

Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Übung - Digitaltechnik

6. Übung

Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

1. Aufgabe: Blocküberdeckung

Minimierung (Optimierung)

- Aus den **schaltalgebraischen Ausdrücken** ist ersichtlich, dass der **Beschreibungsaufwand sinkt**, je **weniger Terme** vorhanden sind bzw. **je mehr Literale** aus den Termen **entfallen**
- Bei der **schaltungstechnischen Realisierung** zeigt sich ebenfalls, dass entsprechende Aufwendungen für Schaltelemente von der **Anzahl** der **Terme** und der verwendeten **Literale abhängen**
- Bei der **DNF** (KNF) benötigt man für **jede Einstelle** (Nullstelle) einen **Minterm** (Maxterm)
 - durch **gezieltes Weglassen** von **Literalen** in einem **Minterm** (Maxterm) kann dieser Term **mehrere Einstellen** (Nullstellen) **repräsentieren**
 - **Anzahl der benötigten Terme und Literale wird reduziert**
 - **Minimierung von Schaltfunktionen!**

Minimierung

Primterme und Eins- bzw. Nullstellenüberdeckung

- **Einsstellen** (Nullstellen) **verschiedener Primterme können “überlappen”**
- (kosten)**günstigste Auswahl** von Primtermen gesucht, die **alle Einsstellen** (Nullstellen) der Funktion **überdecken** -> Überdeckungsproblem!
- das Gesamtproblem nennt man das **Minimierungsproblem**

Bewertungskriterium

- zur **Bewertung** unterschiedlicher **Lösungen** des **Minimierungsproblems** wird die **Anzahl der Literale** der Primterme zzgl. der **Zahl der verwendeten Terme** verwendet

Beispiel:

$$y = (x_4 \& \overline{x_3} \& x_2 \& \overline{x_1}) \vee (x_4 \& x_3 \& \overline{x_2}) \vee (x_5 \& x_3)$$

$$L(y) = 4 + 3 + 2 + 3 = 12$$

Gesucht: **Auswahl** von **Primtermen** mit **L(y) minimal**

- Die Minimierung mit Symmetriediagramm stellt eine graphische Methode dar -> Ausnutzung der Symmetrierelationen
- Zusammenfassung von Belegungen zu maximalen Blöcken
 - Finden aller Primblöcke (*charakteristische Terme* $\cong$ Primterme)
 - Überdeckung aller Einstellen (bzw. Nullstellen)

5

1. Aufgabe – 1.1

- Die Einstellenmenge einer vollständig definierten Schaltfunktion $y = f(x_3, x_2, x_1)$ sei gegeben mit

$$\{X_j\}_1 = \{0,1,3,4\}$$

1. Aufgabe – 1.1

- Die Einstellenmenge einer vollständig definierten Schaltfunktion $y = f(x_3, x_2, x_1)$ sei gegeben mit

$$\{X_j\}_1 = \{0,1,3,4\}$$

- **1.1** Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein und geben Sie die Nustellenmenge an $\{X_j\}_0$.

1. Aufgabe – 1.1

- Die Einstellenmenge einer vollständig definierten Schaltfunktion $y = f(x_3, x_2, x_1)$ sei gegeben mit

$$\{X_j\}_1 = \{0,1,3,4\}$$

- 1.1** Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein und geben Sie die Nustellenmenge an $\{X_j\}_0$.

x_1				
	0	1	5	4
x_2	2	3	7	6
x_3				

1. Aufgabe – 1.1

- Die Einstellenmenge einer vollständig definierten Schaltfunktion $y = f(x_3, x_2, x_1)$ sei gegeben mit

$$\{X_j\}_1 = \{0, 1, 3, 4\}$$

- 1.1** Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein und geben Sie die Nustellenmenge an $\{X_j\}_0$.

x_1			
x_2	1 0	1	5
	2	3	7
x_3			
	4	6	

1. Aufgabe – 1.1

- Die Einstellenmenge einer vollständig definierten Schaltfunktion $y = f(x_3, x_2, x_1)$ sei gegeben mit

$$\{X_j\}_1 = \{0,1,3,4\}$$

- **1.1** Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein und geben Sie die Nustellenmenge an $\{X_j\}_0$.

	x_1			
x_2	1 0	1 1		
			5	4
	2	3	7	6
	x_3			

1. Aufgabe – 1.1

- Die Einstellenmenge einer vollständig definierten Schaltfunktion $y = f(x_3, x_2, x_1)$ sei gegeben mit

$$\{X_j\}_1 = \{0,1,3,4\}$$

- **1.1** Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein und geben Sie die Nustellenmenge an $\{X_j\}_0$.

	1 0	1 1		

1. Aufgabe – 1.1

- Die Einstellenmenge einer vollständig definierten Schaltfunktion $y = f(x_3, x_2, x_1)$ sei gegeben mit

$$\{X_j\}_1 = \{0, 1, 3, 4\}$$

- 1.1** Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein und geben Sie die Nustellenmenge an $\{X_j\}_0$.

x_1			
x_2	1 0	1 1	5 4
	2	1 3	7 6
x_3			

1. Aufgabe – 1.1

- Die Einstellenmenge einer vollständig definierten Schaltfunktion $y = f(x_3, x_2, x_1)$ sei gegeben mit

$$\{X_j\}_1 = \{0, 1, 3, 4\}$$

- 1.1** Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein und geben Sie die Nustellenmenge an $\{X_j\}_0$.

		x_1			
		1 0	1 1	0 5	1 4
x_2		0 2	1 3	0 7	0 6
		x_3			

1. Aufgabe – 1.1

- Die Einstellenmenge einer vollständig definierten Schaltfunktion $y = f(x_3, x_2, x_1)$ sei gegeben mit

$$\{X_j\}_1 = \{0,1,3,4\}$$

- 1.1** Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein und geben Sie die Nustellenmenge an $\{X_j\}_0$.

		x_1			
		1 0	1 1	0 5	1 4
x_2					
		0 2	1 3	0 7	0 6
		x_3			

$$\{X_j\}_0 = \{2,5,6,7\}$$

1. Aufgabe – 1.2

- **1.2** Geben Sie die vollständige Blocküberdeckung in **disjunktiver** Form an.

x_1				
x_2	1 0	1 1	0 5	1 4
	0 2	1 3	0 7	0 6
x_3				

1. Aufgabe – 1.2

- 1.2 Geben Sie die vollständige Blocküberdeckung in **disjunktiver** Form an.

		x_1	
x_2		1 ₀	1 ₁
		0 ₅	1 ₄
	0 ₂	1 ₃	0 ₇
		0 ₆	
		x_3	

1. Aufgabe – 1.2

- 1.2 Geben Sie die vollständige Blocküberdeckung in **disjunktiver** Form an.

		x_1	
x_2		1 ₀	1 ₁
		0 ₅	1 ₄
	0 ₂	1 ₃	0 ₇
		0 ₆	
		x_3	

$$y = \overline{x_2} \& \overline{x_3}$$

1. Aufgabe – 1.2

- 1.2 Geben Sie die vollständige Blocküberdeckung in **disjunktiver** Form an.

		x_1			
x_2		1 ₀	1 ₁	0 ₅	1 ₄
		0 ₂	1 ₃	0 ₇	0 ₆
		x_3			

$$y = \overline{x_2} \& \overline{x_3}$$

1. Aufgabe – 1.2

- 1.2 Geben Sie die vollständige Blocküberdeckung in **disjunktiver** Form an.

		x_1	
x_2		1 ₀	1 ₁
		0 ₅	1 ₄
		0 ₂	1 ₃
		0 ₇	0 ₆
		x_3	

$$y = \overline{x_2} \& \overline{x_3} \vee x_1 \& \overline{x_3}$$

1. Aufgabe – 1.2

- 1.2 Geben Sie die vollständige Blocküberdeckung in **disjunktiver** Form an.

		x_1			
		1 ₀	1 ₁	0 ₅	1 ₄
x_2		0 ₂	1 ₃	0 ₇	0 ₆
		x_3			

$$y = \overline{x_2} \& \overline{x_3} \vee x_1 \& \overline{x_3}$$

1. Aufgabe – 1.2

- 1.2 Geben Sie die vollständige Blocküberdeckung in **disjunktiver** Form an.

		x_1			
x_2		1 ₀	1 ₁	0 ₅	1 ₄
		0 ₂	1 ₃	0 ₇	0 ₆
		x_3			

$$y = \overline{x_2} \& \overline{x_3} \vee \overline{x_1} \& \overline{x_3} \vee \overline{x_1} \& \overline{x_2}$$

1. Aufgabe – 1.2

- 1.2 Geben Sie die vollständige Blocküberdeckung in **disjunktiver** Form an.

	x_1			
	1 ₀	1 ₁	0 ₅	1 ₄
x_2	0 ₂	1 ₃	0 ₇	0 ₆
	x_3			

$$y = \overline{x_2} \& \overline{x_3} \vee \overline{x_1} \& \overline{x_3} \vee \overline{x_1} \& \overline{x_2}$$
$$y = \vee \overline{x_1} \& \overline{x_2}$$

1. Aufgabe – 1.2

- 1.2 Geben Sie die vollständige Blocküberdeckung in **disjunktiver** Form an.

		x_1	
x_2		1₀	1₁
		0₅	1₄
		0₂	1₃
		0₇	0₆
		x_3	

$$y = \overline{x_2} \& \overline{x_3} \vee x_1 \& \overline{x_3} \vee \overline{x_1} \& x_2$$

$$y = x_1 \& \overline{x_3} \vee \overline{x_1} \& \overline{x_2}$$

1. Aufgabe – 1.3

- **1.3** Geben Sie die vollständige Blocküberdeckung in **konjunktiver** Form an.

x_1			
x_2	1 0	1 1	0 5
	0 2	1 3	0 7
x_3			

The table represents a 2x4 grid of cells. The columns are indexed by x_1 (0, 1, 5, 4) and the rows by x_2 (0, 1). The cells contain the following values: (0,0)=1, (1,0)=1, (5,0)=0, (4,0)=1, (0,1)=0, (1,1)=1, (7,1)=0, (6,1)=0. The indices 0, 1, 5, 4 are in the first row and 2, 3, 7, 6 are in the second row.

1. Aufgabe – 1.3

- **1.3** Geben Sie die vollständige Blocküberdeckung in **konjunktiver** Form an.

x_1				
x_2	1 0	1 1	0 5	1 4
	0 2	1 3	0 7	0 6
x_3				

1. Aufgabe – 1.3

- 1.3 Geben Sie die vollständige Blocküberdeckung in **konjunktiver** Form an.

		x_1			
x_2		1 0	1 1	0 5	1 4
		0 2	1 3	0 7	0 6
		x_3			

$$y = (\overline{x_1} \vee \overline{x_3})$$

1. Aufgabe – 1.3

- 1.3 Geben Sie die vollständige Blocküberdeckung in **konjunktiver** Form an.

		x_1			
		1 0	1 1	0 5	1 4
x_2		0 2	1 3	0 7	0 6
		x_3			

$$y = (\overline{x_1} \vee \overline{x_3})$$

1. Aufgabe – 1.3

- **1.3** Geben Sie die vollständige Blocküberdeckung in **konjunktiver** Form an.

		x_1				
		1	1	0	1	
		0	1	5	4	
x_2		0	1	0	0	
		2	3	7	6	
		x_3				

$$y = (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) \& (\overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$

1. Aufgabe – 1.3

- **1.3** Geben Sie die vollständige Blocküberdeckung in **konjunktiver** Form an.

x_1				
	1 0	1 1	0 5	1 4
x_2	0 2	1 3	0 7	0 6
	x_3			

$$y = (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) \& (\overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$

1. Aufgabe – 1.3

- **1.3** Geben Sie die vollständige Blocküberdeckung in **konjunktiver** Form an.

		x_1			
		1	1	0	1
		0	1	5	4
x_2	0	0	1	0	0
	2	3	7	6	
		x_3			

$$y = (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) \& (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \& (\overline{x_1} \vee \overline{x_2})$$

1. Aufgabe – 1.3

- **1.3** Geben Sie die vollständige Blocküberdeckung in **konjunktiver** Form an.

		x_1			
		1	1	0	1
		0	1	5	4
x_2	0	0	1	0	0
	2	3	7	6	
		x_3			

$$y = (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) \& (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \& (x_1 \vee \overline{x_2})$$

$$y = \quad \& (\overline{x_1} \vee \overline{x_2})$$

1. Aufgabe – 1.3

- **1.3** Geben Sie die vollständige Blocküberdeckung in **konjunktiver** Form an.

		x_1			
x_2		1 ₀	1 ₁	0 ₅	1 ₄
		0 ₂	1 ₃	0 ₇	0 ₆
		x_3			

$$y = (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) \& (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \& (\overline{x_1} \vee \overline{x_2})$$

$$y = (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) \& (\overline{x_1} \vee \overline{x_2})$$

1. Aufgabe – 1.4

- **1.4** Zur Implementierung der Funktion stehen nur NAND-Gatter (mit mehreren Eingängen) zur Verfügung. Formen Sie die disjunktive Form mit Hilfe der DeMorganschen Regeln entsprechend um.

$$y = (x_1 \& \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \& \overline{x_2})$$

1. Aufgabe – 1.4

- **1.4** Zur Implementierung der Funktion stehen nur NAND-Gatter (mit mehreren Eingängen) zur Verfügung. Formen Sie die disjunktive Form mit Hilfe der DeMorganschen Regeln entsprechend um.

$$\begin{aligned} y &= (x_1 \& \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \& \overline{x_2}) \\ &= \overline{\overline{(x_1 \& \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \& \overline{x_2})}} \end{aligned}$$

1. Aufgabe – 1.4

- **1.4** Zur Implementierung der Funktion stehen nur NAND-Gatter (mit mehreren Eingängen) zur Verfügung. Formen Sie die disjunktive Form mit Hilfe der DeMorganschen Regeln entsprechend um.

$$\begin{aligned} y &= (x_1 \& \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \& \overline{x_2}) \\ &= \overline{\overline{(x_1 \& \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \& \overline{x_2})}} \\ &= \overline{(\overline{x_1 \& \overline{x_3}}) \& \overline{\overline{x_1} \& \overline{x_2}}} \\ &= \overline{(\overline{x_1} \vee x_3) \& (x_1 \vee x_2)} \end{aligned}$$

1. Aufgabe – 1.4

- 1.4 Zur Implementierung der Funktion stehen nur NAND-Gatter (mit mehreren Eingängen) zur Verfügung. Formen Sie die disjunktive Form mit Hilfe der DeMorganschen Regeln entsprechend um.

$$\begin{aligned} y &= (x_1 \& \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \& \overline{x_2}) \\ &= \overline{\overline{(x_1 \& \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \& \overline{x_2})}} \\ &= \overline{(x_1 \& \overline{x_3}) \& (\overline{x_1} \& \overline{x_2})} \\ &= (\overline{x_1} \& \overline{x_3}) \& (\overline{\overline{x_1}} \& \overline{\overline{x_2}}) \end{aligned}$$

1. Aufgabe – 1.4

- 1.4 Zur Implementierung der Funktion stehen nur NAND-Gatter (mit mehreren Eingängen) zur Verfügung. Formen Sie die disjunktive Form mit Hilfe der DeMorganschen Regeln entsprechend um.

$$y = (x_1 \& \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \& \overline{x_2})$$

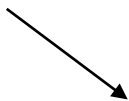
$$\overline{\overline{(x_1 \& \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \& \overline{x_2})}}$$

$$\overline{(x_1 \& \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \& \overline{x_2})}$$

$$\overline{(x_1 \& \overline{x_3})} \& \overline{(\overline{x_1} \& \overline{x_2})}$$

mit $\overline{\overline{a}} = a \& a$

$$= a \& \overline{a}$$



1. Aufgabe – 1.4

- **1.4** Zur Implementierung der Funktion stehen nur NAND-Gatter (mit mehreren Eingängen) zur Verfügung. Formen Sie die disjunktive Form mit Hilfe der DeMorganschen Regeln entsprechend um.

$$y = (x_1 \& \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \& \overline{x_2})$$

$$\overline{\overline{(x_1 \& \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \& \overline{x_2})}}$$

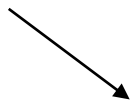
$$\overline{(x_1 \& \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \& \overline{x_2})}$$

$$\overline{(x_1 \& \overline{x_3})} \& \overline{(\overline{x_1} \& \overline{x_2})}$$

$$\overline{(x_1 \& \overline{x_3})} \& \overline{(\overline{x_1} \& \overline{x_2})}$$

mit $\overline{\overline{a}} = a \& a$

$$= a \& \overline{a}$$



$$= (x_1 \& \overline{(x_3 \& x_3)}) \& ((x_1 \& x_1) \& \overline{(x_2 \& x_2)})$$

Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

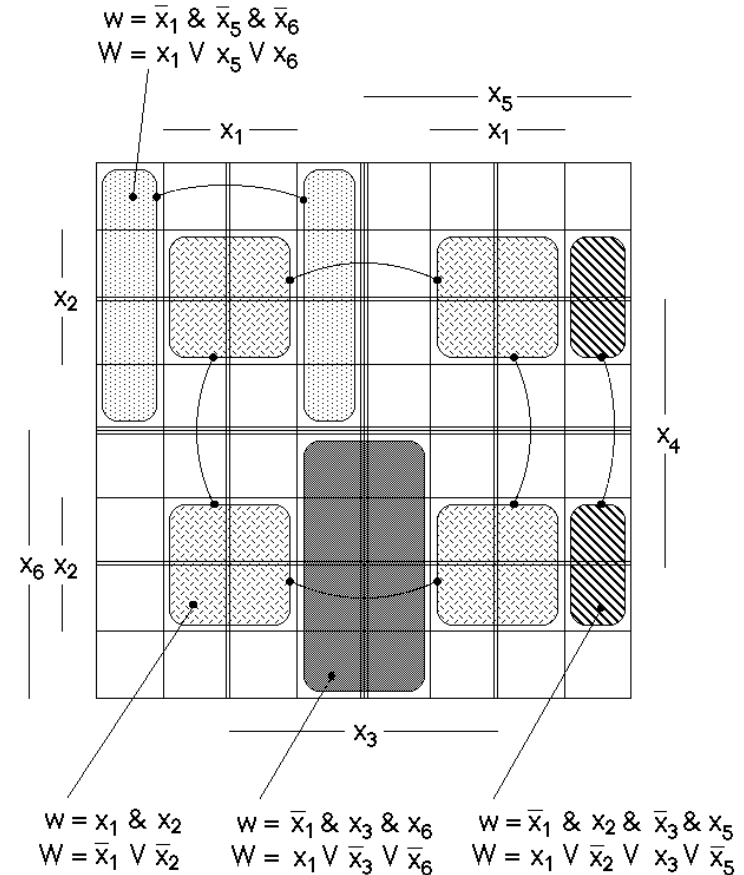
2. Aufgabe: DMF

Minimierungsmethode

Minimierung am Symmetriediagramm

→ Finden von **Primblöcken (Primtermen)** in Symmetriediagrammen

- **Sukzessive Bildung** von **Blöcken** aus **Einsstellen** (Nullstellen) und **Freistellen**
→ durch **Spiegelung** von **kleineren Blöcken** (einzelne Einsstellen sind kleinste Blöcke) an allen möglichen **Symmetrielinien**
- **Maximal zusammengefasste Blöcke** von **Einsstellen** sind **Primeinsblöcke**, wenn keine Spiegelung mehr möglich



Beispiel (1):

-
- A 4x4 grid representing a 2D spatial domain with 16 cells. The horizontal axis is labeled x_1 and the vertical axis is labeled x_2 . Cells are numbered 0 to 15. Cells 1, 5, 7, 11, and 13 are highlighted in green. Cells 4 and 6 are highlighted in yellow. Cells 10 and 14 are highlighted in blue. Cells 3, 12, and 15 are white. Cells 2, 8, and 9 are light gray. Cells 0 and 16 are dark gray. The grid is divided into four 2x2 quadrants by a central cross. The top-left quadrant contains cells 0, 1, 2, 3. The top-right quadrant contains cells 4, 5, 6, 7. The bottom-left quadrant contains cells 8, 9, 10, 11. The bottom-right quadrant contains cells 12, 13, 14, 15. The central cross consists of cells 1, 5, 7, 11, and 13. The grid is labeled x_1 at the top and x_2 on the left. The grid is also labeled x_3 at the bottom and x_4 on the right.

ITIV

2. Aufgabe – 2.1

- Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0, 7, 10, 14, 15, 16, 17, 20, 24, 34, 37\}$$

$$\{X_j\}_0 = \{1, 2, 3, 5, 6, 12, 21, 22, 23, 25, 26, 31, 32, 33, 35, 36\}$$

2. Aufgabe – 2.1

- Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0, 7, 10, 14, 15, 16, 17, 20, 24, 34, 37\}$$

$$\{X_j\}_0 = \{1, 2, 3, 5, 6, 12, 21, 22, 23, 25, 26, 31, 32, 33, 35, 36\}$$

- **2.1** Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

2. Aufgabe – 2.1

- Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0, 7, 10, 14, 15, 16, 17, 20, 24, 34, 37\}$$

$$\{X_j\}_0 = \{1, 2, 3, 5, 6, 12, 21, 22, 23, 25, 26, 31, 32, 33, 35, 36\}$$

- 2.1** Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

		x_1				x_5			
		x_1				x_1			
		0	1	5	4	24	25	21	20
x_2		2	3	7	6	26	27	23	22
		12	13	17	16	36	37	33	32
		10	11	15	14	34	35	31	30
		x_3				x_4			

2. Aufgabe – 2.1

- Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0, 7, 10, 14, 15, 16, 17, 20, 24, 34, 37\}$$

$$\{X_j\}_0 = \{1, 2, 3, 5, 6, 12, 21, 22, 23, 25, 26, 31, 32, 33, 35, 36\}$$

- 2.1** Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

		x_1				x_5			
		x_1				x_1			
x_2		0	1	5	4	24	25	21	20
		2	3	7	6	26	27	23	22
		12	13	17	16	36	37	33	32
		10	11	15	14	34	35	31	30
		x_3				x_4			

2. Aufgabe – 2.1

- Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0, 7, 10, 14, 15, 16, 17, 20, 24, 34, 37\}$$

$$\{X_j\}_0 = \{1, 2, 3, 5, 6, 12, 21, 22, 23, 25, 26, 31, 32, 33, 35, 36\}$$

- 2.1** Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

		x_1				x_5			
		x_1				x_1			
x_2	1	0	1	5	4	24	25	21	20
		2	3	7	6	26	27	23	22
		12	13	17	16	36	37	33	32
		10	11	15	14	34	35	31	30
		x_3				x_4			

2. Aufgabe – 2.1

- Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0, 7, 10, 14, 15, 16, 17, 20, 24, 34, 37\}$$

$$\{X_j\}_0 = \{1, 2, 3, 5, 6, 12, 21, 22, 23, 25, 26, 31, 32, 33, 35, 36\}$$

- 2.1** Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

		x_1				x_5			
		x_1				x_1			
x_2	1	0	1	5	4	24	25	21	20
		2	3	7	6	26	27	23	22
		12	13	17	16	36	37	33	32
		10	11	15	14	34	35	31	30
		x_3				x_4			

2. Aufgabe – 2.1

- Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0, 7, 10, 14, 15, 16, 17, 20, 24, 34, 37\}$$

$$\{X_j\}_0 = \{1, 2, 3, 5, 6, 12, 21, 22, 23, 25, 26, 31, 32, 33, 35, 36\}$$

- 2.1** Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

		x_1				x_5			
		x_1				x_1			
x_2	1	0	1	5	4	24	25	21	20
		2	3	7	6	26	27	23	22
		12	13	17	16	36	37	33	32
	1	10	11	15	14	34	35	31	30
		x_3				x_4			

- $$\{X_j\}_0 = \{1, 2, 3, 5, 6, 12, 21, 22, 23, 25, 26, 31, 32, 33, 35, 36\}$$

-

2. Aufgabe – 2.1

- Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0, 7, 10, 14, 15, 16, 17, 20, 24, 34, 37\}$$

$$\{X_j\}_0 = \{1, 2, 3, 5, 6, 12, 21, 22, 23, 25, 26, 31, 32, 33, 35, 36\}$$

- 2.1** Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

		x_1				x_1				x_5	
x_2		1				1				1	
		0	1	5	4	24	25	21	20		
				1							
		2	3	7	6	26	27	23	22		
x_4				1	1		1				
		12	13	17	16	36	37	33	32		
				1	1						
		10	11	15	14	34	35	31	30		
										x_3	

2. Aufgabe – 2.1

- Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0, 7, 10, 14, 15, 16, 17, 20, 24, 34, 37\}$$

$$\{X_j\}_0 = \{1, 2, 3, 5, 6, 12, 21, 22, 23, 25, 26, 31, 32, 33, 35, 36\}$$

- **2.1** Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

A 4x8 grid representing a 2D spatial domain with 32 cells. The grid is labeled with axes x_1 , x_2 , x_3 , x_4 , and x_5 . The x_1 axis is horizontal, x_2 is vertical, x_3 is horizontal, x_4 is vertical, and x_5 is horizontal. The grid is divided into four 2x2 quadrants by a vertical line (x_3) and a horizontal line (x_4). The top-left quadrant (cells 0-3, 4-7, 8-11, 12-15) is labeled '1' in green. The top-right quadrant (cells 24-27, 28-31, 32-35, 36-39) is labeled '1' in green. The bottom-left quadrant (cells 16-19, 20-23, 24-27, 28-31) is labeled '1' in green. The bottom-right quadrant (cells 32-35, 36-39, 40-43, 44-47) is labeled '1' in green. The grid is also labeled with x_1 , x_2 , x_3 , x_4 , and x_5 axes.

