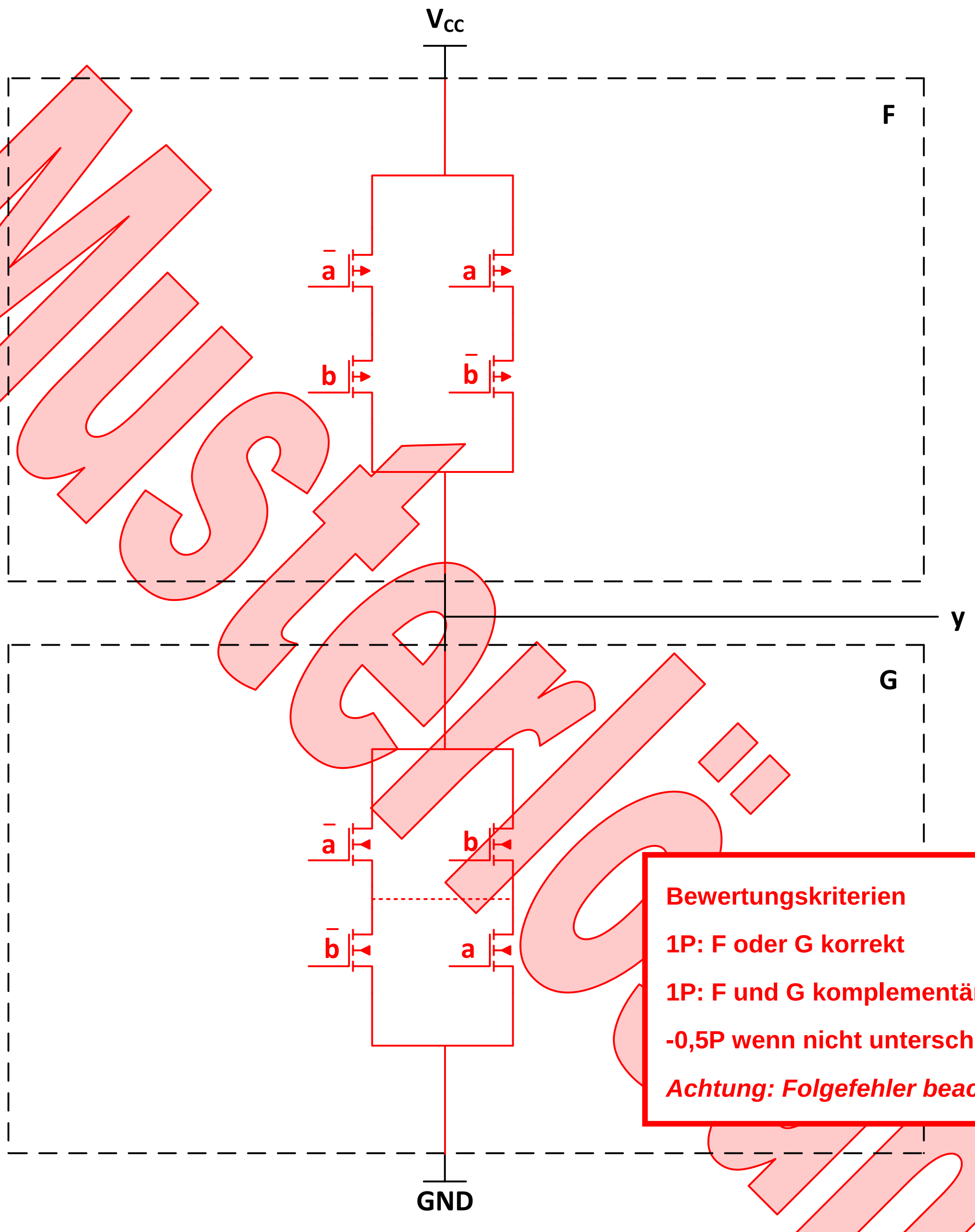
1P: Aufstellen der Gleichung in disjunktiver Minimalform

