Klausur im WS 2017 / 2018
Klausur Digitaltechnik

Institut für Technik der Informationsverarbeitung – ITIV
Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Jürgen Becker

Klausur Digitaltechnik
Datum: 16.02.2018
Name:
Matr. Nr.:
ID:

Hörsaal:
Platz:

Hinweise zur Klausur

Hilfsmittel:

- Als Hilfsmittel sind drei Seiten vorgegeben und ein DIN A4 Blatt selbst geschriebene Formelsammlung zugelassen.
- Verwenden Sie zum Bearbeiten der Aufgaben nur dokumentenechte Schreibgeräte – keinen Bleistift, keine Rotstifte!
- Alle nicht genannten Hilfsmittel sind untersagt. Dies beinhaltet jegliche Kommunikation mit anderen Personen sowie die Benutzung eines Taschenrechners.

Klausurdauer:
Die Prüfungsdauer für die Klausur beträgt 120 Minuten.

Klausurunterlagen:
Die Klausurunterlagen bestehen aus insgesamt 30 Seiten Aufgabenblättern (inklusive dieses Titelblatt, 8 Aufgabenblöcke und 1 zusätzliches Lösungsblatt) und 3 Seiten Formelsammlung. **Bitte prüfen Sie vor der Bearbeitung der Aufgaben auf jeder Seite oben Ihre Matrikelnummer sowie Ihre ID und zusätzlich Ihren Namen auf der ersten Seite.**
Falls Sie zusätzliche Blätter zur Lösung der Aufgaben benötigen, fragen Sie nach zusätzlichem Lösungspapier bei der Aufsicht. Vermeiden Sie generell das Beschreiben der Rückseiten. Die Verwendung von eigenen Blättern ist nicht erlaubt. Geben Sie zu jeder Aufgabe einen detaillierten Rechenweg an. Lösungen ohne Rechenweg können trotz richtigem Ergebnis zu Punktabzug führen.

Klausurabgabe:
In den letzten 30 Minuten der Klausur ist eine vorzeitige Abgabe der Klausur nicht möglich. Am Ende der Klausur bleiben Sie bitte sitzen. Alle Aufgaben- und Lösungsblätter sowie dieses Deckblatt sind in den ausgehändigten Umschläge abzugeben. Diese werden von der Aufsicht eingesammelt.

		Seite	≈ Pkt. [%]	Punkte
Aufgabe 1:	Allgemeine Fragen	2	11	14
Aufgabe 2:	Mengen, Relationen und Graphen	5	13	16
Aufgabe 3:	Optimale Codes	8	13	17
Aufgabe 4:	Zahlensysteme	12	13	16
Aufgabe 5:	Boolsche Algebra	15	12	15
Aufgabe 6:	Minimierung	19	13	16
Aufgabe 7:	Automaten	22	11	14
Aufgabe 8:	CMOS und Gatter	25	12	15
				Σ 123

14

Aufgabe 1: Allgemeine Fragen

Aufgabe 1.1: Auftrittswahrscheinlichkeit

Die Tabelle 1.1 zeigt die Auftrittswahrscheinlichkeiten von gesendeten Symbolen eines Datenübertragungssystems.

Index	Symbol	Relative Häufigkeit
1	r	55%
2	T	26%
3	K	19%

Tabelle 1.1: Auftrittswahrscheinlichkeiten

A) Wie hoch ist die Entropie der Quelle? Geben Sie alle verwendeten Formeln und Ihren Rechenweg an. Das Endergebnis muss nicht ausgerechnet werden. **1**

$H = \sum_{3}^{i=1} p(i) * ld(\frac{1}{p(i)})$ $H = 0,55 * ld(\frac{1}{0,55}) + 0,26 ld(\frac{1}{0,26}) + 0,19 ld(\frac{1}{0,19})$

B) Wie hoch ist der Informationsgehalt des Zeichens "K"? Geben Sie alle verwendeten Formeln und Ihren Rechenweg an. Das Endergebnis muss nicht ausgerechnet werden. **1**

$H_K = ld(\frac{1}{p(k)}) = ld(\frac{1}{0,19})$

C) Zeichnen Sie die stetige Funktion der Entropie für zwei Ereignisse, mit der Wahrscheinlichkeit p und (1-p) in die vorgegebene Abbildung 1.1 ein (Shannon Funktion). Beschriften Sie die Achsen und bestimmen Sie zudem die Wahrscheinlichkeit, mit welcher die Entropie H maximal ist. **2**

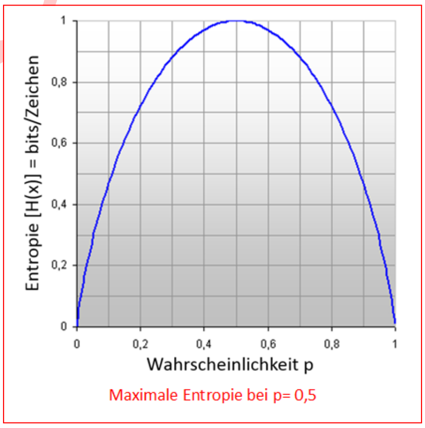


Abbildung 1.1: Shannon Funktion

Aufgabe 1.2: Codierung

A) Wie viele gültige Codewörter gibt es bei einem 7 aus 14 Code? Geben Sie alle verwendeten Formeln und Ihren Rechenweg an. Das Endergebnis muss nicht ausgerechnet werden. **1**

$\binom{m}{n} = \binom{14}{7} = \frac{14!}{7!*7!}$ (= 3432)

B) Wenn alle gültigen Codewörter bei einem 7 aus 14 Code benötigt werden, wie viele Bit-Fehler können dann erkannt und wie viele korrigiert werden? **1**

es kann genau ein 1-Bit-Fehler erkannt und keins korrigiert werden

Über eine störanfällige Funkübertragung sollen Nachrichtenpakete an eine Basisstation übertragen werden. Aus diesem Grund soll eine Codierung mit einer Fehlererkennung oder mit einer Fehlerkorrektur zum Einsatz kommen.

C) Gehen Sie davon aus, dass pro Nachrichtenpaket maximal nur zwei Bit-Fehler auftreten können. Welche minimale Hamming-Distanz wird benötigt, um sicher alle Fehler erkennen und welche, um alle Fehler korrigieren zu können? Achten Sie auf eindeutige Beantwortung. **1**

zur Fehlererkennung wird HDmin = 3,
für eine Korrektur wird HDmin = 5 benötigt

D) Gehen Sie nun davon aus, dass die Paketgröße mit einer entsprechenden Fehlererkennung 8 Bit lang ist, während die Paketgröße mit entsprechenden Fehlerkorrektur 10 Bit benötigt. Berechnen Sie nun die Paketfehlerwahrscheinlichkeit ab der die Codierung mit der Fehlerkorrektur der Codierung mit der Fehlererkennung vorzuziehen ist. Gehen Sie weiter davon aus, dass bei der Erkennung eines Fehlers wiederholt versendete Pakete fehlerfrei übertragen werden. **3**

Fehlerkorrektur mit 10 Bit pro Paket.
kein wiederholtes Senden nötig –> Durchschnittlich 10 Bit pro Paket
Fehlererkennung mit 8 Bit pro Paket.
Bei Fehlerfall wiederholtes Senden des Pakets
–> Wenn durchschnittlich übertragene Bits D >= 10 Bit dann Codierung mit Korrektur sinnvoller
–> D = 10 Bit = Bits/Paket + Bits/Paket * Fehlerrate X
–> 10 Bit = 8 Bit + 8 Bit * X => X = 1/4
–> Ab einer Paketfehlerrate größer 25% ist die Fehlerkorrektur sinnvoller.

Aufgabe 1.3: Zahlensysteme

A) Geben Sie den Wertebereich einer 61-stelligen Duotrigesimalzahl (Basis 32) im Dezimalsystem unter der Annahme an, dass es sich um eine vorzeichenlose Zahl handelt. **1**

$0 \leq x \leq 32^{61} - 1$

B) Rechnen Sie die Zahl 123_4 aus dem Quaternärsystem (Basis 4) in das Ternäresystem (Basis 3) um. **2**

$123_4 = 27_D = 1000_3$

C) Konvertieren Sie die Ternärezahl (Basis 3) 112202_3 in das Nonäresystem (Basis 9) **1**

$112202_3 = 482_9$

Aufgabe 2: Mengen, Relationen und Graphen

16

Aufgabe 2.1: Mengen

Gegeben seien folgende Mengen

$$A = \{2,5,7\}$$
$$G = \{1,2,3,4,5,6,7,a,b,c,d,e\}$$
$$M = \{a,b,d\}$$

A) Bilden Sie die Potenzmenge $P(A)$ 1

$P(A) = \{\{\emptyset\}, \{2\}, \{5\}, \{7\}, \{2,5\}, \{2,7\}, \{5,7\}, \{2,5,7\}\}$

B) Bilden Sie das kartesische Produkt $A \times M$. 1

$A \times M = \{(2,a),(2,b),(2,d),(5,a),(5,b),(5,d),(7,a),(7,b),(7,d)\}$

C) Bilden Sie bezüglich der Menge G das Komplement $C_G(A \cup M)$ 1

$C_G(A \cup M) = \{1,3,4,6,c,e\}$

D) Über eine weitere Menge B ist bekannt, dass folgende Beziehungen gelten: $|A \times B| = 6$ und $C_A(A \cup B) = \{3\}$. Geben Sie an, wie viele Elemente die gesuchte Menge B besitzen muss, und nennen Sie alle Lösungsmöglichkeiten für die Menge B. 2

Aus $|AxB| = 6$ und $|A| = 3$ folgt $|B| = 2$.
$B = \{2,3\}$
$B = \{5,3\}$
$B = \{7,3\}$

Aufgabe 2.2: Relationen

Durch den in Abb. 2.1 dargestellten Graph sei die Relation $Y\gamma Z$ definiert.

