

Digitaltechnik

Klausur Wintersemester 13/14



Institut für Technik der Informationsverarbeitung – ITIV

Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Jürgen Becker

Digitaltechnik

Datum:
Name:
Matrikel-Nr.:
ID:
Hörsaal:

Sitzplatznummer.:

Hinweise zur Klausur

Hilfsmittel

Als Hilfsmittel zur Prüfung sind vier Seiten vorgegebene und ein DIN A4 Blatt selbst geschriebene Formelsammlung zugelassen. Nicht erlaubt hingegen sind die Verwendung eines Taschenrechners, zusätzliche Unterlagen und jegliche Kommunikation mit anderen Personen.

Prüfungsdauer

Die Prüfungsdauer beträgt für die Klausur 120 Minuten.

Prüfungsunterlagen

Die Prüfungsunterlagen bestehen aus insgesamt 27 Seiten Aufgabenblättern (einschließlich diesem Titelblatt und zusätzlicher Lösungsblätter). Weiterhin sind 4 zusätzliche Seiten Formelsammlung enthalten.

Bitte prüfen Sie vor der Bearbeitung der Aufgaben auf jeder Seite oben Ihren Namen sowie ihre Matrikelnummer.

Auf jedes zusätzliche Lösungsblatt ist neben dem Namen auch die Aufgabennummer mit einzutragen. Vermeiden Sie das Beschreiben der Rückseiten.

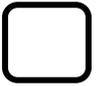
Am Ende der Prüfung sind die 27 Seiten Aufgaben- und Lösungsblätter und alle verwendeten zusätzlichen Lösungsblätter abzugeben.

Verwenden Sie zum Bearbeiten der Aufgaben lediglich dokumentenechte Schreibgeräte – keinen Bleistift sowie Rotstifte!

Prüfungsaufgaben

Wenn nicht anders vorgegeben ist zu jeder Aufgabe ein detaillierter Rechenweg anzugeben. Lösungen ohne Rechenweg können trotz richtigem Ergebnis zu Punktabzug führen.

Aufgabe 1	Fehlererkennung und -korrektur	2		~%
Aufgabe 2	Mengen, Relationen und Graphen	5		~%
Aufgabe 3	Boolesche Algebra und Schaltnetze	8		~%
Aufgabe 4	Zahlensysteme und Codierung	11		~%
Aufgabe 5	Minimierung Boolescher Funktionen	14		~%
Aufgabe 6	Optimale Codes	17		~%
Aufgabe 7	Automaten	21		~%
Aufgabe 8	CMOS	24		~%
			Σ	

Aufgabe 1 Fehlererkennung und -korrektur**Aufgabe 1.1 Codes für Fehlererkennung und -korrektur**

- A) Welche Fehler können mit Codes der Hammingdistanz $HD=4$ erkannt und welche korrigiert werden?

- B) Nennen Sie je einen Vor- und Nachteil der einfachen Paritätsprüfung gegenüber der zyklischen Redundanzprüfung

- C) Welchen Vorteil hat Scrambling bei der Blocksicherung?

- D) Gehen Sie davon aus, dass bei einer stör anfälligen Übertragung zwei aufeinanderfolgende 1-Bit-Fehler mindestens einen Abstand von 4 Bit besitzen. Ab welcher Nachrichtenlänge in bytes (Nutzdaten) lohnt sich eine CRC-Prüfung mit Polynomgrad 16 gegenüber einer Paritätsprüfung, wenn es auf möglichst kurzen Übertragungszeiten ankommt? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 1.3 Zyklische Codes

A) Welche Hammingdistanz hat der Gray Code?

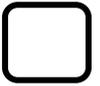
B) Welchen Vorteil hat der Gray Code beim asynchronen Auslesen von Messwerten?

C) Konstruieren Sie einen minimalen zyklischen Gray Code, der sich für einen 16-stufigen Drehgeber eignet.

Stufe	Code	Stufe	Code
1		9	
2		10	
3		11	
4		12	
5		13	
6		14	
7		15	
8		16	

Tabelle 1-1: Gray Code eines 16-stufigen Drehgebers

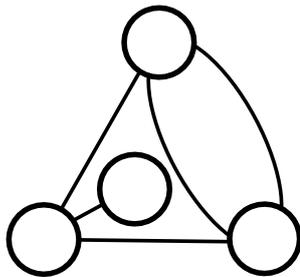
Aufgabe 2 Mengen, Relationen und Graphen



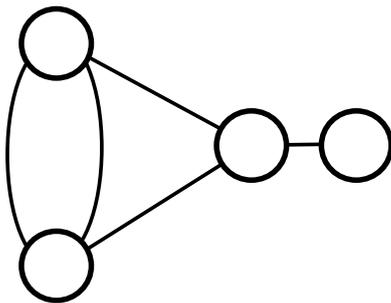
Aufgabe 2.1 Graphen

Gegeben sind zwei ungerichtete Graphen.

- A) Zeichnen Sie den zu Graph 1 und zu Graph 2 zugehörigen dualen Graphen. Kennzeichnen Sie dabei die überführten Knoten eindeutig.



Graph 1



Graph 2

- B) Welche Beziehung besteht zwischen den beiden von Ihnen im Aufgabenteil A) erstellten Graphen?



Aufgabe 2.2 Mengen

- A) Geben Sie die mathematische Definition für die folgenden Eigenschaften einer Relation auf der Menge M an.

