

Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Übung - Digitaltechnik

5. Übung

Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

1. Aufgabe: DNF und KNF

1. Aufgabe

- Zeigen Sie, dass folgende Gleichungen gelten:
- 1.1 $(a \& b) \vee (a \& b) \vee (b \& \bar{c}) = (a \& c) \vee (b \& \bar{c})$
indem Sie beide Seiten zur DNF erweitern.
- 1.2 $(a \& b) \vee (a \equiv b) = (a \vee b)$
indem Sie beide Seiten zur KNF erweitern.
- Hinweis für unterschiedliche Schreibweisen:

$$(ab) = (a \& b) = (a \wedge b)$$
$$(a + b) = (a \vee b)$$

Herleitung der Normalformtheoreme

Symmetriediagramme:

$n = 2$

Konjunktion

$$y = x_2 \& x_1$$

y

	x_1	
x_2	0	1
	0 ₀	0 ₁
	0 ₂	1 ₃

Disjunktion

$$y = x_2 \vee x_1$$

y

	x_1	
x_2	0	1
	0 ₀	1 ₁
	1 ₂	1 ₃

$n = 3$

$$y = x_3 \& x_2 \& x_1$$

y

	x_1			
x_2	0	1	0	1
	0 ₀	0 ₁	0 ₅	0 ₄
	0 ₂	0 ₃	1 ₇	0 ₆

x_3

$$y = x_3 \vee x_2 \vee x_1$$

y

	x_1			
x_2	0	1	0	1
	0 ₀	1 ₁	1 ₅	1 ₄
	1 ₂	1 ₃	1 ₇	1 ₆

x_3

Herleitung der Normalformtheoreme

Symmetriediagramme:

$n = 2$

Konjunktion

$$y = x_2 \& x_1$$

y

	x_1	
x_2	0	1
	0 ₀	0 ₁
	0 ₂	1 ₃

Disjunktion

$$y = x_2 \vee x_1$$

y

	x_1	
x_2	0	1
	0 ₀	1 ₁
	1 ₂	1 ₃

$n = 3$

$$y = x_3 \& x_2 \& x_1$$

y

	x_1			
x_2	0	1	0	1
	0 ₀	0 ₁	0 ₅	0 ₄
	0 ₂	0 ₃	1 ₇	0 ₆

x_3

$$y = x_3 \vee x_2 \vee x_1$$

y

	x_1			
x_2	0	1	0	1
	0 ₀	1 ₁	1 ₅	1 ₄
	1 ₂	1 ₃	1 ₇	1 ₆

x_3

■ Beliebige Einsstelle:

Herleitung der Normalformtheoreme

Symmetriediagramme:

$n = 2$

Konjunktion

$$y = x_2 \& x_1$$

		x_1	
	y		
x_2		0 ₀	0 ₁
		0 ₂	1 ₃

Disjunktion

$$y = x_2 \vee x_1$$

		x_1	
	y		
x_2		0 ₀	1 ₁
		1 ₂	1 ₃

$n = 3$

$$y = x_3 \& x_2 \& x_1$$

		x_1			
	y				
x_2		0 ₀	0 ₁	0 ₅	0 ₄
		0 ₂	0 ₃	1 ₇	0 ₆
		x_3			

$$y = x_3 \vee x_2 \vee x_1$$

		x_1			
	y				
x_2		0 ₀	1 ₁	1 ₅	1 ₄
		1 ₂	1 ₃	1 ₇	1 ₆
		x_3			

■ Beliebige Einsstelle:

$$\text{Konjunktion: } y = x_3 \& x_2 \& x_1$$

		x_1			
	y				
x_2		0 ₀	0 ₁	0 ₅	0 ₄
		0 ₂	0 ₃	1 ₇	0 ₆
		x_3			

Modifikation der Konjunktion



Beliebige Einsstelle: $y = ?$

		x_1			
	y				
x_2		0 ₀	0 ₁	0 ₅	1 ₄
		0 ₂	0 ₃	0 ₇	0 ₆
		x_3			

Abbildung
der
Belegung

$$y = x_3 \& \bar{x}_2 \& \bar{x}_1$$

Herleitung der Normalformtheoreme

Symmetriediagramme:

$n = 2$

Konjunktion

$$y = x_2 \& x_1$$

y

	x_1	
	0	1
x_2	0	1
	2	3

Disjunktion

$$y = x_2 \vee x_1$$

y

	x_1	
	0	1
x_2	0	1
	2	3

$n = 3$

$$y = x_3 \& x_2 \& x_1$$

y

	x_1			
	0	1	5	4
x_2	0	1	5	4
	2	3	7	6
	x_3			

$$y = x_3 \vee x_2 \vee x_1$$

y

	x_1			
	0	1	5	4
x_2	0	1	5	4
	2	3	7	6
	x_3			

■ Beliebige Nullstelle:

Herleitung der Normalformtheoreme

Symmetriediagramme:

$n = 2$

Konjunktion

$$y = x_2 \& x_1$$

(y)

	x_1	
x_2	0	1
	0 ₀	0 ₁
	0 ₂	1 ₃

Disjunktion

$$y = x_2 \vee x_1$$

(y)

	x_1	
x_2	0	1
	0 ₀	1 ₁
	1 ₂	1 ₃

$n = 3$

$$y = x_3 \& x_2 \& x_1$$

(y)

	x_1			
x_2	0	1	0	1
	0 ₀	0 ₁	0 ₅	0 ₄
	0 ₂	0 ₃	1 ₇	0 ₆

x_3

$$y = x_3 \vee x_2 \vee x_1$$

(y)

	x_1			
x_2	0	1	0	1
	0 ₀	1 ₁	1 ₅	1 ₄
	1 ₂	1 ₃	1 ₇	1 ₆

x_3

■ Beliebige Nullstelle:

$$\text{Disjunktion: } y = x_3 \vee x_2 \vee x_1$$

(y)

	x_1			
x_2	0	1	0	1
	0 ₀	1 ₁	1 ₅	1 ₄
	1 ₂	1 ₃	1 ₇	1 ₆

x_3

Modifikation der Konjunktion



Beliebige Nullstelle: $y = ?$

(y)

	x_1			
x_2	0	1	0	1
	1 ₀	1 ₁	1 ₅	0 ₄
	1 ₂	1 ₃	1 ₇	1 ₆

x_3

Abbildung
der
Belegung

$$y = \overline{x_3} \vee x_2 \vee x_1$$

- **Konjunktion:** UND-Verknüpfung, &
- **Disjunktion:** ODER-Verknüpfung, ∨

- **KNF:** $y = \bigwedge_{j=0}^{2^n-1} (f_j \vee M_j)$ $\Rightarrow$ UND-Verknüpfung aller Maxterme (Nullblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \vee b \vee \bar{c}) \& (a \vee \bar{b} \vee c)$

	a			
	1	1	0	1
b	0	1	1	1
	c			

- **DNF:** $y = \bigvee_{j=0}^{2^n-1} (f_j \& m_j)$ $\Rightarrow$ ODER-Verknüpfung aller Minterme (Einsblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \& b \& \bar{c}) \vee (a \& \bar{b} \& c)$

	a			
	0	0	1	0
b	1	0	0	0
	c			

- **Konjunktion:** UND-Verknüpfung, &
- **Disjunktion:** ODER-Verknüpfung, ∨

- **KNF:** $y = \bigwedge_{j=0}^{2^n-1} (f_j \vee M_j)$ $\Rightarrow$ UND-Verknüpfung aller Maxterme (Nullblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \vee b \vee \bar{c}) \& (a \vee \bar{b} \vee c)$

	a			
	1	1	0	1
b	0	1	1	1
	c			

- **DNF:** $y = \bigvee_{j=0}^{2^n-1} (f_j \& m_j)$ $\Rightarrow$ ODER-Verknüpfung aller Minterme (Einsblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \& b \& \bar{c}) \vee (a \& \bar{b} \& c)$

	a			
	0	0	1	0
b	1	0	0	0
	c			

- **Konjunktion:** UND-Verknüpfung, &
- **Disjunktion:** ODER-Verknüpfung, ∨

- **KNF:** $y = \bigwedge_{j=0}^{2^n-1} (f_j \vee M_j)$ $\Rightarrow$ UND-Verknüpfung aller Maxterme (Nullblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \vee b \vee \bar{c}) \& (a \vee \bar{b} \vee c)$

	a			
	1	1	0	1
b	0	1	1	1
	c			

- **DNF:** $y = \bigvee_{j=0}^{2^n-1} (f_j \& m_j)$ $\Rightarrow$ ODER-Verknüpfung aller Minterme (Einsblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \& b \& \bar{c}) \vee (a \& \bar{b} \& c)$

	a			
	0	0	1	0
b	1	0	0	0
	c			

- **Konjunktion:** UND-Verknüpfung, &
- **Disjunktion:** ODER-Verknüpfung, ∨

- **KNF:** $y = \bigwedge_{j=0}^{2^n-1} (f_j \vee M_j)$ $\Rightarrow$ UND-Verknüpfung aller Maxterme (Nullblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \vee b \vee \bar{c}) \& (a \vee \bar{b} \vee c)$

	a			
	1	1	0	1
b	0	1	1	1

c

- **DNF:** $y = \bigvee_{j=0}^{2^n-1} (f_j \& m_j)$ $\Rightarrow$ ODER-Verknüpfung aller Minterme (Einsblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \& b \& \bar{c}) \vee (a \& \bar{b} \& c)$

	a			
	0	0	1	0
b	1	0	0	0

c

Grundlagen

- **Konjunktion:** UND-Verknüpfung, &
- **Disjunktion:** ODER-Verknüpfung, ∨

- **KNF:** $y = \bigwedge_{j=0}^{2^n-1} (f_j \vee M_j)$ $\Rightarrow$ UND-Verknüpfung aller Maxterme (Nullblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \vee b \vee \bar{c}) \& (a \vee \bar{b} \vee c)$

a

1	1	0	1
0	1	1	1

c

b

- **DNF:** $y = \bigvee_{j=0}^{2^n-1} (f_j \& m_j)$ $\Rightarrow$ ODER-Verknüpfung aller Minterme (Einsblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \& b \& \bar{c}) \vee (a \& \bar{b} \& c)$

a

0	0	1	0
1	0	0	0

c

b

- **Konjunktion:** UND-Verknüpfung, &
- **Disjunktion:** ODER-Verknüpfung, ∨

- **KNF:** $y = \bigwedge_{j=0}^{2^n-1} (f_j \vee M_j)$ $\Rightarrow$ UND-Verknüpfung aller Maxterme (Nullblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \vee b \vee \bar{c}) \& (a \vee \bar{b} \vee c)$

		a	
		1	1
b	0	1	1
	1	1	1
		c	

- **DNF:** $y = \bigvee_{j=0}^{2^n-1} (f_j \& m_j)$ $\Rightarrow$ ODER-Verknüpfung aller Minterme (Einsblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \& b \& \bar{c}) \vee (a \& \bar{b} \& c)$

		a	
		0	0
b	1	0	0
	0	0	0
		c	

- **Konjunktion:** UND-Verknüpfung, &
- **Disjunktion:** ODER-Verknüpfung, ∨

- **KNF:** $y = \bigwedge_{j=0}^{2^n-1} (f_j \vee M_j)$ $\Rightarrow$ UND-Verknüpfung aller Maxterme (Nullblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \vee b \vee \bar{c}) \& (a \vee \bar{b} \vee c)$

		a	
		1	1
b	0	1	1
	1	0	1
		c	

- **DNF:** $y = \bigvee_{j=0}^{2^n-1} (f_j \& m_j)$ $\Rightarrow$ ODER-Verknüpfung aller Minterme (Einsblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \& b \& \bar{c}) \vee (a \& \bar{b} \& c)$

		a	
		0	0
b	1	0	0
	0	1	0
		c	

- **Konjunktion:** UND-Verknüpfung, &
- **Disjunktion:** ODER-Verknüpfung, ∨

- **KNF:** $y = \bigwedge_{j=0}^{2^n-1} (f_j \vee M_j)$ $\Rightarrow$ UND-Verknüpfung aller Maxterme (Nullblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \vee b \vee \bar{c}) \& (a \vee \bar{b} \vee c)$

	a			
	1	1	0	1
b	0	1	1	1
	c			

- **DNF:** $y = \bigvee_{j=0}^{2^n-1} (f_j \& m_j)$ $\Rightarrow$ ODER-Verknüpfung aller Minterme (Einsblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \& b \& \bar{c}) \vee (a \& \bar{b} \& c)$

	a			
	0	0	1	0
b	1	0	0	0
	c			

- **Konjunktion:** UND-Verknüpfung, &
- **Disjunktion:** ODER-Verknüpfung, ∨

- **KNF:** $y = \bigwedge_{j=0}^{2^n-1} (f_j \vee M_j)$ $\Rightarrow$ UND-Verknüpfung aller Maxterme (Nullblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \vee b \vee \bar{c}) \& (a \vee \bar{b} \vee c)$

	a			
	1	1	0	1
b	0	1	1	1
	c			

- **DNF:** $y = \bigvee_{j=0}^{2^n-1} (f_j \& m_j)$ $\Rightarrow$ ODER-Verknüpfung aller Minterme (Einsblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \& b \& \bar{c}) \vee (a \& \bar{b} \& c)$

	a			
	0	0	1	0
b	1	0	0	0
	c			

- **Konjunktion:** UND-Verknüpfung, &
- **Disjunktion:** ODER-Verknüpfung, ∨

- **KNF:** $y = \bigwedge_{j=0}^{2^n-1} (f_j \vee M_j)$ $\Rightarrow$ UND-Verknüpfung aller Maxterme (Nullblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \vee b \vee \bar{c}) \& (a \vee \bar{b} \vee c)$

	a			
	1	1	0	1
b	0	1	1	1
	c			

- **DNF:** $y = \bigvee_{j=0}^{2^n-1} (f_j \& m_j)$ $\Rightarrow$ ODER-Verknüpfung aller Minterme (Einsblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \& b \& \bar{c}) \vee (a \& \bar{b} \& c)$

	a			
	0	0	1	0
b	1	0	0	0
	c			

- **Konjunktion:** UND-Verknüpfung, &
- **Disjunktion:** ODER-Verknüpfung, ∨

- **KNF:** $y = \bigwedge_{j=0}^{2^n-1} (f_j \vee M_j)$ $\Rightarrow$ UND-Verknüpfung aller Maxterme (Nullblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \vee b \vee \bar{c}) \& (a \vee \bar{b} \vee c)$

	a			
	1	1	0	1
b	0	1	1	1
	c			

- **DNF:** $y = \bigvee_{j=0}^{2^n-1} (f_j \& m_j)$ $\Rightarrow$ ODER-Verknüpfung aller Minterme (Einsblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \& b \& \bar{c}) \vee (a \& \bar{b} \& c)$

	a			
	0	0	1	0
b	1	0	0	0
	c			

- **Konjunktion:** UND-Verknüpfung, &
- **Disjunktion:** ODER-Verknüpfung, ∨

- **KNF:** $y = \bigwedge_{j=0}^{2^n-1} (f_j \vee M_j) \Rightarrow$ UND-Verknüpfung aller Maxterme (Nullblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \vee b \vee \bar{c}) \& (a \vee \bar{b} \vee c)$

	a			
	1	1	0	1
b	0	1	1	1
	c			

- **DNF:** $y = \bigvee_{j=0}^{2^n-1} (f_j \& m_j) \Rightarrow$ ODER-Verknüpfung aller Minterme (Einsblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \& b \& \bar{c}) \vee (a \& \bar{b} \& c)$