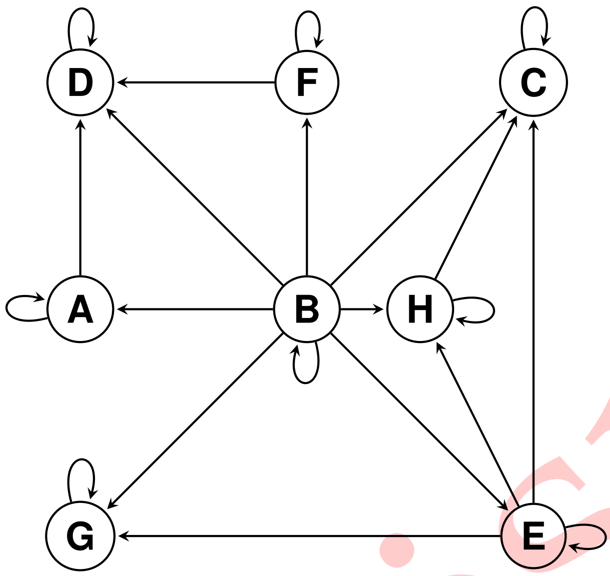


Abbildung 2.1: Graph G

A) Beurteilen Sie die Relation hinsichtlich der Eigenschaften: Reflexiv, Symmetrisch, Anti-Symmetrisch, Transitiv. Besitzt sie jeweils diese Eigenschaft oder nicht? Begründen Sie ihre Antworten. **4**

Reflexiv: ja, Hauptdiagonale vollständig besetzt.
Symmetrisch: nein, Gegenbeispiel: $b\gamma a$ gilt, $a\gamma b$ nicht
Antisymmetrisch: ja, aus $x\gamma y$ und $y\gamma x$ folgt $x = y$ für alle Elemente
Transitiv: ja, es gilt z.B. $e\gamma h$ und $h\gamma c \Rightarrow e\gamma c$ (für alle Elemente erfüllt)

B) Um welche spezielle Relation handelt es sich? **1**

Ordnungsrelation

Aufgabe 2.3: Graphentheorie

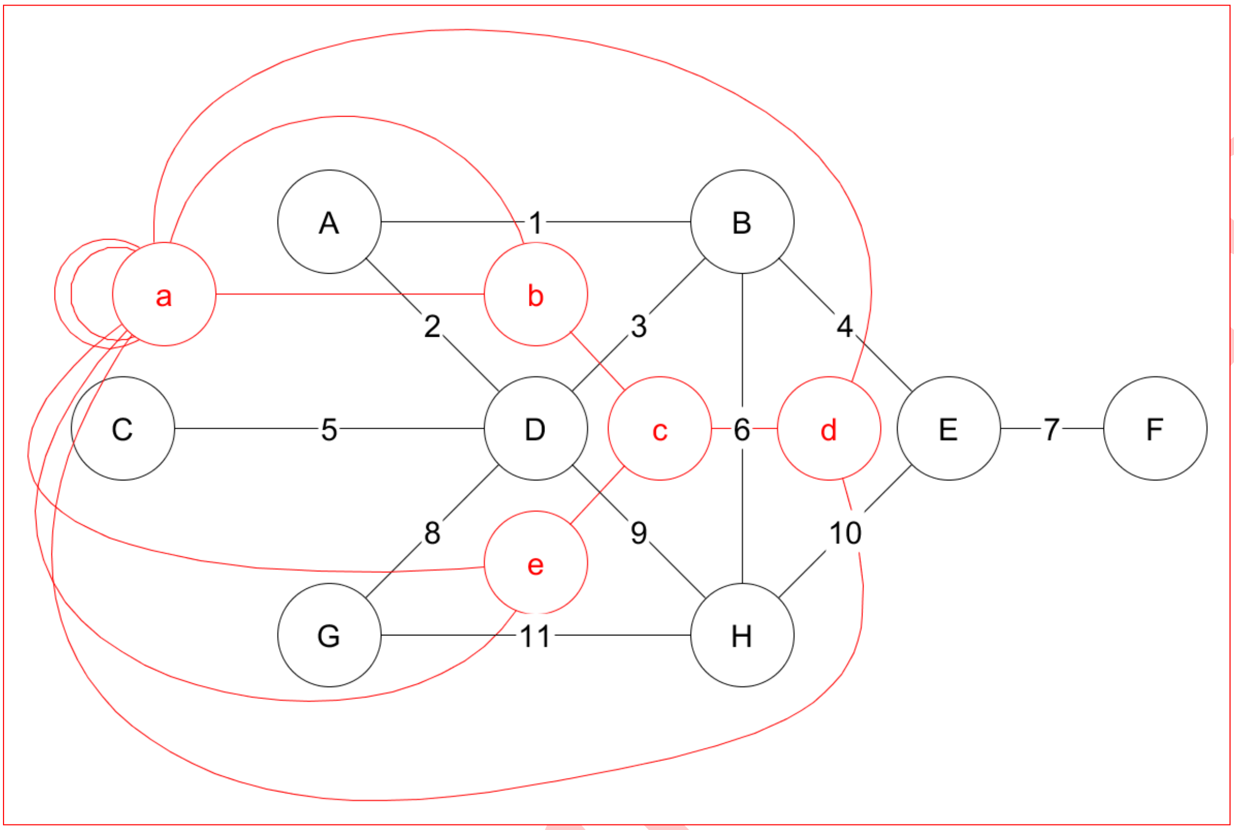


Abbildung 2.2: Graph G

A) Gegeben sei der Graph G in Abbildung 2.2. Existiert eine Kettenprogression, bei der jede Kante genau einmal benutzt wird? Wenn ja, geben Sie diese an. Wenn nein, begründen Sie ihre Antwort. **1**

Existiert nicht, da es mehr als zwei Knoten mit einer ungeraden Anzahl an Kanten gibt.

B) Konstruieren Sie zum Graphen G einen dualen Graphen. Zeichnen Sie in Abbildung 2.2 den dualen Graphen ein. Zeichnen Sie die Knoten dabei direkt in die Gebiete ein. **4**

C) Elektrische Schaltungen können als Graph dargestellt werden. Welche Bedeutung hat die Existenz eines dualen Graphen zu so einer Schaltung für deren Realisierbarkeit? **1**

Aus der Existenz folgt die Planarität, die Schaltung kann also in einer Ebene realisiert werden.

17

Aufgabe 3: Optimale Codes

Aufgabe 3.1: Shannon-Fanø

Sie sollen ein drahtloses Sensornetzwerk entwickeln. Hierfür müssen mehrere Komandos übertragen werden (siehe Tabelle 3.1).

Kommando	Häufigkeit	Wahrschein-lichkeit
(a) Sensor verfügbar	10	0,1
(b) Messung verfügbar	40	0,4
(c) Übertragung beendet	40	0,4
(d) Fehler	9	0,09
(e) Sensor deaktiviert	1	0,01

Tabelle 3.1: Statistik der Kommandos

A) Vervollständigen Sie Tabelle 3.1 **1**

B) Bestimmen Sie die mittlere Codewortlänge, falls alle Kommandos mit der gleichen Länge codiert werden. **1**

$\bar{m} = \lceil ld(5 Zeichen) \rceil = 3 bits$

C) Welcher Vorteil hat die Verwendung eines Optimalen-Codes? **1**

Die mittlere Codewortlänge verringert sich, bei statistisch nicht gleich verteilten Ereignisse.

D) Was bedeutet Präfixfreiheit bei einem Optimalen Code? **1**

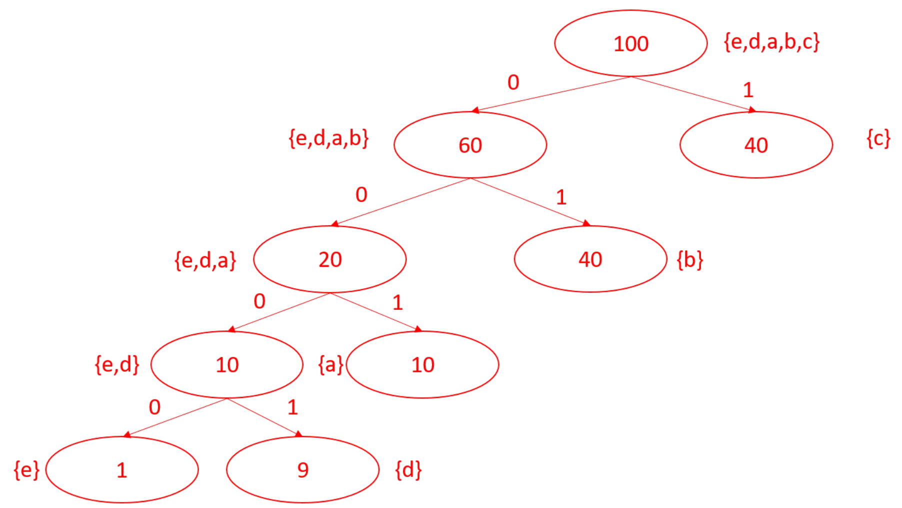
Kein Codewort darf der Beginn eines anderen sein.