Reflexivität:

Symmetrie:

Antisymmetrie:

Transitivität:

- B) Geben Sie an, welche der oben genannten Eigenschaften einer Relation auf die einzelnen Aussagen zutreffen

„ist kleiner oder gleich“

„Gleichheit“

„ist ganzzahlig Vielfaches von“

Aufgabe 2.3 Mengen

Gegeben sind die folgenden Mengen:

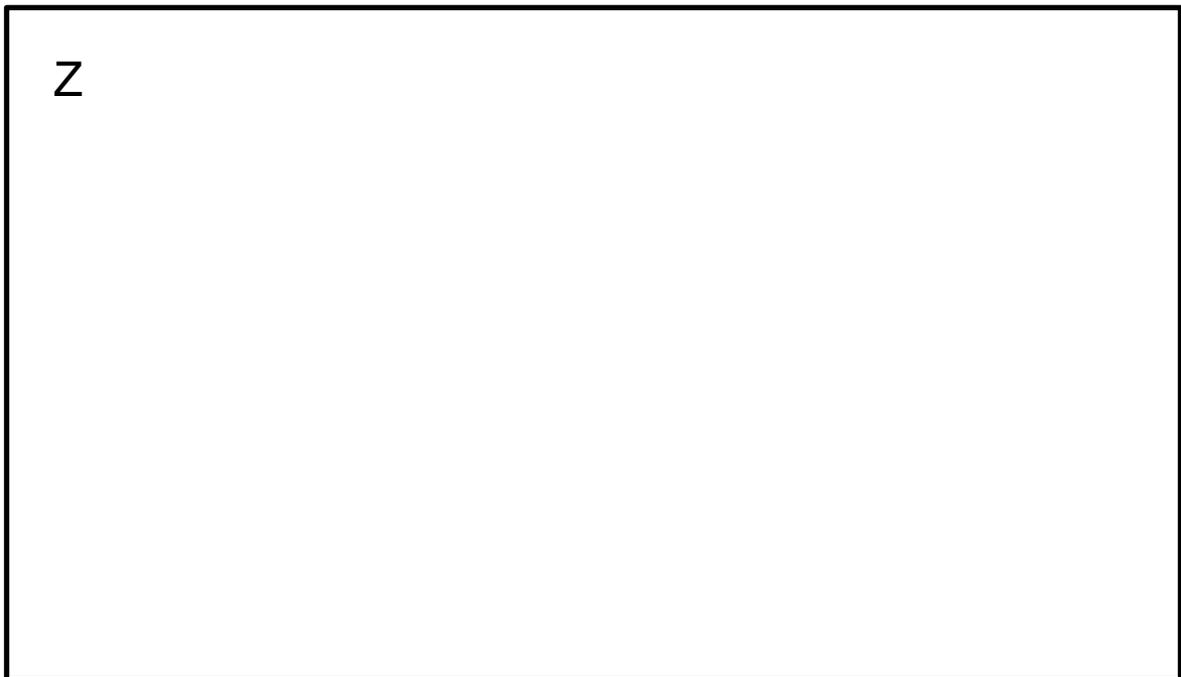
$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0\}$$

$$C = \{2, 3, 4, 5\}$$

Z = Menge der ganzen Zahlen

- A) Veranschaulichen Sie die vier genannten Mengen in einem Diagramm. .



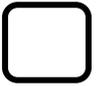
- B) Bestimmen Sie folgende Mengen und Größen:



$$P(A \cap C) =$$

$$|A \times B \times C| =$$

$$(A \cap C) \times C =$$



Aufgabe 3 Boolesche Algebra und Schaltnetze

Aufgabe 3.1 Schaltnetze

Gegeben ist das Schaltnetz aus Abbildung 3-1, welches mithilfe einer Relaisschaltung aufgebaut wurde. (Y bezieht sich in dieser Abbildung auf den Ausgang der Logik.)

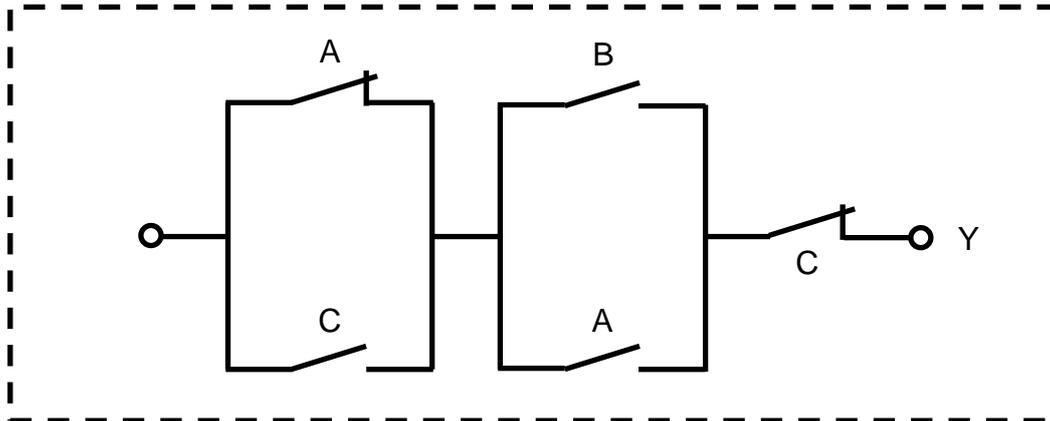


Abbildung 3-1: Boolesche Relaisschaltung

- A) Bestimmen Sie die Boolesche-Gleichung für das Netzwerk aus Abbildung 3-1.