2. Aufgabe – 2.1

- Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0, 7, 10, 14, 15, 16, 17, 20, 24, 34, 37\}$$

$$\{X_j\}_0 = \{1, 2, 3, 5, 6, 12, 21, 22, 23, 25, 26, 31, 32, 33, 35, 36\}$$

- 2.1** Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

		x_1				x_1				x_5	
		x_1				x_1				x_5	
x_2		1	0			1			1		
		0	1	5	4	24	25	21	20		
				1							
		2	3	7	6	26	27	23	22		
x_2				1	1		1				
		12	13	17	16	36	37	33	32		
				1	1						
		10	11	15	14	34	35	31	30		
		x_3				x_3				x_4	

2. Aufgabe – 2.1

- Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0, 7, 10, 14, 15, 16, 17, 20, 24, 34, 37\}$$

$$\{X_j\}_0 = \{1, 2, 3, 5, 6, 12, 21, 22, 23, 25, 26, 31, 32, 33, 35, 36\}$$

- **2.1** Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

		x_1				x_5			
		x_1				x_1			
x_2		1	0			1			1
		0	1	5	4	24	25	21	20
	0			1					
	2	3	7	6	26	27	23	22	
			1	1		1			
	12	13	17	16	36	37	33	32	
	10	11	15	14	34	35	31	30	
		x_3							
						x_4			

2. Aufgabe – 2.1

- Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0, 7, 10, 14, 15, 16, 17, 20, 24, 34, 37\}$$

$$\{X_j\}_0 = \{1, 2, 3, 5, 6, 12, 21, 22, 23, 25, 26, 31, 32, 33, 35, 36\}$$

- 2.1** Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

x_1				x_5				
				x_1				
x_2	1 0	0 1	0 5		1 24	0 25	0 21	1 20
	0 2	0 3	1 7	0 6	0 26		0 23	0 22
	0 12		1 13	1 17	0 36	1 37	0 33	0 32
	1 10		1 11	1 15	1 14	0 34	0 35	
				x_3				x_4

2. Aufgabe – 2.1

- Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0, 7, 10, 14, 15, 16, 17, 20, 24, 34, 37\}$$

$$\{X_j\}_0 = \{1, 2, 3, 5, 6, 12, 21, 22, 23, 25, 26, 31, 32, 33, 35, 36\}$$

- 2.1** Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

x_1				x_5				
x_1				x_1				
x_2	1 0	0 1	0 5	— 4	1 24	0 25	0 21	1 20
	0 2	0 3	1 7	0 6	0 26	— 27	0 23	0 22
	0 12	— 13	1 17	1 16	0 36	1 37	0 33	0 32
	1 10	— 11	1 15	1 14	1 34	0 35	0 31	— 30
x_3								

2. Aufgabe – 2.2

- **2.2** Bestimmen Sie graphisch eine disjunktive Minimalform der Schaltfunktion (DMF), indem Sie alle Primblöcke in das Symmetriediagramm eintragen.
Geben Sie den Funktionsausdruck für die DMF an.

x_1				x_5				
				x_1				
x_2	1 0	0 1	0 5	— 4	1 24	0 25	0 21	1 20
	0 2	0 3	1 7	0 6	0 26	— 27	0 23	0 22
	0 12	— 13	1 17	1 16	0 36	1 37	0 33	0 32
	1 10	— 11	1 15	1 14	1 34	0 35	0 31	— 30
				x_3				

-

2. Aufgabe – 2.2

- **2.2** Bestimmen Sie graphisch eine disjunktive Minimalform der Schaltfunktion (DMF), indem Sie alle Primblöcke in das Symmetriediagramm eintragen.
Geben Sie den Funktionsausdruck für die DMF an.

				x_5				
				x_1				
x_2	1	0	0	–	1	0	0	1
	0	0	1	0	0	–	0	0
	0	–	1	1	0	1	0	0
	1	–	1	1	1	0	0	–
				x_3				
				x_4				

2. Aufgabe – 2.2

- **2.2** Bestimmen Sie graphisch eine disjunktive Minimalform der Schaltfunktion (DMF), indem Sie alle Primblöcke in das Symmetriediagramm eintragen.
Geben Sie den Funktionsausdruck für die DMF an.

		x_1				x_1				x_5	
		x_1		x_1		x_1		x_1		x_1	
x_2		1	0	0	–	1	0	0	1		
		0	0	1	0	0	–	0	0		
		0	–	1	1	0	1	0	0		
		1	–	1	1	1	0	0	–		
		x_3				x_3				x_4	
		1	0	0	–	1	0	0	1		
		0	0	1	0	0	–	0	0		
		0	–	1	1	0	1	0	0		
		1	–	1	1	1	0	0	–		

2. Aufgabe – 2.2

- **2.2** Bestimmen Sie graphisch eine disjunktive Minimalform der Schaltfunktion (DMF), indem Sie alle Primblöcke in das Symmetriediagramm eintragen.
Geben Sie den Funktionsausdruck für die DMF an.

		x_5							
		x_1				x_1			
x_2		1 ₀	0 ₁	0 ₅	− ₄	1 ₂₄	0 ₂₅	0 ₂₁	1 ₂₀
		0 ₂	0 ₃	1 ₇	0 ₆	0 ₂₆	− ₂₇	0 ₂₃	0 ₂₂
		0 ₁₂	− ₁₃	1 ₁₇	1 ₁₆	0 ₃₆	1 ₃₇	0 ₃₃	0 ₃₂
		1 ₁₀	− ₁₁	1 ₁₅	1 ₁₄	1 ₃₄	0 ₃₅	0 ₃₁	− ₃₀
		x_3							
		x_4							

-
- The diagram shows a 4x8 grid of bits, indexed from 0 to 32. The grid is divided into four 2x4 quadrants. The top-left quadrant (bits 0-7) is labeled x_1 above and x_2 to the left. The top-right quadrant (bits 8-15) is labeled x_1 above and x_3 below. The bottom-left quadrant (bits 16-23) is labeled x_1 above and x_2 to the left. The bottom-right quadrant (bits 24-31) is labeled x_1 above and x_4 to the right. The grid contains the following values:
- | | | | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1 ₀ | 0 ₁ | 0 ₅ | - ₄ | 1 ₂₄ | 0 ₂₅ | 0 ₂₁ | 1 ₂₀ |
| 0 ₂ | 0 ₃ | 1 ₇ | 0 ₆ | 0 ₂₆ | - ₂₇ | 0 ₂₃ | 0 ₂₂ |
| 0 ₁₂ | - ₁₃ | 1 ₁₇ | 1 ₁₆ | 0 ₃₆ | 1 ₃₇ | 0 ₃₃ | 0 ₃₂ |
| 1 ₁₀ | - ₁₁ | 1 ₁₅ | 1 ₁₄ | 1 ₃₄ | 0 ₃₅ | 0 ₃₁ | - ₃₀ |

-
- | | | | | | | | | |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | x_1 | | | x_5 | | | | |
| | | | | x_1 | | | | |
| x_2 | 1
0 | 0
1 | 0
5 | -
4 | 1
24 | 0
25 | 0
21 | 1
20 |
| | 0
2 | 0
3 | 1
7 | 0
6 | 0
26 | -
27 | 0
23 | 0
22 |
| | 0
12 | -
13 | 1
17 | 1
16 | 0
36 | 1
37 | 0
33 | 0
32 |
| | 1
10 | -
11 | 1
15 | 1
14 | 1
34 | 0
35 | 0
31 | -
30 |
| | | | | x_3 | | | | |
| | | | | x_4 | | | | |

ITIV

2. Aufgabe – 2.2

- 2.2 Bestimmen Sie graphisch eine disjunktive Minimalform der Schaltfunktion (DMF), indem Sie alle Primblöcke in das Symmetriediagramm eintragen.
Geben Sie den Funktionsausdruck für die DMF an.

		x_1				x_1				x_5	
		x_1		x_1		x_1		x_1		x_1	
x_2		1	0	0	–	1	0	0	1		
		0	0	1	0	0	–	0	0		
		0	–	1	1	0	1	0	0		
		1	–	1	1	1	0	0	–		
		x_3				x_4					

$$y = (\overline{x_1} \& \overline{x_2})$$

2. Aufgabe – 2.2

- 2.2 Bestimmen Sie graphisch eine disjunktive Minimalform der Schaltfunktion (DMF), indem Sie alle Primblöcke in das Symmetriediagramm eintragen.
Geben Sie den Funktionsausdruck für die DMF an.

		x_1				x_5			
		x_1		x_1		x_1		x_1	
x_2		1	0	0	–	1	0	0	1
		0	0	1	0	0	–	0	0
		0	–	1	1	0	1	0	0
		1	–	1	1	1	0	0	–
		x_3				x_4			

$$y = (\overline{x_1} \& \overline{x_2}) \vee (x_3 \& x_4 \& \overline{x_5})$$

2. Aufgabe – 2.2

- 2.2 Bestimmen Sie graphisch eine disjunktive Minimalform der Schaltfunktion (DMF), indem Sie alle Primblöcke in das Symmetriediagramm eintragen.
Geben Sie den Funktionsausdruck für die DMF an.

		x_5							
		x_1		x_1					
x_2		1 ₀	0 ₁	0 ₅	- ₄	1 ₂₄	0 ₂₅	0 ₂₁	1 ₂₀
		0 ₂	0 ₃	1 ₇	0 ₆	0 ₂₆	- ₂₇	0 ₂₃	0 ₂₂
		0 ₁₂	- ₁₃	1 ₁₇	1 ₁₆	0 ₃₆	1 ₃₇	0 ₃₃	0 ₃₂
		1 ₁₀	- ₁₁	1 ₁₅	1 ₁₄	1 ₃₄	0 ₃₅	0 ₃₁	- ₃₀
		x_3							

-
- Figure 1 shows a 4x8 grid representing a 2D lattice with 32 sites. The grid is divided into four quadrants by a vertical line (x1) and a horizontal line (x2). The top-left quadrant (x1 < 0, x2 > 0) is labeled x5. The top-right quadrant (x1 > 0, x2 > 0) is labeled x1. The bottom-left quadrant (x1 < 0, x2 < 0) is labeled x3. The bottom-right quadrant (x1 > 0, x2 < 0) is labeled x4. The grid contains numerical values (1, 0, -1) and is color-coded: teal for sites where both x1 and x2 are odd, light blue for sites where x1 is even and x2 is odd, and light green for sites where both x1 and x2 are even. The sites are numbered 1 to 32 in a row-major order starting from the top-left.
- | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | - | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | - | 0 | 0 |
| 0 | - | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | - | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | - |

ITIV

Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

3. Aufgabe: Gatterschaltung

3. Aufgabe – 3.1

- Gegeben sei die Schaltfunktion, $y = f(a, b, c, d)$, welche sich aus der ODER - Verknüpfung der beiden Schaltfunktionen $y_1 = f_1(a, b, c, d)$ und $y_2 = f_2(a, b, c, d)$ ergibt.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b \qquad y_2 = d \& \bar{b} \& a$$

3. Aufgabe – 3.1

- Gegeben sei die Schaltfunktion, $y = f(a, b, c, d)$, welche sich aus der ODER - Verknüpfung der beiden Schaltfunktionen $y_1 = f_1(a, b, c, d)$ und $y_2 = f_2(a, b, c, d)$ ergibt.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b \qquad y_2 = d \& \bar{b} \& a$$

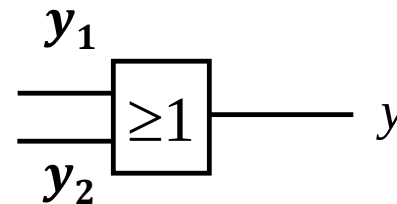
- **3.1** Zeichnen Sie eine Gatterschaltung, die die Funktion y realisiert.

3. Aufgabe – 3.1

- Gegeben sei die Schaltfunktion, $y = f(a, b, c, d)$, welche sich aus der ODER - Verknüpfung der beiden Schaltfunktionen $y_1 = f_1(a, b, c, d)$ und $y_2 = f_2(a, b, c, d)$ ergibt.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b \qquad y_2 = d \& \bar{b} \& a$$

- **3.1** Zeichnen Sie eine Gatterschaltung, die die Funktion y realisiert.



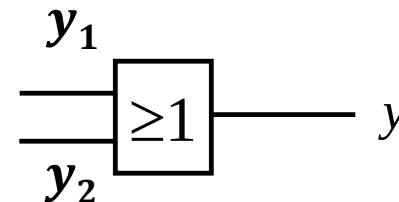
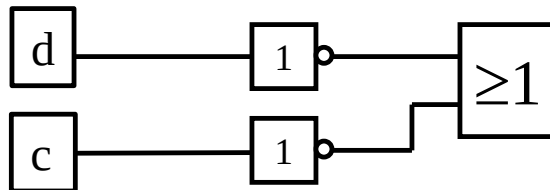
3. Aufgabe – 3.1

- Gegeben sei die Schaltfunktion, $y = f(a, b, c, d)$, welche sich aus der ODER - Verknüpfung der beiden Schaltfunktionen $y_1 = f_1(a, b, c, d)$ und $y_2 = f_2(a, b, c, d)$ ergibt.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b$$

$$y_2 = d \& \bar{b} \& a$$

- **3.1** Zeichnen Sie eine Gatterschaltung, die die Funktion y realisiert.



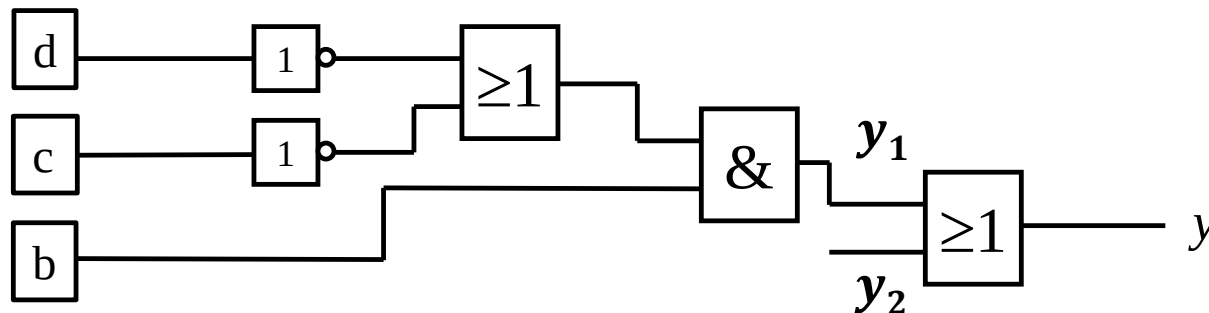
3. Aufgabe – 3.1

- Gegeben sei die Schaltfunktion, $y = f(a, b, c, d)$, welche sich aus der ODER - Verknüpfung der beiden Schaltfunktionen $y_1 = f_1(a, b, c, d)$ und $y_2 = f_2(a, b, c, d)$ ergibt.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b$$

$$y_2 = d \& \bar{b} \& a$$

- **3.1** Zeichnen Sie eine Gatterschaltung, die die Funktion y realisiert.

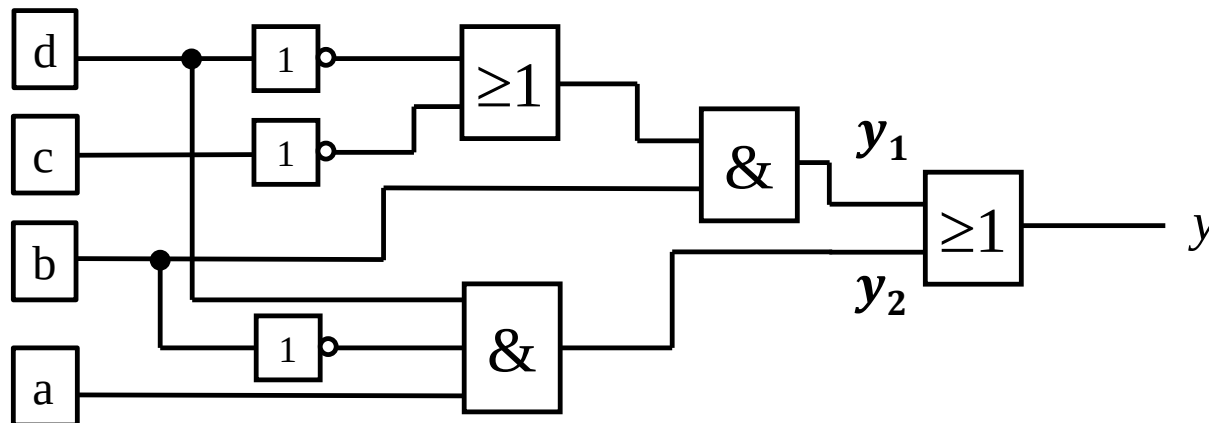


3. Aufgabe – 3.1

- Gegeben sei die Schaltfunktion, $y = f(a, b, c, d)$, welche sich aus der ODER - Verknüpfung der beiden Schaltfunktionen $y_1 = f_1(a, b, c, d)$ und $y_2 = f_2(a, b, c, d)$ ergibt.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b \qquad y_2 = d \& \bar{b} \& a$$

- **3.1** Zeichnen Sie eine Gatterschaltung, die die Funktion y realisiert.



3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

j_0	d	c	b	a	y_1	y_2	y
	0	0	0	0			
	0	0	0	1			
	0	0	1	0			
	0	0	1	1			
	0	1	0	0			
	0	1	0	1			
	0	1	1	0			
	0	1	1	1			
	1	0	0	0			
	1	0	0	1			
	1	0	1	0			
	1	0	1	1			
	1	1	0	0			
	1	1	0	1			
	1	1	1	0			
	1	1	1	1			

3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b$$

j_0	d	c	b	a	y_1	y_2	y
	0	0	0	0			
	0	0	0	1			
	0	0	1	0			
	0	0	1	1			
	0	1	0	0			
	0	1	0	1			
	0	1	1	0			
	0	1	1	1			
	1	0	0	0			
	1	0	0	1			
	1	0	1	0			
	1	0	1	1			
	1	1	0	0			
	1	1	0	1			
	1	1	1	0			
	1	1	1	1			

3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b$$

j_0	d	c	b	a	y_1	y_2	y
	0	0	0	0	0		
	0	0	0	1	0		
	0	0	1	0			
	0	0	1	1			
	0	1	0	0	0		
	0	1	0	1	0		
	0	1	1	0			
	0	1	1	1			
	1	0	0	0	0		
	1	0	0	1	0		
	1	0	1	0			
	1	0	1	1			
	1	1	0	0	0		
	1	1	0	1	0		
	1	1	1	0			
	1	1	1	1			

3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b$$

j_0	d	c	b	a	y_1	y_2	y
	0	0	0	0	0		
	0	0	0	1	0		
	0	0	1	0	1		
	0	0	1	1	1		
	0	1	0	0	0		
	0	1	0	1	0		
	0	1	1	0	1		
	0	1	1	1	1		
	1	0	0	0	0		
	1	0	0	1	0		
	1	0	1	0	1		
	1	0	1	1	1		
	1	1	0	0	0		
	1	1	0	1	0		
	1	1	1	0			
	1	1	1	1			

3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b$$

j_0	d	c	b	a	y_1	y_2	y
	0	0	0	0	0		
	0	0	0	1	0		
	0	0	1	0	1		
	0	0	1	1	1		
	0	1	0	0	0		
	0	1	0	1	0		
	0	1	1	0	1		
	0	1	1	1	1		
	1	0	0	0	0		
	1	0	0	1	0		
	1	0	1	0	1		
	1	0	1	1	1		
	1	1	0	0	0		
	1	1	0	1	0		
	1	1	1	0	0		
	1	1	1	1	0		

3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b$$

$$y_2 = d \& \bar{b} \& a$$

j_0	d	c	b	a	y_1	y_2	y
	0	0	0	0	0		
	0	0	0	1	0		
	0	0	1	0	1		
	0	0	1	1	1		
	0	1	0	0	0		
	0	1	0	1	0		
	0	1	1	0	1		
	0	1	1	1	1		
	1	0	0	0	0		
	1	0	0	1	0		
	1	0	1	0	1		
	1	0	1	1	1		
	1	1	0	0	0		
	1	1	0	1	0		
	1	1	1	0	0		
	1	1	1	1	0		

3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b$$

$$y_2 = d \& \bar{b} \& a$$

j_0	d	c	b	a	y_1	y_2	y
	0	0	0	0	0		
	0	0	0	1	0		
	0	0	1	0	1		
	0	0	1	1	1		
	0	1	0	0	0		
	0	1	0	1	0		
	0	1	1	0	1		
	0	1	1	1	1		
	1	0	0	0	0		
	1	0	0	1	0	1	
	1	0	1	0	1		
	1	0	1	1	1		
	1	1	0	0	0		
	1	1	0	1	0	1	
	1	1	1	0	0		
	1	1	1	1	0		

3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b$$

$$y_2 = d \& \bar{b} \& a$$

j_0	d	c	b	a	y_1	y_2	y
	0	0	0	0	0	0	
	0	0	0	1	0	0	
	0	0	1	0	1	0	
	0	0	1	1	1	0	
	0	1	0	0	0	0	
	0	1	0	1	0	0	
	0	1	1	0	1	0	
	0	1	1	1	1	0	
	1	0	0	0	0	0	
	1	0	0	1	0	1	
	1	0	1	0	1	0	
	1	0	1	1	1	0	
	1	1	0	0	0	0	
	1	1	0	1	0	1	
	1	1	1	0	0	0	
	1	1	1	1	0	0	

3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b$$

$$y_2 = d \& \bar{b} \& a$$

$$y = y_1 \vee y_2$$

j_0	d	c	b	a	y_1	y_2	y
	0	0	0	0	0	0	
	0	0	0	1	0	0	
	0	0	1	0	1	0	
	0	0	1	1	1	0	
	0	1	0	0	0	0	
	0	1	0	1	0	0	
	0	1	1	0	1	0	
	0	1	1	1	1	0	
	1	0	0	0	0	0	
	1	0	0	1	0	1	
	1	0	1	0	1	0	
	1	0	1	1	1	0	
	1	1	0	0	0	0	
	1	1	0	1	0	1	
	1	1	1	0	0	0	
	1	1	1	1	0	0	

3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b$$

$$y_2 = d \& \bar{b} \& a$$

$$y = y_1 \vee y_2$$

j_0	d	c	b	a	y_1	y_2	y
	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	
	0	0	1	0	1	0	
	0	0	1	1	1	0	
	0	1	0	0	0	0	
	0	1	0	1	0	0	
	0	1	1	0	1	0	
	0	1	1	1	1	0	
	1	0	0	0	0	0	
	1	0	0	1	0	1	
	1	0	1	0	1	0	
	1	0	1	1	1	0	
	1	1	0	0	0	0	
	1	1	0	1	0	1	
	1	1	1	0	0	0	
	1	1	1	1	0	0	

