

Digitaltechnik

4. Lösungsblatt

Institut für Technik der Informationsverarbeitung, Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

1. Aufgabe:

- 1.1 Auf der Menge $M = \{ 2, 3, \dots, 7 \}$ ist die Relation α
- reflexiv: jede der Zahlen hat als kgV sich selbst, welches kleiner als 15 ist
 - symmetrisch: zwei Zahlen a und b haben dasselbe kgV wie b und a
 - nicht transitiv: Gegenbeispiel: 3 ist mit 2 verträglich und 2 mit 7, aber 3 ist nicht mit 7 verträglich.
- 1.2 Für beliebige natürliche Zahlen ist die Relation α nicht mehr reflexiv, da Zahlen, die größer als 15 sind, mit sich selbst ein kgV besitzen, das ebenfalls größer als 15 ist.
- 1.3 Eine mögliche Überdeckung lautet:
- $$\tau = \{ \{ 2, 3, 4, 6 \}, \{ 2, 5 \}, \{ 2, 7 \} \}$$

2. Aufgabe:

- 2.1 Die Relation ist:
- reflexiv (Jeder Knoten besitzt eine Schleife),
 - transitiv,
 - antisymmetrisch (keine antiparallelen Kanten).
- 2.2 Es handelt sich hier um eine Ordnungsrelation.

3. Aufgabe:

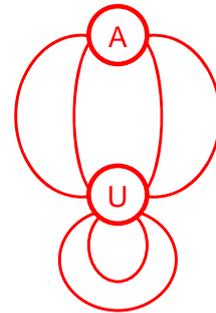
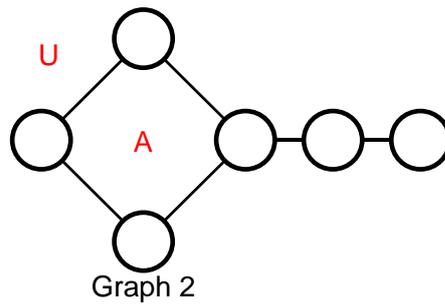
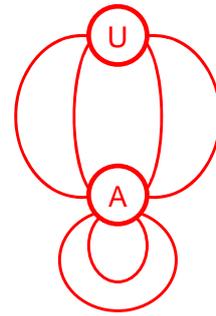
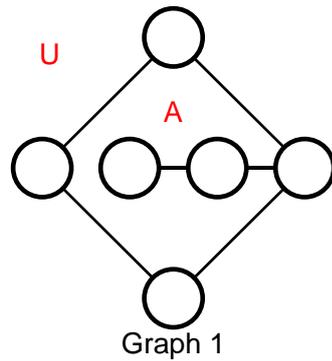
transitiv: aus $x \alpha y$ und $y \alpha z$ folgt $x \alpha z$:

Lebkuchenherz besser als nichts, nichts besser als ewiges Glück

\Rightarrow Lebkuchenherz besser als ewiges Glück

4. Aufgabe:

4.1



4.2 Beide Graphen sind isomorph zueinander.

5. Aufgabe:

<p>5.1 $a \top a = (a \top a) \perp O$ $= (a \top a) \perp (a \top \bar{a})$ $= a \top (a \perp \bar{a})$ $= a \top I$ $= a$</p>	<p>$a \perp a = (a \perp a) \top I$ $= (a \perp a) \top (a \perp \bar{a})$ $= a \perp (a \top \bar{a})$ $= a \perp O$ $= a$</p>	<p>(H4) (H5) (H3) (H5) (H4)</p>
---	--	---

<p>5.2 $a \top O = (a \top O) \perp O$ $= (a \top O) \perp (a \top \bar{a})$ $= a \top (O \perp \bar{a})$ $= a \top \bar{a}$ $= O$</p>	<p>$a \perp I = (a \perp I) \top I$ $= (a \perp I) \top (a \perp \bar{a})$ $= a \perp (I \top \bar{a})$ $= a \perp \bar{a}$ $= I$</p>	<p>(H4) (H5) (H3) (H4) (H5)</p>
---	--	---

5.3

<p>$a \top (a \perp b) = (a \perp O) \top (a \perp b)$ $= a \perp (O \top b)$ $= a \perp O$ $= a$</p>	<p>$a \perp (a \top b) = (a \top I) \perp (a \top b)$ $= a \top (I \perp b)$ $= a \top I$ $= a$</p>	<p>(H4) (H3) (5.2) (H4)</p>
--	--	---

6. Aufgabe:

$$\begin{aligned}
6.1 \quad & (b \& \bar{a}) \vee [(a \vee \bar{b}) \& (b \vee \bar{a} \vee (b \& \bar{a}))] & = \\
& (b \& \bar{a}) \vee [(a \vee \bar{b}) \& (b \vee \bar{a})] & = \\
& (b \& \bar{a}) \vee [(a \vee \bar{b}) \& b] \vee [(a \vee \bar{b}) \& \bar{a}] & = \\
& (b \& \bar{a}) \vee (a \& b) \vee (b \& \bar{b}) \vee (a \& \bar{a}) \vee (\bar{b} \& \bar{a}) & = \\
& (b \& \bar{a}) \vee (a \& b) \vee (\bar{b} \& \bar{a}) & = \\
& (b \& \bar{a}) \vee (a \& b) \vee (\bar{b} \& \bar{a}) \vee (b \& \bar{a}) & = \\
& (b \& (\bar{a} \vee a) \vee (\bar{b} \vee b) \& \bar{a}) & = \\
& (b \vee \bar{a}) & =
\end{aligned}$$

Name: Implikation, a impliziert b, $a \rightarrow b$

6.2

$$y = \overline{a \& b} = \bar{a} \vee \bar{b}$$

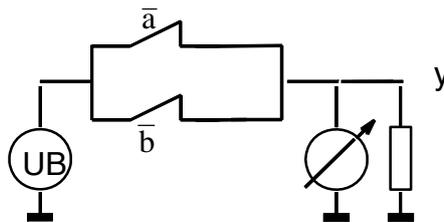


Abbildung 1: Relaischaltnetz