Y =

Füllen Sie die nachfolgende Wahrheitstabelle (Tabelle 3-1: Wahrheitstabelle der Funktion Y

- B)) gemäß Abbildung 3-1 aus.

A	B	C	Y
1	1	1	
1	1	0	
1	0	1	
1	0	0	
0	1	1	
0	1	0	
0	0	1	
0	0	0	

Tabelle 3-1: Wahrheitstabelle der Funktion Y

Aufgabe 3.2 Disjunktive Normalform

Gegeben sei die folgende boolesche Gleichung:

$$y_1 = a \wedge (b \vee c)$$

- A) Geben Sie y_1 in disjunktive Normalform (DNF) an. Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein.

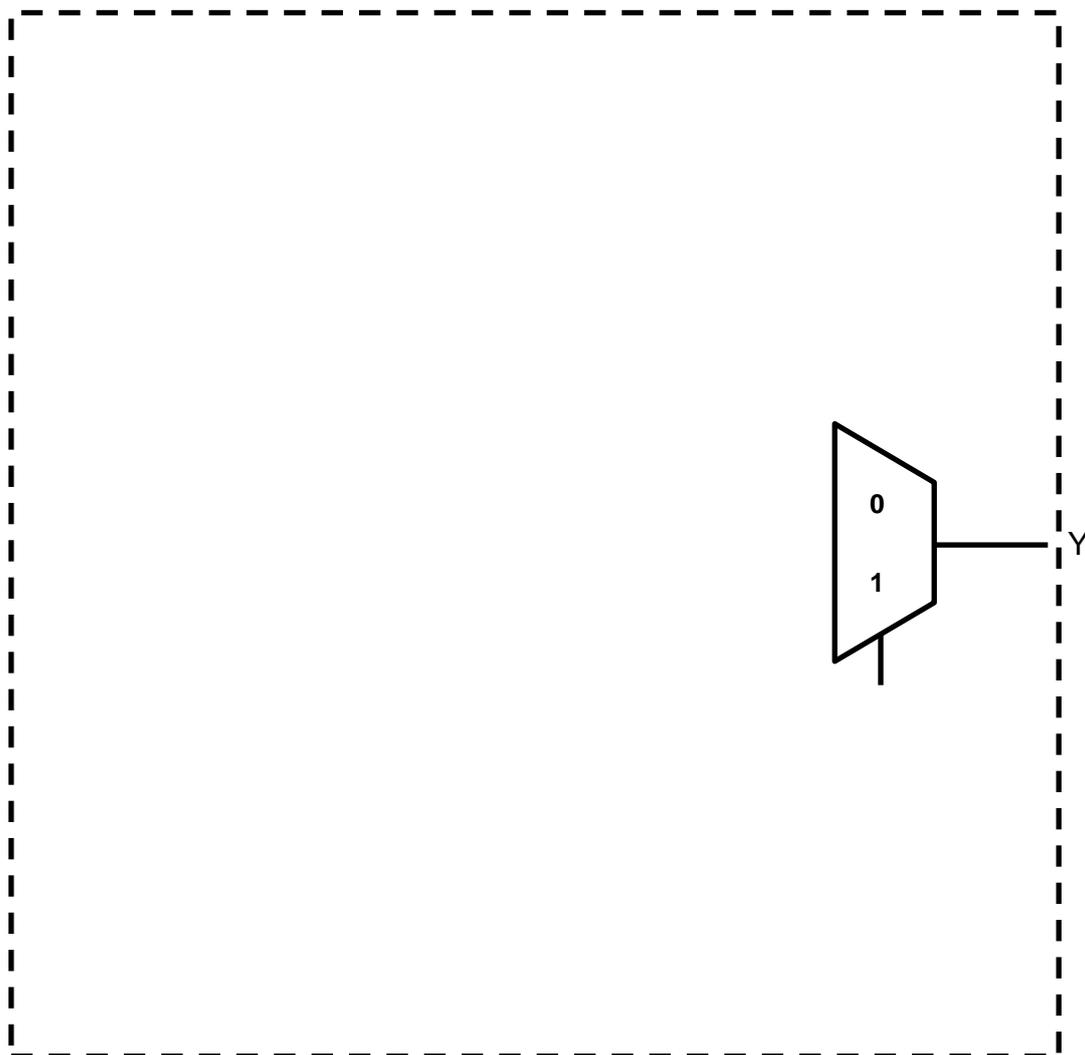
Aufgabe 3.3 Entwicklungssatz

Geben sei folgende boolesche Funktion:

$$y = f(d, c, b, a) = (\overline{a \vee b}) \vee (bcd) \vee (\overline{a \vee d}) \vee \overline{abc}d$$

- A) Die gegebene Schaltfunktion $y = f(d,c,b,a)$ soll mit Hilfe von 2:1 Multiplexern realisiert werden. Entwickeln Sie dazu die Schaltfunktionen mit Hilfe des Entwicklungssatzes. Entwickeln Sie in der Reihenfolge a, b, c . Geben Sie sämtliche Teilergebnisse in der Form $f(d,c,b,a)$ an!

- B) Zeichnen Sie das dreistufige Multiplexerschaltnetz aus Aufgabe 3.3 A) in minimaler Form. Verwenden Sie nur 2:1 Multiplexer.