E) Bestimmen Sie eine Codierung nach dem Shannon-Fanø-Verfahren. Bestimmen Sie hierfür den entsprechenden Baum. Verwenden Sie für die Codewörter die angegebenen Buchstaben a-e.

5

Konventionen:

- Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein und der vollständige Codierbaum angegeben werden!
- Sortieren Sie die Elemente entsprechend den Auftrittshäufigkeiten aufsteigend von links nach rechts. Falls unterschiedliche Elemente dieselbe Auftrittshäufigkeiten haben, sortieren Sie diese alphabetisch aufsteigend.
- Weisen Sie den linken Ästen des entstehenden Baumes die „0“ zu, den rechten Ästen die „1“.



Kommando	a	b	c	d	e
Codierung	001	01	1	0001	0000

F) Berechnen Sie die mittlere Codewortlänge der resultierenden Codierung

2

$\bar{m} = \sum_{i=1}^{n} m(x_i)p(x_i) = (4 \cdot 1 + 4 \cdot 9 + 3 \cdot 10 + 2 \cdot 40 + 1 \cdot 40)\frac{1}{100} = 190/100 = 1,90\,bits$

Aufgabe 3.2: Huffman

A) Erstellen Sie einen Codierbaum nach dem Huffman-Verfahren für die Codierung eines Alphabet mit sechs Buchstaben. Verwenden Sie hierfür die Daten aus Tabelle 3.2. **Tragen Sie ihre Ergebnis anschließend in Tabelle 3.2 ein.**

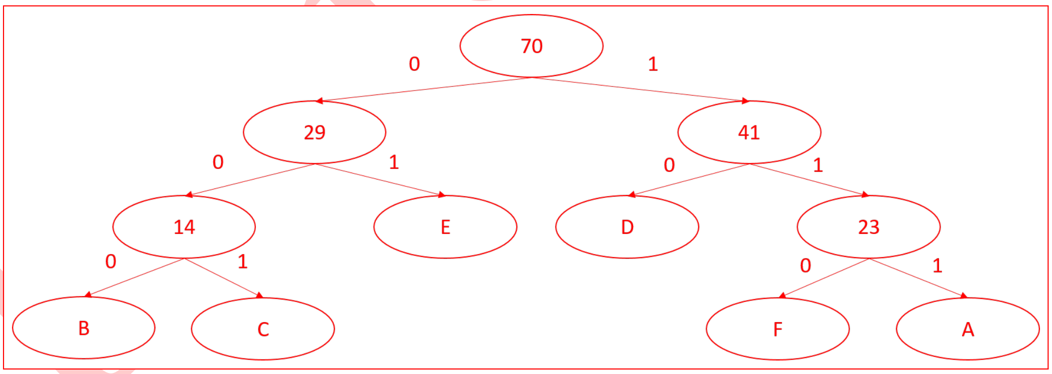
5

Konventionen:

- Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein und der vollständige Codierbaum angegeben werden!
- Sortieren Sie die Elemente entsprechend den Auftrittshäufigkeiten aufsteigend von links nach rechts. Falls unterschiedliche Elemente dieselbe Auftrittshäufigkeiten haben, sortieren Sie diese alphabetisch aufsteigend.
- Weisen Sie den linken Ästen des entstehenden Baumes die „0“ zu, den rechten Ästen die „1“.

Buchstabe	Häufigkeit	Code
A	13	111
B	5	000
C	9	100
D	18	01
E	15	10
F	10	011

Tabelle 3.2: Statistik des Alphabets



B) Kodieren Sie das Wort "'BAD"' mit Hilfe des Huffman-Baums

1

00011101

16

Aufgabe 4: Zahlensysteme

Aufgabe 4.1: Umrechnung von Zahlensystemen

A) Vervollständigen Sie die Tabelle 4.1, indem Sie die offenen Felder durch die entsprechende Konvertierung ergänzen.

6

Hexadezimal	Dezimal	Oktal	Binär
$1F1_H$	497_D	761_O	$0001\ 1111\ 0001_B$
870_H	2160_D	4160_O	$1000\ 0111\ 0000_B$
$34D_H$	$845D$	1515_O	001101001101_B
$11D_H$	285_D	435_O	$0001\ 0001\ 1101_B$

Tabelle 4.1: Umrechnung von Zahlensystemen

Aufgabe 4.2: Fließkommazahl

Abbildung 4.1 zeigt eine Darstellung von Fließkommazahlen nach dem IEEE-754-2008-Standard mit halber Genauigkeit (16 Bit). Das höchstwertige Bit stellt das Vorzeichen V dar, die nachfolgenden fünf Bits den Exponenten E und die niederwertigsten zehn Bits die Mantisse M.

V	E4	E3	E2	E1	E0	M9	M8	M7	M6	M5	M4	M3	M2	M1	M0

Abbildung 4.1: 16bit-Fließkommazahlenformat

A) Für die Berechnung von Mathematischen Operationen legt ein System die Daten folgendermaßen von im Speicher ab: **4**

Operand (8 Bit)	Literal I (16 Bit)	Literal II (16 Bit)

Die Daten werden wie folgt miteinander verknüpft:

[Literal I] Operand [Literal II]

Berechnen Sie basierend auf diesen Informationen das resultierende Ergebnis sowohl im **Binär-** als auch im **Dezimalsystem**.

Verwenden Sie für die Berechnung folgenden Speicherinhalt:

$$\mathbf{2B}_H\ \mathbf{80}_H\ \mathbf{00}_H\ \mathbf{47}_H\ \mathbf{00}_H$$

Hinweis: Verwenden Sie die 16-Bit-Fließkommazahl nach Abb. 4.1

$2B_H \hat{=} '+'$
$8000_H \hat{=} 1000\ 0000\ 0000\ 0000_B \hat{=} -0$
$4700_H \hat{=} 0100\ 0111\ 0000\ 0000_B \hat{=} +1.11_B * 2^{17-15} = 1,75 * 2^2 = 7$
$-0 \hat{=} 000\ 0000\ 0000_{2erKomplemnt}$
$\quad 000\ 0000\ 0000$
$+111\ 0000\ 0000$
$-------$
$\quad 111\ 0000\ 0000$
Kein Übertrag => Ergebnis ist positiv
Mantisse unverändert
=> $0100\ 0111\ 0000\ 0000_B$
-0 + 7 = 7

B) Geben Sie den Vorteil einer Fließkommazahl nach dem IEEE-754-Standard, gegenüber einer Fixkommazahl an. Erklären Sie darüber hinaus die drei wessentliche Komponenten einer Fließkommazahl.

2

Fließkommazahl können einen größeren Wertebreich, von sehr kleinen bis sehr großen Zahlen abdecken.
Vorzeichen: Vorzeichen der Zahl
Mantisse: Genauigkeit der Zahl
Exponent: Die Größen-Ordnung der Zahl

Aufgabe 4.3: Stibitz-Code

A) Geben Sie einen Vorteil des Stibitz-Codes gegenüber des BCD-Codes an.

1

Bei der Addition wird nur ein Korrekturschritt benötigt.
Bildung des Neunerkomplent durch bitweise Invertierung.

B) Berechnen Sie mit Hilfe des Stibitz-Codes folgende Aufgabe:

3

7 - 42

Hinweis: Verwenden Sie die Komplementrechnung

07 => 0011 1010
42 => 0111 0101
10er Komplement 42 => 1000 1011
0011 1010
1000 1011 +
———
1100 0101 => kein Übertrag Ergebnis ist negativ
1001 0011
———
1001 1000
10er Komplement
0110 1000 => 35

15

Aufgabe 5: Boolsche Algebra

A) Zeigen Sie mit Boolescher Algebra, dass die De Morgansche Regel $\overline{(a \vee b)} = \bar{a}\&\bar{b}$ gilt.

2

$$\overline{(a \vee b)} = \bar{a}\&\bar{b}$$

	$\overline{(a \vee b)} = \bar{a}\&\bar{b}$
R8b:	$0 = (\bar{a}\&\bar{b})\&(a \vee b)$
Assoziativgesetz R10b:	$0 = \bar{a}\&(\bar{b}\&(a \vee b))$
Distributivgesetz H3:	$0 = \bar{a}\&((\bar{b}\&a) \vee (\bar{b}\&b))$
R8b:	$0 = \bar{a}\&((\bar{b}\&a) \vee (0))$
R5a:	$0 = \bar{a}\&(\bar{b}\&a)$
R10b:	$0 = (\bar{a}\&a)\&\bar{b}$
R8b:	$0 = 0\&\bar{b}$
R6a:	$0 = 0$

B) Welche Anforderungen werden an ein Axiomensystem gestellt? Erläutern Sie die Anforderungen kurz.

3

Widerspruchsfrei (logisch)
Eine Menge M von Axiomen wird widerspruchsfrei genannt, falls man aus diesen Axiomen keine Widersprüche ableiten kann. Das bedeutet: Es ist nicht möglich, sowohl einen Satz A als auch seine Negation $\neg A$ mit den Regeln des Axiomensystems aus M herzuleiten

Axiome unabhängig
Unabhängig sind die Axiome, wenn keines von ihnen aus den anderen ableitbar ist

vollständig
Eine Menge M von Axiomen wird vollständig genannt, wenn für jeden Satz A der Sprache gilt, dass der Satz A selbst oder seine Negation $\neg A$ aus den Axiomen in M hergeleitet werden kann.