B) Welche Grundschaltung wird durch Abbildung 8-1 realisiert? 1

XOR oder

Antivalenz

C) Zeichnen Sie eine wohldefinierte, kurzschlussfreie CMOS-Realisierung der in Aufgabenteil A) bestimmten booleschen Funktion mit einer minimalen Anzahl an Transistoren. 2



Bewertungskriterien

1P: F oder G korrekt

1P: F und G komplementär

-0,5P wenn nicht unterschieden P/N-MOS

Achtung: Folgefehler beachten

Abbildung 8-2: CMOS-Schaltung

D) Wie viele Transistoren können durch die Optimierung in Aufgabenteil A) im Vergleich zur Originalschaltung eingespart werden? 1

*Ursprüngliche Schaltung: 2*2(NOT)+2*6(AND)+6(OR) = 22 Transistoren*

Optimierte Schaltung: 8 Transistoren (ohne Inverter) => 14 Transistoren

eingespart ODER 12 Transistoren (mit Invertern) => 10 Trans. eingespart.

Aufgabe 8.2 Analyse von CMOS-Schaltungen

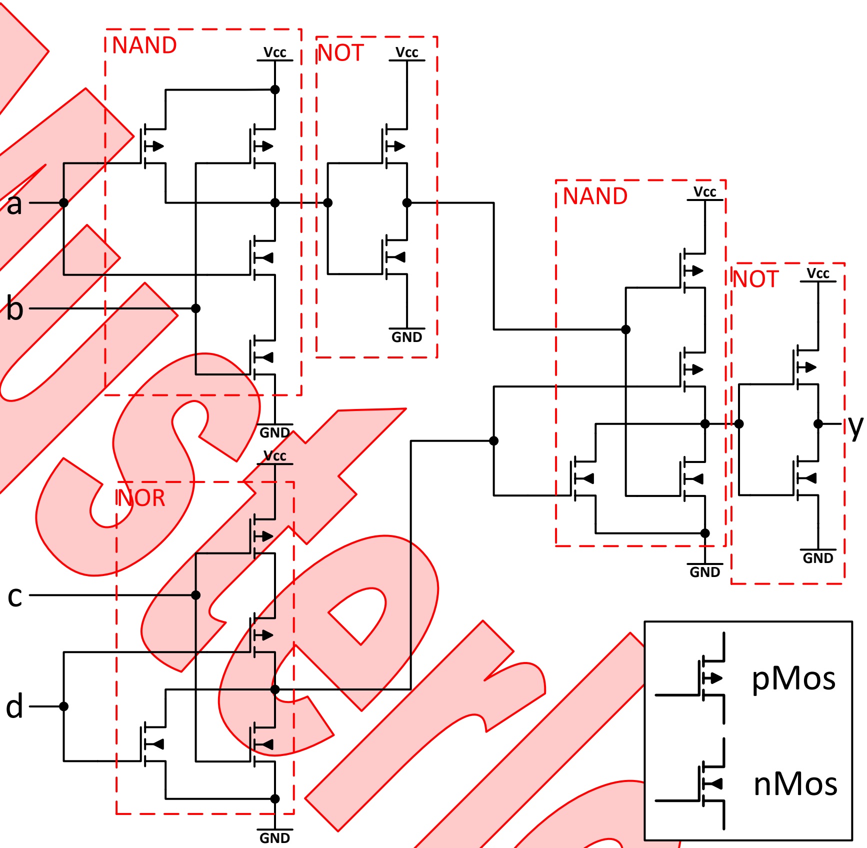
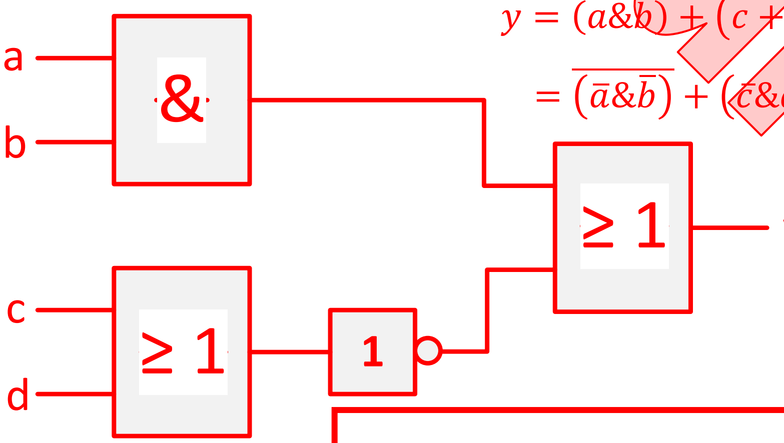