Aufgabe 4.3 Konvertierung

- A) Wandeln sie die im Dezimalsystem gegebene Zahl 219_D in das Ternärsystem (Zahlensystem mit der Basis 3) um. Geben Sie alle Rechenschritte an.

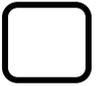
- B) Wandeln sie die im Ternärsystem gegebene Zahl 1210102_3 in eine Zahl im Zahlensystem mit der Basis 9 um. Stellen Sie Ihren Rechenweg nachvollziehbar dar.

- C) Nennen sie einen Vorteil des Hexadezimalsystems gegenüber dem Binärsystem

- D) Warum ist die Umrechnung zwischen dem Dualsystem und dem Hexadezimalsystem sehr einfach? Begründen Sie ihre Antwort.

Aufgabe 4.4 Zweierkomplement

- A) Berechnen sie $112_D - 263_D$. Führen sie die Rechnung komplett im binären Zahlensystem anhand des Zweierkomplements durch. Stellen sie ihren Lösungsweg inklusive aller notwendigen Schritte ausführlich dar. Geben sie anschließend das Ergebnis im dezimalen Zahlensystem an.



Aufgabe 5 Minimierung Boolescher Funktionen

Aufgabe 5.1 Minimierung am Symmetriediagramm

Gegeben sei die Funktion $F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch folgendes Symmetriediagramm:

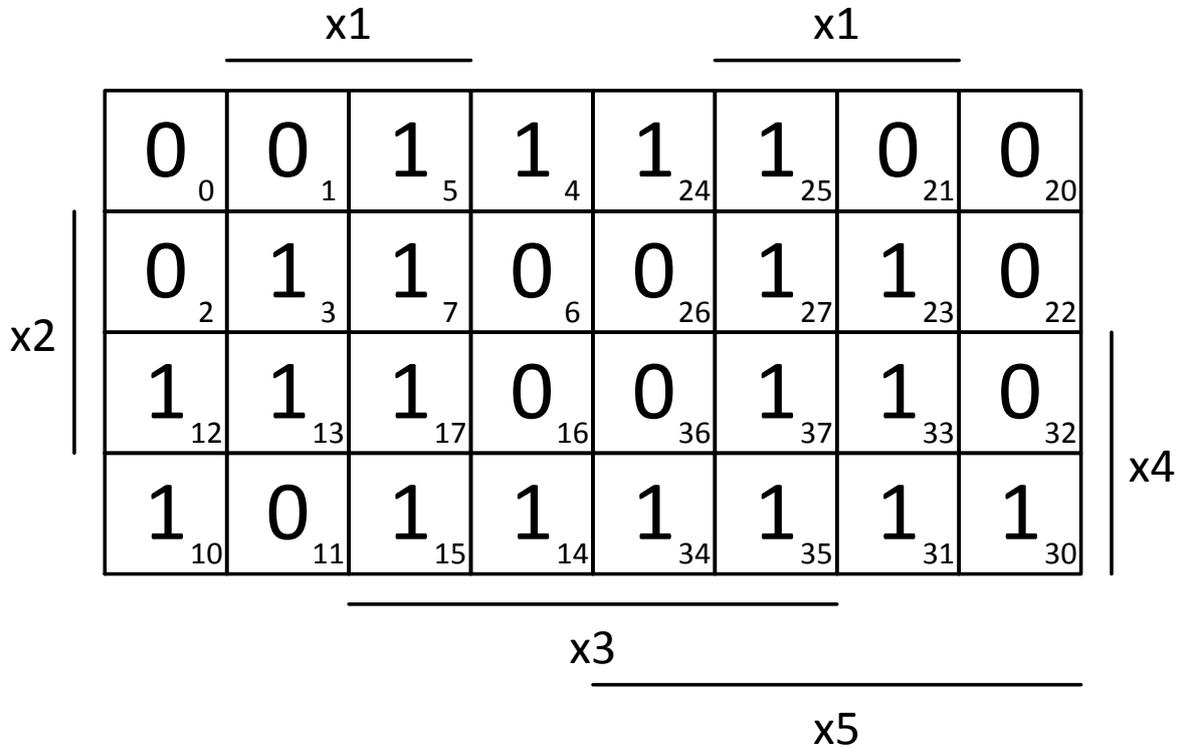


Abbildung 5-1: Symmetriediagramm zur Funktion F

A) Geben Sie anhand des Symmetriediagramms in Abbildung 5-1 an, ob die Funktion $F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ vollständig definiert ist. Begründen Sie Ihre Antwort.

B) Zeichnen Sie alle Primimplikanten im Symmetriediagramm in Abbildung 5-1 ein und geben Sie die Primimplikanten algebraisch an.

C) Bestimmen Sie eine Disjunktive Minimalform der Funktion $F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$.

Aufgabe 5.2 Nelson – Petrick Verfahren

- A) Geben Sie in der in Abbildung 5-2 angegebenen Überdeckungstabelle alle Spaltendominanzen an. Geben Sie hierzu die dominierte Spalte, die dominierende Spalte und die streichbare Spalte an.

	E1	E2	E3	E4
a	X			
b		X		X
c	X		X	
d				X
e		X		X

Abbildung 5-2: Überdeckungstabelle für Spaltendominanzen

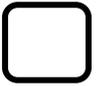
Dominierende Spalte			
Dominierte Spalte			
Streichbare Spalte			

- B) Geben Sie in der in Abbildung 5-3 angegebenen Überdeckungstabelle alle Zeilendominanzen an. Geben Sie hierzu die dominierte Zeile, die dominierende Zeile und die streichbare Zeile an.