C) Gegeben sei die boolsche Funktion $X = (\bar{a}\bar{b}) \vee (ac)$ in disjunktiver Minimalform. Füllen Sie die folgende Wahrheitstabelle für die Funktion X aus:

2

a	b	c	X
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

D) Gegeben sei folgende boolesche Funktion: $Y = a\bar{b} \vee ac \vee a\bar{d} \vee \bar{b}c\bar{d} \vee \bar{a}b\bar{c} \vee \bar{a}bd$
Entwickeln Sie den Ausdruck Y mit Hilfe des Booleschen Entwicklungssatzes in der Reihenfolge d, c, b, a. Geben Sie alle Zwischenergebnisse an und tragen sie das Ergebnis in die unten stehende Tabelle 5.1 ein. Eine Umformung des Ausdrucks ist nicht gestattet.

4

(d,c,b,a)	Y	(d,c,b,a)	Y
$(0,0,0,0)$	0	$(1,0,0,0)$	0
$(0,0,0,1)$	1	$(1,0,0,1)$	1
$(0,0,1,0)$	1	$(1,0,1,0)$	1
$(0,0,1,1)$	1	$(1,0,1,1)$	0
$(0,1,0,0)$	1	$(1,1,0,0)$	0
$(0,1,0,1)$	1	$(1,1,0,1)$	1
$(0,1,1,0)$	0	$(1,1,1,0)$	1
$(0,1,1,1)$	1	$(1,1,1,1)$	1

Tabelle 5.1: Ergebnis des Entwicklungssatzes

Gegebene boolesche Funktion: $Y = a\bar{b} \vee ac \vee a\bar{d} \vee \bar{b}c\bar{d} \vee \bar{a}b\bar{c} \vee \bar{a}bd$

$Y(1,c,b,a) = a\bar{b} \vee ac \vee a\bar{1} \vee \bar{b}c\bar{1} \vee \bar{a}b\bar{c} \vee \bar{a}b1 = a\bar{b} \vee ac \vee \bar{a}b\bar{c} \vee \bar{a}b$
$Y(0,c,b,a) = a\bar{b} \vee ac \vee a\bar{0} \vee \bar{b}c\bar{0} \vee \bar{a}b\bar{c} \vee \bar{a}b0 = a\bar{b} \vee ac \vee a \vee \bar{b}c \vee \bar{a}b\bar{c}$

$Y(1,1,b,a) = a\bar{b} \vee a1 \vee \bar{a}b\bar{1} \vee \bar{a}b = a\bar{b} \vee a \vee \bar{a}b$
$Y(1,0,b,a) = a\bar{b} \vee a0 \vee \bar{a}b\bar{0} \vee \bar{a}b = a\bar{b} \vee \bar{a}b \vee \bar{a}b$
$Y(0,1,b,a) = a\bar{b} \vee a1 \vee a \vee \bar{b}1 \vee \bar{a}b\bar{1} = a\bar{b} \vee a \vee a \vee \bar{b}$
$Y(0,0,b,a) = a\bar{b} \vee a0 \vee a \vee \bar{b}0 \vee \bar{a}b\bar{0} = a\bar{b} \vee a \vee \bar{a}b$

$Y(1,1,1,a) = a\bar{1} \vee a \vee \bar{a}1 = a \vee \bar{a}$
$Y(1,1,0,a) = a\bar{0} \vee a \vee \bar{a}0 = a \vee a$
$Y(1,0,1,a) = a\bar{1} \vee \bar{a}1 \vee \bar{a}1 = \bar{a} \vee \bar{a}$
$Y(1,0,0,a) = a\bar{0} \vee \bar{a}0 \vee \bar{a}0 = a$
$Y(0,1,1,a) = a\bar{1} \vee a \vee a \vee \bar{1} = a \vee a$
$Y(0,1,0,a) = a\bar{0} \vee a \vee a \vee \bar{0} = a \vee a \vee a \vee 1$
$Y(0,0,1,a) = a\bar{1} \vee a \vee \bar{a}1 = a \vee \bar{a}$
$Y(0,0,0,a) = a\bar{0} \vee a \vee \bar{a}0 = a \vee a$

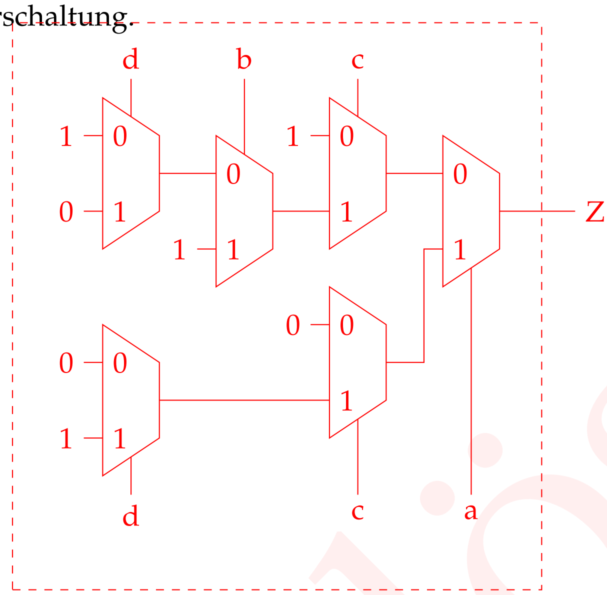
$Y(1,1,1,1) = 1$ $Y(1,1,1,0) = 1$
$Y(1,1,0,1) = 1$ $Y(1,1,0,0) = 0$
$Y(1,0,1,1) = 0$ $Y(1,0,1,0) = 1$
$Y(1,0,0,1) = 1$ $Y(1,0,0,0) = 0$
$Y(0,1,1,1) = 1$ $Y(0,1,1,0) = 0$
$Y(0,1,0,1) = 1$ $Y(0,1,0,0) = 1$
$Y(0,0,1,1) = 1$ $Y(0,0,1,0) = 1$
$Y(0,0,0,1) = 1$ $Y(0,0,0,0) = 0$

E) Gegeben sei die folgende Funktion

4

$$Z(a,c,b,d) = a(c(d(1) \vee \bar{d}(0)) \vee \bar{c}(0)) \vee \bar{a}(c(b(1) \vee \bar{b}(d(0) \vee \bar{d}(1))) \vee \bar{c}(1))$$

Die bereits entwickelte Funktion Z soll für eine Field Programmable Gate Array (FPGA) Realisierung mit 2:1 Multiplexern umgesetzt werden. Die Eingangsliterale a, b, c und d sollen dabei ausschließlich als Steuersignale genutzt werden. Zeichnen Sie die minimale Multiplexerschaltung.



Aufgabe 6: Minimierung

Aufgabe 6.1: Symmetriediagramme

y e a a b d c

0_{0}	0_{1}	0_{5}	1_{4}	$-_{20}$	$-_{21}$	1_{17}	0_{16}
1_{2}	$-_{3}$	0_{7}	$-_{6}$	0_{22}	0_{23}	$-_{19}$	$-_{18}$
1_{10}	1_{11}	0_{15}	1_{14}	0_{30}	0_{31}	1_{27}	1_{26}
0_{8}	1_{9}	1_{13}	1_{12}	0_{28}	1_{29}	$-_{25}$	0_{24}

Abbildung 6.1: Symmetriediegramm einer Schaltfunktion

A) Ist die Funktion in Abbildung 6.1 vollständig definiert? Begründen sie ihre Antwort! **1**

Sie ist nicht vollständig definiert, da sie don't care Stellen enthält.

B) Gegeben sei das Symmetriediagramm aus Abbildung 6.1. Freistellen sollen zunächst zu "0" gesetzt werden. Geben Sie für die dargestellte Schaltfunktion die **disjunktive** Normalform (DNF) an. Achten Sie hierbei darauf, die Terme aufsteigend nach ihrer ID (kleine Zahl in den Kästchen) anzugeben. **6**

$$y = (\bar{a} \wedge b \wedge \bar{c} \wedge \bar{d} \wedge \bar{e}) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge c \wedge \bar{d} \wedge \bar{e}) \vee (a \wedge \bar{b} \wedge \bar{c} \wedge d \wedge \bar{e}) \vee$$
$$(\bar{a} \wedge b \wedge \bar{c} \wedge d \wedge \bar{e}) \vee (a \wedge b \wedge \bar{c} \wedge d \wedge \bar{e}) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge c \wedge d \wedge \bar{e}) \vee$$
$$(a \wedge \bar{b} \wedge c \wedge d \wedge \bar{e}) \vee (\bar{a} \wedge b \wedge c \wedge d \wedge \bar{e}) \vee (a \wedge \bar{b} \wedge \bar{c} \wedge \bar{d} \wedge e) \vee$$
$$(\bar{a} \wedge b \wedge \bar{c} \wedge d \wedge e) \vee (a \wedge b \wedge \bar{c} \wedge d \wedge e) \vee (a \wedge \bar{b} \wedge c \wedge d \wedge e)$$