Abbildung 8-3: CMOS-Schaltung

A) Überführen Sie die in Abbildung 8-3 dargestellte CMOS-Schaltung in eine äquivalente Gatterschaltung. Verwenden Sie lediglich AND- und OR-Gatter mit zwei Eingängen sowie NOT-Gatter. **3**

$$y = (a\&b) + \left(\overline{c+d}\right) = (a\&b) + (\bar{c}\&\bar{d})$$

$$= \left(\overline{\bar{a}\&\bar{b}}\right) + (\bar{c}\&\bar{d})$$



Bewertungskriterien

A: 1P: Grundgatter (AND, OR, NOT) identifiziert

B: 1P: Korrekte Schaltfunktion

C: 1P: Nur AND, OR und NOT verwendet (mind. 2 versch. Gatter + Alle 4 Literale)

Aufgabe 8.3 Analyse von CMOS-Schaltungen

In Abbildung 8-4 ist eine fehlerhafte CMOS-Schaltung gegeben. Diese soll in den folgenden Teilaufgaben analysiert und korrigiert werden.

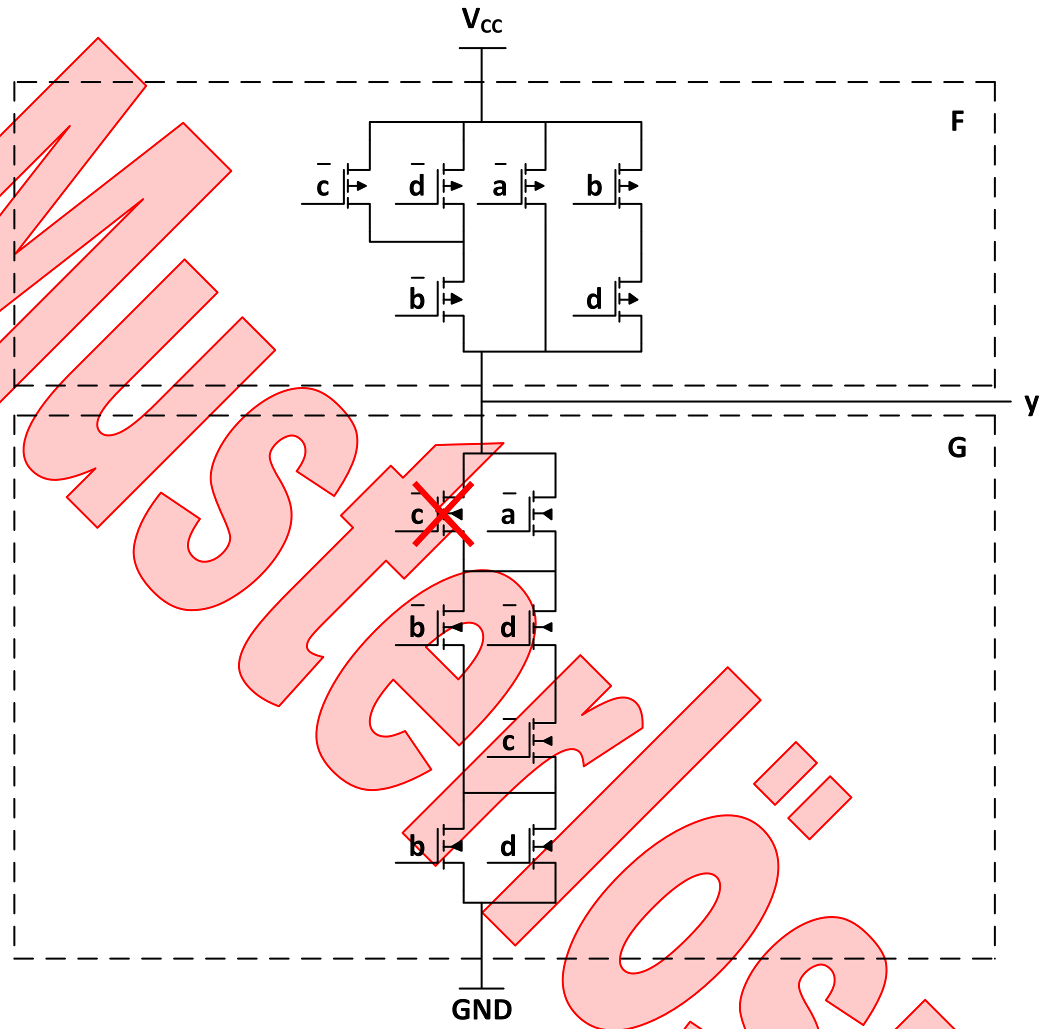


Abbildung 8-4: CMOS-Schaltung

Bewertungskriterien
1P: Aufstellen der Funktion F
1P: Aufstellen der Funktion G
1P: Bedingung für Kurzschlussfreiheit
2P: Umformen/Ausdistribuieren von F und G

Für alternative Lösung:
Je 2 Pkt. pro Spalte (F, G), -0.5Pkt. pro Fehler, 1Pkt. für KS

...ng 8-4 nicht kurzschlussfrei ist und ...mbination sowohl F als auch G

5

$$F = \bar{b}\bar{d} + a + b(c + d) = \bar{b}\bar{d} + a + bc + bd$$

$$G = (\bar{a} + \bar{c})(\bar{b} + \bar{c}\bar{d})(b + d) = \bar{a}\bar{b}d + \bar{b}\bar{c}d + b\bar{c}\bar{d}$$

Kurzschlussfrei gdw. $FG = 0$