	E1	E2	E3	E4
a	X			
b		X	X	
c	X		X	
d				X
e		X		X

Abbildung 5-3: Überdeckungstabelle für Zeilendominanzen

Dominierende Zeile			
Dominierte Zeile			
Streichbare Zeile			



Aufgabe 6 Optimale Codes

Aufgabe 6.1 Huffman-Codierung

Die Kinder einer Schulklasse wurden nach ihren Lieblingsfarben gefragt. Die Umfrageergebnisse sollen die Grundlage für eine Klausuraufgabe zu optimalen Codes werden. Dabei sollen die Ergebnisse der Umfrage in komprimierter Form gespeichert werden.

Folgende Farben wurden von den Kindern als Lieblingsfarbe genannt:

Pink Blau Grün Rot Blau Blau Grün Pink Blau Gelb Blau Grau Grün Grün Blau Gelb
 Blau Pink Blau Gelb Grün Blau Rot Blau Blau Pink

A) Geben Sie die Auftrittshäufigkeit und die Auftrittswahrscheinlichkeit der verschiedenen Farben in Tabelle 6-1 an.

Farbe	Auftrittshäufigkeit	Auftrittswahrscheinlichkeit
Pink		
Blau		
Rot		
Grau		
Gelb		
Grün		

Tabelle 6-1: Auftrittshäufigkeit und -wahrscheinlichkeit

B) Welche mittlere Codewortlänge würde sich ergeben, wenn man alle Farben mit gleicher Länge codieren würde?

Die folgenden Teilaufgaben sind unabhängig von den vorherigen Teilaufgaben!

- C) Ermitteln Sie eine **Huffman**-Codierung für die unten angegebenen Farben. Die Auftretshäufigkeiten der Farben sind in Klammern in Abbildung 6-1 (1. Schritt) angegeben. Geben Sie nun die einzelnen Schritte zur Ermittlung der **Huffman**-Codierung in der unten stehenden Abbildung 6-1 an. Kennzeichnen Sie dabei eindeutig, welche Knoten in welchem Schritt zusammengefasst werden. *Die explizite Angabe der Farben ist nicht nötig.*

1. Schritt

Blau (11)	Grün (5)	Pink (4)	Gelb (3)	Rot (2)	Grau (1)
---------------------	--------------------	--------------------	--------------------	-------------------	--------------------

2. Schritt

3. Schritt

4. Schritt

5. Schritt

6. Schritt

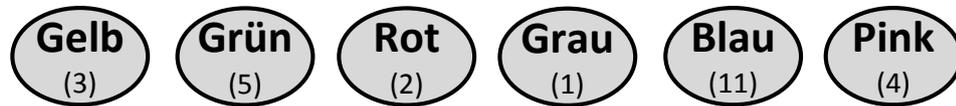
7. Schritt

Abbildung 6-1: Schrittweise Huffman-Codierung

- D) Zeichnen Sie nun den **Huffman**-Codierbaum entsprechend Ihres Ergebnisses aus Aufgabe C). Tragen Sie dabei in alle Blätter des Baumes die entsprechende Farbe ein. Ordnen Sie außerdem allen Ästen eine sinnvolle Kodierung zu.

- E) Geben Sie nun entsprechend Ihres Codierbaumes die daraus entstehende Codewörter an.

Ermitteln Sie eine **Shannon-Fano**-Codierung für die unten angegebenen Farben. Die Auftretshäufigkeiten der Farben sind in den Klammern in Abbildung 6-2 (1. Schritt) angegeben. Geben Sie nun die einzelnen Schritte zur Ermittlung der **Shannon-Fano**-Codierung in der unten stehenden Abbildung 6-2 an. Kennzeichnen Sie dabei eindeutig, wie die Knotenmengen in jedem Schritt unterteilt werden. *Die explizite Angabe von Codewörtern ist nicht nötig.*