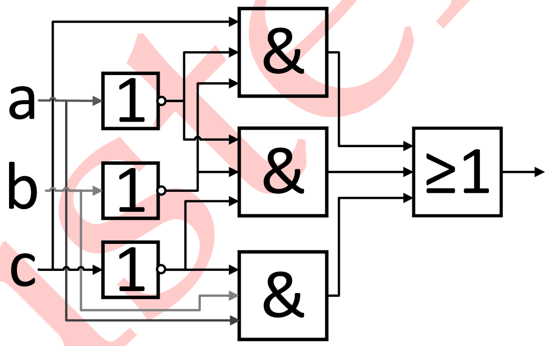
C) Legen Sie nun die Freistellen so fest, dass die Schaltfunktion aus Abbildung 6.1 optimal minimiert werden kann und bestimmen sie in diesem Fall eine **disjunktive** Minimalform (DMF). **3**

DMF: $y = (b \wedge \bar{c}) \vee (\bar{a} \wedge c \wedge \bar{e}) \vee (a \wedge \bar{b} \wedge d)$
und eins der folgenden:
$(a \wedge \bar{c} \wedge e)$
or
$(a \wedge \bar{b} \wedge e)$

D) Wie setzt sich das Bewertungskriterium für Schaltfunktionen zusammen? Benennen sie die Bestandteile und geben sie den Wert für ihre ermittelte DMF aus der vorigen Aufgabe an. **2**

Bewertungskriterium = Anzahl Literale + Anzahl Terme
= 11 Literale + 4 Terme
= 15

E) Gegeben sei das folgende Schaltbild einer Schaltfunktion f(a,b,c): **2**

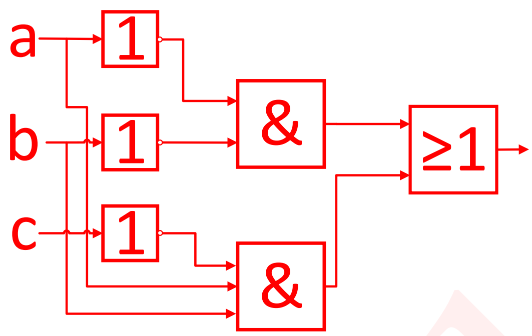


Stellen sie zunächst die Wahrheitstabelle für das angegebene Schaltbild auf.

a	b	c	f(a,b,c)
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

F) Minimieren sie nun durch ein von ihnen gewähltes Verfahren die Funktion und zeichnen sie anschließend das Schaltbild für die von ihnen minimierte Funktion. Ihr Vorgehen und der Lösungsweg bei der Minimierung müssen in ihrer Lösung erkenntlich sein. **2**

Lösung z.B. über Umformung oder KV Diagramm, das Zusammenfassen kann auch direkt in der Wahrheitstabelle markiert werden.



Aufgabe 7: Automaten

Aufgabe 7.1: Automatenentwurf

In Abb. 7.1 ist ein Ablaufdiagramm, des zu betrachtenden Automaten gegeben.

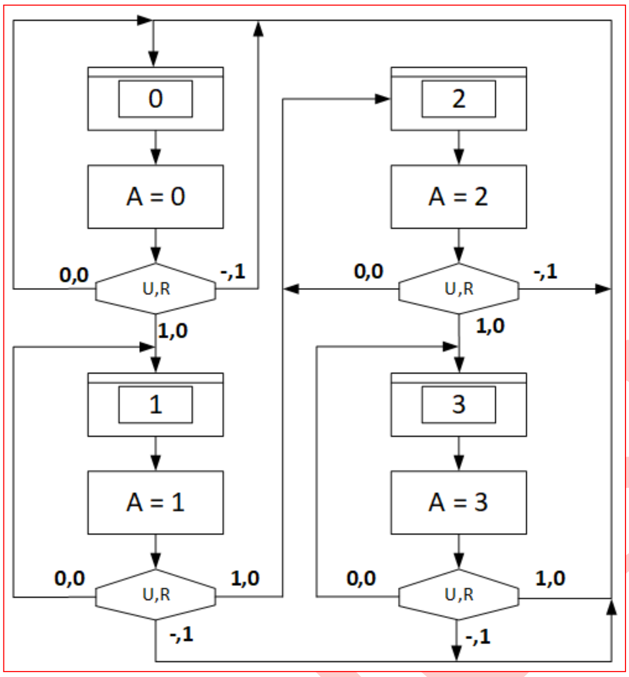


Abbildung 7.1: Ablaufdiagramm

A) Welche Funktionalität erfüllt der in Abb. 7.1 gezeigten Automaten? Begründen Sie Ihre Antwort. **1**

Zyklischer Binärzähler mit Reset.

B) Geben Sie den Automatentyp, sowie die Ausgabefunktion, des in Abb. 7.1 gezeigten Automaten an. Begründen Sie Ihre Antwort. **2**

Medwedew: $A_h^v = S_h^v$
Die Ausgabe ist der Automatenzustand

C) Geben Sie zwei weiter Automaten mit der entsprechenden Ausgabefunktion an. **1**

Moore: $A_h^v = \lambda(S_h^v)$
Mealy: $A_h^v = \lambda(S_h^v, E_g^v)$

Aufgabe 7.2: Realisierung von Automaten mit FlipFlops

A) Der Zustandsautomat aus Abb. 7.1 soll mit einem *T-FlipFlop* (mit dem Eingang t_0) für das erste Bit S_0 und einem *JK-FlipFlop* (mit den Eingäangen j_1 und k_1) für das zweite Bit S_1 realisiert werden. **6**
Ergänzen Sie hierfür die Ablauftabelle 7.1 um die fehlenden Folgezustände und Ansteuerbits der FlipFlops. Verwenden Sie nach Möglichkeit "don't care" Stellen.

Zustand $S^v = (S_1^v, S_0^v)$	Eingabe $E^v = (U, R)$	Folgezustand $S^{v+1} = (S_1^v, S_0^v)$	FlipFlop Ansteuerung j_1	k_1	t_0
0,0	0,0	0,0	0	-	0
	0,1	0,0	0	-	0
	1,0	0,1	0	-	1
	1,1	0,0	0	-	0
0,1	0,0	0,1	0	-	0
	0,1	0,0	0	-	1
	1,0	1,0	1	-	1
	1,1	0,0	0	-	1
1,0	0,0	1,0	-	0	0
	0,1	0,0	-	1	0
	1,0	1,1	-	0	1
	1,1	0,0	-	1	0
1,1	0,0	1,1	-	0	0
	0,1	0,0	-	1	1
	1,0	0,0	-	1	1
	1,1	0,0	-	1	1

Tabelle 7.1: Ablauftabelle

B) Die Ansteuerfunktionen für die FlipFlops sollen nun minimiert werden. Geben Sie mit Hilfe der in Abbildung 7.2 vorgegebenen Symmetriediagrammen jeweils eine disjunktive minimale Ansteuerfunktion für die beiden Eingänge t_0 und k_1 an.

3

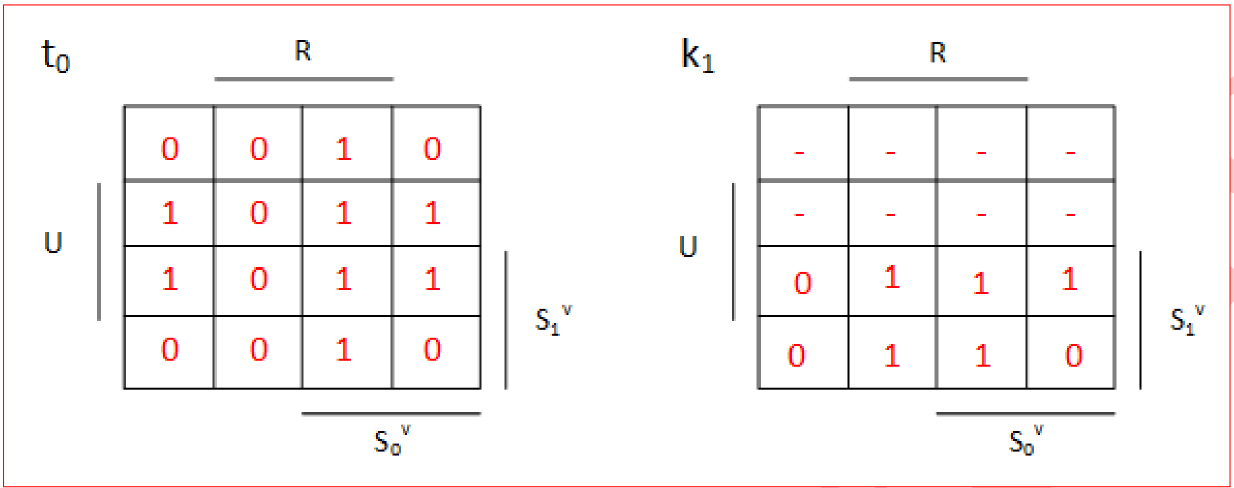


Abbildung 7.2: Symmetriediagramme für Ansteuerfunktionen

$t_0 = (S_0^v \wedge R) \vee (U \wedge \overline{R})$

$k_1 = R \vee (S_0^v \wedge U)$

C) Ergänzen Sie Abb. 7.3 so, dass ein D-FlipFlop entsteht. Achten Sie auf eine minimale Realisierung.