3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b$$

$$y_2 = d \& \bar{b} \& a$$

$$y = y_1 \vee y_2$$

j_0	d	c	b	a	y_1	y_2	y
	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0
	0	0	1	0	1	0	
	0	0	1	1	1	0	
	0	1	0	0	0	0	
	0	1	0	1	0	0	
	0	1	1	0	1	0	
	0	1	1	1	1	0	
	1	0	0	0	0	0	
	1	0	0	1	0	1	
	1	0	1	0	1	0	
	1	0	1	1	1	0	
	1	1	0	0	0	0	
	1	1	0	1	0	1	
	1	1	1	0	0	0	
	1	1	1	1	0	0	

3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b$$

$$y_2 = d \& \bar{b} \& a$$

$$y = y_1 \vee y_2$$

j_0	d	c	b	a	y_1	y_2	y
	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0
	0	0	1	0	1	0	1
	0	0	1	1	1	0	
	0	1	0	0	0	0	
	0	1	0	1	0	0	
	0	1	1	0	1	0	
	0	1	1	1	1	0	
	1	0	0	0	0	0	
	1	0	0	1	0	1	
	1	0	1	0	1	0	
	1	0	1	1	1	0	
	1	1	0	0	0	0	
	1	1	0	1	0	1	
	1	1	1	0	0	0	
	1	1	1	1	0	0	

3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b$$

$$y_2 = d \& \bar{b} \& a$$

$$y = y_1 \vee y_2$$

j_0	d	c	b	a	y_1	y_2	y
	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0
	0	0	1	0	1	0	1
	0	0	1	1	1	0	1
	0	1	0	0	0	0	0
	0	1	0	1	0	0	0
	0	1	1	0	1	0	1
	0	1	1	1	1	0	1
	1	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	1	0	1	1
	1	0	1	0	1	0	1
	1	0	1	1	1	0	1
	1	1	0	0	0	0	0
	1	1	0	1	0	1	1
	1	1	1	0	0	0	0
	1	1	1	1	0	0	0

3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b$$

$$y_2 = d \& \bar{b} \& a$$

$$y = y_1 \vee y_2$$

→ $\{X_j\}_0 =$

j_0	d	c	b	a	y_1	y_2	y
	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0
	0	0	1	0	1	0	1
	0	0	1	1	1	0	1
	0	1	0	0	0	0	0
	0	1	0	1	0	0	0
	0	1	1	0	1	0	1
	0	1	1	1	1	0	1
	1	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	1	0	1	1
	1	0	1	0	1	0	1
	1	0	1	1	1	0	1
	1	1	0	0	0	0	0
	1	1	0	1	0	1	1
	1	1	1	0	0	0	0
	1	1	1	1	0	0	0

3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b$$

$$y_2 = d \& \bar{b} \& a$$

$$y = y_1 \vee y_2$$

→ $\{X_j\}_0 =$

j_0	d	c	b	a	y_1	y_2	y
0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0
	0	0	1	0	1	0	1
	0	0	1	1	1	0	1
	0	1	0	0	0	0	0
	0	1	0	1	0	0	0
	0	1	1	0	1	0	1
	0	1	1	1	1	0	1
	1	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	1	0	1	1
	1	0	1	0	1	0	1
	1	0	1	1	1	0	1
	1	1	0	0	0	0	0
	1	1	0	1	0	1	1
	1	1	1	0	0	0	0
	1	1	1	1	0	0	0

3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b$$

$$y_2 = d \& \bar{b} \& a$$

$$y = y_1 \vee y_2$$

→ $\{X_j\}_0 =$

j_0	d	c	b	a	y_1	y_2	y
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0
	0	0	1	0	1	0	1
	0	0	1	1	1	0	1
	0	1	0	0	0	0	0
	0	1	0	1	0	0	0
	0	1	1	0	1	0	1
	0	1	1	1	1	0	1
	1	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	1	0	1	1
	1	0	1	0	1	0	1
	1	0	1	1	1	0	1
	1	1	0	0	0	0	0
	1	1	0	1	0	1	1
	1	1	1	0	0	0	0
	1	1	1	1	0	0	0

3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b$$

$$y_2 = d \& \bar{b} \& a$$

$$y = y_1 \vee y_2$$

→ $\{X_j\}_0 =$

j_0	d	c	b	a	y_1	y_2	y
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0
2	0	0	1	0	1	0	1
	0	0	1	1	1	0	1
	0	1	0	0	0	0	0
	0	1	0	1	0	0	0
	0	1	1	0	1	0	1
	0	1	1	1	1	0	1
	1	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	1	0	1	1
	1	0	1	0	1	0	1
	1	0	1	1	1	0	1
	1	1	0	0	0	0	0
	1	1	0	1	0	1	1
	1	1	1	0	0	0	0
	1	1	1	1	0	0	0

3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b$$

$$y_2 = d \& \bar{b} \& a$$

$$y = y_1 \vee y_2$$

→ $\{X_j\}_0 =$

j_0	d	c	b	a	y_1	y_2	y
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0
2	0	0	1	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1	0	1
4	0	1	0	0	0	0	0
5	0	1	0	1	0	0	0
6	0	1	1	0	1	0	1
7	0	1	1	1	1	0	1
10	1	0	0	0	0	0	0
11	1	0	0	1	0	1	1
12	1	0	1	0	1	0	1
13	1	0	1	1	1	0	1
14	1	1	0	0	0	0	0
15	1	1	0	1	0	1	1
16	1	1	1	0	0	0	0
17	1	1	1	1	0	0	0

3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \& b$$

$$y_2 = d \& \bar{b} \& a$$

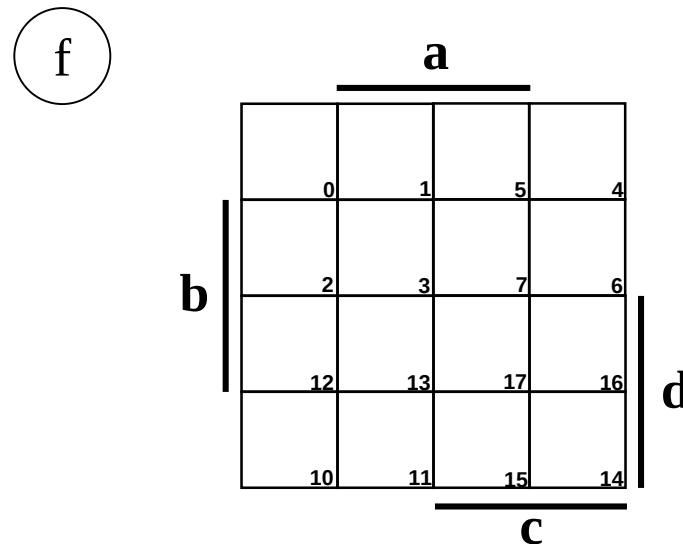
$$y = y_1 \vee y_2$$

$$\rightarrow \{X_j\}_0 = \{0, 1, 4, 5, 10, 14, 16, 17\}$$

j_0	d	c	b	a	y_1	y_2	y
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0
2	0	0	1	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1	0	1
4	0	1	0	0	0	0	0
5	0	1	0	1	0	0	0
6	0	1	1	0	1	0	1
7	0	1	1	1	1	0	1
10	1	0	0	0	0	0	0
11	1	0	0	1	0	1	1
12	1	0	1	0	1	0	1
13	1	0	1	1	1	0	1
14	1	1	0	0	0	0	0
15	1	1	0	1	0	1	1
16	1	1	1	0	0	0	0
17	1	1	1	1	0	0	0

3. Aufgabe – 3.2

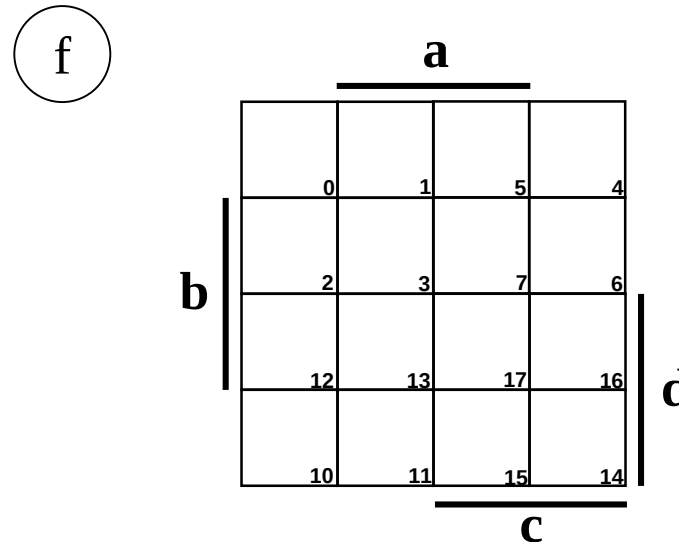
- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.



3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

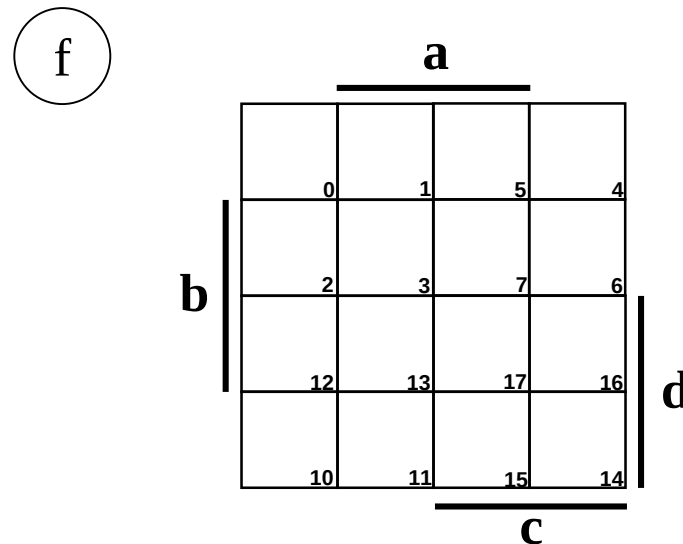
$$\rightarrow \{X_j\}_0 =$$



3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

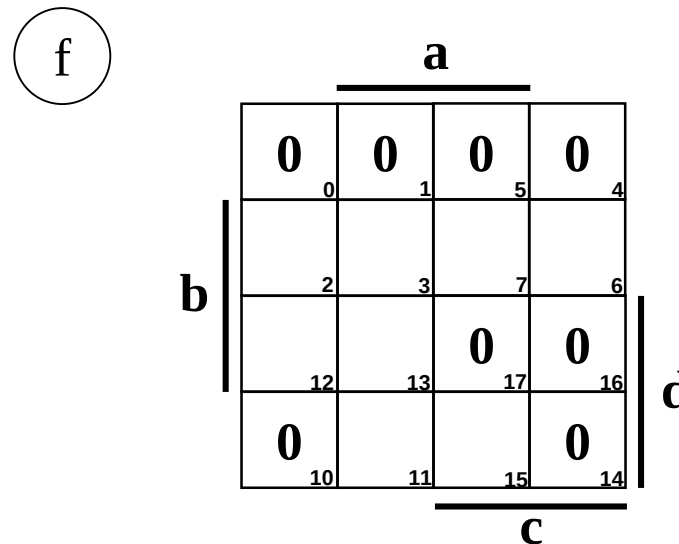
$$\rightarrow \{X_j\}_0 = \{0, 1, 4, 5, 10, 14, 16, 17\}$$



3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

$$\rightarrow \{X_j\}_0 = \{0, 1, 4, 5, 10, 14, 16, 17\}$$



3. Aufgabe – 3.2

- **3.2** Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion y an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.

$$\rightarrow \{X_j\}_0 = \{0, 1, 4, 5, 10, 14, 16, 17\}$$

(f)

				a			
b	0	0	0	0	d		
	0	1	5	4			
	1	1	1	1		2	3
	6	7	12	13		17	16
	1	1	0	0		10	11
	14	15	18	19		22	21
	0	1	1	0		24	23
	26	25	28	27		30	29
				c			

3. Aufgabe – 3.3

- 3.3 Geben Sie *alle* Primnullblöcke der Funktion an.

f

a			
0	0	0	0
0	1	5	4
1	1	1	1
2	3	7	6
1	1	0	0
12	13	17	16
0	1	1	0
10	11	15	14
c			

b d

3. Aufgabe – 3.3

- 3.3 Geben Sie *alle* Primnullblöcke der Funktion an.

f

a			
0 ₀	0 ₁	0 ₅	0 ₄
1 ₂	1 ₃	1 ₇	1 ₆
1 ₁₂	1 ₁₃	0 ₁₇	0 ₁₆
0 ₁₀	1 ₁₁	1 ₁₅	0 ₁₄
c			

b d

3. Aufgabe – 3.3

- 3.3 Geben Sie *alle* Primnullblöcke der Funktion an.

$$A: b \vee d$$

f

a

0	0	0	0
1	1	1	1
1	1	0	0
0	1	1	0

b

c

d

3. Aufgabe – 3.3

- 3.3 Geben Sie *alle* Primnullblöcke der Funktion an.

$$A: b \vee d$$

f

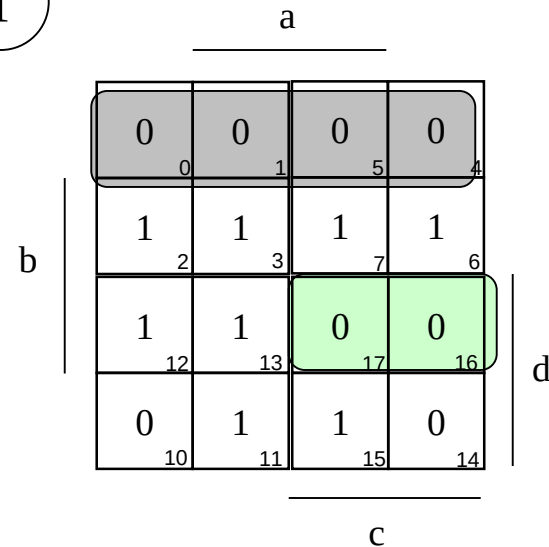
a

0	0	0	0
1	1	1	1
1	1	0	0
0	1	1	0

b

c

d

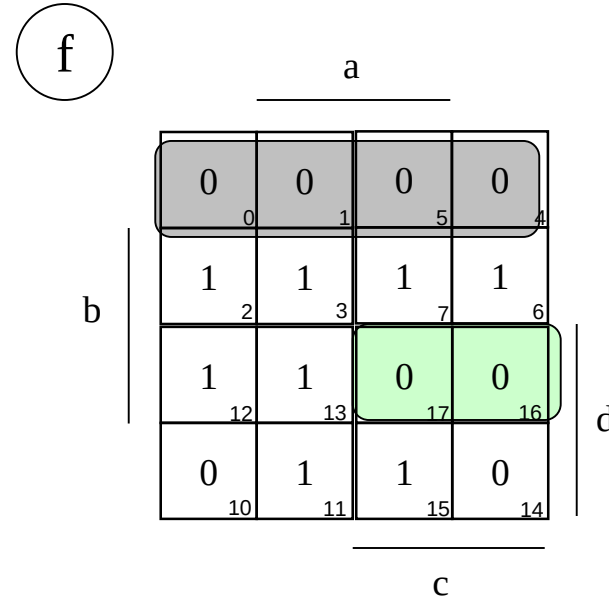


3. Aufgabe – 3.3

- 3.3 Geben Sie *alle* Primnullblöcke der Funktion an.

$$A: b \vee d$$

$$B: \bar{b} \vee \bar{c} \vee \bar{d}$$

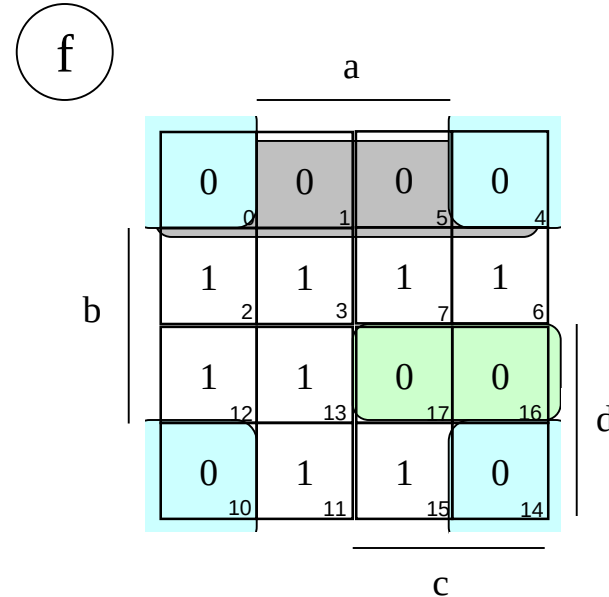


3. Aufgabe – 3.3

- 3.3 Geben Sie *alle* Primnullblöcke der Funktion an.

$$A: b \vee d$$

$$B: \bar{b} \vee \bar{c} \vee \bar{d}$$



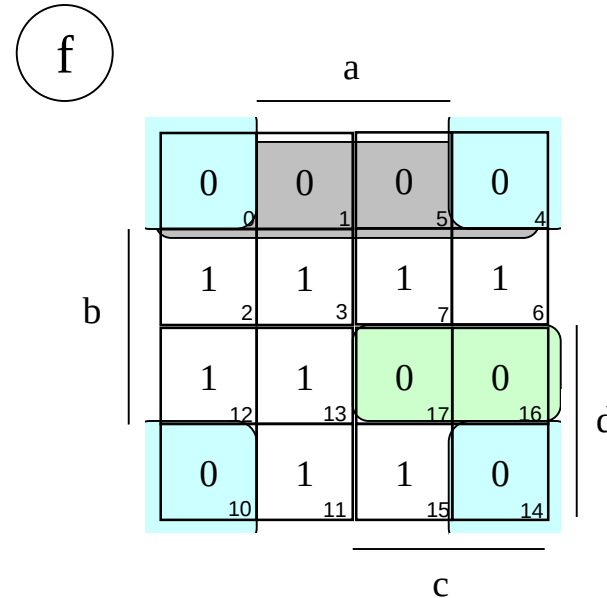
3. Aufgabe – 3.3

- 3.3 Geben Sie *alle* Primnullblöcke der Funktion an.

$$A: b \vee d$$

$$B: \bar{b} \vee \bar{c} \vee \bar{d}$$

$$C: a \vee b$$



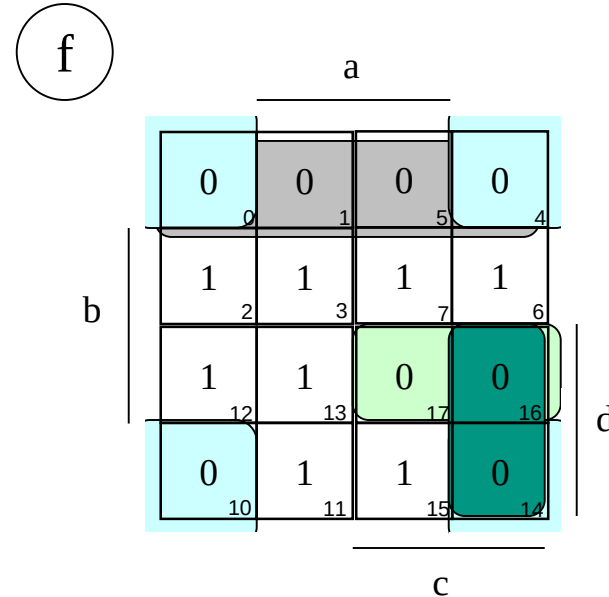
3. Aufgabe – 3.3

- 3.3 Geben Sie *alle* Primnullblöcke der Funktion an.

$$A: b \vee d$$

$$B: \bar{b} \vee \bar{c} \vee \bar{d}$$

$$C: a \vee b$$



3. Aufgabe – 3.3

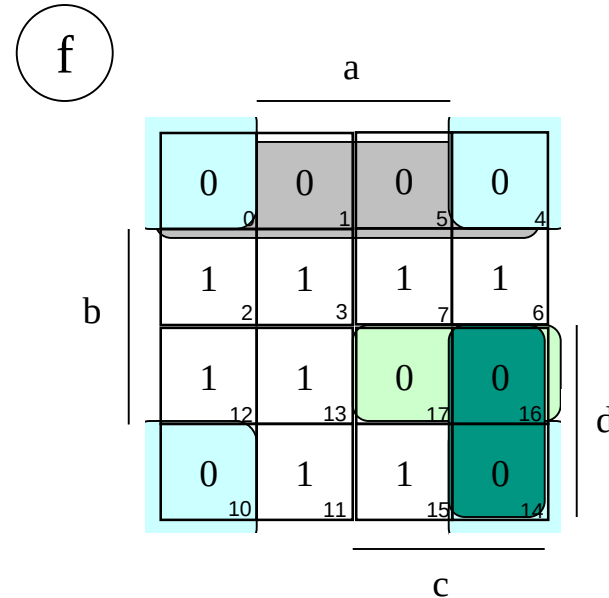
- 3.3 Geben Sie *alle* Primnullblöcke der Funktion an.

$$A: b \vee d$$

$$B: \bar{b} \vee \bar{c} \vee \bar{d}$$

$$C: a \vee b$$

$$D: a \vee \bar{c} \vee \bar{d}$$



3. Aufgabe – 3.3

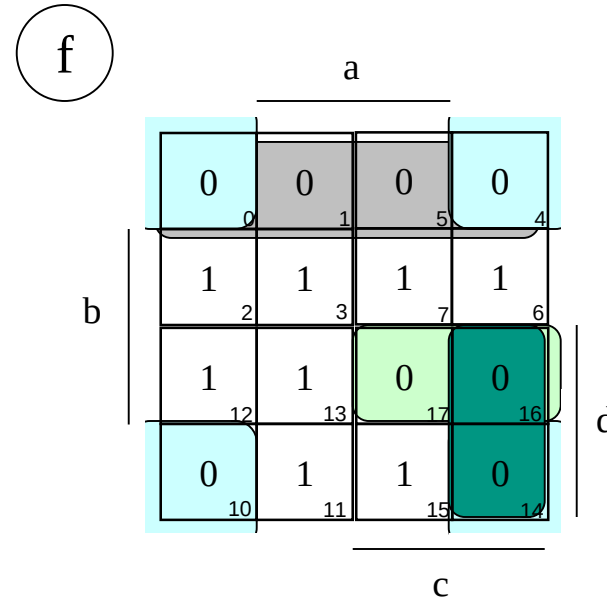
- 3.3 Geben Sie *alle* Primnullblöcke der Funktion an.

$$A: b \vee d$$

$$B: \bar{b} \vee \bar{c} \vee \bar{d}$$

$$C: a \vee b$$

$$D: a \vee \bar{c} \vee \bar{d}$$



- 3.4 Geben Sie eine konjunktive Minimalform der Funktion an.

3. Aufgabe – 3.3

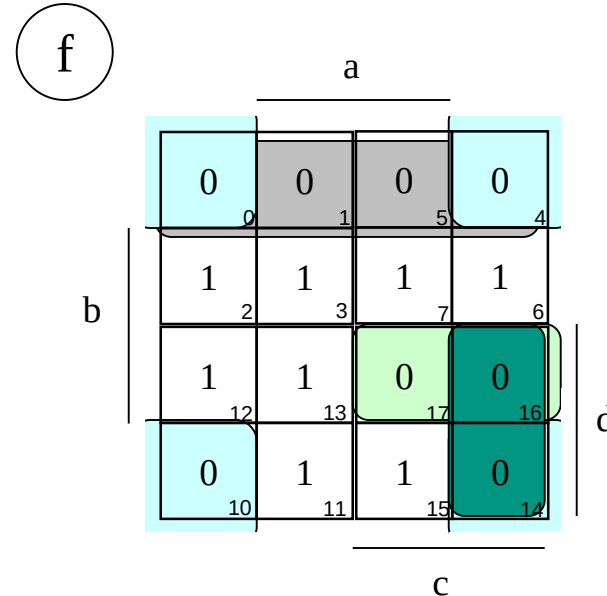
- 3.3 Geben Sie *alle* Primnullblöcke der Funktion an.

$$A: b \vee d$$

$$B: \bar{b} \vee \bar{c} \vee \bar{d}$$

$$C: a \vee b$$

$$D: a \vee \bar{c} \vee \bar{d}$$



- 3.4 Geben Sie eine konjunktive Minimalform der Funktion an.

$$y = (a \vee b) \& (\bar{b} \vee \bar{c} \vee \bar{d}) \& (b \vee d)$$

3. Aufgabe – 3.5

- **3.5** Geben Sie eine Gatterschaltung an, die die minimierte Funktion realisiert.