1. Schritt

2. Schritt

3. Schritt

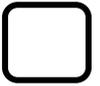
4. Schritt

5. Schritt

6. Schritt

7. Schritt

Abbildung 6-2: Schrittweise Shannon-Fano Codierung



Aufgabe 7 Automaten

Aufgabe 7.1 Automatenanalyse

Gegeben sei folgendes Ablaufdiagramm von Automaten in Abbildung 7-1

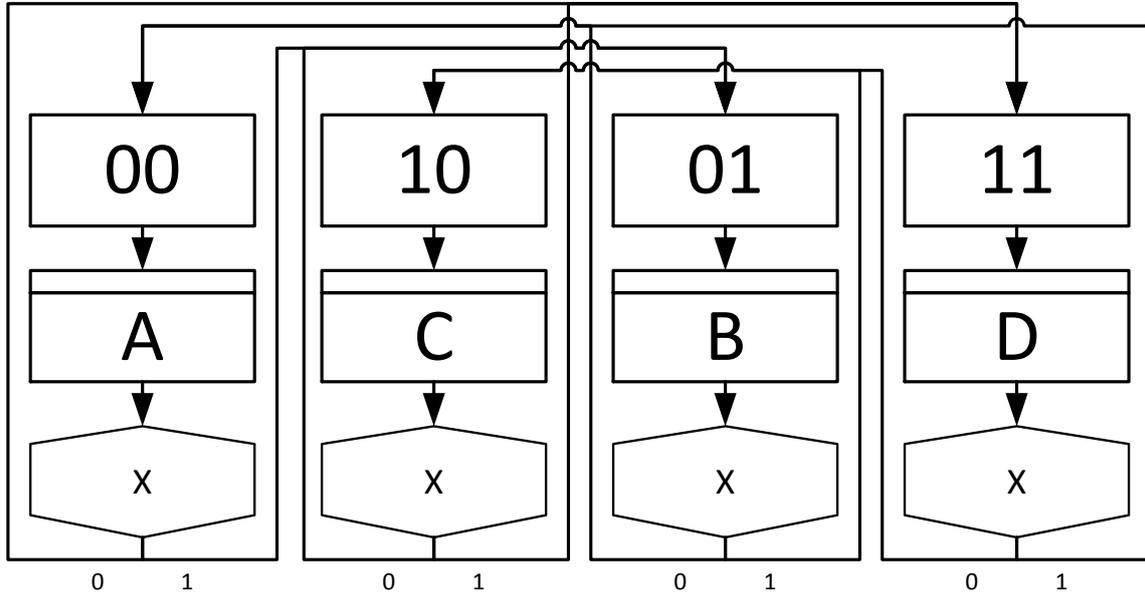


Abbildung 7-1: Ablaufdiagramm

- A) Geben Sie den Automatentyp des Automaten an, der in Abbildung 7-1 dargestellt ist. Begründen Sie Ihre Aussage.

- B) Welche Funktion wird durch den Automaten in Abbildung 7-1 realisiert?

- C) Welche Aufgabe übernimmt die Eingabe X des Automaten aus Abbildung 7-1.

Aufgabe 7.2 Automatenentwurf

An einer Kreuzung soll eine neue Fußgängerampel aufgebaut werden. Das besondere an dieser Ampel soll sein, dass ein Fußgänger die Möglichkeit haben soll die Grünphase zu verlängern. Dazu muss während einer bestehenden Grünphase die Anforderungstaste (a) gedrückt werden.

Dadurch ergeben sich die folgenden Ampelphasen: Rot (R), RotGelb (RG), Gelb (Ge), GrünLang (GL), Grün (Gr). Um das Ende einer Phase zu erkennen besitzt die Ampel einen Timer (t), der jeweils angibt, wann eine Phase zu ende ist. Sobald der Timer abgelaufen ist, wechselt die Ampel in die nächste Phase. Um eine Grünphase zu verlängern, muss dies also vor dem Ablauf des Timers geschehen.

Dazu gelten folgende Codierungen:

R = 000, RG = 001, Ge = 010, Gr = 011, GL = 100

a = 1 bedeutet, dass seine Fußgänger den Anforderungsknopf gedrückt hat.

t = 1 bedeutet dass die Zeit einer Phase abgelaufen ist und in die nächste Ampelphase übergegangen wird.

A) Vervollständigen Sie die Ablauftabelle des Automaten indem Sie die Notwendigen Eingaben und die Folgezustände eintragen.

Hinweis: Sie müssen don't-care Stellen verwenden um die Tabelle korrekt auszufüllen.

Q(t)			Eingabe		Q(t+1)			T-FlipFlops		
q2(t)	q1(t)	q0(t)	a	t	q2(t+1)	q1(t+q)	q0(t+1)	T2	T1	T0
0	0	0								
0	0	0								
0	0	1								
0	0	1								
0	1	0								
0	1	0								
0	1	1								
0	1	1								
0	1	1								
1	0	0								
1	0	0								

Tabelle 7-1: Ablauftabelle

- B) Vervollständigen Sie das Ablaufdiagramm des Automaten in Abbildung 7-2. Verwenden Sie dazu die Funktionstabelle in Tabelle 7-1. Tragen Sie die Fehlenden Zustandsübergänge mit den notwendigen Eingabecodierungen ein.