$$FG = (\bar{b}\bar{d} + a + bc + bd)(\bar{a}\bar{b}d + \bar{b}\bar{c}d + b\bar{c}\bar{d})$$

$$FG = \bar{b}\bar{d}(\bar{a}\bar{b}d + \bar{b}\bar{c}d + b\bar{c}\bar{d}) + a(\bar{a}\bar{b}d + \bar{b}\bar{c}d + b\bar{c}\bar{d})$$
$$+bc(\bar{a}\bar{b}d + \bar{b}\bar{c}d + b\bar{c}\bar{d}) + bd(\bar{a}\bar{b}d + \bar{b}\bar{c}d + b\bar{c}\bar{d})$$

$$FG = a\bar{b}\bar{c}d + ab\bar{c}\bar{d} \neq 0$$

Alternative Lösung:

d	c	b	a	F	G	y
0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	1	1	KS
0	1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	KS
1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0	1

Schaltung ist nicht kurzschlussfrei, sowohl F als auch G schalten für a=1, b=0, c=0, d=1 und a=1, b=1, c=0, d=0.

B) Streichen Sie genau einen Transistor in der Pull-Down-Schaltung aus Abbildung 8-4, so dass eine wohldefinierte, kurzschlussfreie CMOS-Schaltung entsteht. Begründen Sie zusätzlich ihr Vorgehen. 2

Kandidaten für Fehlschaltung (Ausschlussverfahren):

$\bar{a}$ – nein, da bei beiden Eingabekombinationen deaktiviert

$\bar{b}, \bar{d}, \bar{c}_{unten}$ – nein, da Fehlfunktion auftritt, egal ob linker oder rechter Pfad genommen wird

b, d – nein, da Fehlfunktion auftritt, egal ob linker oder rechter Pfad genommen wird

$\bar{c}_{oben}$ verursacht Kurzschluss in Schaltung

Alternativ Begründung über komplementäre/wohldefierte Schaltung

Bewertungskriterien
1P: Streichen
1P: Begründung