3. Aufgabe – 3.5

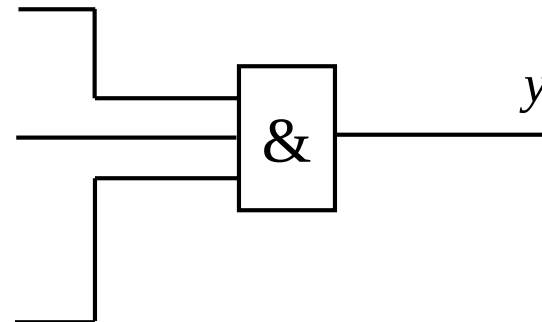
- **3.5** Geben Sie eine Gatterschaltung an, die die minimierte Funktion realisiert.

$$y = (a \vee b) \& (\bar{b} \vee \bar{c} \vee \bar{d}) \& (b \vee d)$$

3. Aufgabe – 3.5

- 3.5 Geben Sie eine Gatterschaltung an, die die minimierte Funktion realisiert.

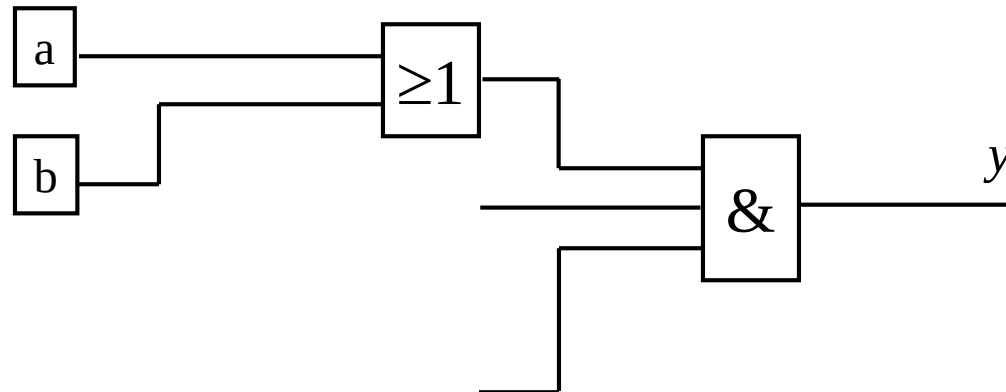
$$y = (a \vee b) \& (\bar{b} \vee \bar{c} \vee \bar{d}) \& (b \vee d)$$



3. Aufgabe – 3.5

- 3.5 Geben Sie eine Gatterschaltung an, die die minimierte Funktion realisiert.

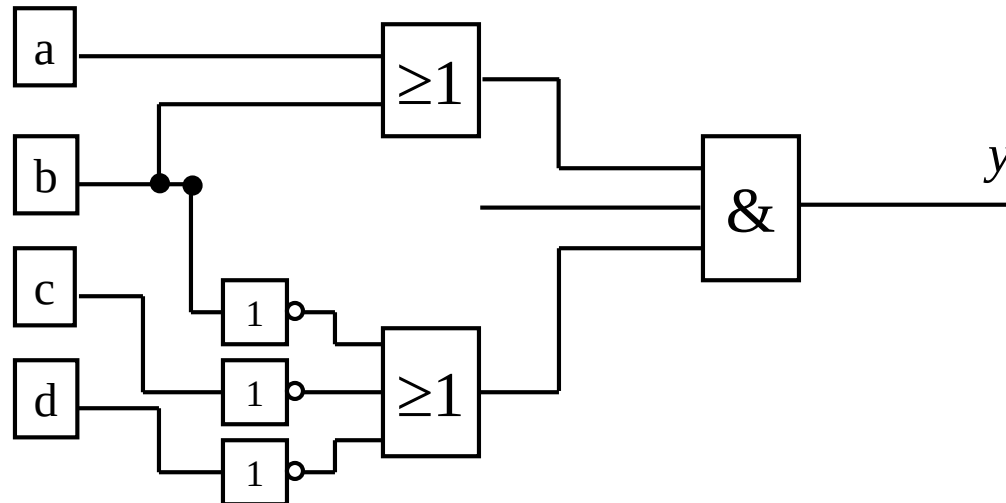
$$y = (a \vee b) \& (\bar{b} \vee \bar{c} \vee \bar{d}) \& (b \vee d)$$



3. Aufgabe – 3.5

- 3.5 Geben Sie eine Gatterschaltung an, die die minimierte Funktion realisiert.

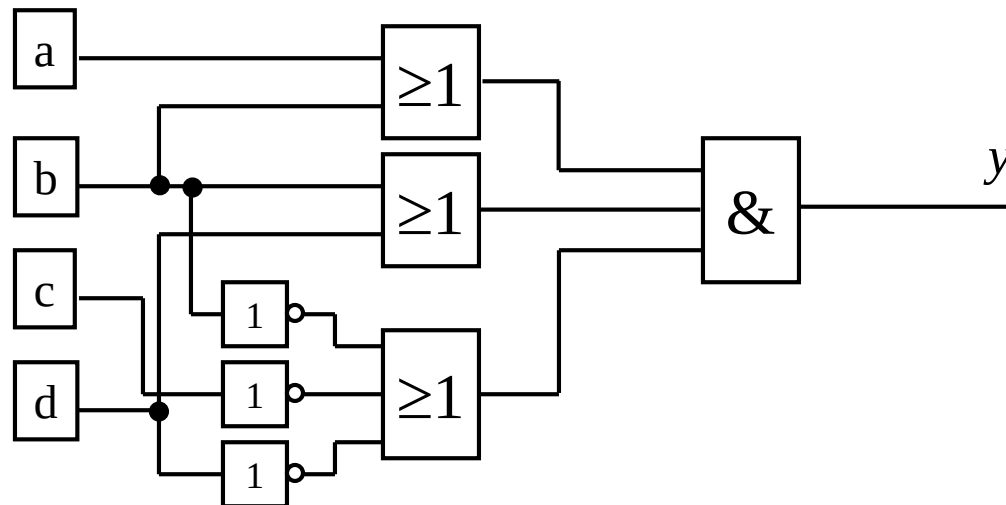
$$y = (a \vee b) \& (\bar{b} \vee \bar{c} \vee \bar{d}) \& (b \vee d)$$



3. Aufgabe – 3.5

- 3.5 Geben Sie eine Gatterschaltung an, die die minimierte Funktion realisiert.

$$y = (a \vee b) \& (\bar{b} \vee \bar{c} \vee \bar{d}) \& (b \vee d)$$

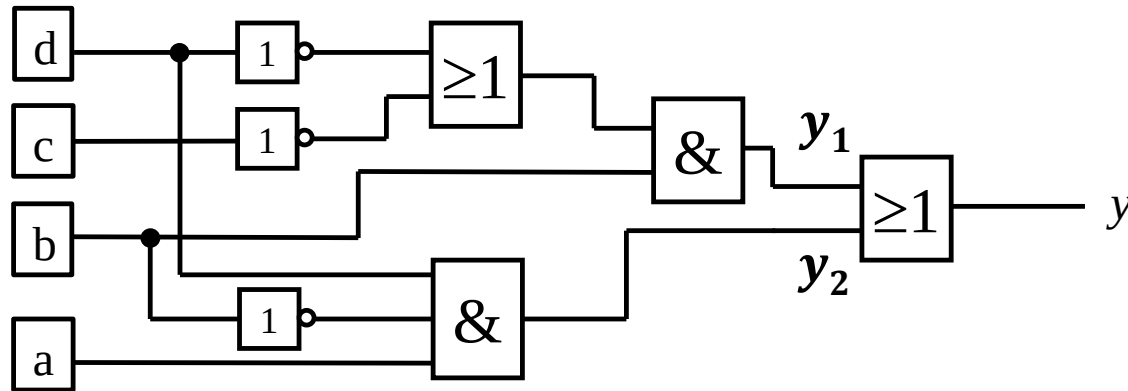


3. Aufgabe

Vergleich der beiden Schaltungsrealisierungen vor und nach der Minimierung.

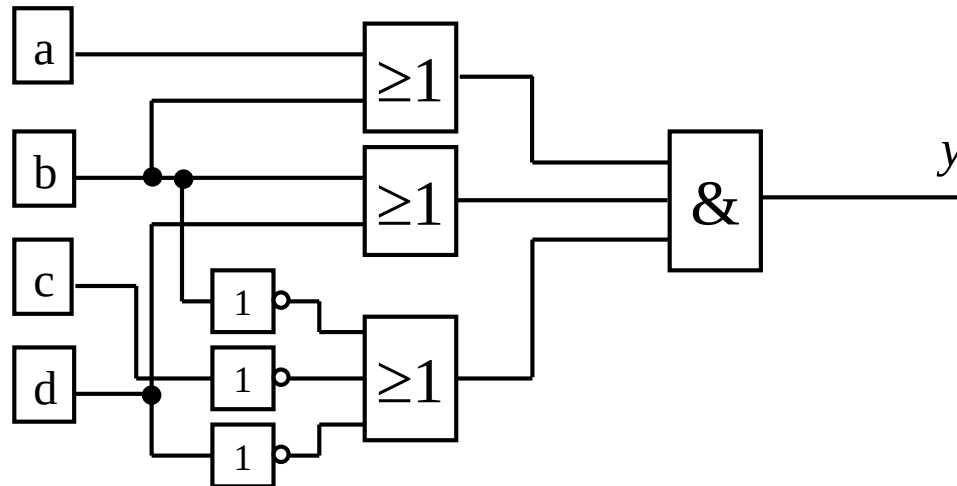
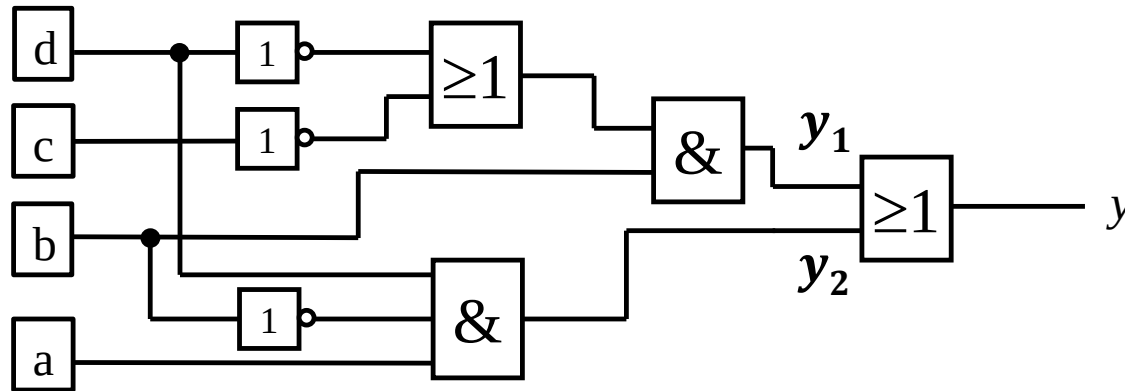
3. Aufgabe

Vergleich der beiden Schaltungsrealisierungen vor und nach der Minimierung.



3. Aufgabe

Vergleich der beiden Schaltungsrealisierungen vor und nach der Minimierung.



Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

4. Aufgabe: Nelson-Patrick-Verfahren

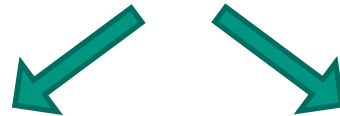
Formale algebraische Minimierung

→ Das Nelson/Petrick-Verfahren

- sehr leistungsfähiges algebraisches Verfahren
- Nelson-Verfahren: Bestimmung der Menge aller Primimplikanten (bzw. Primimplikaten)
- Petrick-Verfahren: Bestimmung der kostenminimalen Auswahl von Primimplikanten zur Einstellenüberdeckung (bzw. Primimplikaten zur Nullstellenüberdeckung)
Alternativ: graphisch mit Überdeckungstabelle
+ Regeln zur Abarbeitung/Vereinfachung

Ergebnis: kostenminimaler algebraischer Ausdruck der zu realisierenden digitalen Schaltfunktion

- Ziel: liefert zu einer (ggf. unvollständig definierten) Schaltfunktion f alle...



...Primimplikanten:

- Bildung der **Einstellenergänzung** f^E : Alle Freistellen werden zu „1“ deklariert
- Mittels bekannter algebraischer Verfahren wird die **KNF** [!] von f^E gebildet

...Primimplikate:

- Bildung der **Nullstellenergänzung** f^N : Alle Freistellen werden zu „0“ deklariert
- Mittels bekannter algebraischer Verfahren wird die **DNF** [!] von f^N gebildet



- Schrittweise ausdistribuierten, Termanteile, die **ausschließlich Freistellen** von f überdecken, direkt streichen
- Die Anzahl der Primblöcke kann anschließend mit dem **Petricks-Verfahren** minimiert werden

Minimierungsmethoden

Nelson-Verfahren:

Beispiel:

- Man nehme eine **Nullblocküberdeckung**:

$$f^E = (\overline{x_1} \vee x_2) \& (\overline{x_1} \vee x_3)$$

	x_1			
	1	0	0	1
x_2	-	0	1	-
	x_3			

- Durch **Ausdistribuierten** + **Umformung** erhält man:

$$\begin{aligned}
 f^E &= (\overline{x_1} \vee x_2) \& (\overline{x_1} \vee x_3) \\
 &= \overline{x_1} \overline{x_1} \vee \overline{x_1} x_3 \vee \overline{x_1} x_2 \vee x_2 x_3 \\
 &= \overline{x_1} \vee \overline{x_1} x_3 \vee \overline{x_1} x_2 \vee x_2 x_3 \\
 &= \overline{x_1} \vee \overline{x_1} x_2 \vee x_2 x_3 \\
 &= \overline{x_1} \vee x_2 x_3 \\
 &= \overline{x_1} \vee (x_2 \& x_3)
 \end{aligned}$$

Distributivgesetz

Regel R7

Absorption (R11)

Absorption (R11)

	x_1			
	1	0	0	1
x_2	-	0	1	-
	x_3			

Überdeckungsproblem (oder Auswahlproblem)

- Bei dem **Nelson-Verfahren** erfolgte nur die Ermittlung **aller Primterme**
- Weiterhin gesucht: **optimale Auswahl** der **Primterme**
 - eine **Auswahl** von **Primtermen**, die **alle Einsstellen** (Nullstellen) der gewünschten Funktion berücksichtigt wird **Überdeckung** genannt
- Lösung: graphische **Auswahl** der **Primterme** mit **Überdeckungstabelle**
 - für **jeden Primterm** wird angegeben, **welche Einsstellen** (bzw. Nullstellen) er **überdeckt**
 - zur **Bewertung** wird eine Spalte mit **Kosten c_k** angefügt
 - **Überdeckungstabelle** wird mit Hilfe bestimmter Regeln abgearbeitet (vereinfacht) -> **Kernermittlung** + **Dominanzregeln**
 - **algebraische Behandlung** der **optimalen Auswahl** von **Primtermen** auch möglich:
 - Bildung und Auswertung des **Petrick-Ausdrucks**!
- Ergebnis: **kostenminimale Überdeckung** der **Schaltfunktion**

Überdeckungsproblem:

Kernermittlung:

- Wenn eine **Einstelle** (Nullstelle) nur durch einen **einzigsten Primterm** **abgedeckt** wird, nennt man den **Primimplikanten** (Primimplikaten) **Kernimplikant** (*Kernimplikat*)
- **Kernimplikanten** (Kernimplikate) **müssen** auf jeden Fall in die **Überdeckungslösung** aufgenommen werden
- **Spalten von Einstellen** (Nullstellen) in der **Überdeckungstabelle**, die von **Kernimplikanten** (Kernimplikaten) **abgedeckt** werden, können **gestrichen** werden, und müssen in der weiteren Abarbeitung nicht mehr berücksichtigt werden

Minimierungsmethoden

Kernermittlung und Vereinfachung der Überdeckungstabelle

Beispiel:

k	PI	j							p_i	c_i
		0	2	4	11	12	14	16		
1	$x_4 x_2$					x		x	p_1	c_1
2	$\overline{x_3} x_2$		x			x			p_2	c_2
3	$x_4 x_3 \overline{x_1}$						x	x	p_3	c_3
4	$\overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_1}$				x				p_4	c_4
5	$\overline{x_4} \overline{x_2} \overline{x_1}$	x		x					p_5	c_5
6	$x_4 x_3 x_1$	x	x						p_6	c_6
7	$x_3 x_2 x_1$			x			x		p_7	c_7

Dominanzregeln und Ihre Anwendung (1)

Spaltendominanzregeln:

- Spaltendominanz in der Überdeckungstabelle:

i_1	i_2	
X	X	p_1
		p_2
X	X	p_3
X		p_4
X		p_5

i_1	i_2	
X	X	p_1
		p_2
X	X	p_3
X		p_4
X		p_5

- Wenn die Spalte i_2 durch einen der Terme p_1 oder p_3 *überdeckt* wird, so wird dadurch auch i_1 überdeckt
also: Einstelle der Spalte i_1 ist durch p_1 oder p_3 auch realisiert
- Man sagt: ("Vektor" i_1) **dominiert** ("Vektor" i_2) und schreibt: $i_1 \geq i_2$
- **Dominierende Spalten** (hier: i_1) können **gestrichen** werden

Dominanzregeln und Ihre Anwendung (2)

Zeilendominanzregeln:

■ Zeilendominanz in der **Überdeckungstabelle**:

i_1	X	X	X	X	p_1	c_1
i_2		X			p_2	c_2
...						
i_k	X		X	X	p_k	c_k

i_1	X	X	X	X	p_1	c_1
i_2		X			p_2	c_2
...						
i_k	X		X	X	p_k	c_k

■ Wenn eine **Zeile i_2** ($\cong$ **Primterm p_2**) nur **Spalten** ($\cong$ **Einstellen**) **überdeckt**, die auch von einer **anderen Zeile i_1** ($\cong$ **Primterm p_1**) **überdeckt** werden

→ i_2 wird von i_1 *dominiert*: $i_2 \leq i_1$, und

es gilt: $(\text{Kosten } c_1) \leq (\text{Kosten } c_2)$

→ die Zeile i_2 kann gestrichen werden

Überdeckungsproblem (Auswahlproblem):

Petrick-Verfahren:

- Das **Petrick-Verfahren** ist eine **algebraische Methode**
 - dient zur **Bestimmung kostenminimaler Lösungen** von **Überdeckungsproblemen**
- Es kann **direkt nach** dem **Nelson-Verfahren** zur **kostenminimalen Auswahl** von **Primtermen** verwendet werden
- **Spaltendominanzen** und **Zeilendominanzen** können **algebraisch** mit Hilfe des Petrick-Verfahrens in Form von **Absorptionsregeln** bzw. **Ausdistribuierten abgearbeitet** bzw. **bewiesen** werden
- **Petrick-Verfahren** wird bei **zyklischen Resttabellen** verwendet

Petrack-Ausdruck (PA):

- Der Petrick-Ausdruck ist algebraische Beschreibung der Überdeckungsbedingungen
 - ob der Primterm k zur Lösung gehört, wird mit der bool'schen Präsenzvariable (Auswahlvariable) p_k angegeben
 - > $p_k = 0 \Rightarrow$ Primterm k ist nicht in Lösung enthalten
 - > $p_k = 1 \Rightarrow$ Primterm k ist Bestandteil der Lösung
 - zur Überdeckung jeder Einsstelle muss mindestens ein Primterm zur Lösung gehören, der diese Stelle überdeckt
- Petrick-Ausdruck besteht daher aus Termen von *disjunktiv* verknüpften Präsenzvariablen
 - für jede Einsstelle der Tabelle enthält der PA einen Term
 - in jedem Term muss mindestens eine Präsenzvariable den Wert '1' haben
- Diese Terme werden *konjunktiv* zum Petrick-Ausdruck verknüpft
 - der Petrick-Ausdruck muss immer eins liefern!

Minimierungsmethoden

Überdeckungsproblem (Auswahlproblem)

Beispiel:

k	PI	j							p_i	c_i
		0	2	4	11	12	14	16		
1	$x_4 x_2$					x		x	p_1	c_1
2	$\overline{x_3 x_2}$		x			x			p_2	c_2
3	$x_4 x_3 \overline{x_1}$						x	x	p_3	c_3
4	$\overline{x_4 x_3 x_1}$				x				p_4	c_4
5	$\overline{\overline{x_4 x_2 x_1}}$	x		x					p_5	c_5
6	$\overline{\overline{x_4 x_3 x_1}}$	x	x						p_6	c_6
7	$\overline{\overline{x_3 x_2 x_1}}$			x			x		p_7	c_7

$$PA = (\overline{p_5 \vee p_6}) \& (\overline{p_2 \vee p_6}) \& (\overline{p_5 \vee p_7}) \& p_4 \& (p_1 \vee p_2) \& (p_3 \vee p_7) \& (p_1 \vee p_3) = 1$$

- Im **Petrick-Ausdruck** kann man erfassen (beweisen!), dass die **Präsenzvariablen** der **Kernimplikanten** (p_4) **immer eins** sein müssen

Überdeckungsproblem (Auswahlproblem)

- Auch der **Petrick-Ausdruck** wird durch **Distributionsregeln** und **Absorptionsregeln** vereinfacht

Beispiel:

$$PA = (p_5 \vee p_6) \& (p_2 \vee p_6) \& (p_5 \vee p_7) \& p_4 \& (p_1 \vee p_2) \& (p_3 \vee p_7) \& (p_1 \vee p_3) = 1$$

= ...

$$= p_1 p_4 p_6 p_7 \vee p_2 p_3 p_4 p_5 \vee p_1 p_3 p_4 p_5 p_6 \vee p_2 p_3 p_4 p_6 p_7 \vee p_1 p_2 p_4 p_5 p_7 = 1$$

$$= p_4 \& (p_1 p_6 p_7 \vee p_2 p_3 p_5 \vee p_1 p_3 p_5 p_6 \vee p_2 p_3 p_6 p_7 \vee p_1 p_2 p_5 p_7) = 1$$

$$PA = p_1 p_4 p_6 p_7 \vee p_2 p_3 p_4 p_5 \vee p_1 p_3 p_4 p_5 p_6 \vee p_2 p_3 p_4 p_6 p_7 \vee p_1 p_2 p_4 p_5 p_7 = 1$$

Überdeckungsproblem (Auswahlproblem)

- Damit der **Petrick-Ausdruck** '1' wird, muss **mindestens einer** der disjunktiv verknüpften **konjunktiven Teilterme** eins sein
- Jeder **konjunktive Teilterm** repräsentiert genau eine **mögliche Lösung** des **Auswahlproblems**
- Zur **Auswahl** der **optimalen Lösung**:
 - die **Kosten** c_k der **Primterme** p_k werden herangezogen
 - **Anzahl** der **Literale** von p_k
- **Vergleich** der **Kostensummen** K aller möglichen **Lösungen**
(K = Summe der Literale der jeweils notwendigen Primterme)
 - diejenige **Überdeckung** mit **optimalen Kosten** kann ermittelt werden

Minimierungsmethoden

Überdeckungsproblem (Auswahlproblem)