	a			
	0	0	1	0
b	1	0	0	0
	c			

- **Konjunktion:** UND-Verknüpfung, &
- **Disjunktion:** ODER-Verknüpfung, ∨

- **KNF:** $y = \bigwedge_{j=0}^{2^n-1} (f_j \vee M_j)$ $\Rightarrow$ UND-Verknüpfung aller Maxterme (Nullblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \vee b \vee \bar{c}) \& (a \vee \bar{b} \vee c)$

	a			
	1	1	0	1
b	0	1	1	1
	c			

- **DNF:** $y = \bigvee_{j=0}^{2^n-1} (f_j \& m_j)$ $\Rightarrow$ ODER-Verknüpfung aller Minterme (Einsblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \& b \& \bar{c}) \vee (a \& \bar{b} \& c)$

	a			
	0	0	1	0
b	1	0	0	0
	c			

- **Konjunktion:** UND-Verknüpfung, &
- **Disjunktion:** ODER-Verknüpfung, ∨

- **KNF:** $y = \bigwedge_{j=0}^{2^n-1} (f_j \vee M_j)$ $\Rightarrow$ UND-Verknüpfung aller Maxterme (Nullblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \vee b \vee \bar{c}) \& (a \vee \bar{b} \vee c)$

	a			
	1	1	0	1
b	0	1	1	1
	c			

- **DNF:** $y = \bigvee_{j=0}^{2^n-1} (f_j \& m_j)$ $\Rightarrow$ ODER-Verknüpfung aller Minterme (Einsblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \& b \& \bar{c}) \vee (a \& \bar{b} \& c)$

	a			
	0	0	1	0
b	1	0	0	0
	c			

- **Konjunktion:** UND-Verknüpfung, &
- **Disjunktion:** ODER-Verknüpfung, ∨

- **KNF:** $y = \bigwedge_{j=0}^{2^n-1} (f_j \vee M_j)$ $\Rightarrow$ UND-Verknüpfung aller Maxterme (Nullblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \vee b \vee \bar{c}) \& (a \vee \bar{b} \vee c)$

	a			
	1	1	0	1
b	0	1	1	1
	c			

- **DNF:** $y = \bigvee_{j=0}^{2^n-1} (f_j \& m_j)$ $\Rightarrow$ ODER-Verknüpfung aller Minterme (Einsblöcke)

Bsp.: $y = (\bar{a} \& b \& \bar{c}) \vee (a \& \bar{b} \& c)$

	a			
	0	0	1	0
b	1	0	0	0
	c			

Hauptsatz der Schaltalgebra:

Satz: Jede beliebige Schaltfunktion $y = f(x_n, \dots, x_1)$ lässt sich als **Disjunktion** von **Mintermen** <Konjunktion von **Maxtermen**> **eindeutig** darstellen. In der **Disjunktion** <Konjunktion> treten genau diejenigen **Minterme** <Maxterme> auf, die zu den Einsstellen <Nullstellen> der Schaltfunktion gehören.

Beispiel: $y = f(x_4, x_3, x_2, x_1) = 1$, wenn die Oktalzahl durch 3 dividierbar ist

		x_1			
		0	1	0	0
x_2	0	0 ₀	0 ₁	0 ₅	0 ₄
	1	0 ₂	1 ₃	0 ₇	1 ₆
	2	0 ₁₂	0 ₁₃	1 ₁₇	0 ₁₆
	3	0 ₁₀	1 ₁₁	0 ₁₅	1 ₁₄
		x_3			
		x_4			

DNF: $y = (\bar{x}_4 \& \bar{x}_3 \& x_2 \& x_1) \vee (\bar{x}_4 \& x_3 \& x_2 \& \bar{x}_1) \vee (x_4 \& \bar{x}_3 \& \bar{x}_2 \& x_1) \vee (x_4 \& x_3 \& \bar{x}_2 \& \bar{x}_1) \vee (x_4 \& x_3 \& x_2 \& x_1)$

KNF: $y = (x_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee x_1) \& (x_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1) \& (x_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1) \& (x_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1) \& (x_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1) \& (x_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1) \& (\bar{x}_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee x_1) \& (\bar{x}_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1) \& (\bar{x}_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1) \& (\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1) \& (\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1) \& (\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1) \& (\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1)$

Hauptsatz der Schaltalgebra:

Satz: Jede beliebige Schaltfunktion $y = f(x_n, \dots, x_1)$ lässt sich als **Disjunktion** von **Mintermen** <Konjunktion von **Maxtermen**> **eindeutig** darstellen. In der **Disjunktion** <Konjunktion> treten genau diejenigen **Minterme** <Maxterme> auf, die zu den Einsstellen <Nullstellen> der Schaltfunktion gehören.

Beispiel: $y = f(x_4, x_3, x_2, x_1) = 1$, wenn die Oktalzahl durch 3 dividierbar ist

		x_1			
		0	1	0	0
x_2	0	0	1	0	1
	2	0	1	0	1
	4	0	1	0	1
	6	0	1	0	1
x_3	8	0	1	0	1
	10	0	1	0	1
	12	0	1	0	1
	14	0	1	0	1

DNF: $y = (\bar{x}_4 \& \bar{x}_3 \& x_2 \& x_1) \vee (\bar{x}_4 \& x_3 \& x_2 \& \bar{x}_1) \vee (x_4 \& \bar{x}_3 \& \bar{x}_2 \& x_1) \vee (x_4 \& x_3 \& \bar{x}_2 \& \bar{x}_1) \vee (x_4 \& x_3 \& x_2 \& x_1)$

KNF: $y = (x_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee x_1) \& (x_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1) \& (x_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1) \& (x_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1) \& (x_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1) \& (x_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1) \& (\bar{x}_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee x_1) \& (\bar{x}_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1) \& (\bar{x}_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1) \& (\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1) \& (\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1) \& (\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1) \& (\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1)$

→ nur mit den 3 Grundverknüpfungen (Operatoren) **Konjunktion**, **Disjunktion** und **Negation** ist es möglich **jede beliebige Schaltfunktion** darzustellen

→ $[\&, \vee, -]$ ist ein **Basissystem** der Schaltalgebra

1. Aufgabe – 1.1

1. Aufgabe – 1.1

$$(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) = (a \& c) \vee (b \& \bar{c})$$

1. Aufgabe – 1.1

$$(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) = (a \& c) \vee (b \& \bar{c})$$

$$(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) =$$

1. Aufgabe – 1.1

$$(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) = (a \& c) \vee (b \& \bar{c})$$

$$(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) = (a \& b \& 1) \vee (a \& 1 \& c) \vee (1 \& b \& \bar{c})$$

1. Aufgabe – 1.1

$$(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) = (a \& c) \vee (b \& \bar{c})$$

$$(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) = (a \& b \& 1) \vee (a \& 1 \& c) \vee (1 \& b \& \bar{c})$$

$$= [a \& b \& (c \vee \bar{c})] \vee [a \& (b \vee \bar{b}) \& c] \vee [(a \vee \bar{a}) \& b \& \bar{c}]$$

1. Aufgabe – 1.1

$$(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) = (a \& c) \vee (b \& \bar{c})$$

$$\begin{aligned}(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) &= (a \& b \& 1) \vee (a \& 1 \& c) \vee (1 \& b \& \bar{c}) \\ &= [a \& b \& (c \vee \bar{c})] \vee [a \& (b \vee \bar{b}) \& c] \vee [(a \vee \bar{a}) \& b \& \bar{c}] \\ &= [abc \vee abc\bar{c}] \vee [abc \vee a\bar{b}c] \vee [ab\bar{c} \vee \bar{a}b\bar{c}]\end{aligned}$$

1. Aufgabe – 1.1

$$(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) = (a \& c) \vee (b \& \bar{c})$$

$$\begin{aligned}(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) &= (a \& b \& 1) \vee (a \& 1 \& c) \vee (1 \& b \& \bar{c}) \\&= [a \& b \& (c \vee \bar{c})] \vee [a \& (b \vee \bar{b}) \& c] \vee [(a \vee \bar{a}) \& b \& \bar{c}] \\&= [abc \vee abc\bar{c}] \vee [abc \vee a\bar{b}c] \vee [ab\bar{c} \vee \bar{a}b\bar{c}] \\&= abc \cup abc\bar{c} \cup a\bar{b}c \cup ab\bar{c}\end{aligned}$$

1. Aufgabe – 1.1

$$(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) = (a \& c) \vee (b \& \bar{c})$$

$$\begin{aligned}(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) &= (a \& b \& 1) \vee (a \& 1 \& c) \vee (1 \& b \& \bar{c}) \\&= [a \& b \& (c \vee \bar{c})] \vee [a \& (b \vee \bar{b}) \& c] \vee [(a \vee \bar{a}) \& b \& \bar{c}] \\&= [abc \vee abc\bar{c}] \vee [abc \vee a\bar{b}c] \vee [ab\bar{c} \vee \bar{a}b\bar{c}] \\&= abc \cup abc\bar{c} \cup a\bar{b}c \cup ab\bar{c}\end{aligned}$$

$$(a \& c) \vee (b \& \bar{c}) =$$

1. Aufgabe – 1.1

$$(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) = (a \& c) \vee (b \& \bar{c})$$

$$\begin{aligned}(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) &= (a \& b \& 1) \vee (a \& 1 \& c) \vee (1 \& b \& \bar{c}) \\&= [a \& b \& (c \vee \bar{c})] \vee [a \& (b \vee \bar{b}) \& c] \vee [(a \vee \bar{a}) \& b \& \bar{c}] \\&= [abc \vee abc\bar{c}] \vee [abc \vee a\bar{b}c] \vee [ab\bar{c} \vee \bar{a}b\bar{c}] \\&= abc \cup abc\bar{c} \cup a\bar{b}c \cup ab\bar{c}\end{aligned}$$

$$(a \& c) \vee (b \& \bar{c}) = (a \& 1 \& c) \vee (1 \& b \& \bar{c})$$

1. Aufgabe – 1.1

$$(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) = (a \& c) \vee (b \& \bar{c})$$

$$\begin{aligned}(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) &= (a \& b \& 1) \vee (a \& 1 \& c) \vee (1 \& b \& \bar{c}) \\&= [a \& b \& (c \vee \bar{c})] \vee [a \& (b \vee \bar{b}) \& c] \vee [(a \vee \bar{a}) \& b \& \bar{c}] \\&= [abc \vee abc\bar{c}] \vee [abc \vee a\bar{b}c] \vee [ab\bar{c} \vee \bar{a}b\bar{c}] \\&= abc \cup abc\bar{c} \cup a\bar{b}c \cup ab\bar{c}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a \& c) \vee (b \& \bar{c}) &= (a \& 1 \& c) \vee (1 \& b \& \bar{c}) \\&= [a \& (b \vee \bar{b}) \& c] \vee [(a \vee \bar{a}) \& b \& \bar{c}]\end{aligned}$$

1. Aufgabe – 1.1

$$(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) = (a \& c) \vee (b \& \bar{c})$$

$$\begin{aligned}(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) &= (a \& b \& 1) \vee (a \& 1 \& c) \vee (1 \& b \& \bar{c}) \\&= [a \& b \& (c \vee \bar{c})] \vee [a \& (b \vee \bar{b}) \& c] \vee [(a \vee \bar{a}) \& b \& \bar{c}] \\&= [abc \vee abc\bar{c}] \vee [abc \vee a\bar{b}c] \vee [abc\bar{c} \vee \bar{a}b\bar{c}] \\&= abc \cup abc\bar{c} \cup a\bar{b}c \cup abc\bar{c}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a \& c) \vee (b \& \bar{c}) &= (a \& 1 \& c) \vee (1 \& b \& \bar{c}) \\&= [a \& (b \vee \bar{b}) \& c] \vee [(a \vee \bar{a}) \& b \& \bar{c}] \\&= abc \vee a\bar{b}c \vee abc\bar{c} \vee \bar{a}b\bar{c}\end{aligned}$$

1. Aufgabe – 1.1

$$(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) = (a \& c) \vee (b \& \bar{c})$$

$$\begin{aligned}(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) &= (a \& b \& 1) \vee (a \& 1 \& c) \vee (1 \& b \& \bar{c}) \\ &= [a \& b \& (c \vee \bar{c})] \vee [a \& (b \vee \bar{b}) \& c] \vee [(a \vee \bar{a}) \& b \& \bar{c}] \\ &= [abc \vee abc\bar{c}] \vee [abc \vee a\bar{b}c] \vee [ab\bar{c} \vee \bar{a}b\bar{c}] \\ &= \boxed{abc \vee abc\bar{c} \vee a\bar{b}c \vee \bar{a}b\bar{c}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a \& c) \vee (b \& \bar{c}) &= (a \& 1 \& c) \vee (1 \& b \& \bar{c}) \\ &= [a \& (b \vee \bar{b}) \& c] \vee [(a \vee \bar{a}) \& b \& \bar{c}] \\ &= abc \vee a\bar{b}c \vee ab\bar{c} \vee \bar{a}b\bar{c}\end{aligned}$$

$$\boxed{abc \vee abc\bar{c} \vee a\bar{b}c \vee \bar{a}b\bar{c}}$$

1. Aufgabe – 1.1

$$(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) = (a \& c) \vee (b \& \bar{c})$$

$$\begin{aligned}(a \& b) \vee (a \& c) \vee (b \& \bar{c}) &= (a \& b \& 1) \vee (a \& 1 \& c) \vee (1 \& b \& \bar{c}) \\ &= [a \& b \& (c \vee \bar{c})] \vee [a \& (b \vee \bar{b}) \& c] \vee [(a \vee \bar{a}) \& b \& \bar{c}] \\ &= [abc \vee abc\bar{c}] \vee [abc \vee a\bar{b}c] \vee [ab\bar{c} \vee \bar{a}b\bar{c}] \\ &= abc \cup abc\bar{c} \cup abc \cup a\bar{b}c\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a \& c) \vee (b \& \bar{c}) &= (a \& 1 \& c) \vee (1 \& b \& \bar{c}) \\ &= [a \& (b \vee \bar{b}) \& c] \vee [(a \vee \bar{a}) \& b \& \bar{c}] \\ &= abc \vee a\bar{b}c \vee ab\bar{c} \vee \bar{a}b\bar{c}\end{aligned}$$

$$abc \vee abc\bar{c} \vee abc \cup a\bar{b}c \cup ab\bar{c} \cup \bar{a}b\bar{c} = abc \vee a\bar{b}c \vee ab\bar{c} \cup \bar{a}b\bar{c}$$

1. Aufgabe – 1.2

1. Aufgabe – 1.2

$$(a \& b) \vee (a \not\equiv b) = (a \vee b)$$

1. Aufgabe – 1.2

$$(a \& b) \vee (a \neq b) = (a \vee b)$$

$$(a \& b) \vee (a \neq b) =$$

1. Aufgabe – 1.2

$$(a \& b) \vee (a \neq b) = (a \vee b)$$

$$(a \& b) \vee (a \neq b) = (a \& b) \vee (a \& \bar{b}) \vee (\bar{a} \& b)$$

1. Aufgabe – 1.2

$$(a \& b) \vee (a \neq b) = (a \vee b)$$

$$\begin{aligned}(a \& b) \vee (a \neq b) &= (a \& b) \vee (a \& \bar{b}) \vee (\bar{a} \& b) \\ &= [(a \vee a) \& (a \vee \bar{b}) \& (a \vee b) \& (b \vee \bar{b})] \vee (\bar{a} \& b)\end{aligned}$$