1

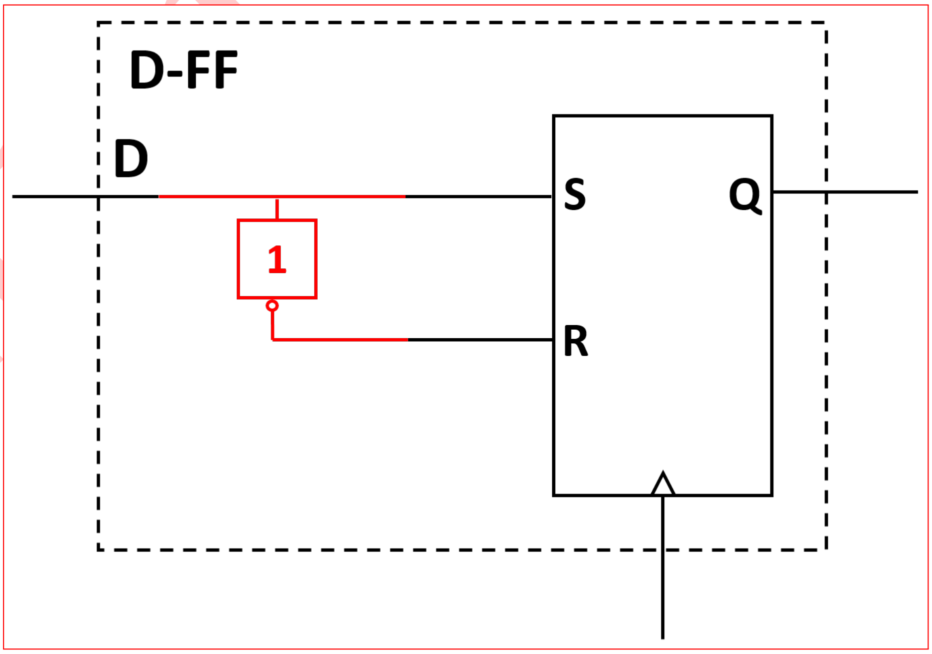


Abbildung 7.3: FlipFlop

Aufgabe 8: CMOS und Gatter

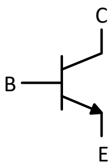
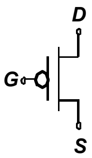
15

Hinweis: Verwenden Sie für diese Aufgabe eine **positive Logik**, der CMOS-Pegel VCC entspricht einer logischen ’1’.

Aufgabe 8.1: Transistortypen

A) In der untenstehenden Tabelle sind die Schaltbilder zweier unterschiedlicher Transistoren abgebildet. Geben Sie in der zweiten Spalte den grundlegenden Transistortypen und die konkrete Variante an.

1

Schaltbild	Transistortyp
	NPN-Bipolartransistor
	PMOS-Transistor

B) Welcher Transistortyp wird in der CMOS-Technologie für Pull-Up- und welcher für Pull-Down-Schaltnetze verwendet?

1

NMOS-Transistoren in Pull-Down Netzen
PMOS-Transistoren in Pull-Up Netzen

Aufgabe 8.2: Fehleranalyse in CMOS-Schaltungen

A) Wie lautet die formale Bedingung für ein wohldefiniertes CMOS-Schaltnetz? **1**

$F = \overline{G}$

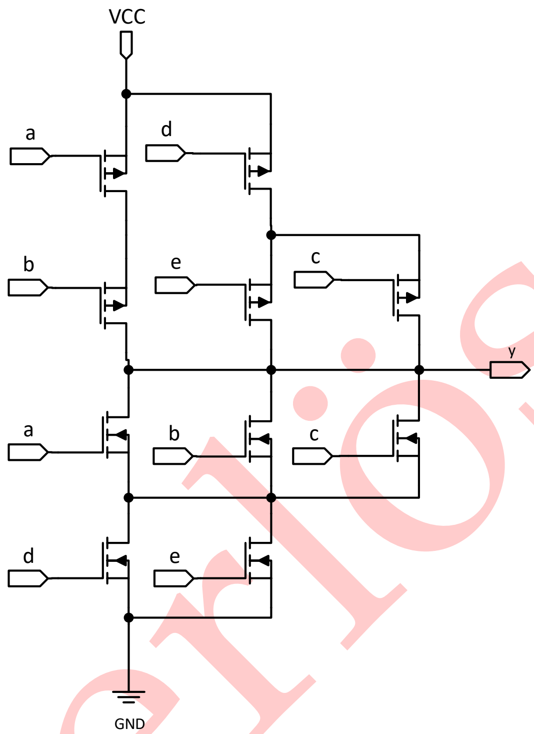


Abbildung 8.1: CMOS-Schaltung

B) In Abbildung 8.1 ist eine CMOS-Schaltung dargestellt. Geben Sie die Pull-Up-Funktion F und die Pull-Down-Funktion G an. Prüfen Sie außerdem formal anhand der Bedingung aus der vorherigen Teilaufgabe, ob die Schaltung wohldefiniert ist. **3**

$F = \bar{a}\bar{b} \lor \bar{d}(\bar{e} \lor \bar{c}) = \bar{a}\bar{b} \lor \bar{d}\bar{e} \lor \bar{d}\bar{c}$

$G = (a \lor b \lor c) \land (d \lor e) = ad \lor ae \lor bd \lor be \lor cd \lor ce$

$\overline{F} = (a \lor b) \land (d \lor ce) = ad \lor bd \lor ace \lor bce$

$\overline{F} \neq G \implies$ Die Schaltung ist nicht wohldefiniert

C) Kann die Schaltung aus Abbildung 8.1 Kurzschlüsse erzeugen? Falls ja, ermitteln Sie alle Eingangsbelegungen, die einen Kurzschluss bewirken. Tragen Sie die Kurzschlussstellen in die untenstehende Tabelle ein. Sie können bei Bedarf auch Don't Care Stellen verwenden.

5

a	b	c	d	e
0	0	1	1	-
0	0	1	-	1
1	-	0	0	1
-	1	0	0	1

Prüfen auf Kurzschlüsse:

$F \wedge G = (\overline{a}\,\overline{b} \vee \overline{d}\,\overline{e} \vee \overline{c}\,\overline{d}) \wedge (ad \vee ae \vee bd \vee be \vee cd \vee ce)$

$= \overline{a}\,\overline{b} \wedge (\cancel{ad} \vee \cancel{ae} \vee \cancel{bd} \vee \cancel{be} \vee cd \vee ce)$

$\quad + \overline{d}\,\overline{e} \wedge (\cancel{ad} \vee \cancel{ae} \vee \cancel{bd} \vee \cancel{be} \vee \cancel{cd} \vee \cancel{ce})$

$\quad + \overline{c}\,\overline{d} \wedge (\cancel{ad} \vee ae \vee \cancel{bd} \vee be \vee \cancel{cd} \vee \cancel{ce})$

$= \overline{a}\,\overline{b}cd \vee \overline{a}\,\overline{b}ce \vee \overline{c}\,\overline{d}ae \vee \overline{c}\,\overline{d}be$

Aufgabe 8.3: Analyse einer CMOS-Logikschaltung

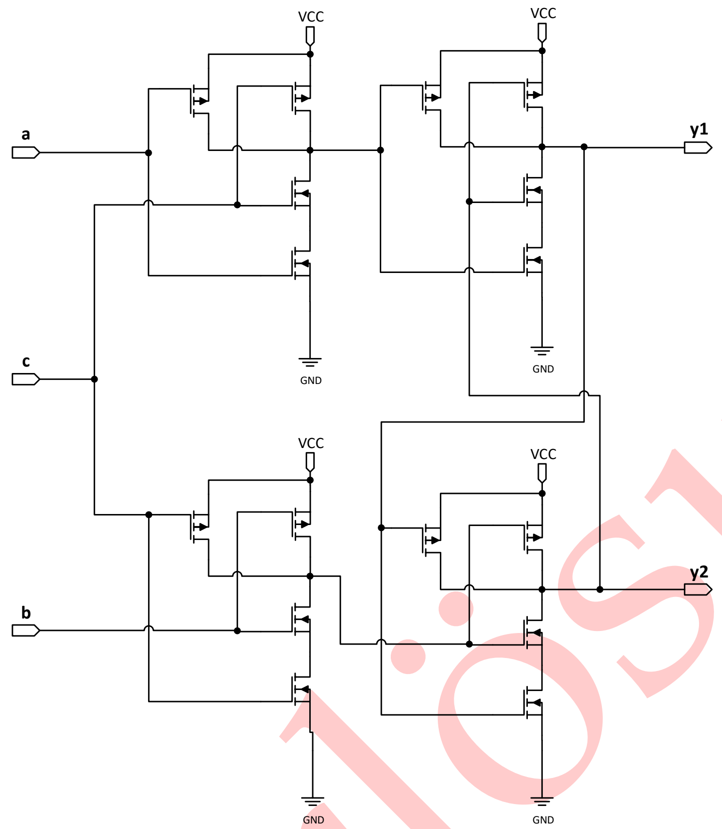
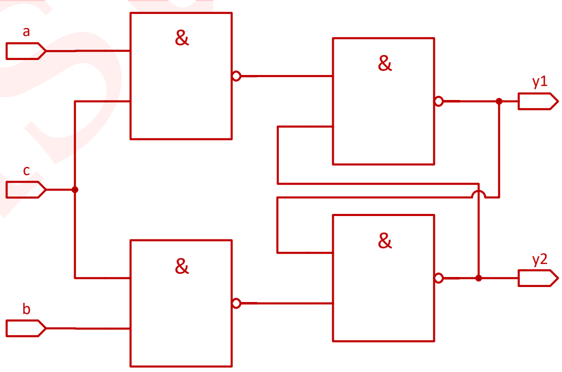


Abbildung 8.2: CMOS-Schaltung aus mehreren Gattern

A) Gegeben sei die CMOS-Schaltung aus Abbildung 8.2. Rekonstruieren Sie daraus eine äquivalente Schaltung aus Logikgattern. Verwenden Sie ausschließlich NAND, NOR, NOT Gatter. **2**



B) Lässt sich das Verhalten der beiden Ausgänge $y1$ und $y2$ aus Abbildung 8.2 jeweils durch eine Schaltfunktion der Form $q = f(a, b, c)$ beschreiben? Begründen sie ihre Antwort. **1**

Nein, da die Schaltung Rückkopplungen enthält.