Beispiel:

$$PA = p_1 p_4 p_6 p_7 \vee p_2 p_3 p_4 p_5 \vee p_1 p_3 p_4 p_5 p_6 \vee p_2 p_3 p_4 p_6 p_7 \vee p_1 p_2 p_4 p_5 p_7 = 1$$

mit $c_1=c_2=2$; $c_3 \dots c_7=3$

$p_1 p_4 p_6 p_7$ $K = 11$

$p_2 p_3 p_4 p_5$ $K = 11$

$p_1 p_3 p_4 p_5 p_6$ $K = 14$

$p_2 p_3 p_4 p_6 p_7$ $K = 14$

$p_1 p_2 p_4 p_5 p_7$ $K = 13$

k	PI	j							p_i	c_i
		0	2	4	11	12	14	16		
1	$x_4 x_2$					x		x	p_1	c_1
2	$\overline{x_3 x_2}$		x			x			p_2	c_2
3	$x_4 x_3 \overline{x_1}$						x	x	p_3	c_3
4	$\overline{x_4 x_3 x_1}$				x				p_4	c_4
5	$\overline{x_4 x_2 x_1}$	x		x					p_5	c_5
6	$x_4 x_3 x_1$	x	x						p_6	c_6
7	$x_3 x_2 x_1$			x			x		p_7	c_7

- Damit ergeben sich **zwei kostenminimale Lösungen:**

$p_1 p_4 p_6 p_7$ und $p_2 p_3 p_4 p_5$

Minimierungsmethoden

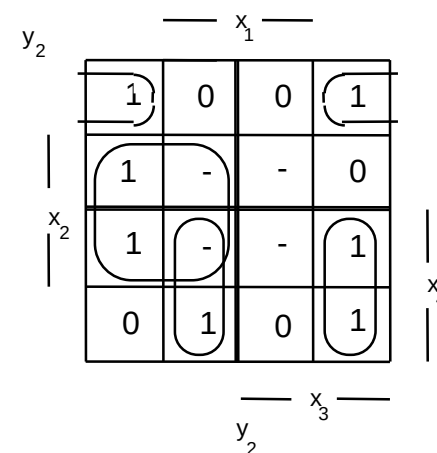
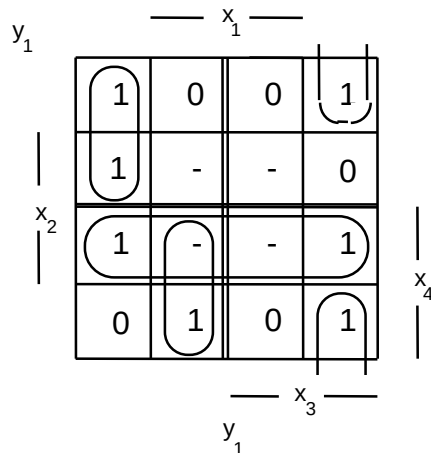
Überdeckungsproblem (Auswahlproblem)

Beispiel:

- die zugehörigen **disjunktiven Minimallösungen (DMF)** mit nur **11 Literalen** sind:

$$y_1 = x_4 x_2 \vee \overline{x_4} \overline{x_3} x_1 \vee \overline{x_4} \overline{x_2} \overline{x_1} \vee x_3 \overline{x_2} \overline{x_1} \quad \text{und}$$

$$y_2 = \overline{x_3} x_2 \vee x_4 x_3 \overline{x_1} \vee x_4 \overline{x_3} x_1 \vee \overline{x_4} x_2 x_1$$



4. Aufgabe – 4.1

Gegeben sei eine unvollständige definierte Schaltfunktion $y = (d, c, b, a)$ durch ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$ und ihre Freistellenmenge $\{X_j\}_-$.

$$\{X_j\}_0 = \{ (-,0,-,0), (1,-,0,1), (0, 1, 1, 0) \}$$

$$\{X_j\}_- = \{ (-,-,1,1) \}$$

4. Aufgabe – 4.1

Gegeben sei eine unvollständige definierte Schaltfunktion $y = (d, c, b, a)$ durch ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$ und ihre Freistellenmenge $\{X_j\}_-$.

$$\{X_j\}_0 = \{ (-,0,-,0), (1,-,0,1), (0, 1, 1, 0) \}$$

$$\{X_j\}_- = \{ (-,-,1,1) \}$$

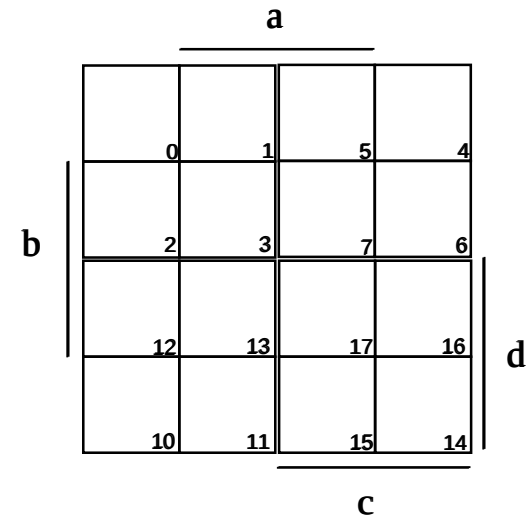
- **4.1** Geben Sie für y eine Gleichung an, die eine Konjunktion der Nullblöcke darstellt.

4. Aufgabe – 4.1

- **4.1** Geben Sie für y eine Gleichung an, die eine Konjunktion der Nullblöcke darstellt.

$$\{X_j\}_0 = \{ (-,0,-,0), (1,-,0,1), (0,1,1,0) \}$$

$$\{X_j\}_- = \{ (-,-,1,1) \}$$



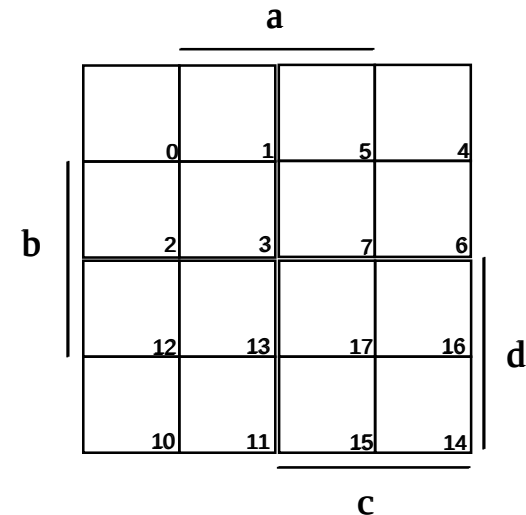
4. Aufgabe – 4.1

- **4.1** Geben Sie für y eine Gleichung an, die eine Konjunktion der Nullblöcke darstellt.

$$\{X_j\}_0 = \{ (-,0,-,0), (1,-,0,1), (0,1,1,0) \}$$

$$\{X_j\}_- = \{ (-,-,1,1) \}$$

- Zunächst die Nullstellenmenge eintragen



4. Aufgabe – 4.1

- **4.1** Geben Sie für y eine Gleichung an, die eine Konjunktion der Nullblöcke darstellt.

$$\{X_j\}_0 = \{ (-,0,-,0), (1,-,0,1), (0,1,1,0) \}$$

$$\{X_j\}_- = \{ (-,-,1,1) \}$$

$$\downarrow$$

$$(d,c,b,a)$$

- Zunächst die Nullstellenmenge eintragen

a			
0	1	5	4
2	3	7	6
12	13	17	16
10	11	15	14
c			

b

d

4. Aufgabe – 4.1

- **4.1** Geben Sie für y eine Gleichung an, die eine Konjunktion der Nullblöcke darstellt.

$$\{X_j\}_0 = \{(-,0,-,0), (1,-,0,1), (0,1,1,0)\}$$

$$\{X_j\}_- = \{(-,-,1,1)\}$$

$$\downarrow$$

$$(d,c,b,a)$$

- Zunächst die Nullstellenmenge eintragen

a			
0	1	5	4
2	3	7	6
12	13	17	16
10	11	15	14
c			

b

d

4. Aufgabe – 4.1

- **4.1** Geben Sie für y eine Gleichung an, die eine Konjunktion der Nullblöcke darstellt.

$$\{X_j\}_0 = \{(-, 0, -, 0), (1, -, 0, 1), (0, 1, 1, 0)\}$$

$$\{X_j\}_- = \{(-, -, 1, 1)\}$$

$$\downarrow$$

$$(d, c, b, a)$$

- Zunächst die Nullstellenmenge eintragen

a			
0			
0	1	5	4
0			
2	3	7	6
0			
12	13	17	16
0			
10	11	15	14
c			

b

d

4. Aufgabe – 4.1

- **4.1** Geben Sie für y eine Gleichung an, die eine Konjunktion der Nullblöcke darstellt.

$$\{X_j\}_0 = \{(-,0,-,0), (1,-,0,1), (0,1,1,0)\}$$

$$\{X_j\}_- = \{(-,-,1,1)\}$$

$$\downarrow$$

$$(d,c,b,a)$$

- Zunächst die Nullstellenmenge eintragen

a			
0			
0			
0			
0			
c			

b

d

4. Aufgabe – 4.1

- **4.1** Geben Sie für y eine Gleichung an, die eine Konjunktion der Nullblöcke darstellt.

$$\{X_i\}_0 = \{(-,0,-,0), (1,-,0,1), (0,1,1,0)\}$$

$$\{X_j\}_- = \{(-, -, 1, 1)\}$$

↓
(d,c,b,a)

- Zunächst die Nullstellenmenge eintragen

4. Aufgabe – 4.1

- **4.1** Geben Sie für y eine Gleichung an, die eine Konjunktion der Nullblöcke darstellt.

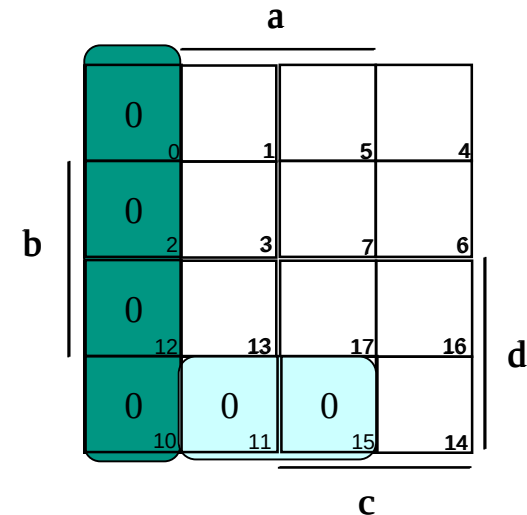
$$\{X_j\}_0 = \{(-,0,-,0), (1,-,0,1), (0,1,1,0)\}$$

$$\{X_j\}_- = \{(-,-,1,1)\}$$

$$\downarrow$$

$$(d,c,b,a)$$

- Zunächst die Nullstellenmenge eintragen



0			
0			
0			
0	0	0	

4. Aufgabe – 4.1

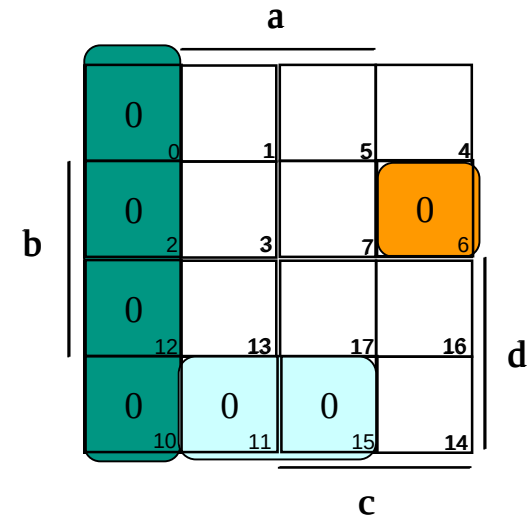
- **4.1** Geben Sie für y eine Gleichung an, die eine Konjunktion der Nullblöcke darstellt.

$$\{X_j\}_0 = \{(-, 0, -, 0), (1, -, 0, 1), (0, 1, 1, 0)\}$$

$$\{X_j\}_- = \{(-,-,1,1)\}$$

↓
(d,c,b,a)

- Zunächst die Nullstellenmenge eintragen



4. Aufgabe – 4.1

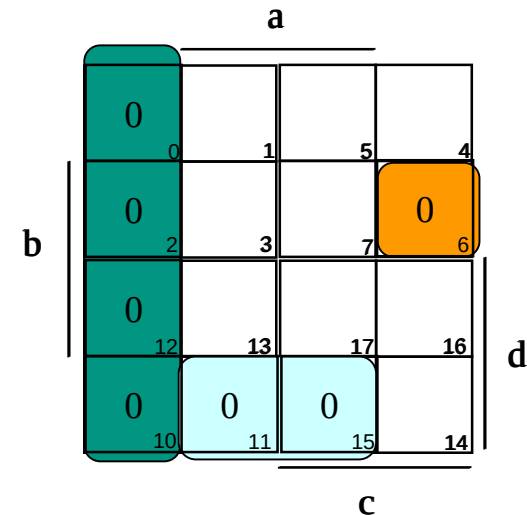
- **4.1** Geben Sie für y eine Gleichung an, die eine Konjunktion der Nullblöcke darstellt.

$$\{X_j\}_0 = \{(-, 0, -, 0), (1, -, 0, 1), (0, 1, 1, 0)\}$$

$$\{X_j\}_- = \{(-, -, 1, 1)\}$$

↓
(d,c,b,a)

- Zunächst die Nullstellenmenge eintragen
- Anschließend die Freistellenmenge



4. Aufgabe – 4.1

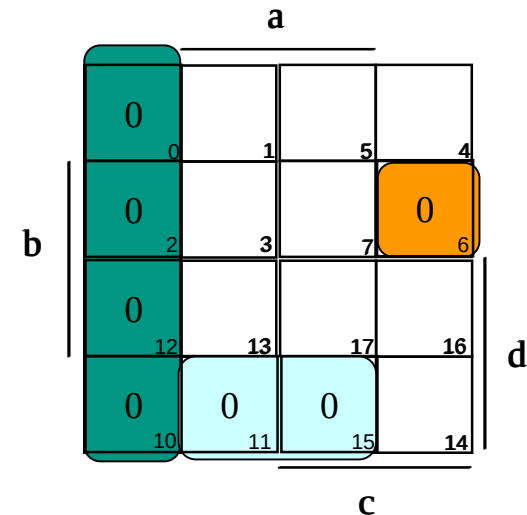
- **4.1** Geben Sie für y eine Gleichung an, die eine Konjunktion der Nullblöcke darstellt.

$$\{X_j\}_0 = \{(-,0,-,0), (1,-,0,1), (0,1,1,0)\}$$

$$\{X_j\}_- = \{(-,-,1,1)\}$$

↓
(d,c,b,a)

- Zunächst die Nullstellenmenge eintragen
- Anschließend die Freistellenmenge



4. Aufgabe – 4.1

- **4.1** Geben Sie für y eine Gleichung an, die eine Konjunktion der Nullblöcke darstellt.

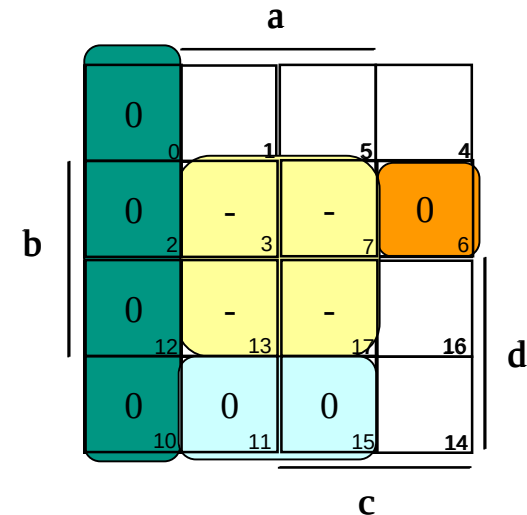
$$\{X_j\}_0 = \{(-, 0, -, 0), (1, -, 0, 1), (0, 1, 1, 0)\}$$

$$\{X_j\}_- = \{(-, -, 1, 1)\}$$

$$\downarrow$$

$$(d, c, b, a)$$

- Zunächst die Nullstellenmenge eintragen
- Anschließend die Freistellenmenge



4. Aufgabe – 4.1

- **4.1** Geben Sie für y eine Gleichung an, die eine Konjunktion der Nullblöcke darstellt.

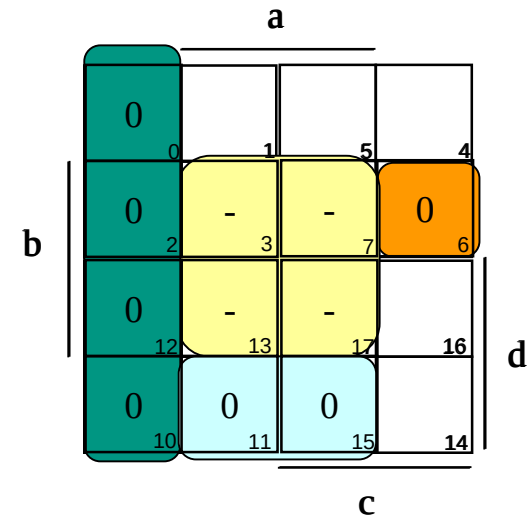
$$\{X_j\}_0 = \{(-,0,-,0), (1,-,0,1), (0,1,1,0)\}$$

$$\{X_j\}_- = \{(-,-,1,1)\}$$

$$\downarrow$$

$$(d,c,b,a)$$

- Zunächst die Nullstellenmenge eintragen
- Anschließend die Freistellenmenge
- Einstellen vervollständigen und Funktion aufstellen



4. Aufgabe – 4.1

- **4.1** Geben Sie für y eine Gleichung an, die eine Konjunktion der Nullblöcke darstellt.

$$\{X_j\}_0 = \{(-,0,-,0), (1,-,0,1), (0,1,1,0)\}$$

$$\{X_j\}_- = \{(-,-,1,1)\}$$

$$\downarrow$$

$$(d,c,b,a)$$

- Zunächst die Nullstellenmenge eintragen
- Anschließend die Freistellenmenge
- Einstellen vervollständigen und Funktion aufstellen

a

0	1	1	1
0	-	-	0
0	-	-	1
0	0	0	1

c

b

d

4. Aufgabe – 4.1

- **4.1** Geben Sie für y eine Gleichung an, die eine Konjunktion der Nullblöcke darstellt.

$$\{X_j\}_0 = \{(-,0,-,0), (1,-,0,1), (0,1,1,0)\}$$

$$\{X_j\}_- = \{(-,-,1,1)\}$$

↓

$$(d,c,b,a)$$

- Zunächst die Nullstellenmenge eintragen
- Anschließend die Freistellenmenge
- Einstellen vervollständigen und Funktion aufstellen

$$y = (a + c)$$

a			
0	1	1	1
0	-	-	0
0	-	-	1
0	0	0	1
c			
b			
d			

4. Aufgabe – 4.1

- **4.1** Geben Sie für y eine Gleichung an, die eine Konjunktion der Nullblöcke darstellt.

$$\{X_j\}_0 = \{(-, 0, -, 0), (1, -, 0, 1), (0, 1, 1, 0)\}$$

$$\{X_j\}_- = \{(-, -, 1, 1)\}$$

$$\downarrow$$

$$(d, c, b, a)$$

- Zunächst die Nullstellenmenge eintragen
- Anschließend die Freistellenmenge
- Einstellen vervollständigen und Funktion aufstellen

$$y = (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d})$$

	a			
	0	1	5	4
	0	-	-	0
	0	-	-	1
	0	0	0	1
b	2	3	7	6
	12	13	17	16
	10	11	15	14
	c			
	d			

4. Aufgabe – 4.1

- **4.1** Geben Sie für y eine Gleichung an, die eine Konjunktion der Nullblöcke darstellt.

$$\{X_j\}_0 = \{(-, 0, -, 0), (1, -, 0, 1), (0, 1, 1, 0)\}$$

$$\{X_j\}_- = \{(-, -, 1, 1)\}$$

$$\downarrow$$

$$(d, c, b, a)$$

- Zunächst die Nullstellenmenge eintragen
- Anschließend die Freistellenmenge
- Einstellen vervollständigen und Funktion aufstellen