1. Aufgabe – 1.2

$$(a \& b) \vee (a \neq b) = (a \vee b)$$

$$\begin{aligned}(a \& b) \vee (a \neq b) &= (a \& b) \vee (a \& \bar{b}) \vee (\bar{a} \& b) \\ &= [(a \vee a) \& (a \vee \bar{b}) \& (a \vee b) \& (b \vee \bar{b})] \vee (\bar{a} \& b) \\ &= a \vee (\bar{a} \& b)\end{aligned}$$

1. Aufgabe – 1.2

$$(a \& b) \vee (a \neq b) = (a \vee b)$$

$$\begin{aligned}(a \& b) \vee (a \neq b) &= (a \& b) \vee (a \& \bar{b}) \vee (\bar{a} \& b) \\&= [(a \vee a) \& (a \vee \bar{b}) \& (a \vee b) \& (b \vee \bar{b})] \vee (\bar{a} \& b) \\&= a \vee (\bar{a} \& b) \\&= a \vee b\end{aligned}$$

1. Aufgabe – 1.2

$$(a \& b) \vee (a \neq b) = (a \vee b)$$

$$\begin{aligned}(a \& b) \vee (a \neq b) &= (a \& b) \vee (a \& \bar{b}) \vee (\bar{a} \& b) \\&= [(a \vee a) \& (a \vee \bar{b}) \& (a \vee b) \& (b \vee \bar{b})] \vee (\bar{a} \& b) \\&= a \vee (\bar{a} \& b) \\&= a \vee b\end{aligned}$$

$$a \vee b = a \vee b$$

Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

2. Aufgabe: Funktionstabelle

Freistellen („don't cares“)

- „**unvollständig definierte Schaltfunktion**“: es ist mindestens eine **Don't-Care-Belegung (Freistelle)** vorhanden (*siehe Beispiel rechts*)
- Ergibt sich bei Eingangsbelegungen, die schaltungsbedingt **nie auftreten können**
- Daher: Zuordnung eines beliebigen Werts aus $f_j \in \{0, 1\}$ möglich
- Bei geschicktem Eins- oder Nullsetzen dieser Freistellen: mitunter erhebliche Vereinfachung des Ausdrucks (einfache Realisierung mit wenigen Logikelementen wird angestrebt)
- Die geschickte Wahl von Eins- und Nullstellen ist durch bloßes „Hinsehen“ nur für sehr kleine Ordnungen n möglich
- Beim **Nelson-Verfahren** werden Freistellen dazu verwendet, die Blockgröße zu erhöhen

The diagram shows a 4x4 Karnaugh map for a 4-variable function. The inputs are a_0 , a_1 , a_2 , and a_3 . The output is y , which is circled. The map is organized as follows:

- Vertical Axis (a_1):** Labeled on the left, with a vertical line indicating the axis. The values 0, 1, 2, 3 are on the left, and 4, 5, 6, 7 are on the right.
- Horizontal Axis (a_0):** Labeled at the top, with a horizontal line indicating the axis. The values 0, 1, 5, 4 are on the top, and 2, 3, 7, 6 are on the bottom.
- Horizontal Axis (a_2):** Labeled at the bottom, with a horizontal line indicating the axis. The values 12, 13, 17, 16 are on the top, and 10, 11, 15, 14 are on the bottom.
- Horizontal Axis (a_3):** Labeled on the right, with a vertical line indicating the axis. The values 0, 1, 5, 4 are on the top, and 2, 3, 7, 6 are on the bottom.

The cells contain the following values:

0	0	0	0
0	1	0	1
-	-	-	-
0	1	-	-

The values in the cells are: 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, -, -, -, -, 0, 1, -, -.

2. Aufgabe

- Ein Hörsaal sei mit vier Glühlampen beleuchtet. Vier Sensoren (g_1 bis g_4) melden mit 0 die Funktion, mit 1 den Ausfall einer Glühlampe.
- Entwickeln Sie eine Schaltfunktion $f(g_1, g_2, g_3, g_4)$, die beim Ausfall von mindestens zwei Glühlampen den Hausmeister alarmiert ($f=1$). Wenn alle Glühlampen funktionieren, darf der Hausmeister nicht unnötig belästigt werden ($f=0$). Beim Ausfall genau einer Glühlampe darf er, muss aber nicht informiert werden.
- 2.1 Stellen Sie eine Funktionstabelle für f auf.

2. Aufgabe – 2.1

- 2.1 Stellen Sie eine Funktionstabelle für f auf.

2. Aufgabe – 2.1

- 2.1 Stellen Sie eine Funktionstabelle für f auf.
- Vorgehensweise

2. Aufgabe – 2.1

- 2.1 Stellen Sie eine Funktionstabelle für f auf.
- Vorgehensweise

g_4	g_3	g_2	g_1	f
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

2. Aufgabe – 2.1

- 2.1 Stellen Sie eine Funktionstabelle für f auf.
- Vorgehensweise
 - Funktionswert $f=0$, wenn alle Variablen gleich Null sind $\Rightarrow$ alle Glühlampen sind funktionsfähig.

g_4	g_3	g_2	g_1	f
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

2. Aufgabe – 2.1

- 2.1 Stellen Sie eine Funktionstabelle für f auf.
- Vorgehensweise
 - Funktionswert $f=0$, wenn alle Variablen gleich Null sind $\Rightarrow$ alle Glühlampen sind funktionsfähig.

g_4	g_3	g_2	g_1	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

2. Aufgabe – 2.1

- 2.1 Stellen Sie eine Funktionstabelle für f auf.
- Vorgehensweise
 - Funktionswert $f=0$, wenn alle Variablen gleich Null sind $\Rightarrow$ alle Glühlampen sind funktionsfähig.
 - Funktionswert $f=1/0$, d.h. unbestimmt oder „don't care“, mit einem Strich gekennzeichnet, falls nur eine Variable gleich Eins ist $\Rightarrow$ eine Glühlampe ist defekt

g_4	g_3	g_2	g_1	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

2. Aufgabe – 2.1

- 2.1 Stellen Sie eine Funktionstabelle für f auf.
- Vorgehensweise
 - Funktionswert $f=0$, wenn alle Variablen gleich Null sind $\Rightarrow$ alle Glühlampen sind funktionsfähig.
 - Funktionswert $f=1/0$, d.h. unbestimmt oder „don't care“, mit einem Strich gekennzeichnet, falls nur eine Variable gleich Eins ist $\Rightarrow$ eine Glühlampe ist defekt

g_4	g_3	g_2	g_1	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	-
0	0	1	0	-
0	0	1	1	
0	1	0	0	-
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	-
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

2. Aufgabe – 2.1

- 2.1 Stellen Sie eine Funktionstabelle für f auf.
- Vorgehensweise
 - Funktionswert $f=0$, wenn alle Variablen gleich Null sind $\Rightarrow$ alle Glühlampen sind funktionsfähig.
 - Funktionswert $f=1/0$, d.h. unbestimmt oder „don't care“, mit einem Strich gekennzeichnet, falls nur eine Variable gleich Eins ist $\Rightarrow$ eine Glühlampe ist defekt
 - Funktionswert $f=1$, falls mehr als eine Variable gleich Eins ist $\Rightarrow$ zwei oder mehr Glühlampen sind defekt

g_4	g_3	g_2	g_1	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	-
0	0	1	0	-
0	0	1	1	
0	1	0	0	-
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	-
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

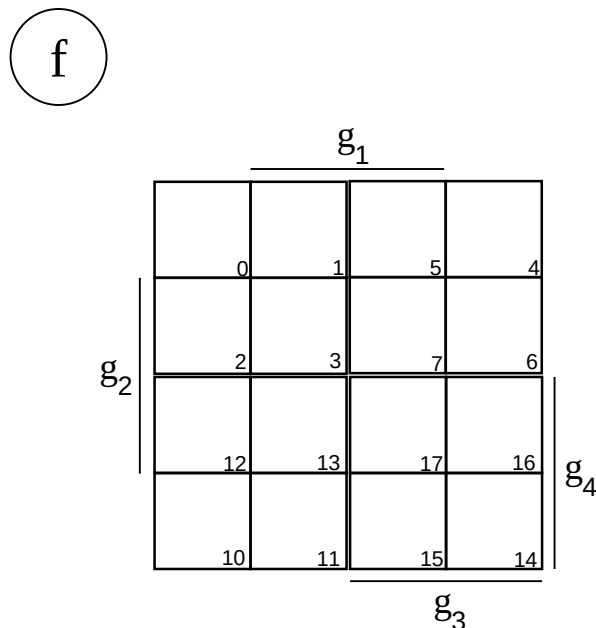
2. Aufgabe – 2.1

- 2.1 Stellen Sie eine Funktionstabelle für f auf.
- Vorgehensweise
 - Funktionswert $f=0$, wenn alle Variablen gleich Null sind $\Rightarrow$ alle Glühlampen sind funktionsfähig.
 - Funktionswert $f=1/0$, d.h. unbestimmt oder „don't care“, mit einem Strich gekennzeichnet, falls nur eine Variable gleich Eins ist $\Rightarrow$ eine Glühlampe ist defekt
 - Funktionswert $f=1$, falls mehr als eine Variable gleich Eins ist $\Rightarrow$ zwei oder mehr Glühlampen sind defekt

g_4	g_3	g_2	g_1	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	-
0	0	1	0	-
0	0	1	1	1
0	1	0	0	-
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	-
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

2. Aufgabe – 2.1

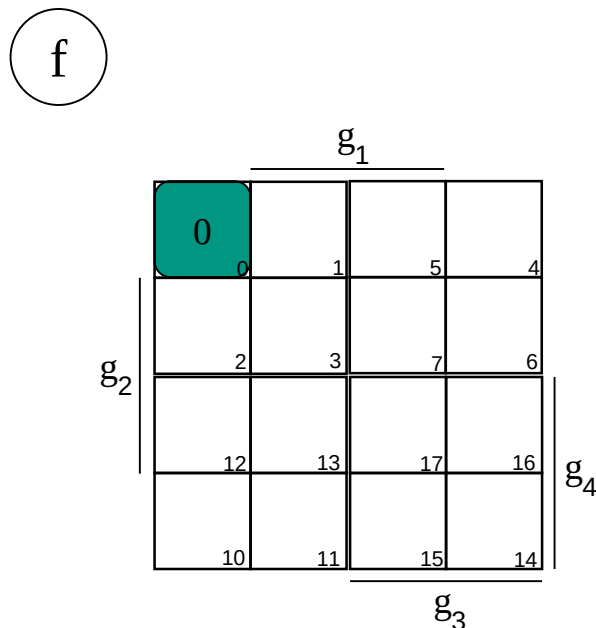
- Veranschaulichung mittels Symmetriediagramm:



g_4	g_3	g_2	g_1	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	-
0	0	1	0	-
0	0	1	1	1
0	1	0	0	-
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	-
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

2. Aufgabe – 2.1

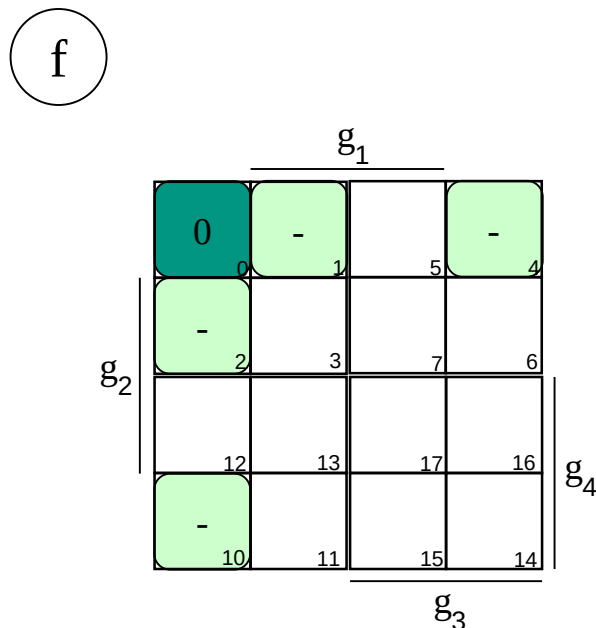
- Veranschaulichung mittels Symmetriediagramm:



g_4	g_3	g_2	g_1	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	-
0	0	1	0	-
0	0	1	1	1
0	1	0	0	-
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	-
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

2. Aufgabe – 2.1

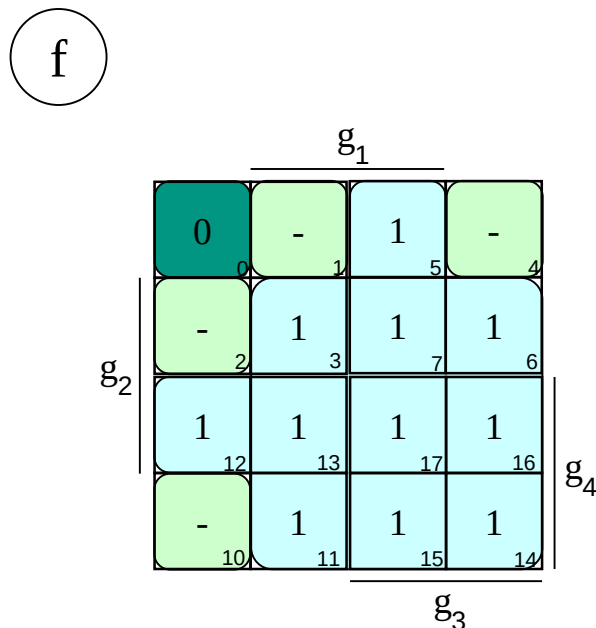
- Veranschaulichung mittels Symmetriediagramm:



g_4	g_3	g_2	g_1	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	-
0	0	1	0	-
0	0	1	1	1
0	1	0	0	-
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	-
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

2. Aufgabe – 2.1

- Veranschaulichung mittels Symmetriediagramm:



g_4	g_3	g_2	g_1	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	-
0	0	1	0	-
0	0	1	1	1
0	1	0	0	-
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	-
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

2. Aufgabe 2.2

- 2.2 Geben Sie die Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und die Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$ an.

f

$$\{X_j\}_1 = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$\{X_j\}_0 =$$

g_1			
0	-	1	-
0	1	5	4
-	1	1	1
2	3	7	6
1	1	1	1
12	13	17	16
-	1	1	1
10	11	15	14
g_3			
g_2		g_4	

2. Aufgabe 2.2

- 2.2 Geben Sie die Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und die Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$ an.

f

$\{X_j\}_1 = \{$

$\{X_j\}_0 =$

g_1			
0	-	1	-
0	1	5	4
-	1	1	1
2	3	7	6
1	1	1	1
12	13	17	16
-	1	1	1
10	11	15	14
g_3			
g_2		g_4	

2. Aufgabe 2.2

- 2.2 Geben Sie die Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und die Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$ an.

f

$$\{X_j\}_1 = \{3,$$

}

$$\{X_j\}_0 =$$

g_1			
0	-	1	-
0	1	5	4
-	1	1	1
2	3	7	6
g_2 1	1	1	1
12	13	17	16
-	1	1	1
10	11	15	14
g_3			
g_4			

2. Aufgabe 2.2

- 2.2 Geben Sie die Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und die Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$ an.

f

$$\{X_j\}_1 = \{3, 5,$$

}

$$\{X_j\}_0 =$$

				g_1			
				0	1	5	4
g_2	-	2	3	1	7	6	
	1	12	13	1	17	16	
	-	10	11	1	15	14	
				g_3			
				g_4			

2. Aufgabe 2.2

- 2.2 Geben Sie die Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und die Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$ an.