C) Welche aus der Vorlesung bekannte Standardschaltung wird durch das CMOS-Schaltnetz aus Abbildung 8.2 realisiert? **1**

Ein (getaktetes) RS-Latch / Ein RS-Flipflop (mit Taktpegelsteuerung)

Zusätzliches Lösungsblatt:

Formelblatt Digitaltechnik

Huntingtonschen Axiome für alle $a, b, \mathrm{I}, \mathrm{O} \in K$; $\bar{a} = k \in K$

Abgeschlossenheit:	(H1)	$a \top b \in K$	$a \perp b \in K$
Kommutativgesetz:	(H2)	$a \top b = b \top a$	$a \perp b = b \perp a$
Distributivgesetz:	(H3)	$(a \top b) \perp c = (a \perp c) \top (b \perp c)$	$(a \perp b) \top c = (a \top c) \perp (b \top c)$
Neutrales Element:	(H4)	$\mathrm{I} \top a = a$	$\mathrm{O} \perp a = a$
Komplement:	(H5)	$a \top k = \mathrm{O}$	$a \perp k = \mathrm{I}$

Abgeleitete Regeln

R1a:	$\bar{0} = 1$	R1b:	$\bar{1} = 0$
R2a:	$0 \vee 0 = 0$	R2b:	$1 \,\&\, 1 = 1$
R3a:	$1 \vee 1 = 1$	R3b:	$0 \,\&\, 0 = 0$
R4a:	$1 \vee 0 = 1$	R4b:	$1 \,\&\, 0 = 0$
R5a:	$a \vee 0 = a$	R5b:	$a \,\&\, 0 = 0$
R6a:	$a \vee 1 = 1$	R6b:	$a \,\&\, 1 = a$
R7a:	$a \vee a = a$	R7b:	$a \,\&\, a = a$
R8a:	$a \vee \bar{a} = 1$	R8b:	$a \,\&\, \bar{a} = 0$
R9:	$\overline{(\bar{a})} = \bar{\bar{a}} = a$		

Assoziative Gesetze:

R10a: $(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c) = a \vee b \vee c$ R10b: $(a \,\&\, b) \,\&\, c = a \,\&\, (b \,\&\, c) = a \,\&\, b \,\&\, c$

Absorptionsgesetze:

R11a: $(a \vee b) \,\&\, a = a$ R11b: $(a \,\&\, b) \vee a = a$

De Morgan:

R12a: $\overline{(a \vee b)} = \bar{a} \,\&\, \bar{b}$ R12b: $\overline{(a \,\&\, b)} = \bar{a} \vee \bar{b}$

Umwandlung DNF ↔ KNF

$$OR(AND(l_i)) \xleftrightarrow{R9} OR\left(AND(\bar{\bar{l_i}})\right) \xleftrightarrow{R12a} OR\left(\overline{OR(\bar{l_i})}\right) \xleftrightarrow{R12b} \overline{AND\left(OR(\bar{l_i})\right)} \xleftrightarrow{H3}$$

$$\overline{OR\left(AND(\bar{l_k})\right)} \xleftrightarrow{R12a} AND\left(\overline{AND(\bar{l_k})}\right) \xleftrightarrow{R12b} AND\left(OR(\bar{\bar{l_k}})\right) \xleftrightarrow{R9} AND\left(OR(l_k)\right)$$

Weitere Funktionen

Implikation $a \rightarrow b = \bar{a} + b$

Äquivalenz $a \equiv b = a \cdot b + \bar{a} \cdot \bar{b}$

Inklusion $f \leq g \Rightarrow f \cdot \bar{g} = 0$

Transitivität der Inklusion

$(f \leq g) \cdot (g \leq h) \Rightarrow f \leq h$

Tautologie $f = g \Leftrightarrow f \equiv g = 1$

$f \leq g \Leftrightarrow \bar{f} + g = 1$

XOR-Regeln $x \oplus y = \bar{x} \cdot y + x \cdot \bar{y}$

$x + y = x \cdot y \oplus x \oplus y$

$x \cdot (y \oplus z) = x \cdot y \oplus x \cdot z$

$\bar{x} = x \oplus 1$, $x \oplus x = 0$, $x \oplus 0 = x$

Multiplexer $f = x \cdot a + \bar{x} \cdot b$

Entwicklungssatz

Boolescher Entwicklungssatz $f = x \cdot f_x + \bar{x} \cdot f_{\bar{x}}$

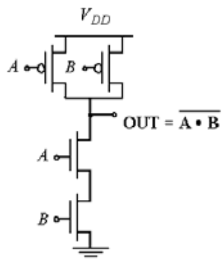
Dualer Entwicklungssatz $f = (\bar{x} + f_x) \cdot (x + f_{\bar{x}})$

CMOS Schaltungen

CMOS (wohl definiert) $v_1 = \overline{v_0}$

CMOS (kein Kurzschluss) $v_1 \cdot v_0 = 0$

CMOS (Vollständigkeit) $v_1 + v_0 = 1$



Addierer

Halbaddierer $s_i = a_i \oplus b_i$ $c_{i+1} = a_i \cdot b_i$

Volladdierer $s_i = a_i \oplus b_i \oplus c_i$

$c_{i+1} = a_i \cdot b_i + (a_i \oplus b_i) \cdot c_i$

Carry-Look-ahead $c_{i+1} = g_i + p_i \cdot c_i$

Generate $g_i = a_i \cdot b_i$

Propagate $p_i = a_i \oplus b_i$

Informationsgehalt

Informationsgehalt H_e eines Zeichens: $H_e = \mathrm{ld}\,\frac{1}{p}$

Informationsgehalt H einer Quelle: $H = \sum_{i=1}^{N} p(i) \cdot \mathrm{ld}\,\frac{1}{p(i)}$

mit der Auftrittswahrscheinlichkeit $p(i)$ und $\sum_{i=1}^{N} p(i) = 1$

a, b, x, y, z : boolesche Variablen l : Literal f, g : boolesche Funktionen v_1 : p-Netz v_0 : n-Netz
s : Summe/Zustand c : Carry i : Eingang δ : Transitionsfunktion λ : Ausgabefunktion

Codierung

Allgemeiner Aufbau einer polyadischen Zahl:

$$N = dn * Rn + \ldots + d1 * R1 + d0 * R0$$

mit *N* Zahl im Zahlensystem; *R* Basis; R^i Wertigkeit; d_i Ziffer der i-ten Stelle; *Z* Menge der Ziffer $d_i \in \{0, 1, 2, \ldots, R-1\}$

ASCII-Tabelle

LSB	MSB							
Binär	000	001	010	011	100	101	110	111
	Steuerzeichen			Großbuchstaben			Kleinbuchstaben	
0000	NUL	DLE	SP	0	@	P	`	p
0001	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
0010	STX	DC2	„	2	B	R	b	r
0011	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
0100	EOT	DC4	$	4	D	T	d	t
0101	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0110	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0111	BEL	ETB	´	7	G	W	g	w
1000	BS	CAN	(	8	H	X	h	x
1001	HT	EM	)	9	I	Y	i	y
1010	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1011	VT	ESC	+	;	K	[	k	{
1100	FF	FS	,	<	L	\	l	|
1101	CR	GS	-	=	M	]	m	}
1110	SO	RS	.	>	N	^	n	~
1111	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

Anzahl Codewörter im (*k* aus m)-Code:

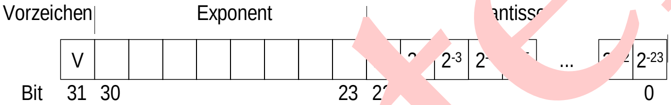
$$\binom{m}{k} = \frac{m!}{k!(m-k)!}$$

Korrigierbare Fehleranzahl bei ungerader HD:

$$F_k = \frac{(d-1)}{2}$$

Erkennbare Fehleranzahl: $F_e = d - 1$

Gleitkommadarstellung gemäß IEEE 754 Standard



Exponent E	Mantisse M	Wert
255	≠0	ungültig (NAN)
255	0	$-1^V \cdot \infty$ (±unendlich)
0 < E < 255	M	$-1^V \cdot 2^{E-127} \cdot (1,M)$
0	[illegible]	$-1^V \cdot 2^{-126} \cdot (0,M)$
0	0	$-1^V \cdot 0$

Minimierung – Allgemeine Vorgehensweise:

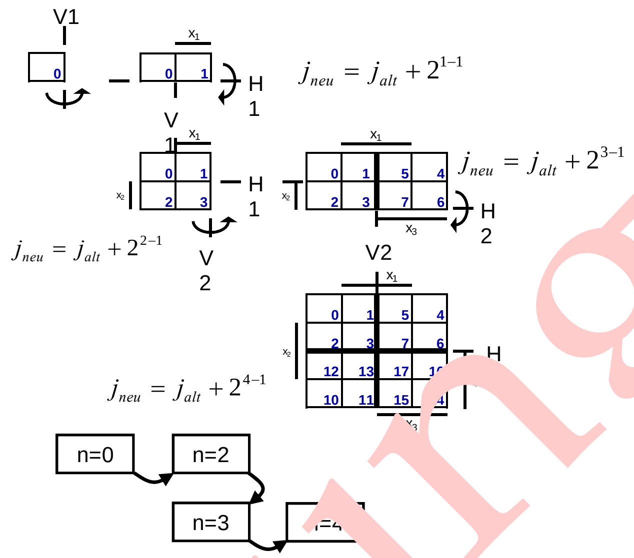
1) **Kerne bestimmen und Streichen aller überdeckten Spalten** (@ Einsstellen) („leergewordene“ Zeilen können auch gestrichen werden)

2) **Spaltendominanzen** finden und **dominierende Spalten streichen**

3) **Zeilendominanzen** finden und **dominierte Zeilen streichen**, nach Möglichkeit (-> **Kosten ci beachten**!)