	a			
	0	1	1	1
	0	-	-	0
	0	-	-	1
	0	0	0	1
b				d
				c

$$y = (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d)$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$y = (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d)$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned} y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\ &= (a\bar{a} + ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned} y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\ &= (\cancel{a\bar{a}} + ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned}y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (\cancel{a\bar{a}} + ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d)\end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned}y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (\cancel{a\bar{a}} + ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= aba + abb + abc + abd + a\bar{d}a + a\bar{d}\bar{b} + a\bar{d}\bar{c} + a\bar{d}d + c\bar{a}a + c\bar{a}\bar{b} + c\bar{a}\bar{c} + c\bar{a}d + \\&\quad cba + cb\bar{b} + cb\bar{c} + cbd + c\bar{d}a + c\bar{d}\bar{b} + c\bar{d}\bar{c} + c\bar{d}d\end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned}y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (\cancel{a\bar{a}} + ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= ab\cancel{a} + ab\bar{b} + ab\bar{c} + abd + a\bar{d}a + a\bar{d}\bar{b} + a\bar{d}\bar{c} + a\bar{d}d + c\bar{a}a + c\bar{a}\bar{b} + c\bar{a}\bar{c} + c\bar{a}d + \\&\quad cba + cb\bar{b} + cb\bar{c} + cbd + c\bar{d}a + c\bar{d}\bar{b} + c\bar{d}\bar{c} + c\bar{d}d\end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned}y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (\cancel{a\bar{a}} + ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= ab\cancel{a} + \cancel{ab\bar{b}} + abc + abd + a\bar{d}a + a\bar{d}\bar{b} + a\bar{d}\bar{c} + a\bar{d}d + c\bar{a}a + c\bar{a}\bar{b} + c\bar{a}\bar{c} + c\bar{a}d + \\&\quad cba + cb\bar{b} + cb\bar{c} + cbd + c\bar{d}a + c\bar{d}\bar{b} + c\bar{d}\bar{c} + c\bar{d}d\end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned}y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (\cancel{a\bar{a}} + ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= ab\bar{a} + \cancel{ab\bar{b}} + abc + abd + a\bar{d}\bar{a} + a\bar{d}\bar{b} + a\bar{d}\bar{c} + a\bar{d}d + c\bar{a}a + c\bar{a}\bar{b} + c\bar{a}\bar{c} + c\bar{a}d + \\&\quad cba + cb\bar{b} + cb\bar{c} + cbd + c\bar{d}a + c\bar{d}\bar{b} + c\bar{d}\bar{c} + c\bar{d}d\end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned}y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (\cancel{a\bar{a}} + ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= ab\bar{a} + \cancel{ab\bar{b}} + abc + abd + \cancel{a\bar{d}a} + \bar{a}\bar{d}\bar{b} + \bar{a}\bar{d}\bar{c} + \cancel{a\bar{d}d} + c\bar{a}a + c\bar{a}\bar{b} + c\bar{a}\bar{c} + c\bar{a}d + \\&\quad cba + cb\bar{b} + cb\bar{c} + cbd + c\bar{d}a + c\bar{d}\bar{b} + c\bar{d}\bar{c} + c\bar{d}d\end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned}y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (\cancel{a\bar{a}} + ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= ab\bar{a} + \cancel{ab\bar{b}} + abc + abd + \cancel{a\bar{d}a} + \cancel{a\bar{d}\bar{b}} + \cancel{a\bar{d}\bar{c}} + \cancel{a\bar{d}d} + \cancel{c\bar{a}a} + c\bar{a}\bar{b} + c\bar{a}\bar{c} + c\bar{a}d + \\&\quad cba + cb\bar{b} + cb\bar{c} + cbd + c\bar{d}a + c\bar{d}\bar{b} + c\bar{d}\bar{c} + c\bar{d}d\end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned}y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (\cancel{a\bar{a}} + ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= ab\bar{a} + \cancel{ab\bar{b}} + abc + abd + \cancel{a\bar{d}a} + \cancel{a\bar{d}\bar{b}} + \cancel{a\bar{d}\bar{c}} + \cancel{a\bar{d}d} + \cancel{c\bar{a}a} + c\bar{a}\bar{b} + \cancel{c\bar{a}c} + c\bar{a}d + \\&\quad cba + cb\bar{b} + cb\bar{c} + cbd + c\bar{d}a + c\bar{d}\bar{b} + c\bar{d}\bar{c} + c\bar{d}d\end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned}y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (\cancel{a\bar{a}} + ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= ab\bar{a} + \cancel{ab\bar{b}} + abc + abd + \bar{a}d\bar{a} + \bar{a}d\bar{b} + \bar{a}d\bar{c} + \cancel{\bar{a}d\bar{d}} + \cancel{c\bar{a}a} + c\bar{a}\bar{b} + \cancel{c\bar{a}c} + c\bar{a}d + \\&\quad cba + \cancel{cb\bar{b}} + cb\bar{c} + cbd + c\bar{d}a + c\bar{d}\bar{b} + c\bar{d}\bar{c} + c\bar{d}d\end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned}y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (\cancel{a\bar{a}} + ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= ab\bar{a} + \cancel{ab\bar{b}} + abc + abd + \bar{a}d\bar{a} + \bar{a}d\bar{b} + \bar{a}d\bar{c} + \cancel{\bar{a}d\bar{d}} + \cancel{c\bar{a}a} + c\bar{a}\bar{b} + \cancel{c\bar{a}c} + c\bar{a}d + \\&\quad cba + \cancel{cb\bar{b}} + \cancel{cb\bar{c}} + cbd + c\bar{d}a + c\bar{d}\bar{b} + c\bar{d}\bar{c} + c\bar{d}d\end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned}y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (\cancel{a\bar{a}} + ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= ab\bar{a} + \cancel{ab\bar{b}} + abc + abd + \bar{a}d\bar{a} + \bar{a}d\bar{b} + \bar{a}d\bar{c} + \cancel{\bar{a}d\bar{d}} + \cancel{c\bar{a}a} + c\bar{a}\bar{b} + \cancel{c\bar{a}c} + c\bar{a}d + \\&\quad cba + \cancel{cb\bar{b}} + \cancel{cb\bar{c}} + cbd + c\bar{d}a + c\bar{d}\bar{b} + \cancel{c\bar{d}\bar{c}} + c\bar{d}d\end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned}y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (\cancel{a\bar{a}} + ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= ab\bar{a} + \cancel{ab\bar{b}} + ab\bar{c} + abd + \cancel{a\bar{d}a} + \cancel{a\bar{d}\bar{b}} + \cancel{a\bar{d}\bar{c}} + \cancel{a\bar{d}d} + \cancel{c\bar{a}a} + c\bar{a}\bar{b} + \cancel{c\bar{a}c} + c\bar{a}d + \\&\quad cba + \cancel{cb\bar{b}} + \cancel{cb\bar{c}} + cbd + c\bar{d}a + c\bar{d}\bar{b} + \cancel{c\bar{d}\bar{c}} + \cancel{c\bar{d}d}\end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned}y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (\cancel{a\bar{a}} + ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= \boxed{ab\bar{a}} + \cancel{ab\bar{b}} + \boxed{abc} + \boxed{abd} + \cancel{a\bar{d}a} + \cancel{a\bar{d}\bar{b}} + \cancel{a\bar{d}\bar{c}} + \cancel{a\bar{d}d} + \cancel{c\bar{a}a} + \cancel{c\bar{a}\bar{b}} + \cancel{c\bar{a}\bar{c}} + \cancel{c\bar{a}d} + \\&\quad \boxed{cba} + \cancel{cb\bar{b}} + \cancel{cb\bar{c}} + cbd + \cancel{c\bar{d}a} + \cancel{c\bar{d}\bar{b}} + \cancel{c\bar{d}\bar{c}} + \cancel{c\bar{d}d}\end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned}y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (\cancel{a\bar{a}} + ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= \boxed{ab\bar{a}} + \cancel{ab\bar{b}} + \boxed{ab\bar{c}} + \boxed{abd} + \cancel{a\bar{d}a} + \cancel{a\bar{d}\bar{b}} + \cancel{a\bar{d}\bar{c}} + \cancel{a\bar{d}d} + \cancel{c\bar{a}a} + \cancel{c\bar{a}\bar{b}} + \cancel{c\bar{a}\bar{c}} + \cancel{c\bar{a}d} + \\&\quad \boxed{c\bar{b}a} + \cancel{c\bar{b}\bar{b}} + \cancel{c\bar{b}\bar{c}} + \cancel{c\bar{b}d} + \cancel{c\bar{d}a} + \cancel{c\bar{d}\bar{b}} + \cancel{c\bar{d}\bar{c}} + \cancel{c\bar{d}d}\end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned}y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (\cancel{a\bar{a}} + ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= \boxed{ab\bar{a}} + \cancel{ab\bar{b}} + \boxed{ab\bar{c}} + \boxed{ab\bar{d}} + \boxed{a\bar{d}\bar{a}} + \boxed{a\bar{d}\bar{b}} + \boxed{a\bar{d}\bar{c}} + \cancel{a\bar{d}\bar{d}} + \cancel{c\bar{a}a} + c\bar{a}\bar{b} + \cancel{c\bar{a}\bar{c}} + c\bar{a}\bar{d} + \\&\quad \cancel{c\bar{b}a} + \cancel{c\bar{b}\bar{b}} + \cancel{c\bar{b}\bar{c}} + c\bar{b}d + \boxed{c\bar{d}a} + c\bar{d}\bar{b} + \cancel{c\bar{d}\bar{c}} + \cancel{c\bar{d}\bar{d}}\end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned}y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (\cancel{a\bar{a}} + ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= \boxed{ab\bar{a}} + \cancel{ab\bar{b}} + \boxed{ab\bar{c}} + \boxed{ab\bar{d}} + \boxed{a\bar{d}\bar{a}} + \boxed{a\bar{d}\bar{b}} + \boxed{a\bar{d}\bar{c}} + \cancel{a\bar{d}\bar{d}} + \cancel{c\bar{a}a} + \cancel{c\bar{a}\bar{b}} + \cancel{c\bar{a}\bar{c}} + \cancel{c\bar{a}d} + \\&\quad \boxed{c\bar{b}a} + \cancel{c\bar{b}\bar{b}} + \cancel{c\bar{b}\bar{c}} + \cancel{c\bar{b}d} + \boxed{c\bar{d}a} + \cancel{c\bar{d}\bar{b}} + \cancel{c\bar{d}\bar{c}} + \cancel{c\bar{d}d}\end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned}y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (\cancel{a\bar{a}} + ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= \boxed{ab\bar{a}} + \cancel{ab\bar{b}} + \boxed{ab\bar{c}} + \boxed{ab\bar{d}} + \boxed{a\bar{d}\bar{a}} + \boxed{a\bar{d}\bar{b}} + \boxed{a\bar{d}\bar{c}} + \cancel{a\bar{d}\bar{d}} + \cancel{c\bar{a}a} + \cancel{c\bar{a}\bar{b}} + \cancel{c\bar{a}\bar{c}} + \cancel{c\bar{a}d} + \\&\quad \boxed{c\bar{b}a} + \cancel{c\bar{b}\bar{b}} + \cancel{c\bar{b}\bar{c}} + \cancel{c\bar{b}d} + \boxed{c\bar{d}a} + \cancel{c\bar{d}\bar{b}} + \cancel{c\bar{d}\bar{c}} + \cancel{c\bar{d}d} \\&= ba + a\bar{d} + c\bar{a}\bar{b} + c\bar{a}\bar{d} + cbd + c\bar{b}\bar{d}\end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned}y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (\cancel{a\bar{a}} + ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= (ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\&= \boxed{ab\bar{a}} + \cancel{abb} + \boxed{abc} + \boxed{abd} + \boxed{a\bar{d}a} + \boxed{a\bar{d}\bar{b}} + \boxed{a\bar{d}\bar{c}} + \cancel{a\bar{d}d} + \cancel{c\bar{a}a} + c\bar{a}\bar{b} + \cancel{c\bar{a}c} + c\bar{a}d + \\&\quad \boxed{c\bar{b}a} + \cancel{c\bar{b}\bar{b}} + \cancel{c\bar{b}c} + c\bar{b}d + \boxed{c\bar{d}a} + \cancel{c\bar{d}\bar{b}} + \cancel{c\bar{d}c} + \cancel{c\bar{d}d} \\&= \boxed{ba} + a\bar{d} + c\bar{a}\bar{b} + c\bar{a}d + c\bar{b}d + c\bar{b}\bar{d}\end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned}
 y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\
 &= (\cancel{a\bar{a}} + ab + a\bar{d} + \bar{c}\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\
 &= (ab + a\bar{d} + \bar{c}\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\
 &= \boxed{ab\bar{d}} + \cancel{abb} + \boxed{abc} + \boxed{abd} + \boxed{a\bar{d}\bar{a}} + \boxed{a\bar{d}b} + \boxed{a\bar{d}c} + \cancel{a\bar{d}d} + \cancel{caa} + \cancel{cab} + \cancel{cac} + \cancel{cad} + \\
 &\quad \boxed{cba} + \cancel{cbb} + \cancel{cbc} + cbd + \boxed{c\bar{d}\bar{a}} + \cancel{c\bar{d}b} + \cancel{c\bar{d}c} + \cancel{c\bar{d}d} \\
 &= \boxed{ba} + a\bar{d} + \bar{c}\bar{a}\bar{b} + \bar{c}\bar{a}d + cb\bar{d} + \bar{c}\bar{b}\bar{d}
 \end{aligned}$$

↖ Nur Freistellen → kann entfallen

		a		
b		0	1	1
		0	-	-
		0	-	1
		0	0	0
	d	0	1	1

4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$\begin{aligned}
 y &= (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\
 &= (\cancel{a\bar{a}} + ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\
 &= (ab + a\bar{d} + c\bar{a} + cb + c\bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \\
 &= \boxed{ab\bar{a}} + \cancel{abb} + \boxed{abc} + \boxed{abd} + \boxed{a\bar{d}\bar{a}} + \boxed{a\bar{d}b} + \boxed{a\bar{d}c} + \cancel{a\bar{d}d} + \cancel{caa} + \cancel{cab} + \cancel{cac} + \cancel{cad} + \\
 &\quad \boxed{cba} + \cancel{cbb} + \cancel{cbc} + cbd + \boxed{c\bar{d}\bar{a}} + \cancel{c\bar{d}b} + \cancel{c\bar{d}c} + \cancel{c\bar{d}d} \\
 &= \boxed{ba} + a\bar{d} + c\bar{a}\bar{b} + c\bar{a}\bar{d} + cbd + c\bar{b}\bar{d} \\
 &\quad \swarrow \\
 &\quad \text{Nur Freistellen} \rightarrow \text{kann entfallen} \\
 &= a\bar{d} + c\bar{a}\bar{b} + c\bar{a}\bar{d} + cbd + c\bar{b}\bar{d}
 \end{aligned}$$

Truth table for the function $y = (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d)$:

	a			
	0	1	1	1
b	0	-	-	0
	0	-	-	1
	0	0	0	1
	0	0	0	1
	0	1	5	4
	2	3	7	6
	12	13	17	16
	10	11	15	14
	d			

4. Aufgabe – 4.3

- **4.3** Stellen Sie für die Einsstellen von y eine Überdeckungstabelle auf.

4. Aufgabe – 4.3

- 4.3 Stellen Sie für die Einsstellen von y eine Überdeckungstabelle auf.

	1	4	5	14	16	
$\overline{b}\overline{c}\overline{d}$						
$b\overline{c}\overline{d}$						
$\overline{a}\overline{c}\overline{d}$						
$\overline{a}\overline{b}\overline{c}$						
$\overline{a}\overline{d}$						

4. Aufgabe – 4.3

- 4.3 Stellen Sie für die Einsstellen von y eine Überdeckungstabelle auf.

	a			
b	0 0	1 1	1 5	1 4
	0 2	- 3	- 7	0 6
	0 12	- 13	- 17	1 16
	0 10	0 11	0 15	1 14
	c			
	d			

	1	4	5	14	16
$\overline{b}\overline{c}\overline{d}$					
$\overline{b}cd$					
$\overline{a}cd$					
$\overline{a}bc$					
$\overline{a}d$					

4. Aufgabe – 4.3

- 4.3 Stellen Sie für die Einsstellen von y eine Überdeckungstabelle auf.

Diagram of a 4x4 Karnaugh map for variables a, b, c, d . The map is labeled with a (horizontal), b (vertical), c (bottom), and d (right). The cells are numbered 0 to 15. The values in the cells are:

0	1	1	1
0	-	-	0
0	-	-	1
0	0	0	1

The cells containing '1' are at positions (0,2), (0,3), (2,3), and (3,3) in 0-indexed coordinates, which correspond to minterms 5, 4, 13, and 14. The cell at (0,2) and (0,3) are highlighted in blue.

	1	4	5	14	16
$\overline{b}\overline{c}\overline{d}$					
$\overline{b}cd$					
$\overline{a}cd$					
$\overline{a}bc$					
$\overline{a}d$					

4. Aufgabe – 4.3

- 4.3 Stellen Sie für die Einsstellen von y eine Überdeckungstabelle auf.

Diagram of a 4x4 Karnaugh map for variables a, b, c, d . The map is labeled with a (horizontal), b (vertical), c (bottom), and d (right). The cells are numbered 0 to 15. The values in the cells are:

0	1	1	1
0	-	-	0
0	-	-	1
0	0	0	1

The cells containing '1' are at positions (0,2), (1,2), (2,2), and (3,2) in 0-indexed coordinates, which correspond to decimal indices 5 and 4 in the original image. These cells are highlighted with a blue border.

	1	4	5	14	16
$\overline{b}\overline{c}\overline{d}$		X			
$\overline{b}cd$					
$\overline{a}cd$					
$\overline{a}bc$					
$\overline{a}d$					

4. Aufgabe – 4.3

- 4.3 Stellen Sie für die Einsstellen von y eine Überdeckungstabelle auf.

Diagram of a 4x4 Karnaugh map for variables a, b, c, d . The map is labeled with a (horizontal), b (vertical), c (bottom), and d (right). The cells are numbered 0 to 15. The values in the cells are:

0	1	1	1
0	-	-	0
0	-	-	1
0	0	0	1

The cells containing '1' are at positions (0,2), (1,2), (2,2), and (3,2) in 0-indexed coordinates, which correspond to decimal indices 5 and 4 in the original image. These cells are highlighted with a blue border.

	1	4	5	14	16
$\overline{b}\overline{c}\overline{d}$		X	X		
$\overline{b}cd$					
$\overline{a}cd$					
$\overline{a}bc$					
$\overline{a}d$					

4. Aufgabe – 4.3

- 4.3 Stellen Sie für die Einsstellen von y eine Überdeckungstabelle auf.

Diagram of a 4x4 Karnaugh map for variables a, b, c, d . The map is labeled with a (horizontal), b (vertical), c (bottom), and d (right). The cells are numbered 0 to 15. The values in the cells are:

0	1	1	1
0	-	-	0
0	-	-	1
0	0	0	1

The cells containing 1 are at positions (0,0), (0,1), (0,2), (0,3), (3,0), (3,1), (3,2), and (3,3). The cells containing - are at positions (1,1), (1,2), (2,1), and (2,2). The cell at (2,3) is highlighted in blue.

	1	4	5	14	16
$\overline{b}\overline{c}\overline{d}$		X	X		
$\overline{b}cd$					
$\overline{a}cd$					
$\overline{a}bc$					
$\overline{a}d$					

4. Aufgabe – 4.3

- 4.3 Stellen Sie für die Einsstellen von y eine Überdeckungstabelle auf.

Diagram of a 4x4 Karnaugh map for variables a, b, c, d . The map is labeled with a (horizontal), b (vertical), c (bottom), and d (right). The cells are numbered 0 to 15. The values in the cells are:

0	1	1	1
0	-	-	0
0	-	-	1
0	0	0	1

The cells containing 1 are at positions (0,0), (0,1), (0,2), (0,3), (3,0), (3,1), (3,2), and (3,3). The cells containing - are at positions (1,0), (1,1), (1,2), (1,3), (2,0), (2,1), (2,2), and (2,3). The cell at (2,2) is highlighted in blue.

	1	4	5	14	16
$\overline{b}\overline{c}\overline{d}$		X	X		
$\overline{b}cd$				X	
$\overline{a}cd$					
$\overline{a}bc$					
$\overline{a}d$					

4. Aufgabe – 4.3

- 4.3 Stellen Sie für die Einsstellen von y eine Überdeckungstabelle auf.

Diagram of a 4x4 grid with axes a (horizontal) and b (vertical). The grid contains values for y at various coordinates (a, b) :

$a \backslash b$	0	1	5	4
0	0	1	-	0
1	-	-	1	-
5	-	-	1	-
4	0	0	0	1

The grid is labeled with a at the top, b on the left, and c at the bottom. The rightmost column (where $a=4$) is highlighted in blue.

Table for the covering set (Überdeckungstabelle) for the 1s in the grid:

	1	4	5	14	16
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X		
bcd				X	
$\overline{a}c\overline{d}$					
$\overline{a}bc$					
$\overline{a}d$					

4. Aufgabe – 4.3

- 4.3 Stellen Sie für die Einsstellen von y eine Überdeckungstabelle auf.

Diagram of a 4x4 grid representing a Karnaugh map for variables a, b, c, d . The grid is labeled with a (horizontal), b (vertical), c (bottom), and d (right). The cells contain values 0, 1, or - (don't care). The cells with value 1 are highlighted in blue.

				a
	0	1	1	1
		0	-	-
	0	-	-	1
	0	0	0	1
				c
b				d

Truth table for the function y based on the Karnaugh map. The rows represent the prime implicants $\overline{bcd}$, bcd , $\overline{acd}$, $\overline{abc}$, and $\overline{ad}$. The columns represent the minterms 1, 4, 5, 14, and 16. An 'X' indicates that the function is 1 for that minterm.

	1	4	5	14	16
$\overline{bcd}$		X	X		
bcd					X
$\overline{acd}$				X	
$\overline{abc}$					
$\overline{ad}$					

4. Aufgabe – 4.3

- 4.3 Stellen Sie für die Einsstellen von y eine Überdeckungstabelle auf.

				a			
b	0	1	1	1			
	0	-	-	0			
	0	-	-	1			
	0	0	0	1			
				c			

	1	4	5	14	16
$\overline{b}\overline{c}\overline{d}$		X	X		
$\overline{b}cd$					X
$\overline{a}cd$				X	X
$\overline{a}\overline{b}c$					
$\overline{a}\overline{d}$					

4. Aufgabe – 4.3

- 4.3 Stellen Sie für die Einsstellen von y eine Überdeckungstabelle auf.

Diagram of a 4x4 grid with axes a (horizontal) and b (vertical). The grid is labeled with d on the right side.

0 ₀	1 ₁	1 ₅	1 ₄
0 ₂	- ₃	- ₇	0 ₆
0 ₁₂	- ₁₃	- ₁₇	1 ₁₆
0 ₁₀	0 ₁₁	0 ₁₅	1 ₁₄

c

	1	4	5	14	16
$\overline{b}\overline{c}\overline{d}$		X	X		
$\overline{b}cd$					X
$\overline{a}cd$				X	X
$\overline{a}bc$		X		X	
$\overline{a}d$	X		X		

4. Aufgabe – 4.4

- 4.4 Ordnen Sie den Primimplikanten eine Präsenzvariable zu und geben Sie den Petrickausdruck an.

	1	4	5	14	16
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X		
bcd					X
$\overline{a}cd$				X	X
$\overline{a}bc$		X		X	
$a\overline{d}$	X		X		

4. Aufgabe – 4.4

- 4.4 Ordnen Sie den Primimplikanten eine Präsenzvariable zu und geben Sie den Petrickausdruck an.

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X			
bcd					X	
$\overline{a}c\overline{d}$				X	X	
$\overline{a}b\overline{c}$		X		X		
$a\overline{d}$	X		X			

4. Aufgabe – 4.4

- 4.4 Ordnen Sie den Primimplikanten eine Präsenzvariable zu und geben Sie den Petrickausdruck an.

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X			p_1
bcd					X	
$\overline{a}cd$				X	X	
$\overline{a}bc$		X		X		
$a\overline{d}$	X		X			

4. Aufgabe – 4.4

- 4.4 Ordnen Sie den Primimplikanten eine Präsenzvariable zu und geben Sie den Petrickausdruck an.

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\overline{a}c\overline{d}$				X	X	
$\overline{a}b\overline{c}$		X		X		
$a\overline{d}$	X		X			

4. Aufgabe – 4.4

- 4.4 Ordnen Sie den Primimplikanten eine Präsenzvariable zu und geben Sie den Petrickausdruck an.

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\overline{a}cd$				X	X	p_3
$\overline{a}bc$		X		X		
$a\overline{d}$	X		X			

4. Aufgabe – 4.4

- 4.4 Ordnen Sie den Primimplikanten eine Präsenzvariable zu und geben Sie den Petrickausdruck an.

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\overline{a}cd$				X	X	p_3
$\overline{a}b\overline{c}$		X		X		p_4
$a\overline{d}$	X		X			p_5

4. Aufgabe – 4.4

- 4.4 Ordnen Sie den Primimplikanten eine Präsenzvariable zu und geben Sie den Petrickausdruck an.

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\overline{a}c\overline{d}$				X	X	p_3
$\overline{a}b\overline{c}$		X		X		p_4
$a\overline{d}$	X		X			p_5

$$P_e = p_5 \cdot (p_1 + p_4) \cdot (p_1 + p_5) \cdot (p_3 + p_4) \cdot (p_2 + p_3)$$

4. Aufgabe – 4.4

- 4.4 Ordnen Sie den Primimplikanten eine Präsenzvariable zu und geben Sie den Petrickausdruck an.

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\overline{a}c\overline{d}$				X	X	p_3
$\overline{a}b\overline{c}$		X		X		p_4
$a\overline{d}$	X		X			p_5

$$\begin{aligned}
 P_e &= p_5 \cdot (p_1 + p_4) \cdot (p_1 + p_5) \cdot (p_3 + p_4) \cdot (p_2 + p_3) \\
 &= p_1 p_2 p_4 p_5 + p_1 p_3 p_5 + p_2 p_4 p_5 + p_3 p_4 p_5
 \end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.4

- 4.4 Ordnen Sie den Primimplikanten eine Präsenzvariable zu und geben Sie den Petrickausdruck an.

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\overline{a}cd$				X	X	p_3
$\overline{a}bc$		X		X		p_4
$a\overline{d}$	X		X			p_5

$$\begin{aligned}
 P_e &= p_5 \cdot (p_1 + p_4) \cdot (p_1 + p_5) \cdot (p_3 + p_4) \cdot (p_2 + p_3) \\
 &= p_1 p_2 p_4 p_5 + p_1 p_3 p_5 + p_2 p_4 p_5 + p_3 p_4 p_5
 \end{aligned}$$



4. Aufgabe – 4.4

- 4.4 Ordnen Sie den Primimplikanten eine Präsenzvariable zu und geben Sie den Petrickausdruck an.