f

$$\{X_j\}_1 = \{3, 5, 6, \quad \}$$

$$\{X_j\}_0 =$$

				g_1			
				0	1	5	4
g_2	-	2	3	1	7	6	
	1	12	13	1	17	16	
	-	10	11	1	15	14	
				g_3			
				g_4			

2. Aufgabe 2.2

- 2.2 Geben Sie die Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und die Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$ an.

f

$$\{X_j\}_1 = \{3, 5, 6, 7, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$$

$$\{X_j\}_0 =$$

g_1			
0	-	1	-
0	1	5	4
-	1	1	1
2	3	7	6
1	1	1	1
12	13	17	16
-	1	1	1
10	11	15	14
g_3			
g_2			
g_4			

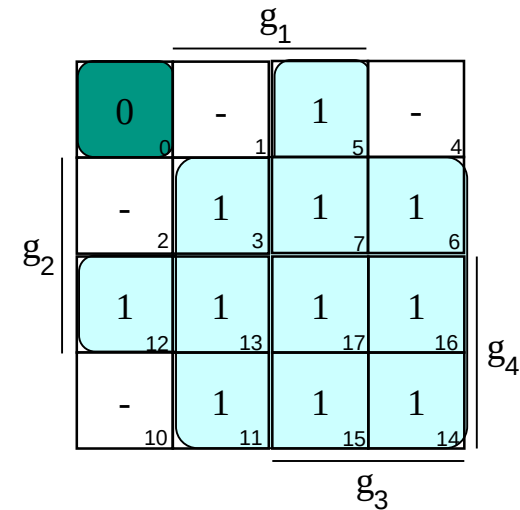
2. Aufgabe 2.2

- 2.2 Geben Sie die Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und die Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$ an.

f

$$\{X_j\}_1 = \{3, 5, 6, 7, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$$

$$\{X_j\}_0 = \{0\}$$



0	-	1	-
-	1	1	1
1	1	1	1
-	1	1	1

2. Aufgabe – 2.3

- 2.3 Stellen Sie f als DNF oder als KNF dar.
Was passiert nun beim Ausfall genau einer Glühlampe?

f

KNF: $f =$

g_1			
0	-	1	-
0	1	5	4
-	1	1	1
2	3	7	6
1	1	1	1
12	13	17	16
-	1	1	1
10	11	15	14
g_3			

g_2 g_4

2. Aufgabe – 2.3

- 2.3 Stellen Sie f als DNF oder als KNF dar.
Was passiert nun beim Ausfall genau einer Glühlampe?

KNF: $f = \boxed{g_1}$

f

g_1			
0	-	1	-
-	1	1	1
1	1	1	1
-	1	1	1

g_2 g_3 g_4

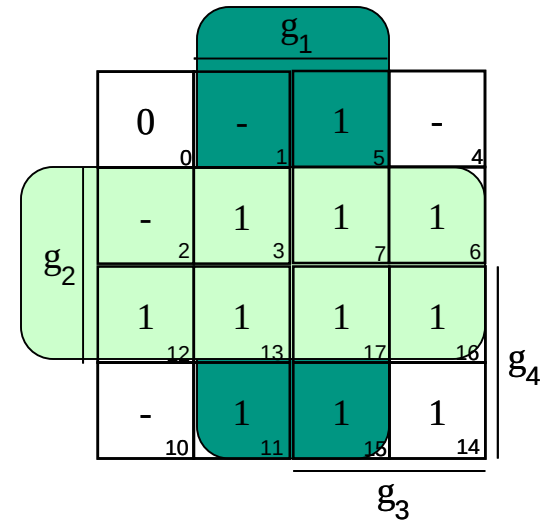
Detailed description: A 4x4 Karnaugh map for function f. The map is a 4x4 grid with rows and columns labeled 0, 1, 2, 3. The top row is labeled 0, 1, 5, 4. The second row is labeled 2, 3, 7, 6. The third row is labeled 12, 13, 17, 16. The bottom row is labeled 10, 11, 15, 14. The map is divided into four 2x2 quadrants by a vertical line between columns 1 and 2, and a horizontal line between rows 1 and 2. The quadrants are labeled g1 (top-left), g2 (top-right), g3 (bottom-left), and g4 (bottom-right). The values in the cells are: (0,0)=-, (0,1)=1, (0,2)=-, (0,3)=1; (1,0)=1, (1,1)=1, (1,2)=1, (1,3)=1; (2,0)=1, (2,1)=1, (2,2)=1, (2,3)=1; (3,0)=1, (3,1)=1, (3,2)=1, (3,3)=1. The map is circled and labeled f.

2. Aufgabe – 2.3

- 2.3 Stellen Sie f als DNF oder als KNF dar.
Was passiert nun beim Ausfall genau einer Glühlampe?

f

$$\text{KNF: } f = g_1 \vee g_2$$



The Karnaugh map is a 4x4 grid of cells, each containing a value (0, 1, or -) and a minterm index (0-15). The cells are arranged in a 4x4 grid with the following values and indices:

	0	1	5	4
0	-	1	-	
2	-	1	1	1
12	1	1	1	1
10	-	1	1	1

The prime implicants are highlighted as follows:

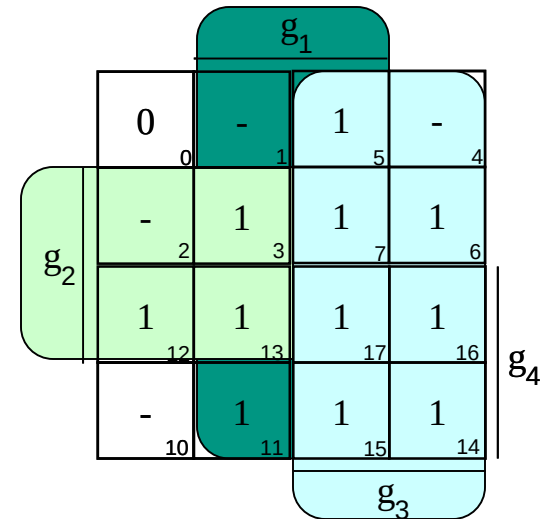
- g_1 (top row, cells 0, 1, 5, 4)
- g_2 (left column, cells 0, 2, 12, 10)
- g_3 (bottom row, cells 10, 11, 14, 15)
- g_4 (right column, cells 4, 6, 16, 14)

2. Aufgabe – 2.3

- 2.3 Stellen Sie f als DNF oder als KNF dar.
Was passiert nun beim Ausfall genau einer Glühlampe?

f

$$\text{KNF: } f = g_1 \vee g_2 \vee g_3$$



A 4x4 Karnaugh map for a function f . The map is divided into four groups of prime implicants: g_1 (top row, cells 0, 1, 5, 4), g_2 (left column, cells 0, 2, 12, 10), g_3 (bottom row, cells 11, 15, 14), and g_4 (right column, cells 4, 6, 16, 14). The cells are labeled with their minterm numbers and the function value (0 or 1). The values are: (0,0)=0, (1,0)=1, (5,0)=1, (4,0)=0, (2,1)=0, (3,1)=1, (7,1)=1, (6,1)=1, (12,2)=1, (13,2)=1, (17,2)=1, (16,2)=1, (10,3)=0, (11,3)=1, (15,3)=1, (14,3)=1.

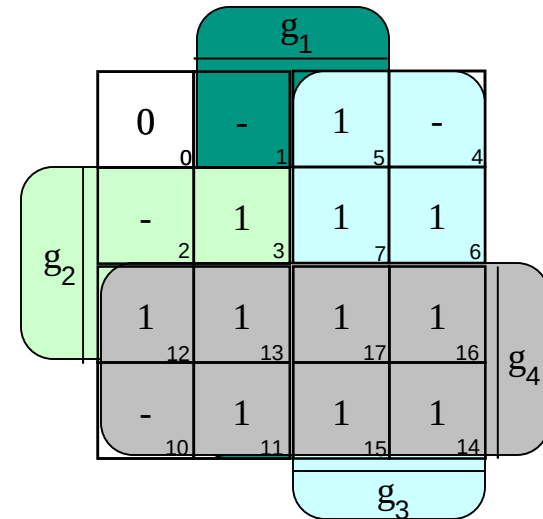
	0	1	5	4
	0	1	5	4
g_2	2	3	7	6
	12	13	17	16
	10	11	15	14
		g_3		

2. Aufgabe – 2.3

- 2.3 Stellen Sie f als DNF oder als KNF dar.
Was passiert nun beim Ausfall genau einer Glühlampe?

f

$$\text{KNF: } f = g_1 \vee g_2 \vee g_3 \vee g_4$$

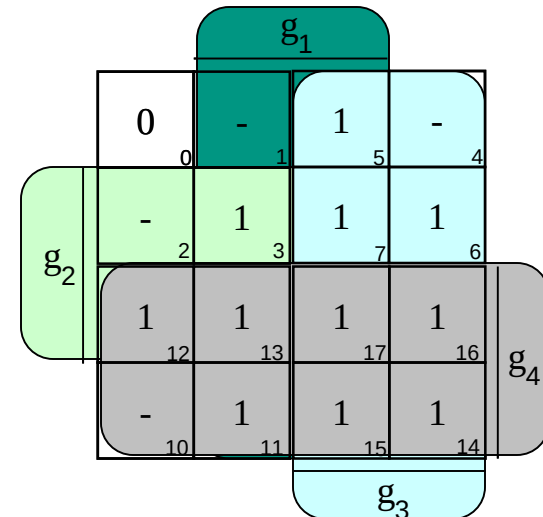


2. Aufgabe – 2.3

- 2.3 Stellen Sie f als DNF oder als KNF dar.
Was passiert nun beim Ausfall genau einer Glühlampe?

f

$$\text{KNF: } f = g_1 \vee g_2 \vee g_3 \vee g_4$$

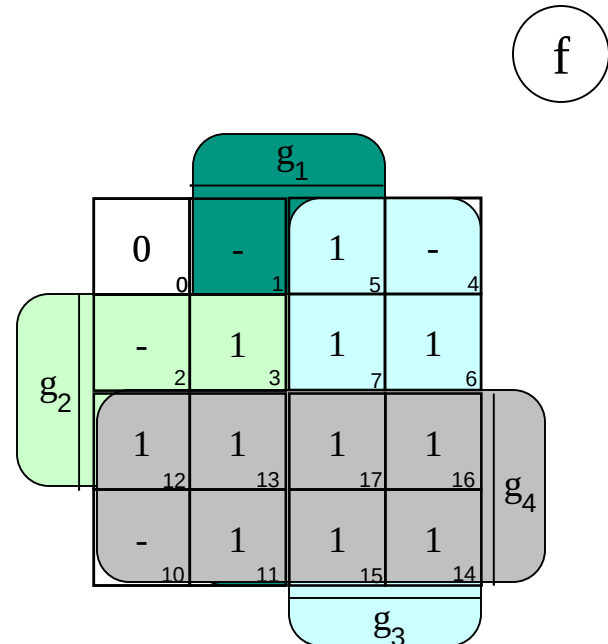


- Der Hausmeister wird auch alarmiert, wenn nur eine Glühlampe ausfällt.

2. Aufgabe – 2.3

- 2.3 Stellen Sie f als DNF oder als KNF dar.
Was passiert nun beim Ausfall genau einer Glühlampe?

KNF: $f = g_1 \vee g_2 \vee g_3 \vee g_4$



- Der Hausmeister wird auch alarmiert, wenn nur eine Glühlampe ausfällt.
- f ist die Einsvervollständigung der ursprünglichen Funktion.

Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

3. Aufgabe: Min- und Maxterme

3. Aufgabe

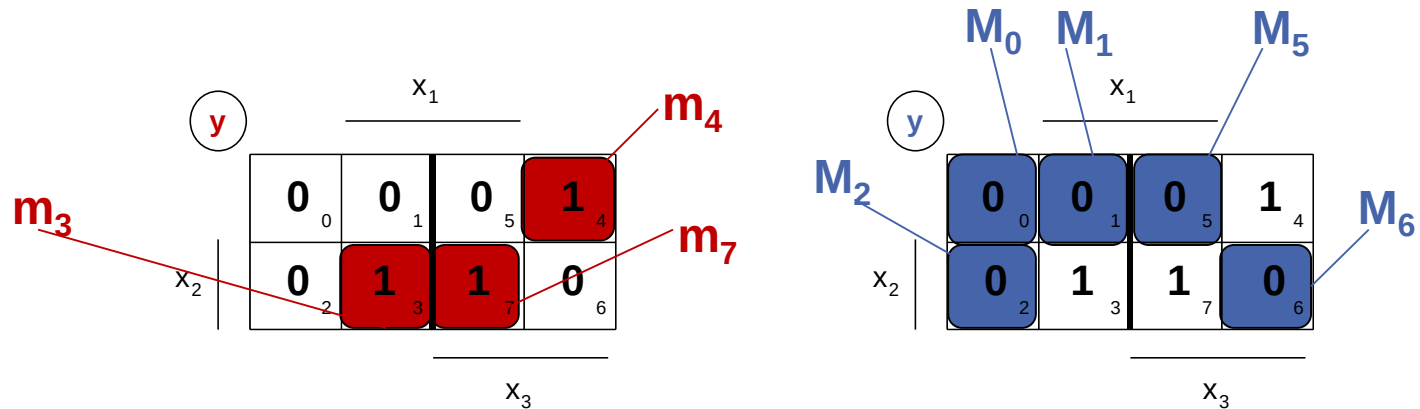
- Gegeben sei die Funktion $f(x_4, x_3, x_2, x_1)$ durch die Angabe ihrer Minterme:
- $f = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7 \vee m_{16} \vee m_{17}$

3. Aufgabe

- Gegeben sei die Funktion $f(x_4, x_3, x_2, x_1)$ durch die Angabe ihrer Minterme:
- $f = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7 \vee m_{16} \vee m_{17}$
- 3.1
Geben Sie f in der im Buch auf S. 118 gezeigten Form mit oktalen Indizes an ($y_{xyz\dots}$).