4) Schritte **1-3 wiederholen**, bis **Überdeckungstabelle nicht reduzierbar** -> keine Kerne und Dominanzen mehr (ggf. noch zyklische Resttabelle auflösen)

Entwicklung eines Symmetriediagramms



FlipFlops (charakteristische Gleichungen)

RS-FlipFlop:

$$q_k^{v+1} = S^v \vee (q_k \,\&\, \overline{R}^v)$$

q^v	q^{v+1}	R	S
0	0	-	0
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	-

D-FlipFlop:

$$q_k^{v+1} = D^v$$

q^v	q^{v+1}	D
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

JK-FlipFlop:

$$q^{v+1} = (\overline{K} \,\&\, q^v) \vee (J \,\&\, \overline{q}^v)$$

q^v	q^{v+1}	K	J
0	0	-	0
0	1	-	1
1	0	1	-
1	1	0	-

T-FlipFlop:

$$q^{v+1} = (T \,\&\, \overline{q}^v) \vee (\overline{T} \,\&\, q^v)$$

q^v	q^{v+1}	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Automaten

A_h^v Ausgangsvektor;

S_k^v Zustandsvektor;

E_g^v Eingangsvektor

Transitionsgleichungen

$$s_i^{v+1} = \delta_i\left(S_k^v, E_g^v\right), mit\ s_i^{v+1} \in S_k^{v+1}$$

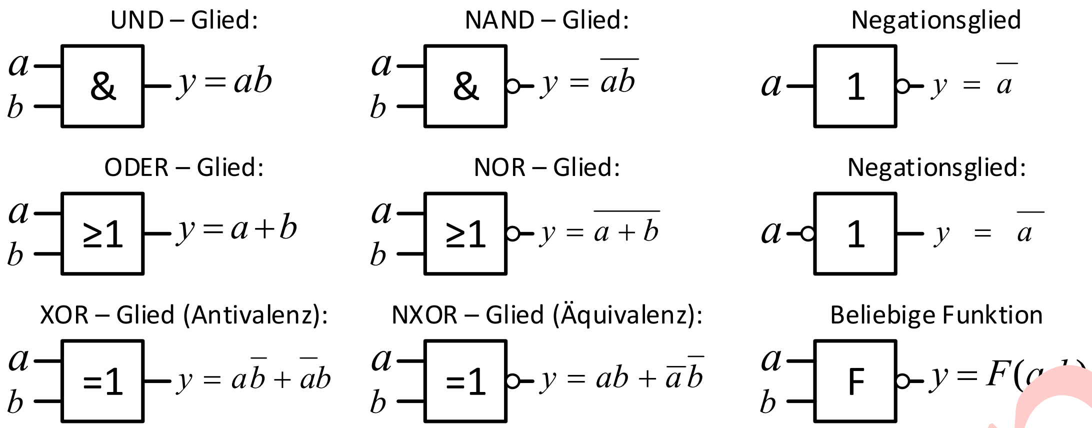
Ausgabefunktionen Medwedew $A_h^v = S_k^v$

Ausgabefunktionen Moore $A_h^v = \lambda_i\left(S_k^v\right)$

Ausgabefunktionen Mealy $A_h^v = \lambda_i\left(S_k^v, E_g^v\right)$

a, b, x, y, z : boolesche Variablen l : Literal f, g : boolesche Funktionen v_1 : p-Netz v_0 : n-Netz
s : Summe/Zustand c : Carry i : Eingang δ : Transitionsfunktion λ : Ausgabefunktion

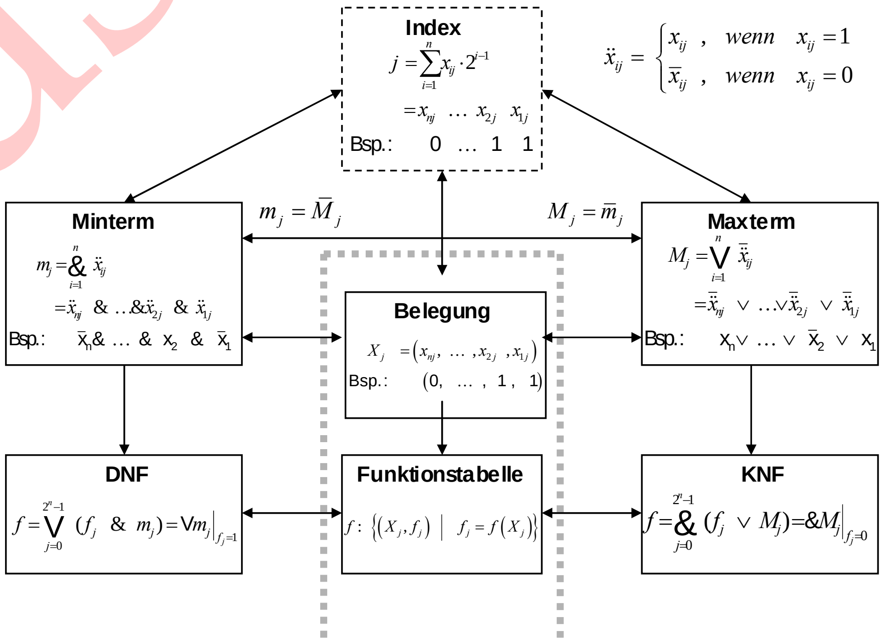
Schaltsymbole



Zusammenstellung der wichtigsten Basissysteme

Zahl der Operatoren	Namen	Zeichen	Darstellung mit UND, ODER, NICHT	Darstellung von $\overline{a}$	$a\&b$	$a \vee b$
3	NICHT UND ODER	$y=\overline{a}$ $y=a\&b$ $y=a\vee b$	-	$\overline{a}$ - -	- $a\&b$ -	- - $a\vee b$
2	NICHT UND	$y=\overline{a}$ $y=a\&b$	-	$\overline{a}$ -	- $a\&b$	$a\vee b=\overline{\overline{a\vee b}}=\overline{\overline{a}\&\overline{b}}$
2	NICHT ODER	$y=\overline{a}$ $y=a\vee b$	-	$\overline{a}$ -	$a\&b=\overline{\overline{a\&b}}$ $=\overline{\overline{a}\vee\overline{b}}$	- $a\vee b$
2	UND ANTIVALENZ (Konstante 1)	$y=a\&b$ $y=a\oplus b$	$y=a\&b$ $y=\overline{a}\&b\vee a\&\overline{b}$	$\overline{a}=\overline{a}\&1\vee a\&\overline{1}$ $=a\oplus 1$	$a\&b$ -	$a\vee b$ $=a\oplus b\oplus(a\&b)$
1	NAND	$y=a\overline{\&}b$	$y=\overline{a\&b}$ $=\overline{a}\vee\overline{b}$	$\overline{a}=\overline{a\&a}=a\overline{\&}a$ oder $\overline{a}=\overline{a\&1}=a\overline{\&}1$	$a\&b=\overline{\overline{a\&b}}$ $=\overline{a\overline{\&}b}$ $=(a\overline{\&}b)\overline{\&}(a\overline{\&}b)$	$a\vee b=\overline{\overline{a}\&\overline{b}}$ $=\overline{a}\overline{\&}\overline{b}$ $=(a\overline{\&}a)\overline{\&}(b\overline{\&}b)$
1	NOR	$y=a\overline{\vee}b$	$y=\overline{a\vee b}$ $=\overline{a}\&\overline{b}$	$\overline{a}=\overline{a\vee a}=a\overline{\vee}a$ oder $\overline{a}=\overline{a\vee 0}=a\overline{\vee}0$	$a\&b=\overline{\overline{a}\vee\overline{b}}$ $=\overline{a}\overline{\vee}\overline{b}$ $=(a\overline{\vee}a)\overline{\vee}(b\overline{\vee}b)$	$a\vee b=\overline{\overline{a\vee b}}$ $=\overline{a\overline{\vee}b}$ $=(a\overline{\vee}b)\overline{\vee}(a\overline{\vee}b)$

Hauptsatz der Schaltalgebra
Beziehungen zwischen den Begriffen



a,b,x,y,z : boolesche Variablen l : Literal f,g : boolesche Funktionen v_1 : p-Netz v_0 : n-Netz
s : Summe/Zustand c : Carry i : Eingang δ : Transitionsfunktion λ : Ausgabefunktion