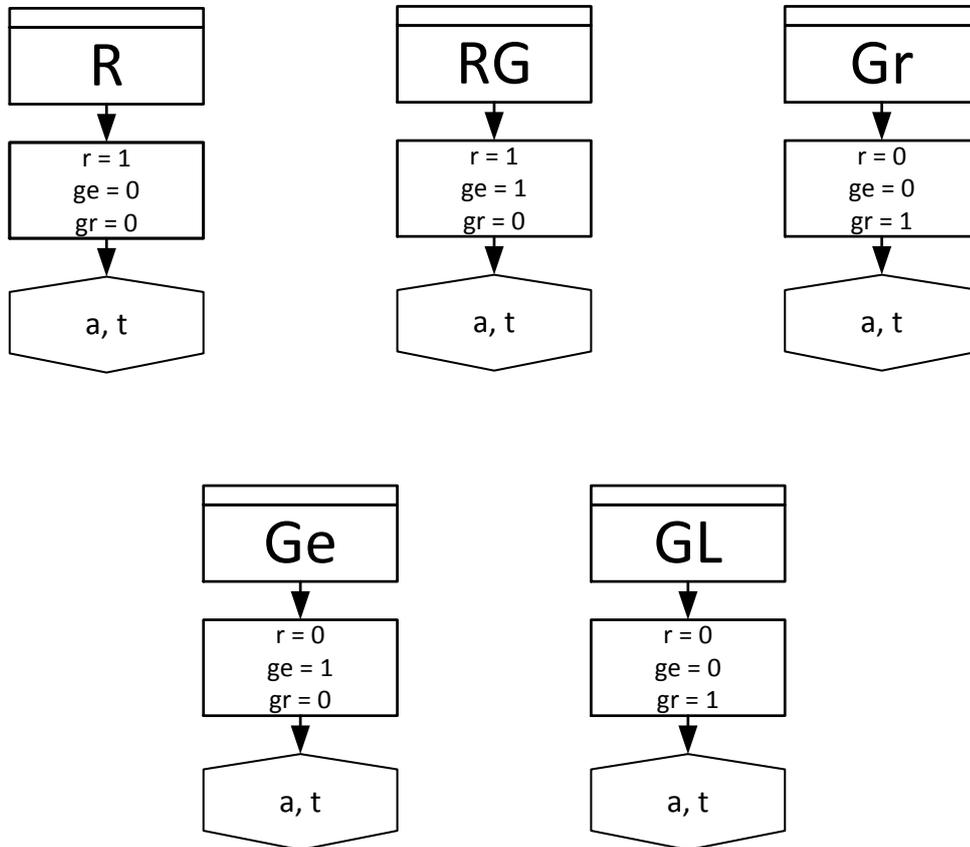


Abbildung 7-2: Ablaufdiagramm

Zur Realisierung der Zustandsübergangsfunktionen sollen flankengesteuerte high-active T Flipflops zum Einsatz kommen.

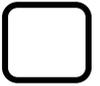
- C) Geben Sie die Funktionsweise und den Folgezustand des T Flipflops entsprechend der Eingangsbelegungen an. Vervollständigen Sie dazu Tabelle 7-2.

T	CLK	Q(t+1)	Funktion
0	↑		
1	↑		

Tabelle 7-2: Charakteristische Tabelle eines T Flipflop

- D) Vervollständigen Sie nun Tabelle 7-1: Ablauftabelle indem Sie die Ansteuerfunktionen für die T-FlipFlops bestimmen.

Aufgabe 8 CMOS



Aufgabe 8.1 CMOS Schaltungen

- A) In Abbildung 8.1 ist ein Pull-Down Netz dargestellt in dem N Transistoren mit unterschiedlichen Signalen an ihrem Gate in Reihe geschaltet sind. Wie viele verschiedene Literale besitzt jede Konjunktion der zugehörigen DNF, zu der G durchschaltet ?

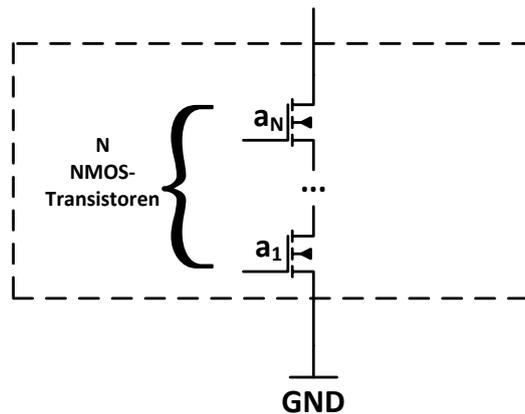


Abbildung 8-8-1: Pull-Down Netz

- B) In Abbildung 8.2 ist ein Pull-Down Netz dargestellt, in dem N Transistoren, mit unterschiedlichen Signalen an ihrem Gate, Parallel geschaltet sind. Wie viele verschiedene Literale besitzt jede Konjunktion der zugehörigen DNF, zu der G durchschaltet ?

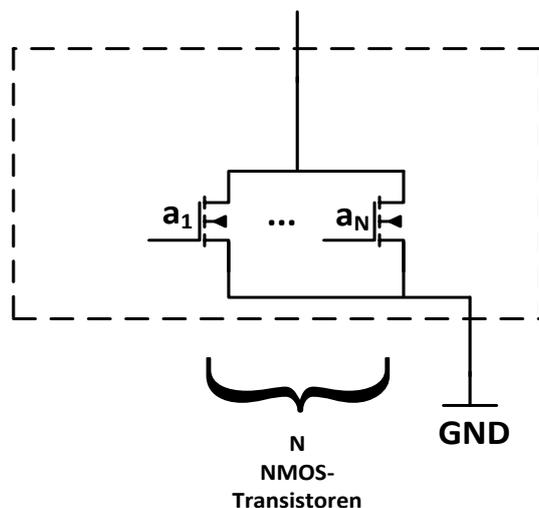


Abbildung 8-2: Pull-Down Netz

Abbildung 8-3 zeigt das Pull-UP Netz (F) einer CMOS-Schaltung.