Minterm und Maxterm

- Jede Schaltfunktion lässt sich durch Disjunktion ihrer **Minterme** (DNF) oder durch Konjunktion ihrer **Maxterme** (KNF) eindeutig beschreiben



- Minterme** m_i projizieren **Einsstellen** auf eine beliebige Stelle im S-Diagramm

$$m_3 = \overline{x_3} \& x_2 \& x_1$$

$$m_4 = x_3 \& \overline{x_2} \& \overline{x_1}$$

$$m_7 = x_3 \& x_2 \& x_1$$

- Maxterme** M_i projizieren **Nullstellen** auf eine beliebige Stelle im S-Diagramm

$$M_0 = x_3 \vee x_2 \vee x_1$$

$$M_1 = x_3 \vee x_2 \vee \overline{x_1}$$

$$M_2 = x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1$$

$$M_5 = \overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1}$$

$$M_6 = \overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee x_1$$

$$(m_3 \vee m_4 \vee m_7) \equiv y \equiv (M_0 \& M_1 \& M_2 \& M_5 \& M_6)$$

3. Aufgabe – 3.1

j_0	x_4	x_3	x_2	x_1	f
0	0	0	0	0	
1	0	0	0	1	
2	0	0	1	0	
3	0	0	1	1	
4	0	1	0	0	
5	0	1	0	1	
6	0	1	1	0	
7	0	1	1	1	
10	1	0	0	0	
11	1	0	0	1	
12	1	0	1	0	
13	1	0	1	1	
14	1	1	0	0	
15	1	1	0	1	
16	1	1	1	0	
17	1	1	1	1	

$$f = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7 \vee m_{16} \vee m_{17}$$

3. Aufgabe – 3.1

j_0	x_4	x_3	x_2	x_1	f
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	
2	0	0	1	0	
3	0	0	1	1	
4	0	1	0	0	
5	0	1	0	1	
6	0	1	1	0	
7	0	1	1	1	
10	1	0	0	0	
11	1	0	0	1	
12	1	0	1	0	
13	1	0	1	1	
14	1	1	0	0	
15	1	1	0	1	
16	1	1	1	0	
17	1	1	1	1	

$$f = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7 \vee m_{16} \vee m_{17}$$

3. Aufgabe – 3.1

j_0	x_4	x_3	x_2	x_1	f
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	
3	0	0	1	1	
4	0	1	0	0	
5	0	1	0	1	
6	0	1	1	0	
7	0	1	1	1	
10	1	0	0	0	
11	1	0	0	1	
12	1	0	1	0	
13	1	0	1	1	
14	1	1	0	0	
15	1	1	0	1	
16	1	1	1	0	
17	1	1	1	1	

$$f = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7 \vee m_{16} \vee m_{17}$$

3. Aufgabe – 3.1

j_0	x_4	x_3	x_2	x_1	f
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	
5	0	1	0	1	
6	0	1	1	0	
7	0	1	1	1	
10	1	0	0	0	
11	1	0	0	1	
12	1	0	1	0	
13	1	0	1	1	
14	1	1	0	0	
15	1	1	0	1	
16	1	1	1	0	
17	1	1	1	1	

$$f = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7 \vee m_{16} \vee m_{17}$$

3. Aufgabe – 3.1

j_0	x_4	x_3	x_2	x_1	f
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	
5	0	1	0	1	
6	0	1	1	0	
7	0	1	1	1	1
10	1	0	0	0	
11	1	0	0	1	
12	1	0	1	0	
13	1	0	1	1	
14	1	1	0	0	
15	1	1	0	1	
16	1	1	1	0	
17	1	1	1	1	

$$f = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7 \vee m_{16} \vee m_{17}$$

3. Aufgabe – 3.1

j_0	x_4	x_3	x_2	x_1	f
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	
5	0	1	0	1	
6	0	1	1	0	
7	0	1	1	1	1
10	1	0	0	0	
11	1	0	0	1	
12	1	0	1	0	
13	1	0	1	1	
14	1	1	0	0	
15	1	1	0	1	
16	1	1	1	0	1
17	1	1	1	1	

$$f = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7 \vee m_{16} \vee m_{17}$$

3. Aufgabe – 3.1

j_0	x_4	x_3	x_2	x_1	f
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	
5	0	1	0	1	
6	0	1	1	0	
7	0	1	1	1	1
10	1	0	0	0	
11	1	0	0	1	
12	1	0	1	0	
13	1	0	1	1	
14	1	1	0	0	
15	1	1	0	1	
16	1	1	1	0	1
17	1	1	1	1	1

$$f = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7 \vee m_{16} \vee m_{17}$$

3. Aufgabe – 3.1

j_0	x_4	x_3	x_2	x_1	f
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
10	1	0	0	0	0
11	1	0	0	1	0
12	1	0	1	0	0
13	1	0	1	1	0
14	1	1	0	0	0
15	1	1	0	1	0
16	1	1	1	0	1
17	1	1	1	1	1

$$f = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7 \vee m_{16} \vee m_{17}$$

3. Aufgabe – 3.1

j_0	x_4	x_3	x_2	x_1	f	
0	0	0	0	0	1	
1	0	0	0	1	1	
2	0	0	1	0	0	
3	0	0	1	1	1	_____
4	0	1	0	0	0	
5	0	1	0	1	0	_____
6	0	1	1	0	0	
7	0	1	1	1	1	
10	1	0	0	0	0	_____
11	1	0	0	1	0	
12	1	0	1	0	0	
13	1	0	1	1	0	_____
14	1	1	0	0	0	
15	1	1	0	1	0	
16	1	1	1	0	1	_____
17	1	1	1	1	1	

Oktalwerte ablesen !!!

$$f = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7 \vee m_{16} \vee m_{17}$$

3. Aufgabe – 3.1

j_0	x_4	x_3	x_2	x_1	f	
0	0	0	0	0	1	
1	0	0	0	1	1	3
2	0	0	1	0	0	
3	0	0	1	1	1	
4	0	1	0	0	0	1
5	0	1	0	1	0	
6	0	1	1	0	0	
7	0	1	1	1	1	2
10	1	0	0	0	0	
11	1	0	0	1	0	
12	1	0	1	0	0	0
13	1	0	1	1	0	
14	1	1	0	0	0	
15	1	1	0	1	0	4
16	1	1	1	0	1	
17	1	1	1	1	1	1

Oktalwerte ablesen !!!

$$f = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7 \vee m_{16} \vee m_{17}$$

3. Aufgabe – 3.1

j_0	x_4	x_3	x_2	x_1	f	
0	0	0	0	0	1	
1	0	0	0	1	1	3
2	0	0	1	0	0	
3	0	0	1	1	1	
4	0	1	0	0	0	1
5	0	1	0	1	0	
6	0	1	1	0	0	
7	0	1	1	1	1	2
10	1	0	0	0	0	
11	1	0	0	1	0	
12	1	0	1	0	0	0
13	1	0	1	1	0	
14	1	1	0	0	0	
15	1	1	0	1	0	4
16	1	1	1	0	1	
17	1	1	1	1	1	1

Oktalwerte ablesen !!!

$$f = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7 \vee m_{16} \vee m_{17}$$

$$f(x_4, x_3, x_2, x_1) = y_{140213}$$

3. Aufgabe – 3.1

j_0	x_4	x_3	x_2	x_1	f	
0	0	0	0	0	1	
1	0	0	0	1	1	3
2	0	0	1	0	0	
3	0	0	1	1	1	
4	0	1	0	0	0	1
5	0	1	0	1	0	
6	0	1	1	0	0	
7	0	1	1	1	1	2
10	1	0	0	0	0	
11	1	0	0	1	0	
12	1	0	1	0	0	0
13	1	0	1	1	0	
14	1	1	0	0	0	
15	1	1	0	1	0	4
16	1	1	1	0	1	
17	1	1	1	1	1	1

Oktalwerte ablesen !!!

$$f = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7 \vee m_{16} \vee m_{17}$$

$$f(x_4, x_3, x_2, x_1) = y_{140213}$$

	x_1				
	0	1	5	4	
	2	3	7	6	
x_2	12	13	17	16	
	10	11	15	14	
	x_3				
					x_4

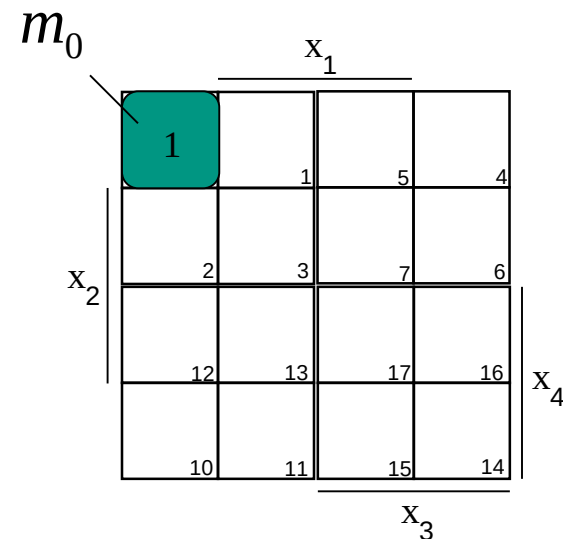
3. Aufgabe – 3.1

j_0	x_4	x_3	x_2	x_1	f	
0	0	0	0	0	1	
1	0	0	0	1	1	3
2	0	0	1	0	0	
3	0	0	1	1	1	
4	0	1	0	0	0	1
5	0	1	0	1	0	
6	0	1	1	0	0	
7	0	1	1	1	1	2
10	1	0	0	0	0	
11	1	0	0	1	0	
12	1	0	1	0	0	0
13	1	0	1	1	0	
14	1	1	0	0	0	
15	1	1	0	1	0	4
16	1	1	1	0	1	
17	1	1	1	1	1	1

Oktalwerte ablesen !!!

$$f = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7 \vee m_{16} \vee m_{17}$$

$$f(x_4, x_3, x_2, x_1) = y_{140213}$$



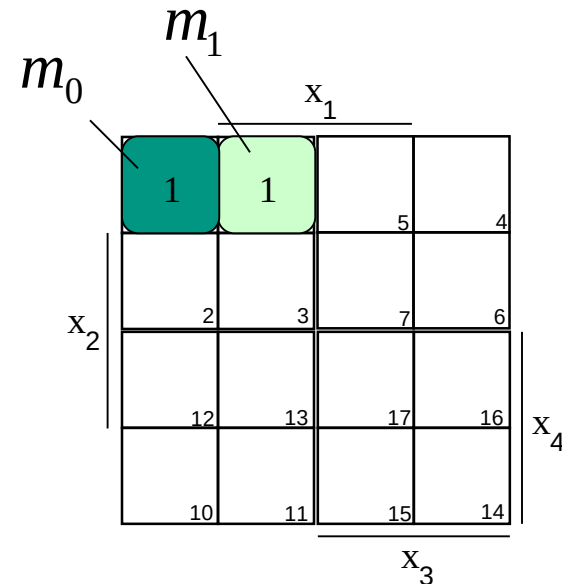
3. Aufgabe – 3.1

j_0	x_4	x_3	x_2	x_1	f	
0	0	0	0	0	1	
1	0	0	0	1	1	3
2	0	0	1	0	0	
3	0	0	1	1	1	
4	0	1	0	0	0	1
5	0	1	0	1	0	
6	0	1	1	0	0	
7	0	1	1	1	1	2
10	1	0	0	0	0	
11	1	0	0	1	0	
12	1	0	1	0	0	0
13	1	0	1	1	0	
14	1	1	0	0	0	
15	1	1	0	1	0	4
16	1	1	1	0	1	
17	1	1	1	1	1	1

Oktalwerte ablesen !!!

$$f = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7 \vee m_{16} \vee m_{17}$$

$$f(x_4, x_3, x_2, x_1) = y_{140213}$$



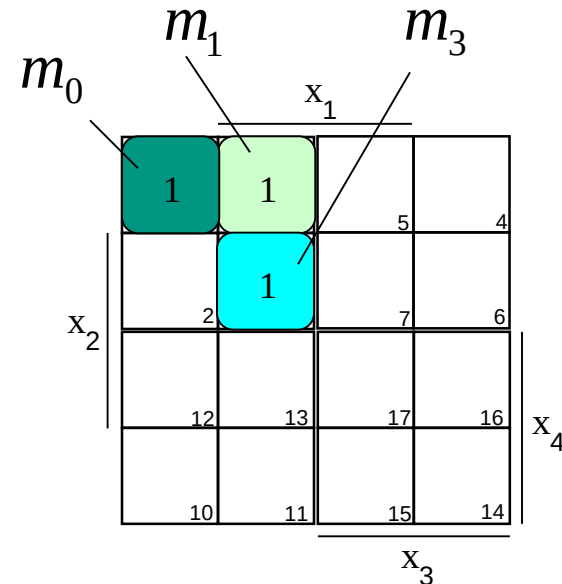
3. Aufgabe – 3.1

j_0	x_4	x_3	x_2	x_1	f	
0	0	0	0	0	1	
1	0	0	0	1	1	3
2	0	0	1	0	0	
3	0	0	1	1	1	
4	0	1	0	0	0	1
5	0	1	0	1	0	
6	0	1	1	0	0	
7	0	1	1	1	1	2
10	1	0	0	0	0	
11	1	0	0	1	0	
12	1	0	1	0	0	0
13	1	0	1	1	0	
14	1	1	0	0	0	
15	1	1	0	1	0	4
16	1	1	1	0	1	
17	1	1	1	1	1	1

Oktalwerte ablesen !!!

$$f = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7 \vee m_{16} \vee m_{17}$$

$$f(x_4, x_3, x_2, x_1) = y_{140213}$$



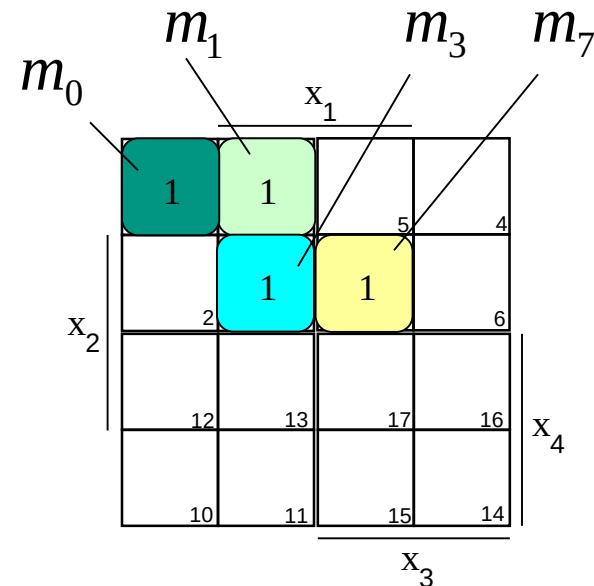
3. Aufgabe – 3.1

j_0	x_4	x_3	x_2	x_1	f	
0	0	0	0	0	1	
1	0	0	0	1	1	3
2	0	0	1	0	0	
3	0	0	1	1	1	
4	0	1	0	0	0	1
5	0	1	0	1	0	
6	0	1	1	0	0	
7	0	1	1	1	1	2
10	1	0	0	0	0	
11	1	0	0	1	0	
12	1	0	1	0	0	0
13	1	0	1	1	0	
14	1	1	0	0	0	
15	1	1	0	1	0	4
16	1	1	1	0	1	
17	1	1	1	1	1	1

Oktalwerte ablesen !!!

$$f = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7 \vee m_{16} \vee m_{17}$$

$$f(x_4, x_3, x_2, x_1) = y_{140213}$$



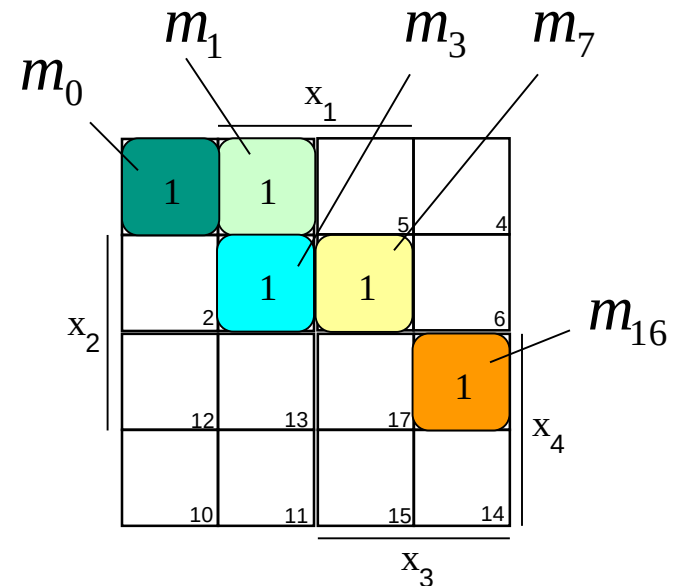
3. Aufgabe – 3.1

j_0	x_4	x_3	x_2	x_1	f	
0	0	0	0	0	1	
1	0	0	0	1	1	3
2	0	0	1	0	0	
3	0	0	1	1	1	
4	0	1	0	0	0	1
5	0	1	0	1	0	
6	0	1	1	0	0	
7	0	1	1	1	1	2
10	1	0	0	0	0	
11	1	0	0	1	0	
12	1	0	1	0	0	0
13	1	0	1	1	0	
14	1	1	0	0	0	
15	1	1	0	1	0	4
16	1	1	1	0	1	
17	1	1	1	1	1	1