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\bar{b}c\bar{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\bar{a}cd$				X	X	p_3
$\bar{a}\bar{b}c$		X		X		p_4
$a\bar{d}$	X		X			p_5

$$P_e = p_5 \cdot (p_1 + p_4) \cdot (p_1 + p_5) \cdot (p_3 + p_4) \cdot (p_2 + p_3)$$

$$= p_1 p_2 p_4 p_5 + p_1 p_3 p_5 + p_2 p_4 p_5 + p_3 p_4 p_5$$



4. Aufgabe – 4.5

- 4.5 Bestimmen Sie daraus alle disjunktiven Minimalformen

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\overline{a}c\overline{d}$				X	X	p_3
$\overline{a}bc$		X		X		p_4
$a\overline{d}$	X		X			p_5

$$\begin{aligned}P_e &= p_5 \cdot (p_1 + p_4) \cdot (p_1 + p_5) \cdot (p_3 + p_4) \cdot (p_2 + p_3) \\&= p_1 p_3 p_5 + p_2 p_4 p_5 + p_3 p_4 p_5\end{aligned}$$

4. Aufgabe – 4.5

- 4.5 Bestimmen Sie daraus alle disjunktiven Minimalformen

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}\overline{c}\overline{d}$		X	X			p_1
$b\overline{c}\overline{d}$					X	p_2
$\overline{a}\overline{c}\overline{d}$				X	X	p_3
$\overline{a}\overline{b}\overline{c}$		X		X		p_4
$a\overline{d}$	X		X			p_5

$$\begin{aligned}
 P_e &= p_5 \cdot (p_1 + p_4) \cdot (p_1 + p_5) \cdot (p_3 + p_4) \cdot (p_2 + p_3) \\
 &= p_1 p_3 p_5 + p_2 p_4 p_5 + p_3 p_4 p_5
 \end{aligned}$$

DMF₁:

4. Aufgabe – 4.5

- 4.5 Bestimmen Sie daraus alle disjunktiven Minimalformen

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\bar{b}\bar{c}\bar{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\bar{a}cd$				X	X	p_3
$\bar{a}\bar{b}c$		X		X		p_4
$a\bar{d}$	X		X			p_5

$$\begin{aligned}
 P_e &= p_5 \cdot (p_1 + p_4) \cdot (p_1 + p_5) \cdot (p_3 + p_4) \cdot (p_2 + p_3) \\
 &= p_1 p_3 p_5 + p_2 p_4 p_5 + p_3 p_4 p_5
 \end{aligned}$$

DMF₁: $y = \bar{b}\bar{c}\bar{d} + \bar{a}cd + a\bar{d}$

4. Aufgabe – 4.5

- 4.5 Bestimmen Sie daraus alle disjunktiven Minimalformen

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\bar{b}\bar{c}\bar{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\bar{a}cd$				X	X	p_3
$\bar{a}\bar{b}c$		X		X		p_4
$a\bar{d}$	X		X			p_5

$$\begin{aligned}
 P_e &= p_5 \cdot (p_1 + p_4) \cdot (p_1 + p_5) \cdot (p_3 + p_4) \cdot (p_2 + p_3) \\
 &= p_1 p_3 p_5 + p_2 p_4 p_5 + p_3 p_4 p_5
 \end{aligned}$$

DMF₁: $y = \bar{b}\bar{c}\bar{d} + \bar{a}cd + a\bar{d}$

DMF₂:

4. Aufgabe – 4.5

- 4.5 Bestimmen Sie daraus alle disjunktiven Minimalformen

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\bar{b}\bar{c}\bar{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\bar{a}cd$				X	X	p_3
$\bar{a}\bar{b}c$		X		X		p_4
$a\bar{d}$	X		X			p_5

$$\begin{aligned}
 P_e &= p_5 \cdot (p_1 + p_4) \cdot (p_1 + p_5) \cdot (p_3 + p_4) \cdot (p_2 + p_3) \\
 &= p_1 p_3 p_5 + p_2 p_4 p_5 + p_3 p_4 p_5
 \end{aligned}$$

$$\text{DMF}_1: \quad y = \bar{b}\bar{c}\bar{d} + \bar{a}cd + a\bar{d}$$

$$\text{DMF}_2: \quad y = bcd + \bar{a}\bar{b}c + a\bar{d}$$

4. Aufgabe – 4.5

- 4.5 Bestimmen Sie daraus alle disjunktiven Minimalformen

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\bar{b}\bar{c}\bar{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\bar{a}cd$				X	X	p_3
$\bar{a}\bar{b}c$		X		X		p_4
$a\bar{d}$	X		X			p_5

$$\begin{aligned}
 P_e &= p_5 \cdot (p_1 + p_4) \cdot (p_1 + p_5) \cdot (p_3 + p_4) \cdot (p_2 + p_3) \\
 &= p_1 p_3 p_5 + p_2 p_4 p_5 + p_3 p_4 p_5
 \end{aligned}$$

DMF₁: $y = \bar{b}\bar{c}\bar{d} + \bar{a}cd + a\bar{d}$

DMF₂: $y = bcd + \bar{a}\bar{b}c + a\bar{d}$

DMF₃:

4. Aufgabe – 4.5

- 4.5 Bestimmen Sie daraus alle disjunktiven Minimalformen

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\bar{b}\bar{c}\bar{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\bar{a}cd$				X	X	p_3
$\bar{a}\bar{b}c$		X		X		p_4
$a\bar{d}$	X		X			p_5

$$\begin{aligned}
 P_e &= p_5 \cdot (p_1 + p_4) \cdot (p_1 + p_5) \cdot (p_3 + p_4) \cdot (p_2 + p_3) \\
 &= p_1 p_3 p_5 + p_2 p_4 p_5 + p_3 p_4 p_5
 \end{aligned}$$

$$\text{DMF}_1: \quad y = \bar{b}\bar{c}\bar{d} + \bar{a}cd + a\bar{d}$$

$$\text{DMF}_2: \quad y = bcd + \bar{a}\bar{b}c + a\bar{d}$$

$$\text{DMF}_3: \quad y = \bar{a}cd + \bar{a}\bar{b}c + a\bar{d}$$

4. Aufgabe – 4.6

- 4.6 Bearbeiten Sie die Überdeckungstabelle aus 4.3 mit Hilfe der Kernbestimmung und der Dominanzregeln

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\overline{a}cd$				X	X	p_3
$\overline{a}bc$		X		X		p_4
$a\overline{d}$	X		X			p_5

4. Aufgabe – 4.6

- 4.6 Bearbeiten Sie die Überdeckungstabelle aus 4.3 mit Hilfe der Kernbestimmung und der Dominanzregeln

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\overline{a}cd$				X	X	p_3
$\overline{a}bc$		X		X		p_4
$a\overline{d}$	X		X			p_5

4. Aufgabe – 4.6

- 4.6 Bearbeiten Sie die Überdeckungstabelle aus 4.3 mit Hilfe der Kernbestimmung und der Dominanzregeln

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\overline{a}cd$				X	X	p_3
$\overline{a}bc$		X		X		p_4
$a\overline{d}$	X		X			p_5

Kernimplikant $p_5!!!$

4. Aufgabe – 4.6

- **4.6** Bearbeiten Sie die Überdeckungstabelle aus 4.3 mit Hilfe der Kernbestimmung und der Dominanzregeln

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\overline{a}cd$				X	X	p_3
$\overline{a}bc$		X		X		p_4
$\overline{a}d$	X		X			p_5

Kernimplikant $p_5!!!$

4. Aufgabe – 4.6

- 4.6 Bearbeiten Sie die Überdeckungstabelle aus 4.3 mit Hilfe der Kernbestimmung und der Dominanzregeln

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}c\overline{d}$	X	X				p_1
bcd					X	p_2
$\overline{a}cd$				X	X	p_3
$\overline{a}bc$		X		X		p_4
$\overline{a}d$	X		X			p_5

Kernimplikant $p_5!!!$

4. Aufgabe – 4.6

- **4.6** Bearbeiten Sie die Überdeckungstabelle aus 4.3 mit Hilfe der Kernbestimmung und der Dominanzregeln

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\overline{a}cd$				X	X	p_3
$\overline{a}bc$		X		X		p_4
$\overline{a}d$	X		X			p_5

Kernimplikant $p_5!!!$

4. Aufgabe – 4.6

- **4.6** Bearbeiten Sie die Überdeckungstabelle aus 4.3 mit Hilfe der Kernbestimmung und der Dominanzregeln

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{bcd}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\overline{acd}$				X	X	p_3
$\overline{abc}$		X		X		p_4
$\overline{ad}$	X		X			p_5

- keine Spaltendominanz
- Zeilendominanz

$p_3 > p_2$ und $c_3 = c_2 \rightarrow p_2$ streichen

$p_4 > p_1$ und $c_4 = c_1 \rightarrow p_1$ streichen

4. Aufgabe – 4.6

- 4.6 Bearbeiten Sie die Überdeckungstabelle aus 4.3 mit Hilfe der Kernbestimmung und der Dominanzregeln

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\overline{a}cd$				X	X	p_3
$\overline{a}bc$		X		X		p_4
$a\overline{d}$	X		X			p_5

- keine Spaltendominanz
- Zeilendominanz

$p_3 > p_2$ und $c_3 = c_2 \rightarrow p_2$ streichen

$p_4 > p_1$ und $c_4 = c_1 \rightarrow p_1$ streichen

4. Aufgabe – 4.6

- 4.6 Bearbeiten Sie die Überdeckungstabelle aus 4.3 mit Hilfe der Kernbestimmung und der Dominanzregeln

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\overline{a}cd$				X	X	p_3
$\overline{a}bc$		X		X		p_4
$a\overline{d}$	X		X			p_5

- keine Spaltendominanz
- Zeilendominanz

$p_3 > p_2$ und $c_3 = c_2 \rightarrow p_2$ streichen

$p_4 > p_1$ und $c_4 = c_1 \rightarrow p_1$ streichen

4. Aufgabe – 4.6

- 4.6 Bearbeiten Sie die Überdeckungstabelle aus 4.3 mit Hilfe der Kernbestimmung und der Dominanzregeln

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\overline{a}cd$				X	X	p_3
$\overline{a}bc$		X		X		p_4
$a\overline{d}$	X		X			p_5

p_3 und p_4 sind Kerngrößen

4. Aufgabe – 4.6

- **4.6** Bearbeiten Sie die Überdeckungstabelle aus 4.3 mit Hilfe der Kernbestimmung und der Dominanzregeln

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\overline{a}cd$				X	X	p_3
$\overline{a}bc$		X		X		p_4
$a\overline{d}$	X		X			p_5

p_3 und p_4 sind Kerngrößen

4. Aufgabe – 4.6

- **4.6** Bearbeiten Sie die Überdeckungstabelle aus 4.3 mit Hilfe der Kernbestimmung und der Dominanzregeln

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\overline{a}cd$				X	X	p_3
$\overline{a}bc$		X		X		p_4
$a\overline{d}$	X		X			p_5

p_3 und p_4 sind Kerngrößen

4. Aufgabe – 4.6

- **4.6** Bearbeiten Sie die Überdeckungstabelle aus 4.3 mit Hilfe der Kernbestimmung und der Dominanzregeln

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\overline{b}c\overline{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\overline{a}cd$				X	X	p_3
$\overline{a}bc$		X		X		p_4
$a\overline{d}$	X		X			p_5

Eine mögliche kostenminimale Realisierung umfasst somit die Primimplikanten p_3 , p_4 und p_5 !!!

Vergleich von 4.4 und 4.6

Vergleich!

Ergebnis aus 4.4

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\bar{b}\bar{c}\bar{d}$		X	X			p_1
$b\bar{c}\bar{d}$					X	p_2
$\bar{a}\bar{c}\bar{d}$				X	X	p_3
$\bar{a}\bar{b}\bar{c}$		X		X		p_4
$a\bar{d}$	X		X			p_5

$$P_e = p_5 \cdot (p_1 + p_4) \cdot (p_1 + p_5) \cdot (p_3 + p_4) \cdot (p_2 + p_3)$$

$$= p_1 p_2 p_4 p_5 + p_1 p_3 p_5 + p_2 p_4 p_5 + p_3 p_4 p_5$$

Ergebnis aus 4.6

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\bar{b}\bar{c}\bar{d}$		X	X			p_1
$b\bar{c}\bar{d}$					X	p_2
$\bar{a}\bar{c}\bar{d}$				X	X	p_3
$\bar{a}\bar{b}\bar{c}$		X		X		p_4
$a\bar{d}$	X		X			p_5

Eine mögliche kostenminimale Realisierung umfasst somit die Primimplikanten p_3 , p_4 und p_5 !!!

Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

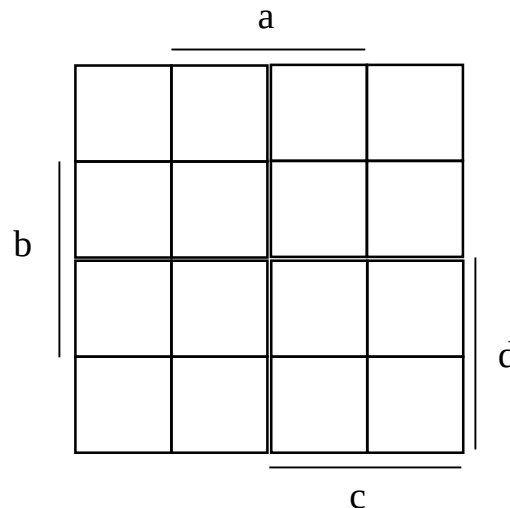
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

6. Aufgabe:

6. Aufgabe – 6.1

Gegeben sei die folgende boolesche Funktion f in vier Variablen durch ihre Dezimaläquivalentdarstellung $\{ 0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15 \}$

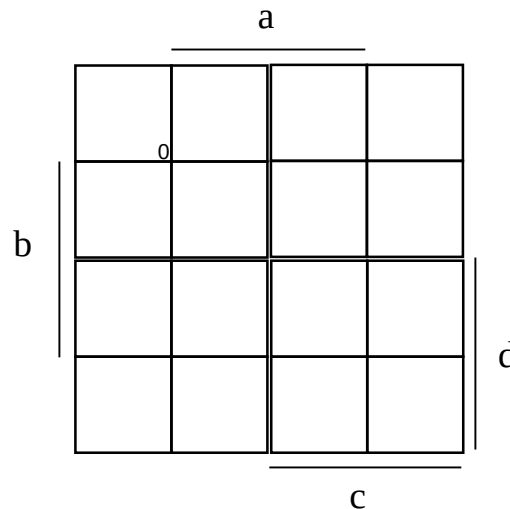
- **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).



6. Aufgabe – 6.1

Gegeben sei die folgende boolesche Funktion f in vier Variablen durch ihre Dezimaläquivalentdarstellung $\{0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15\}$

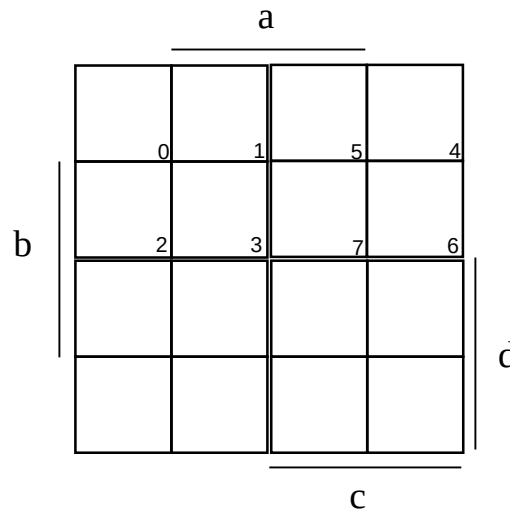
- **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).



6. Aufgabe – 6.1

Gegeben sei die folgende boolesche Funktion f in vier Variablen durch ihre Dezimaläquivalentendarstellung $\{0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15\}$

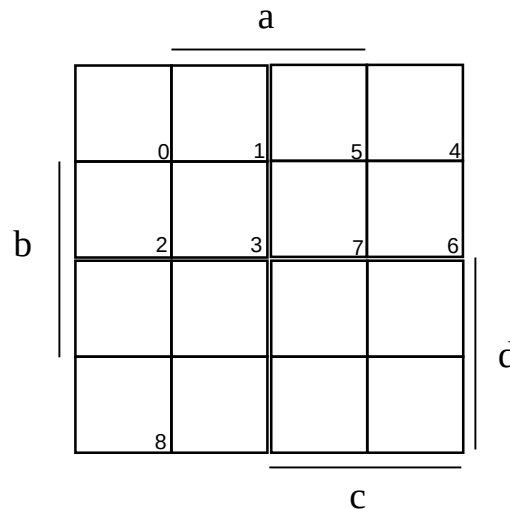
- **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).



6. Aufgabe – 6.1

Gegeben sei die folgende boolesche Funktion f in vier Variablen durch ihre Dezimaläquivalentendarstellung $\{0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15\}$

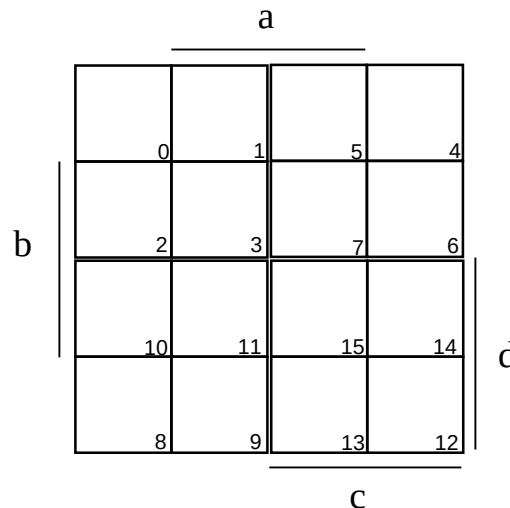
- **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).



6. Aufgabe – 6.1

Gegeben sei die folgende boolesche Funktion f in vier Variablen durch ihre Dezimaläquivalentendarstellung $\{0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15\}$

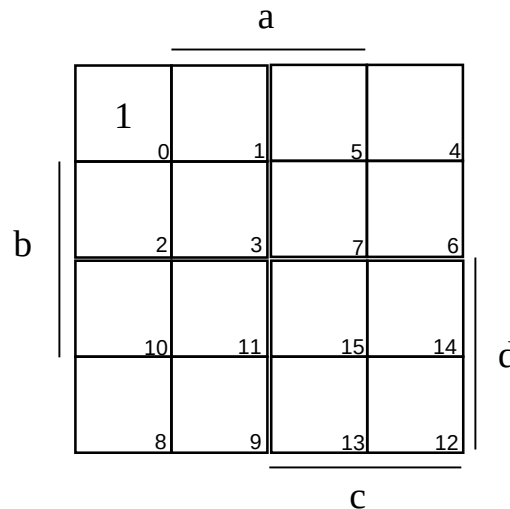
- **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).



6. Aufgabe – 6.1

Gegeben sei die folgende boolesche Funktion f in vier Variablen durch ihre Dezimaläquivalentendarstellung $\{0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15\}$

- **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).



■ **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).

A 4x4 grid representing a 2D lattice with 16 sites. The sites are labeled with numbers 0 to 15. The grid is divided into four 2x2 quadrants by thick lines. The top-left quadrant contains sites 0, 1, 2, 3; the top-right contains 4, 5, 6, 7; the bottom-left contains 8, 9, 10, 11; and the bottom-right contains 12, 13, 14, 15. The labels are placed at the corners of the sites. The grid is labeled 'a' at the top and 'b' on the left side.

6. Aufgabe – 6.1

Gegeben sei die folgende boolesche Funktion f in vier Variablen durch ihre Dezimaläquivalentendarstellung $\{0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15\}$

- **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).

a

	1	1	1	0	
	0	1	5	4	
b	1	0	1	1	
	2	3	7	6	
	1	1	1	0	
	10	11	15	14	
	0	1	0	1	
	8	9	13	12	
					d
					c

6. Aufgabe – 6.1

Gegeben sei die folgende boolesche Funktion f in vier Variablen durch ihre Dezimaläquivalentendarstellung $\{0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15\}$

- **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).

a

	1	1	1	0	
	0	1	5	4	
	1	0	1	1	
	2	3	7	6	
	1	1	1	0	
	10	11	15	14	
	0	1	0	1	
	8	9	13	12	

c

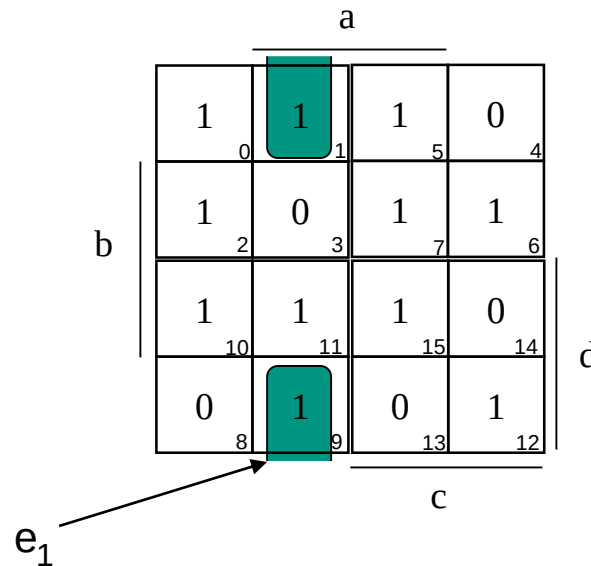
b

d

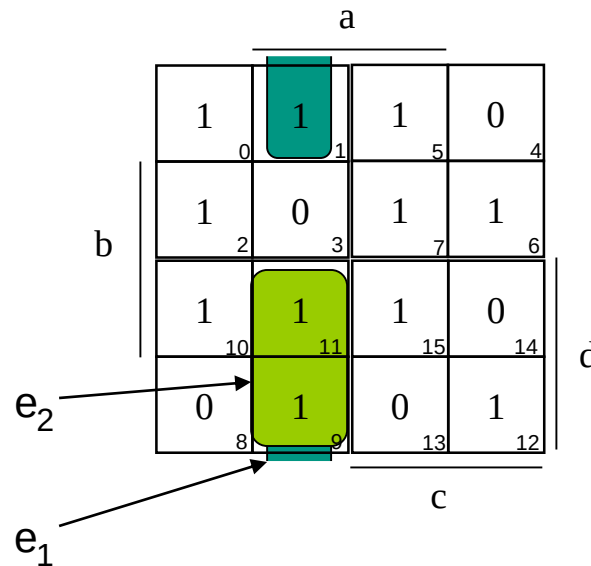
6. Aufgabe – 6.1

Gegeben sei die folgende boolesche Funktion f in vier Variablen durch ihre Dezimaläquivalentendarstellung $\{0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15\}$

- **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).



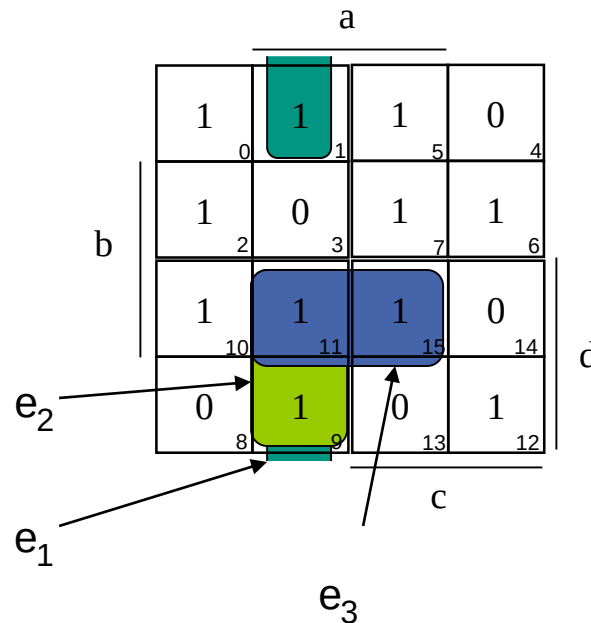
■ **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).



6. Aufgabe – 6.1

Gegeben sei die folgende boolesche Funktion f in vier Variablen durch ihre Dezimaläquivalentendarstellung $\{0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15\}$

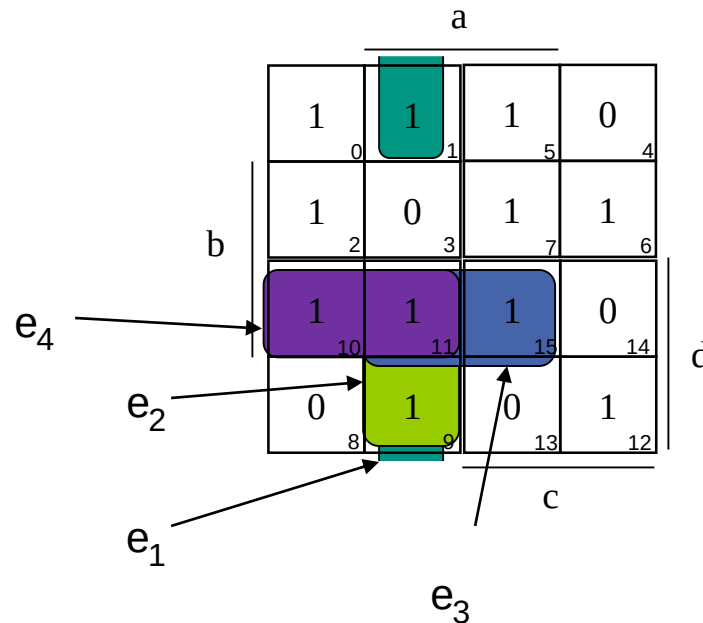
- **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).