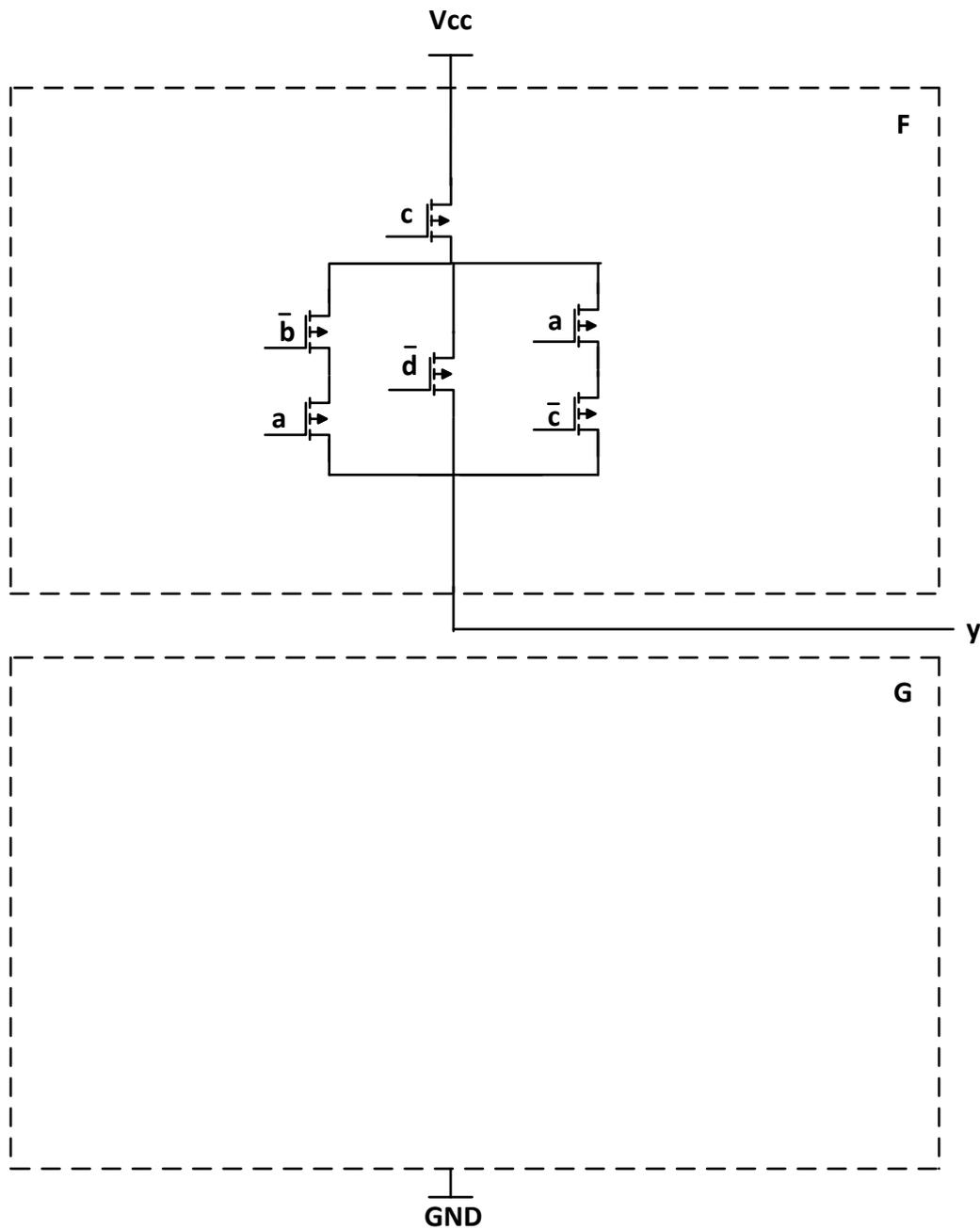


Abbildung 8-3: CMOS Schaltung

- C) Bestimmen sie die Funktion F aus Abbildung 8-3, welche sich aus dem oberen Kasten der CMOS-Schaltung ableiten lässt.

- D) Geben sie die Forderung an wohldefiniertes Verhalten für CMOS-Schaltungen mit Pull-Up Netz F und Pull-Down Netz G an.

- E) Ergänzen sie Abbildung 8-3 um ein wohldefiniertes, kurzschlussfreies Pull-Down Netz (G).

- F) Zeigen sie rechnerisch, dass ihr in Teilaufgabe E entwickeltes PULL-Down Netz kurzschlussfrei ist.

Aufgabe 8.2 Gatter-Schaltungen

Abbildung 8-4 zeigt eine Gatter-Schaltung.

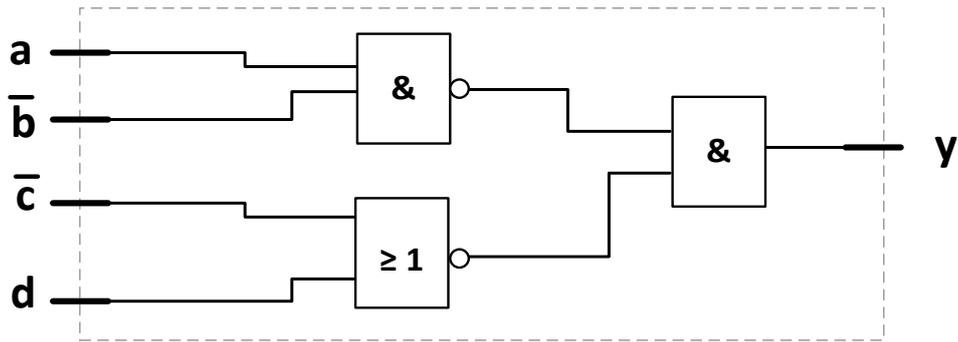


Abbildung 8-4: Gatter Schaltung

- A) Überführen sie die Gatter-Schaltung aus Abbildung 8-4 in eine CMOS-Schaltung. Die Repräsentation jedes Gatters als CMOS-Schaltung soll dabei in die vorhandenen Kästchen gezeichnet werden. Schreiben sie zusätzlich in jedes Kästchen den Namen des Gatters.