Oktalwerte ablesen !!!

$$f = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7 \vee m_{16} \vee m_{17}$$

$$f(x_4, x_3, x_2, x_1) = y_{140213}$$



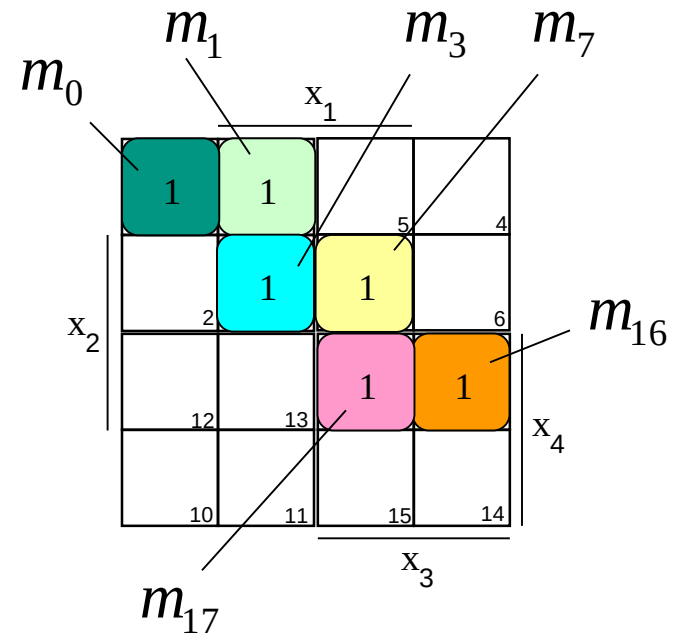
3. Aufgabe – 3.1

j_0	x_4	x_3	x_2	x_1	f	
0	0	0	0	0	1	
1	0	0	0	1	1	3
2	0	0	1	0	0	
3	0	0	1	1	1	
4	0	1	0	0	0	1
5	0	1	0	1	0	
6	0	1	1	0	0	
7	0	1	1	1	1	2
10	1	0	0	0	0	
11	1	0	0	1	0	
12	1	0	1	0	0	0
13	1	0	1	1	0	
14	1	1	0	0	0	
15	1	1	0	1	0	4
16	1	1	1	0	1	
17	1	1	1	1	1	1

Oktalwerte ablesen !!!

$$f = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7 \vee m_{16} \vee m_{17}$$

$$f(x_4, x_3, x_2, x_1) = y_{140213}$$



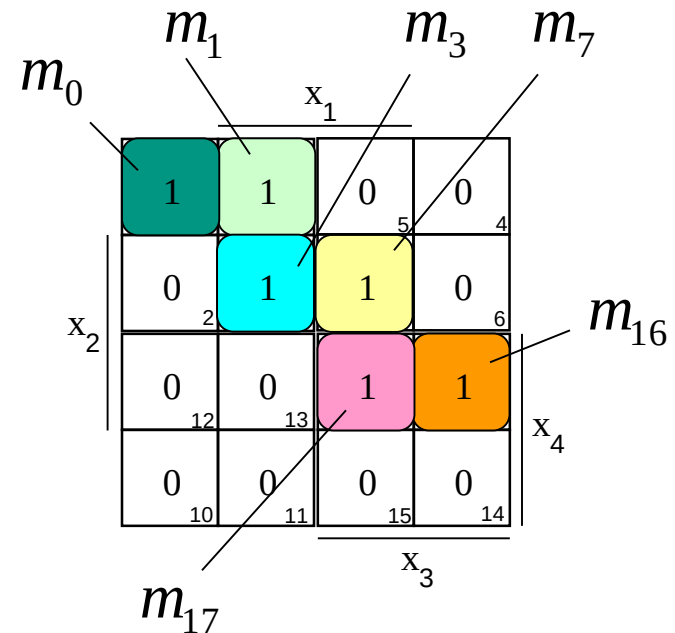
3. Aufgabe – 3.1

j_0	x_4	x_3	x_2	x_1	f	
0	0	0	0	0	1	
1	0	0	0	1	1	3
2	0	0	1	0	0	
3	0	0	1	1	1	
4	0	1	0	0	0	1
5	0	1	0	1	0	
6	0	1	1	0	0	
7	0	1	1	1	1	2
10	1	0	0	0	0	
11	1	0	0	1	0	
12	1	0	1	0	0	0
13	1	0	1	1	0	
14	1	1	0	0	0	
15	1	1	0	1	0	4
16	1	1	1	0	1	
17	1	1	1	1	1	1

Oktaalwerte ablesen !!!

$$f = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7 \vee m_{16} \vee m_{17}$$

$$f(x_4, x_3, x_2, x_1) = y_{140213}$$



3. Aufgabe – 3.3

- Geben Sie die drei Maxterme mit den kleinsten Indizes an, für die $f_j = 0$ gilt

x_1			
1	1	0	0
0	1	1	0
0	0	1	1
0	0	0	0
x_3			

x_2	0	1	5	4
	2	3	7	6
	12	13	17	16
	10	11	15	14
x_4				

3. Aufgabe – 3.3

- Geben Sie die drei Maxterme mit den kleinsten Indizes an, für die $f_j = 0$ gilt

$$M_2 =$$

x_1			
1	1	0	0
0	1	5	4
0	1	1	0
2	3	7	6
0	0	1	1
12	13	17	16
0	0	0	0
10	11	15	14
x_3			

x_2 x_4

3. Aufgabe – 3.3

- Geben Sie die drei Maxterme mit den kleinsten Indizes an, für die $f_j = 0$ gilt

$$M_2 = x_4$$

x_1					
1	1	0	0	x_2	x_3
0	1	1	0		
0	0	1	1		
0	0	0	0		

3. Aufgabe – 3.3

- Geben Sie die drei Maxterme mit den kleinsten Indizes an, für die $f_j = 0$ gilt

$$M_2 = \boxed{x_4} \vee \boxed{x_3}$$

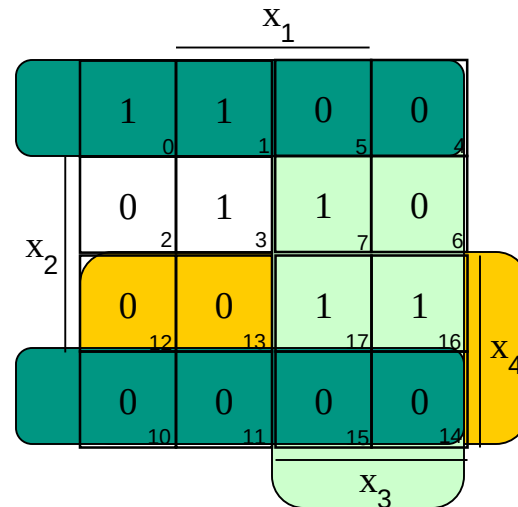
		x_1			
		1	1	0	0
		0	1	1	0
x_2	0	0	0	1	1
	1	0	0	0	0
				x_3	

Diagram illustrating a 4x4 Karnaugh map for variables x_1 and x_2 . The map shows the values of the function f_j for each combination of x_1 and x_2 . The cells are numbered 0 to 15. The map is partitioned into three regions: a yellow region (top-left, cells 0, 1, 2, 3, 12, 13, 10, 11) labeled x_4 , a green region (top-right, cells 4, 5, 6, 7, 16, 17, 14, 15) labeled x_3 , and a yellow region (bottom-right, cells 12, 13, 16, 17) labeled x_4 .

3. Aufgabe – 3.3

- Geben Sie die drei Maxterme mit den kleinsten Indizes an, für die $f_j = 0$ gilt

$$M_2 = x_4 \vee x_3 \vee \overline{x_2}$$

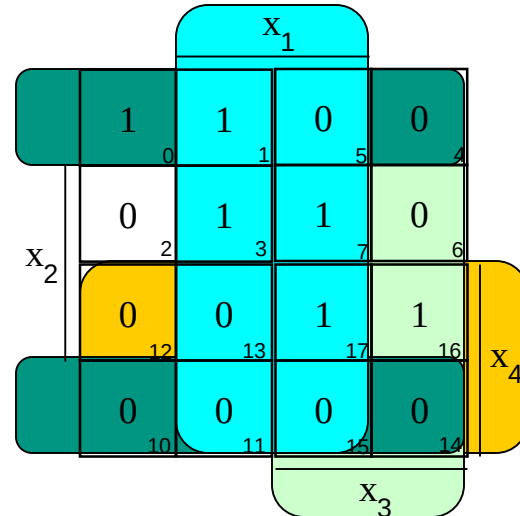


	x_1			
	0	1	2	3
x_2	0	1	1	0
	0	1	1	0
	0	0	1	1
	0	0	0	0

3. Aufgabe – 3.3

- Geben Sie die drei Maxterme mit den kleinsten Indizes an, für die $f_j = 0$ gilt

$$M_2 = x_4 \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1$$



3. Aufgabe – 3.3

- Geben Sie die drei Maxterme mit den kleinsten Indizes an, für die $f_j = 0$ gilt

$$M_2 = x_4 \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1$$

$$M_4 =$$

x_1			
1	1	0	0
0	1	1	0
0	0	1	1
0	0	0	0
x_3			
x_2		x_4	

3. Aufgabe – 3.3

- Geben Sie die drei Maxterme mit den kleinsten Indizes an, für die $f_j = 0$ gilt

$$M_2 = x_4 \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1$$

$$M_4 = x_4$$

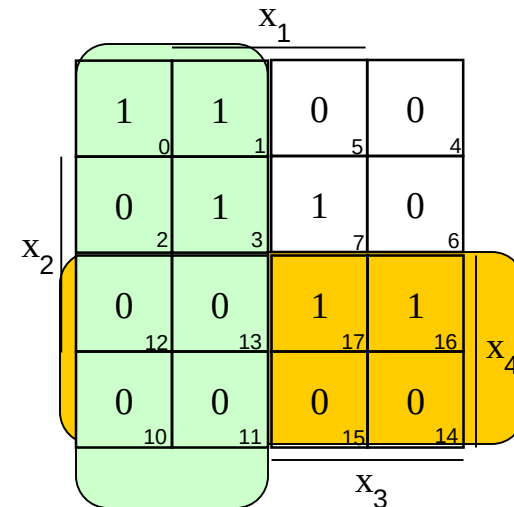
		x_1					
		1	1	0	0		
		0	1	5	4		
x_2		0	1	1	0		
		2	3	7	6		
	0	0	1	1	16	x_4	
	12	13	17				
10	11	15	14				
		x_3					

3. Aufgabe – 3.3

- Geben Sie die drei Maxterme mit den kleinsten Indizes an, für die $f_j = 0$ gilt

$$M_2 = x_4 \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1$$

$$M_4 = x_4 \vee \overline{x_3}$$



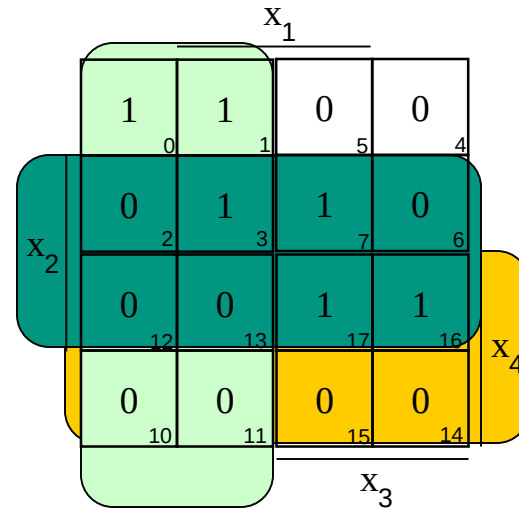
	x_1	x_1	x_1	x_1
x_2	1 0	1 1	0 5	0 4
x_2	0 2	1 3	1 7	0 6
x_2	0 12	0 13	1 17	1 16
x_2	0 10	0 11	0 15	0 14
	x_3	x_3	x_3	x_3

3. Aufgabe – 3.3

- Geben Sie die drei Maxterme mit den kleinsten Indizes an, für die $f_j = 0$ gilt

$$M_2 = x_4 \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1$$

$$M_4 = x_4 \vee \overline{x_3} \vee x_2$$

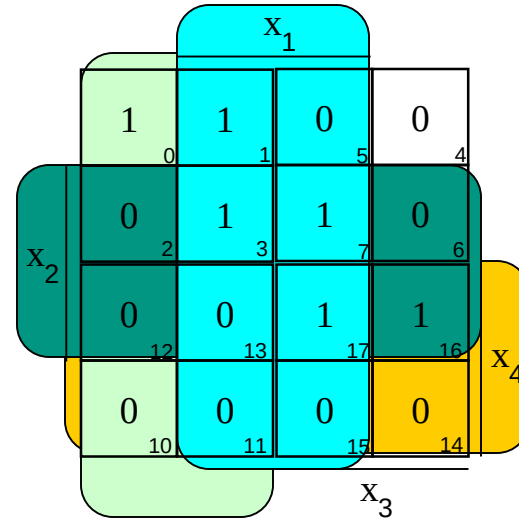


3. Aufgabe – 3.3

- Geben Sie die drei Maxterme mit den kleinsten Indizes an, für die $f_j = 0$ gilt

$$M_2 = x_4 \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1$$

$$M_4 = x_4 \vee \overline{x_3} \vee x_2 \vee x_1$$



3. Aufgabe – 3.3

- Geben Sie die drei Maxterme mit den kleinsten Indizes an, für die $f_j = 0$ gilt

$$M_2 = x_4 \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1$$

$$M_4 = x_4 \vee \overline{x_3} \vee x_2 \vee x_1$$

$$M_5 =$$

x_1			
1	1	0	0
0	1	5	4
0	1	1	0
2	3	7	6
0	0	1	1
12	13	17	16
0	0	0	0
10	11	15	14
x_3			

x_2	0	1	5	4
	2	3	7	6
	12	13	17	16
	10	11	15	14
x_4				

3. Aufgabe – 3.3

- Geben Sie die drei Maxterme mit den kleinsten Indizes an, für die $f_j = 0$ gilt

$$M_2 = x_4 \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1$$

$$M_4 = x_4 \vee \overline{x_3} \vee x_2 \vee x_1$$

$$M_5 = x_4$$

	x_1				
	1	1	0	0	
	0	1	1	0	
x_2	0	0	1	1	x_4
	0	0	0	0	
	x_3				

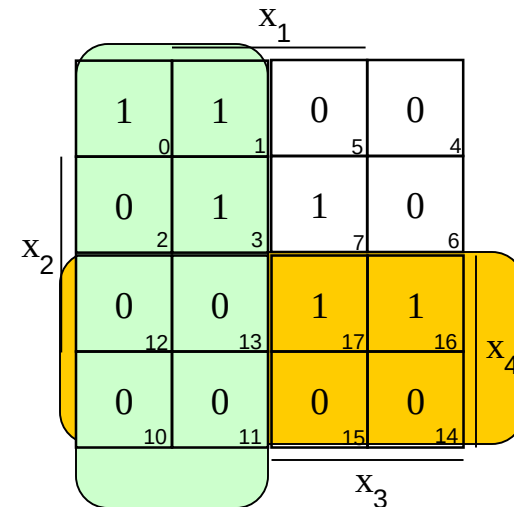
3. Aufgabe – 3.3

- Geben Sie die drei Maxterme mit den kleinsten Indizes an, für die $f_j = 0$ gilt

$$M_2 = x_4 \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1$$

$$M_4 = x_4 \vee \overline{x_3} \vee x_2 \vee x_1$$

$$M_5 = x_4 \vee \overline{x_3}$$



	x_1	
	0	1
x_2	0	1
	2	3
	4	5
	6	7
	8	9
	10	11
	12	13
	14	15
	16	17
	18	19
	20	21
	22	23
	24	25
	26	27
	28	29
	30	31

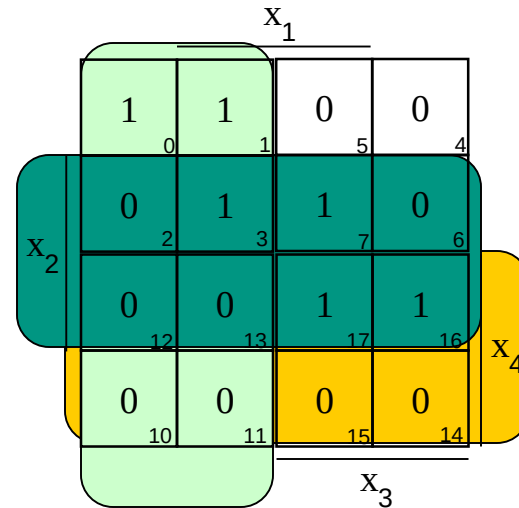
3. Aufgabe – 3.3

- Geben Sie die drei Maxterme mit den kleinsten Indizes an, für die $f_j = 0$ gilt

$$M_2 = x_4 \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1$$

$$M_4 = x_4 \vee \overline{x_3} \vee x_2 \vee x_1$$

$$M_5 = x_4 \vee \overline{x_3} \vee x_2$$



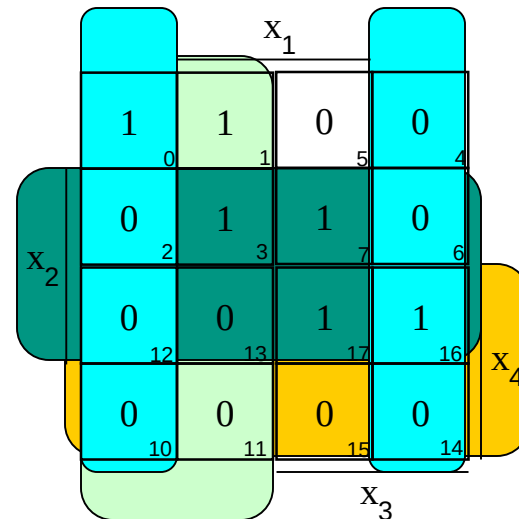
3. Aufgabe – 3.3

- Geben Sie die drei Maxterme mit den kleinsten Indizes an, für die $f_j = 0$ gilt

$$M_2 = x_4 \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1$$

$$M_4 = x_4 \vee \overline{x_3} \vee x_2 \vee x_1$$

$$M_5 = x_4 \vee \overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1}$$



3. Aufgabe – 3.3

- Geben Sie die drei Maxterme mit den kleinsten Indizes an, für die $f_j = 0$ gilt

$$M_2 = x_4 \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1$$

$$M_4 = x_4 \vee \overline{x_3} \vee x_2 \vee x_1$$

$$M_5 = x_4 \vee \overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1}$$

x_1				
	1	1	0	0
x_2	0	1	5	4
	0	1	1	0
	2	3	7	6
	0	0	1	1
x_4	12	13	17	16
	0	0	0	0
x_3				
	10	11	15	14

3. Aufgabe – 3.3

- Geben Sie die drei Maxterme mit den kleinsten Indizes an, für die $f_j = 0$ gilt

$$M_2 = x_4 \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1$$

$$M_4 = x_4 \vee \overline{x_3} \vee x_2 \vee x_1$$

$$M_5 = x_4 \vee \overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1}$$

x_1				
	1	1	0	0
	0	1	5	4
x_2	0	1	1	0
	2	3	7	6
	0	0	1	1
	12	13	17	16
	0	0	0	0
	10	11	15	14
x_3				
x_4				

3. Aufgabe – 3.3

- Geben Sie die drei Maxterme mit den kleinsten Indizes an, für die $f_j = 0$ gilt

$$M_2 = x_4 \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1$$

$$M_4 = x_4 \vee \overline{x_3} \vee x_2 \vee x_1$$

$$M_5 = x_4 \vee \overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1}$$

		x_1			
		1	1	0	0
x_2	0	1	1	5	4
	2	0	1	7	6
	12	0	1	17	16
	10	0	0	15	14
		11	13	15	14
		x_3		x_4	

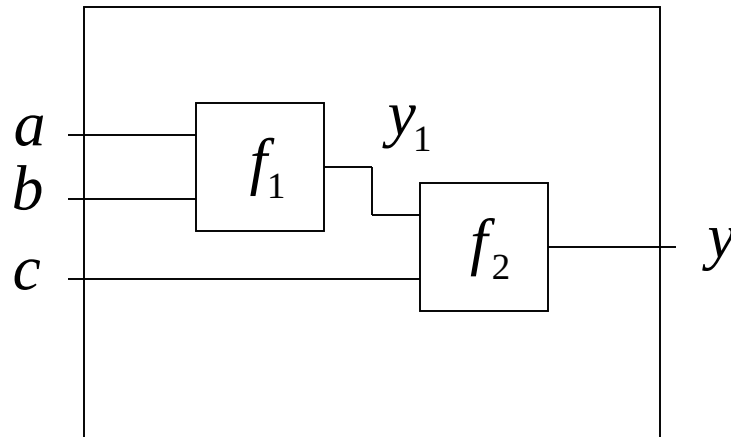
Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

4. Aufgabe: Funktionstabelle

4. Aufgabe

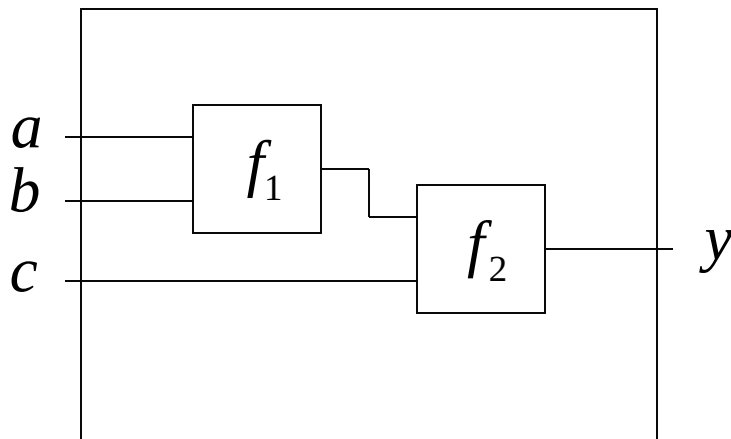
- Eine Schaltfunktion besteht, wie im nachfolgenden Bild dargestellt, aus den Teilfunktionen $y_1 = f_1(a, b)$ und $y = y_2 = f_2(c, y_1)$.
- Dafür ist die folgende Funktionstabelle bekannt:



a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

4. Aufgabe – 4.1

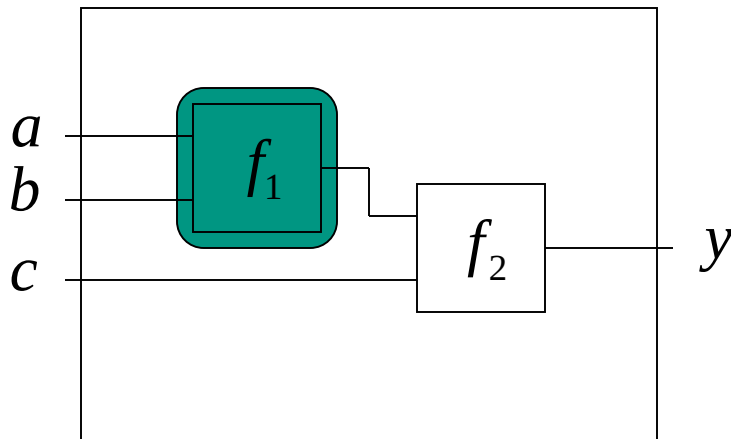
- Ist die Funktion vollständig spezifiziert?



a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

4. Aufgabe – 4.1

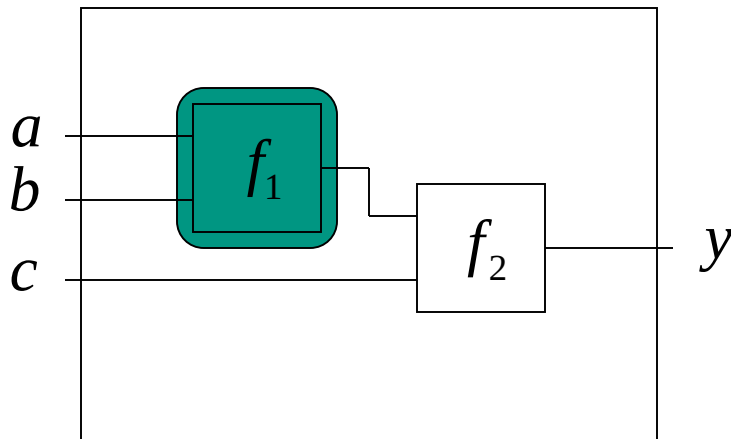
- Ist die Funktion vollständig spezifiziert?



a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

4. Aufgabe – 4.1

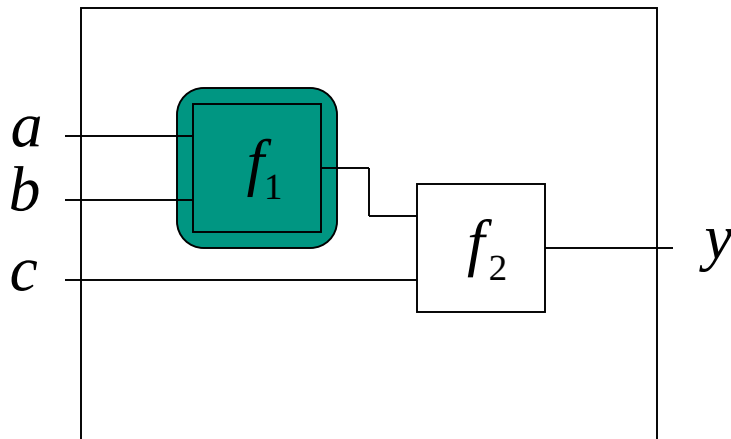
- Ist die Funktion vollständig spezifiziert?



a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

4. Aufgabe – 4.1

- Ist die Funktion vollständig spezifiziert?

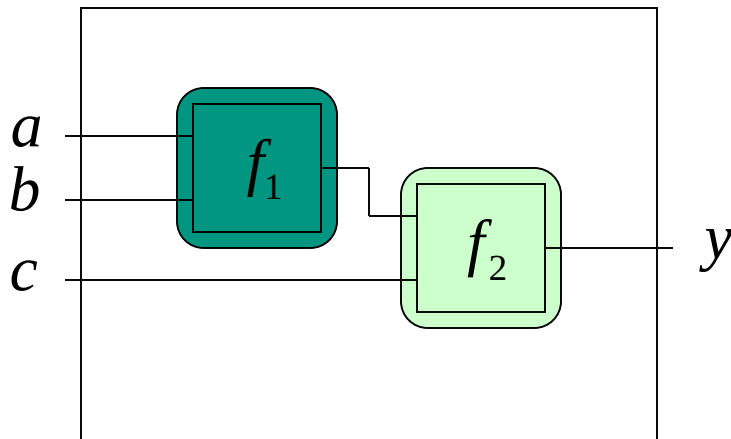


a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

$$y_1 = a \neq b = a \text{ xor } b = a\bar{b} \vee \bar{a}b$$

4. Aufgabe – 4.1

- Ist die Funktion vollständig spezifiziert?

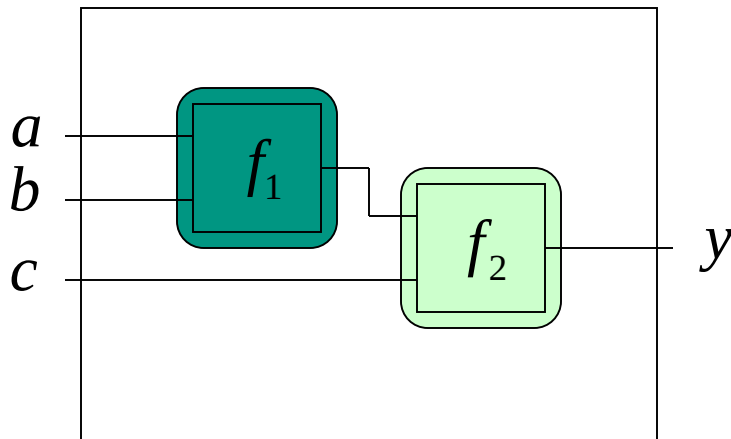


a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

$$y_1 = a \neq b = a \text{ xor } b = a\bar{b} \vee \bar{a}b$$

4. Aufgabe – 4.1

- Ist die Funktion vollständig spezifiziert?

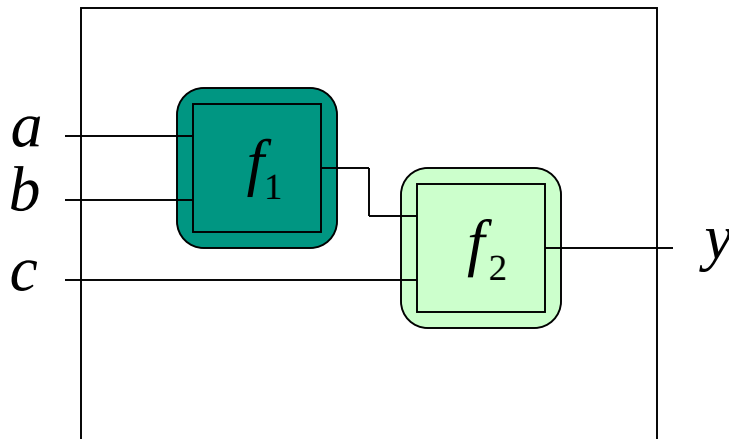


a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

$$y_1 = a \neq b = a \text{ xor } b = a\bar{b} \vee \bar{a}b$$

4. Aufgabe – 4.1

- Ist die Funktion vollständig spezifiziert?



a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

$$y_1 = a \neq b = a \text{ xor } b = a\bar{b} \vee \bar{a}b$$

$$y = y_1 \equiv c = y_1 c \vee \bar{y}_1 \bar{c}$$

4. Aufgabe – 4.2

- Stellen Sie die Funktionstabelle für die Funktion $y = f(a, b, c)$ auf.

a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

a	b	c	y_1	y
0	0	0	0	
0	0	1	0	
0	1	0	1	
0	1	1	1	
1	0	0	1	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	1	0	

4. Aufgabe – 4.2

- Stellen Sie die Funktionstabelle für die Funktion $y = f(a, b, c)$ auf.

a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

a	b	c	y_1	y
0	0	0	0	
0	0	1	0	
0	1	0	1	
0	1	1	1	
1	0	0	1	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	1	0	

4. Aufgabe – 4.2

- Stellen Sie die Funktionstabelle für die Funktion $y = f(a, b, c)$ auf.

a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

a	b	c	y_1	y
0	0	0	0	
0	0	1	0	
0	1	0	1	
0	1	1	1	
1	0	0	1	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	1	0	

4. Aufgabe – 4.2

- Stellen Sie die Funktionstabelle für die Funktion $y = f(a, b, c)$ auf.

a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

a	b	c	y_1	y
0	0	0	0	
0	0	1	0	
0	1	0	1	
0	1	1	1	
1	0	0	1	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	1	0	

4. Aufgabe – 4.2

- Stellen Sie die Funktionstabelle für die Funktion $y = f(a, b, c)$ auf.

a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

a	b	c	y_1	y
0	0	0	0	
0	0	1	0	
0	1	0	1	
0	1	1	1	
1	0	0	1	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	1	0	

4. Aufgabe – 4.2

- Stellen Sie die Funktionstabelle für die Funktion $y = f(a, b, c)$ auf.

a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

a	b	c	y_1	y
0	0	0	0	1
0	0	1	0	
0	1	0	1	
0	1	1	1	
1	0	0	1	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	1	0	

4. Aufgabe – 4.2

- Stellen Sie die Funktionstabelle für die Funktion $y = f(a, b, c)$ auf.

a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

a	b	c	y_1	y
0	0	0	0	1
0	0	1	0	
0	1	0	1	
0	1	1	1	
1	0	0	1	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	1	0	

4. Aufgabe – 4.2

- Stellen Sie die Funktionstabelle für die Funktion $y = f(a, b, c)$ auf.

a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

a	b	c	y_1	y
0	0	0	0	1
0	0	1	0	
0	1	0	1	
0	1	1	1	
1	0	0	1	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	1	0	

4. Aufgabe – 4.2

- Stellen Sie die Funktionstabelle für die Funktion $y = f(a, b, c)$ auf.

a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

a	b	c	y_1	y
0	0	0	0	1
0	0	1	0	
0	1	0	1	
0	1	1	1	
1	0	0	1	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	1	0	

4. Aufgabe – 4.2

- Stellen Sie die Funktionstabelle für die Funktion $y = f(a, b, c)$ auf.

a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

a	b	c	y_1	y
0	0	0	0	1
0	0	1	0	
0	1	0	1	
0	1	1	1	
1	0	0	1	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	1	0	

4. Aufgabe – 4.2

- Stellen Sie die Funktionstabelle für die Funktion $y = f(a, b, c)$ auf.

a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

a	b	c	y_1	y
0	0	0	0	1
0	0	1	0	0
0	1	0	1	
0	1	1	1	
1	0	0	1	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	1	0	

4. Aufgabe – 4.2

- Stellen Sie die Funktionstabelle für die Funktion $y = f(a, b, c)$ auf.

a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

a	b	c	y_1	y
0	0	0	0	1
0	0	1	0	0
0	1	0	1	
0	1	1	1	
1	0	0	1	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	1	0	

4. Aufgabe – 4.2

- Stellen Sie die Funktionstabelle für die Funktion $y = f(a, b, c)$ auf.

a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

a	b	c	y_1	y
0	0	0	0	1
0	0	1	0	0
0	1	0	1	
0	1	1	1	
1	0	0	1	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	1	0	

4. Aufgabe – 4.2

- Stellen Sie die Funktionstabelle für die Funktion $y = f(a, b, c)$ auf.

a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

a	b	c	y_1	y
0	0	0	0	1
0	0	1	0	0
0	1	0	1	
0	1	1	1	
1	0	0	1	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	1	0	

4. Aufgabe – 4.2

- Stellen Sie die Funktionstabelle für die Funktion $y = f(a, b, c)$ auf.

a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

a	b	c	y_1	y
0	0	0	0	1
0	0	1	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	
1	0	0	1	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	1	0	

4. Aufgabe – 4.2

- Stellen Sie die Funktionstabelle für die Funktion $y = f(a, b, c)$ auf.

a	b	y_1	c	y
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

a	b	c	y_1	y
0	0	0	0	1
0	0	1	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	1	0	0

Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

5. Aufgabe: Basissysteme

5. Aufgabe

Stellen Sie folgenden Ausdruck in allen in der Vorlesung aufgeführten Basissystemen dar:

$$y = (a \& \bar{b}) \vee \bar{a}$$

- 3 Operatoren
 - NICHT, UND, ODER

- 2 Operatoren
 - NICHT, UND
 - NICHT, ODER
 - UND, ANTIVALENZ

- 1 Operator
 - NAND
 - NOR

- Darstellung in 6 Basissystemen

Beziehungen der Schaltalgebra

Regeln für ein Element

$$\text{R5a} \quad a \vee 0 = a$$

$$\text{R6a} \quad a \vee 1 = 1$$

$$\text{R7a} \quad a \vee a = a$$

$$\text{R8a} \quad a \vee \bar{a} = 1$$

$$\text{R5b} \quad a \& 1 = a$$

$$\text{R6b} \quad a \& 0 = 0$$

$$\text{R7b} \quad a \& a = a$$

$$\text{R8b} \quad a \& \bar{a} = 0$$

$$\text{R9} \quad \overline{(\bar{a})} = \bar{\bar{a}} = a$$

Regeln für zwei oder mehr Elemente

$$\text{R10a} \quad a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c = a \vee b \vee c \quad \text{R10b} \quad a \& (b \& c) = (a \& b) \& c = a \& b \& c$$

(assoziative Gesetze)

$$\text{R11a} \quad a \vee (a \& b) = a \quad \text{R11b} \quad a \& (a \vee b) = a$$

(Absorptionsgesetze)

$$\text{R12a} \quad \overline{(a \vee b)} = \bar{a} \& \bar{b} \quad \text{R12b} \quad \overline{(a \& b)} = \bar{a} \vee \bar{b}$$

(De Morgansche Regeln)

5. Aufgabe – 5.1

- NICHT, UND, ODER _
$$y = (a \& b) \vee a$$

5. Aufgabe – 5.1

- NICHT, UND, ODER –

$$y = (a \& b) \vee \bar{a} = (a \vee \bar{a}) \& (\bar{b} \vee \bar{a})$$

5. Aufgabe – 5.1

- NICHT, UND, ODER

$$\begin{aligned}y &= (a \& b) \vee \bar{a} = (a \vee \bar{a}) \& (\bar{b} \vee \bar{a}) \\ &= 1 \& (\bar{b} \vee \bar{a})\end{aligned}$$

5. Aufgabe – 5.1

- NICHT, UND, ODER

$$\begin{aligned}y &= (a \& b) \vee \bar{a} = (a \vee \bar{a}) \& (\bar{b} \vee \bar{a}) \\ &= 1 \& (\bar{b} \vee \bar{a}) = \bar{b} \vee \bar{a}\end{aligned}$$

5. Aufgabe – 5.1

- NICHT, UND, ODER

$$\begin{aligned}y &= (a \& b) \vee \bar{a} = (a \vee \bar{a}) \& (\bar{b} \vee \bar{a}) \\ &= 1 \& (\bar{b} \vee \bar{a}) = \bar{b} \vee \bar{a}\end{aligned}$$

- NICHT, UND

$$y = \bar{b} \vee \bar{a}$$

5. Aufgabe – 5.1

- NICHT, UND, ODER

$$\begin{aligned}y &= (a \& b) \vee \bar{a} = (a \vee \bar{a}) \& (\bar{b} \vee \bar{a}) \\ &= 1 \& (\bar{b} \vee \bar{a}) = \bar{b} \vee \bar{a}\end{aligned}$$

- NICHT, UND

$$y = \bar{b} \vee \bar{a} = \overline{\overline{\bar{b} \vee \bar{a}}}$$

5. Aufgabe – 5.1

- NICHT, UND, ODER

$$\begin{aligned}y &= (a \& b) \vee \bar{a} = (a \vee \bar{a}) \& (\bar{b} \vee \bar{a}) \\ &= 1 \& (\bar{b} \vee \bar{a}) = \bar{b} \vee \bar{a}\end{aligned}$$

- NICHT, UND

$$y = \bar{b} \vee \bar{a} = \overline{\overline{\bar{b} \vee \bar{a}}} = \overline{\bar{b} \& a}$$

5. Aufgabe – 5.1

- NICHT, UND, ODER

$$\begin{aligned}y &= (a \& b) \vee \bar{a} = (a \vee \bar{a}) \& (\bar{b} \vee \bar{a}) \\ &= 1 \& (\bar{b} \vee \bar{a}) = \bar{b} \vee \bar{a}\end{aligned}$$

- NICHT, UND

$$y = \bar{b} \vee \bar{a} = \overline{\overline{\bar{b} \vee \bar{a}}} = \overline{\bar{b} \& a} = \overline{b \& a}$$

5. Aufgabe – 5.1

- NICHT, UND, ODER

$$y = (a \& b) \vee \bar{a} = (a \vee \bar{a}) \& (\bar{b} \vee \bar{a})$$

$$= 1 \& (\bar{b} \vee \bar{a}) = \bar{b} \vee \bar{a}$$

DeMorgan

- NICHT, UND

$$y = \bar{b} \vee \bar{a} = \overline{\overline{\bar{b} \vee \bar{a}}} = \overline{\bar{b} \& \bar{a}} = \overline{\bar{b} \& a}$$

5. Aufgabe – 5.1

- NICHT, UND, ODER

$$\begin{aligned} y &= (a \& b) \vee \bar{a} = (a \vee \bar{a}) \& (\bar{b} \vee \bar{a}) \\ &= 1 \& (\bar{b} \vee \bar{a}) = \bar{b} \vee \bar{a} \end{aligned}$$

DeMorgan

- NICHT, UND

$$y = \bar{b} \vee \bar{a} = \overline{\overline{\bar{b} \vee \bar{a}}} = \overline{\bar{b} \& \bar{a}} = \overline{b \& a}$$

- NICHT, ODER

$$y =$$

5. Aufgabe – 5.1

- NICHT, UND, ODER

$$y = (a \& b) \vee \bar{a} = (a \vee \bar{a}) \& (\bar{b} \vee \bar{a})$$

$$= 1 \& (\bar{b} \vee \bar{a}) = \bar{b} \vee \bar{a}$$

DeMorgan

- NICHT, UND

$$y = \bar{b} \vee \bar{a} = \overline{\overline{\bar{b} \vee \bar{a}}} = \overline{\bar{b} \& \bar{a}} = \overline{\bar{b} \& a}$$

- NICHT, ODER

$$y = \bar{b} \vee \bar{a}$$

5. Aufgabe

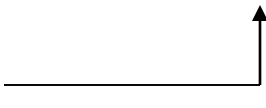
- UND, ANTIVALENZ

$$y = \overline{b} \& a$$

5. Aufgabe

- UND, ANTIVALENZ

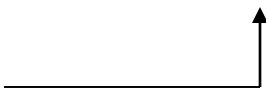
$$y = \overline{b \& a}$$

mit $\overline{a} = a \neq 1$ 

5. Aufgabe

■ UND, ANTIVALENZ

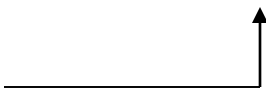
$$y = \overline{b \& a} = (b \& a) \neq 1$$

mit $\overline{a} = a \neq 1$ 

5. Aufgabe

■ UND, ANTIVALENZ

$$y = \overline{b \& a} = (b \& a) \neq 1$$

mit $\overline{a} = a \neq 1$ 

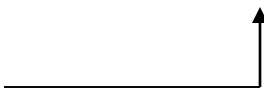
■ NAND

$$y = \overline{b \& a}$$

5. Aufgabe

■ UND, ANTIVALENZ

$$y = \overline{b \& a} = (b \& a) \neq 1$$

mit $\overline{a} = a \neq 1$ 

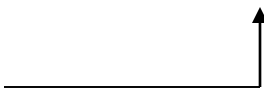
■ NAND

$$y = \overline{b \& a} = a \& \overline{b}$$

5. Aufgabe

■ UND, ANTIVALENZ

$$y = \overline{b \& a} = (b \& a) \neq 1$$

mit $\overline{a} = a \neq 1$ 

■ NAND

$$y = \overline{b \& a} = a \& b$$

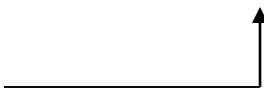
■ NOR

$$y = \overline{b} \vee \overline{a}$$

5. Aufgabe

■ UND, ANTIVALENZ

$$y = \overline{b \& a} = (b \& a) \neq 1$$

mit $\overline{a} = a \neq 1$ 

■ NAND

$$y = \overline{b \& a} = a \& b$$

■ NOR

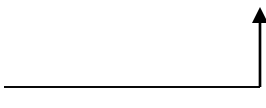
(R9)

$$y = \overline{b \vee a} = \overline{\overline{\overline{b \vee a}}}$$

5. Aufgabe

■ UND, ANTIVALENZ

$$y = \overline{b \& a} = (b \& a) \neq 1$$

mit $\overline{a} = a \neq 1$ 

■ NAND

$$y = \overline{b \& a} = a \& b$$

■ NOR

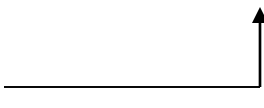
(R9)

$$y = \overline{b \vee a} = \overline{\overline{\overline{b \vee a}}} = \overline{\overline{b \vee a}}$$

5. Aufgabe

■ UND, ANTIVALENZ

$$y = \overline{b \& a} = (b \& a) \neq 1$$

mit $\overline{a} = a \neq 1$ 

■ NAND

$$y = \overline{b \& a} = a \& \overline{b}$$

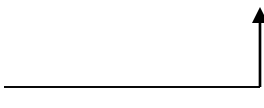
■ NOR

$$y = \overline{b \vee a} \stackrel{(R9)}{=} \overline{\overline{\overline{b \vee a}}} \stackrel{(R7a)}{=} \overline{\overline{\overline{b}} \vee \overline{\overline{\overline{a}}}} = \overline{\overline{b} \vee \overline{a}}$$

5. Aufgabe

■ UND, ANTIVALENZ

$$y = \overline{b \& a} = (b \& a) \neq 1$$

mit $\overline{a} = a \neq 1$ 

■ NAND

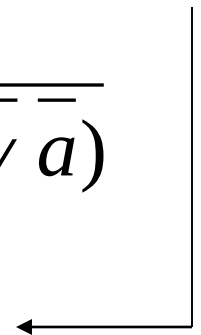
$$y = \overline{b \& a} = a \& \overline{b}$$

mit $a \vee a = a$

$$a \vee \overline{a} = \overline{a}$$

■ NOR

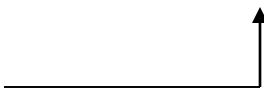
$$y = \overline{b \vee a} \stackrel{(R9)}{=} \overline{\overline{\overline{b \vee a}}} \stackrel{(R7a)}{=} \overline{\overline{\overline{b \vee a}}} = \overline{(\overline{b \vee a}) \vee (\overline{b \vee a})}$$



5. Aufgabe

■ UND, ANTIVALENZ

$$y = \overline{b \& a} = (b \& a) \neq 1$$

mit $\overline{a} = a \neq 1$ 

■ NAND

$$y = \overline{b \& a} = a \& b$$

mit $a \vee a = a$

$$a \vee a = a$$

■ NOR

$$\begin{aligned} y &= \overline{b \vee a} \stackrel{(R9)}{=} \overline{\overline{\overline{b \vee a}}} \stackrel{(R7a)}{=} \overline{\overline{\overline{b \vee a}}} = \overline{(\overline{b \vee a}) \vee (\overline{b \vee a})} \\ &= [(a \vee a) \vee (b \vee b)] \vee [(a \vee a) \vee (b \vee b)] \end{aligned}$$