6. Aufgabe – 6.1

Gegeben sei die folgende boolesche Funktion f in vier Variablen durch ihre Dezimaläquivalentendarstellung $\{0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15\}$

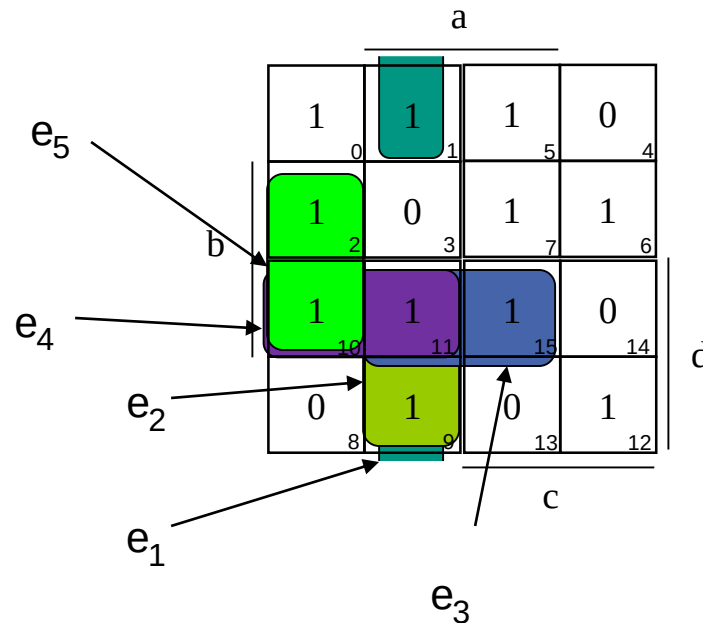
- **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).



6. Aufgabe – 6.1

Gegeben sei die folgende boolesche Funktion f in vier Variablen durch ihre Dezimaläquivalentdarstellung $\{0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15\}$

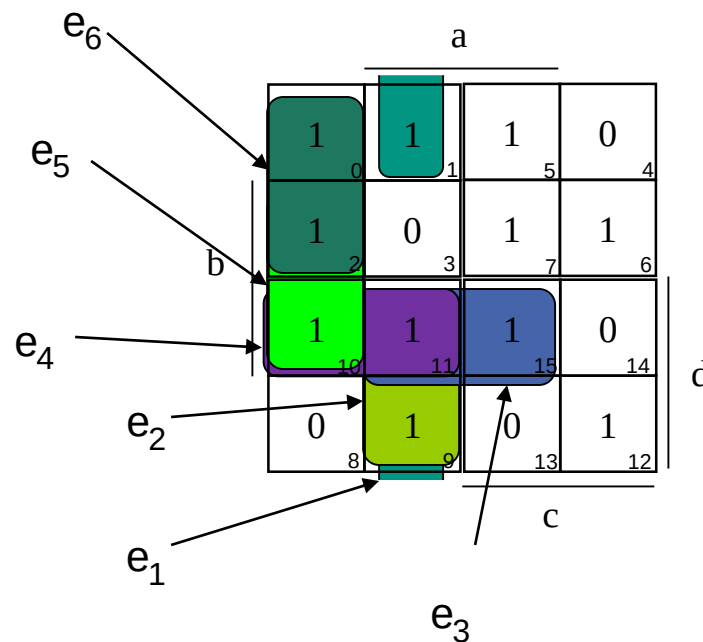
- **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).



6. Aufgabe – 6.1

Gegeben sei die folgende boolesche Funktion f in vier Variablen durch ihre Dezimaläquivalentendarstellung $\{0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15\}$

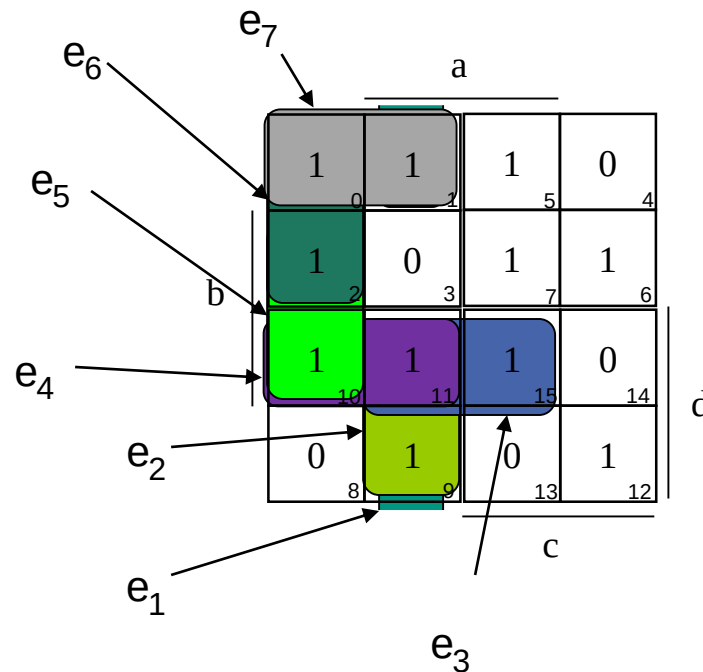
- **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).



6. Aufgabe – 6.1

Gegeben sei die folgende boolesche Funktion f in vier Variablen durch ihre Dezimaläquivalentendarstellung $\{0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15\}$

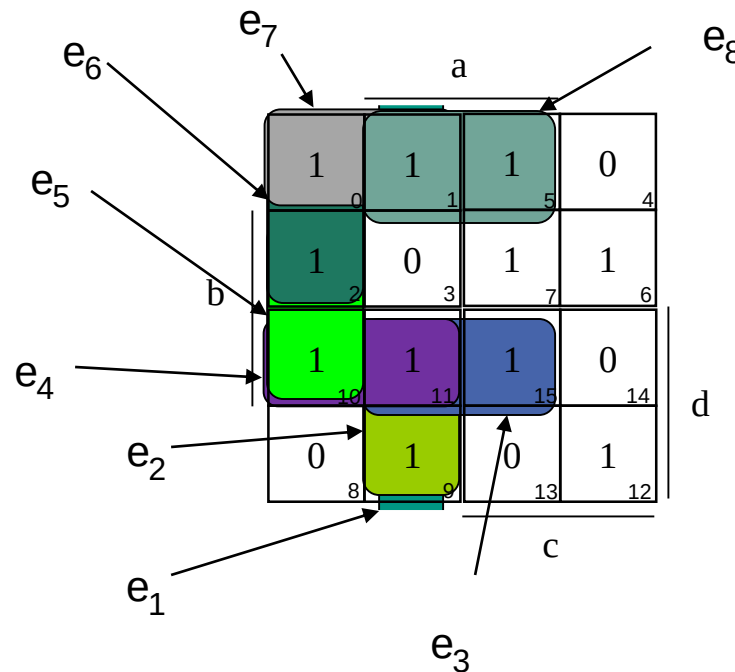
- **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).



6. Aufgabe – 6.1

Gegeben sei die folgende boolesche Funktion f in vier Variablen durch ihre Dezimaläquivalentendarstellung $\{0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15\}$

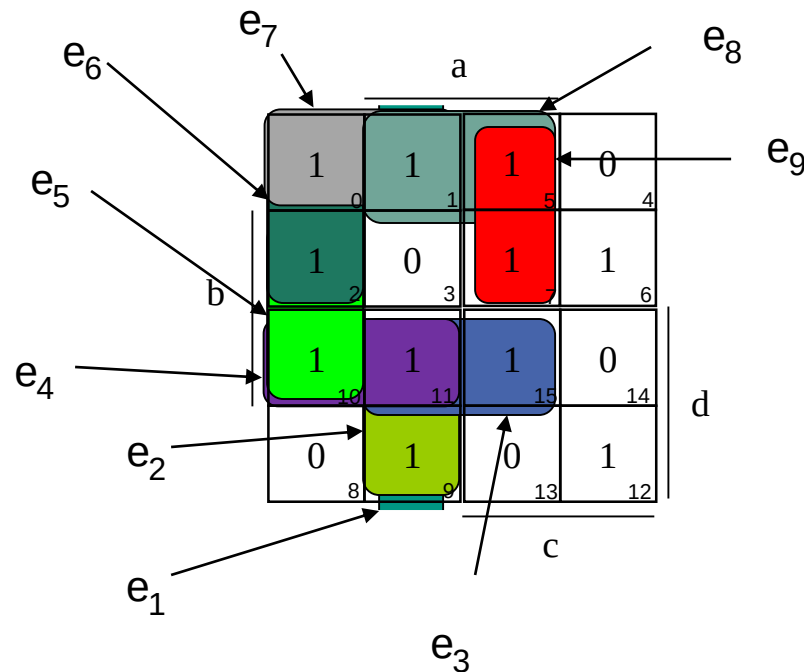
- **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).



6. Aufgabe – 6.1

Gegeben sei die folgende boolesche Funktion f in vier Variablen durch ihre Dezimaläquivalentendarstellung $\{0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15\}$

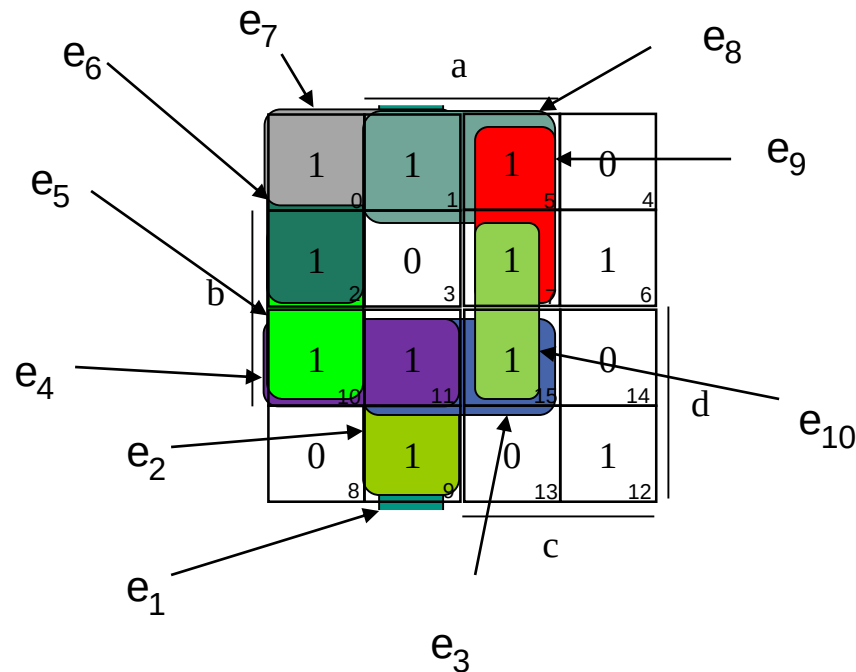
- **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).



6. Aufgabe – 6.1

Gegeben sei die folgende boolesche Funktion f in vier Variablen durch ihre Dezimaläquivalentendarstellung $\{0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15\}$

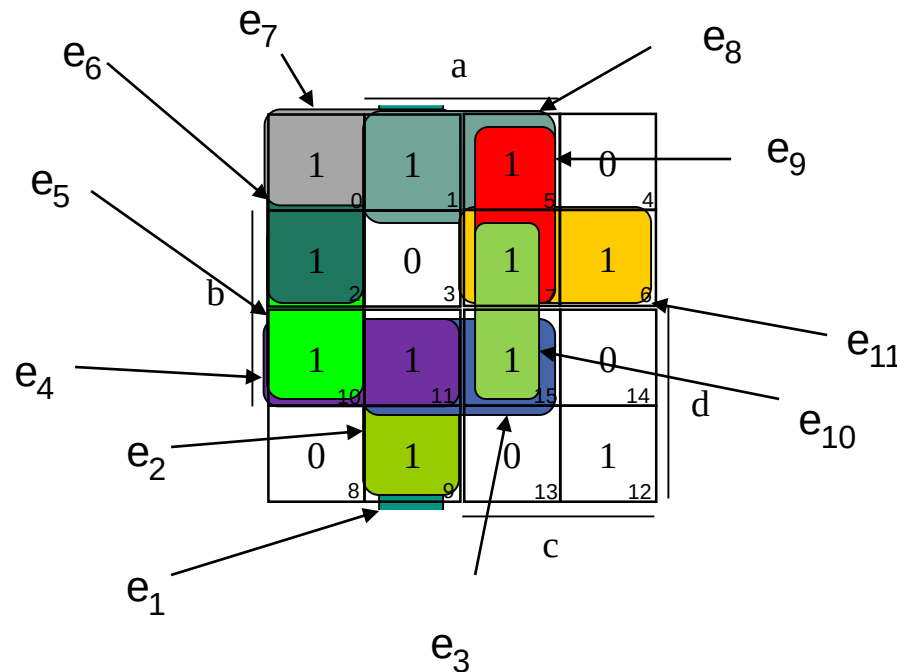
- **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).



6. Aufgabe – 6.1

Gegeben sei die folgende boolesche Funktion f in vier Variablen durch ihre Dezimaläquivalentendarstellung $\{0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15\}$

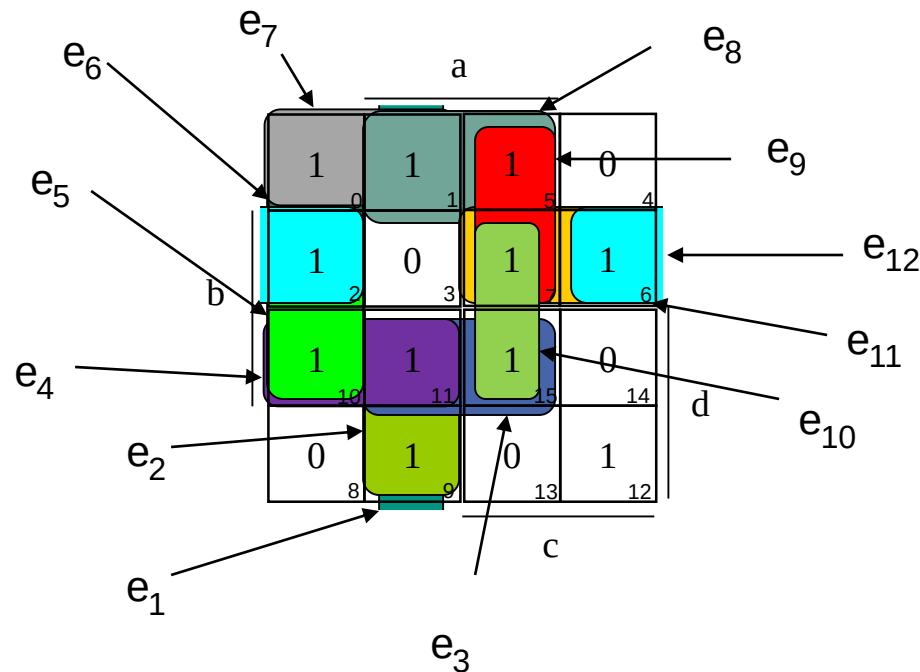
- **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).



6. Aufgabe – 6.1

Gegeben sei die folgende boolesche Funktion f in vier Variablen durch ihre Dezimaläquivalentdarstellung $\{ 0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15 \}$

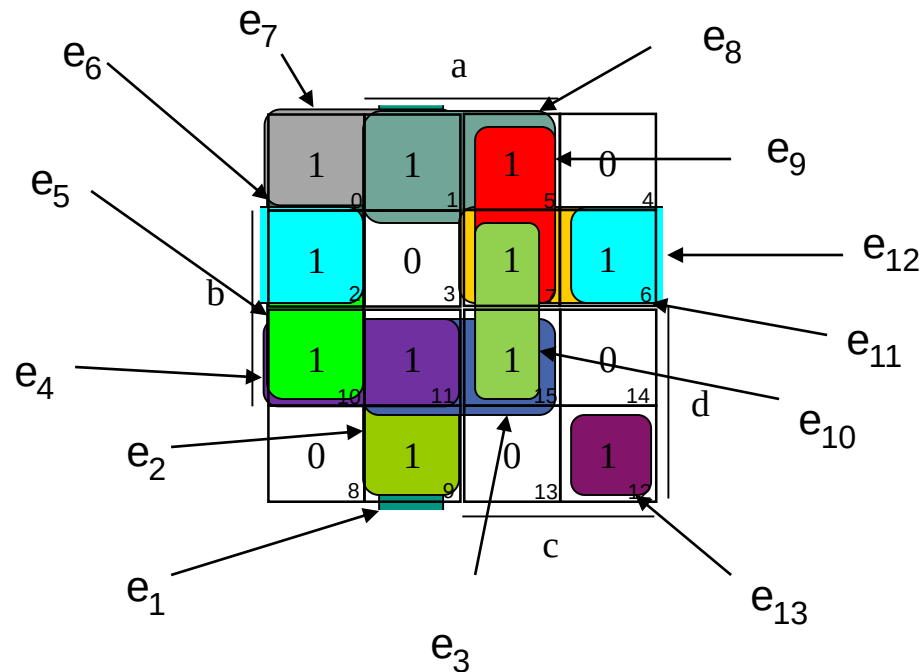
- **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).



6. Aufgabe – 6.1

Gegeben sei die folgende boolesche Funktion f in vier Variablen durch ihre Dezimaläquivalentendarstellung $\{ 0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15 \}$

- **6.1** Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).



6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}											

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

6. Aufgabe – 6.1

- Fallunterscheidung nötig, um Verfahren fortzusetzen
- Beachte: es ist NICHT ausreichend das Verfahren nur für einen Fall zum Ende zu bringen, sondern es müssen alle möglichen Pfade verfolgt werden.
- Bsp. für eine Fallunterscheidung:
 - Entscheidung für e_8
 - im Anschluss ist das Verfahren auch für den Fall, dass e_9 statt e_8 verwendet wird, durchzuführen

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X	X								
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

Entscheidung für e_8 !!!

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

Entscheidung für e_8 !!!

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}											

Entscheidung für e_8 !!!

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X			X				
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X	X	X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X	X				X				
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X	X				X				
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X				X				
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X	X								
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X				X				
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X	X								
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

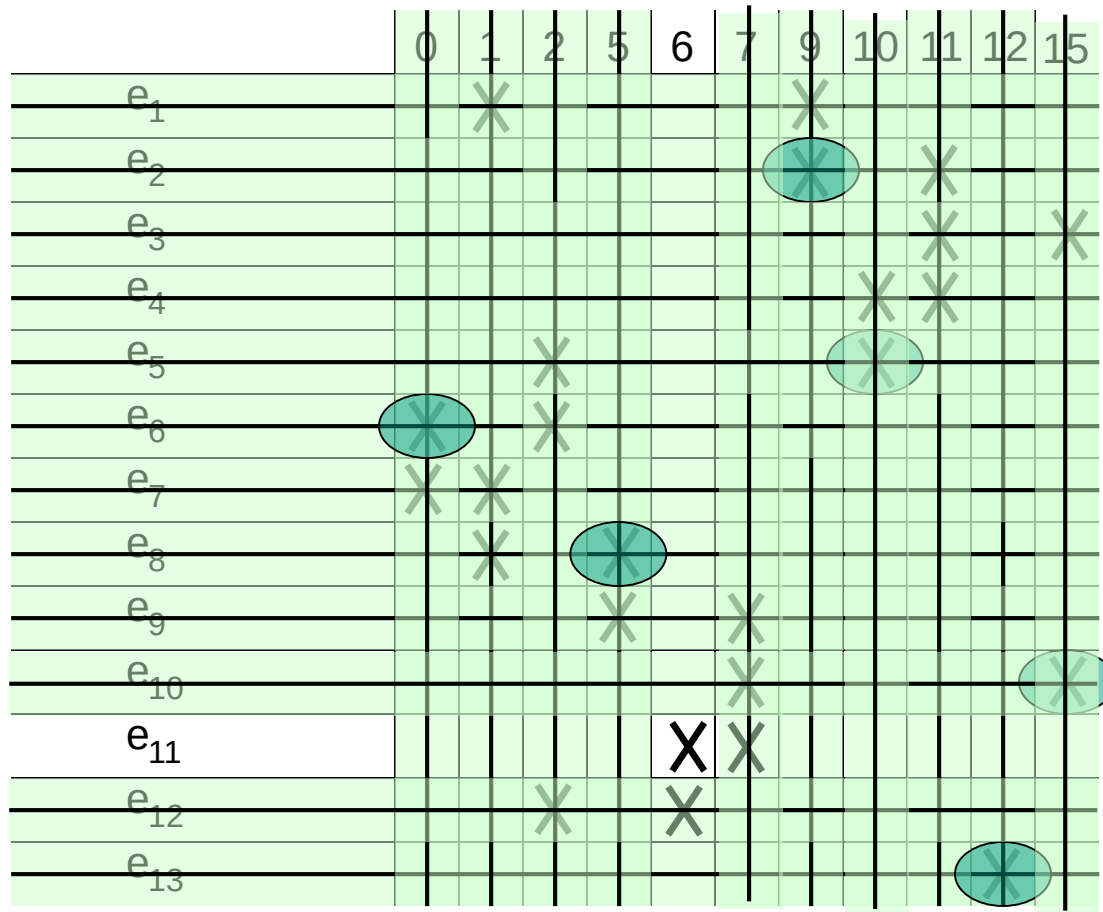
essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1



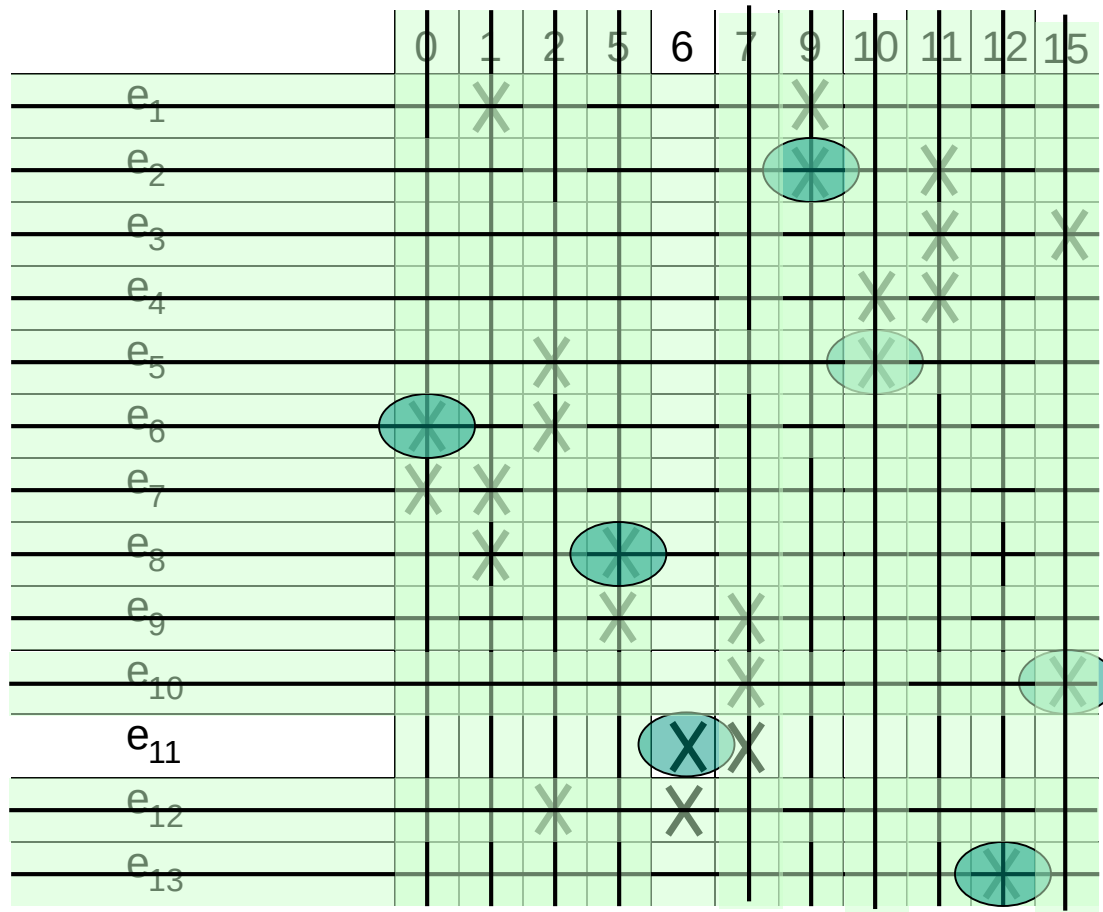
essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1



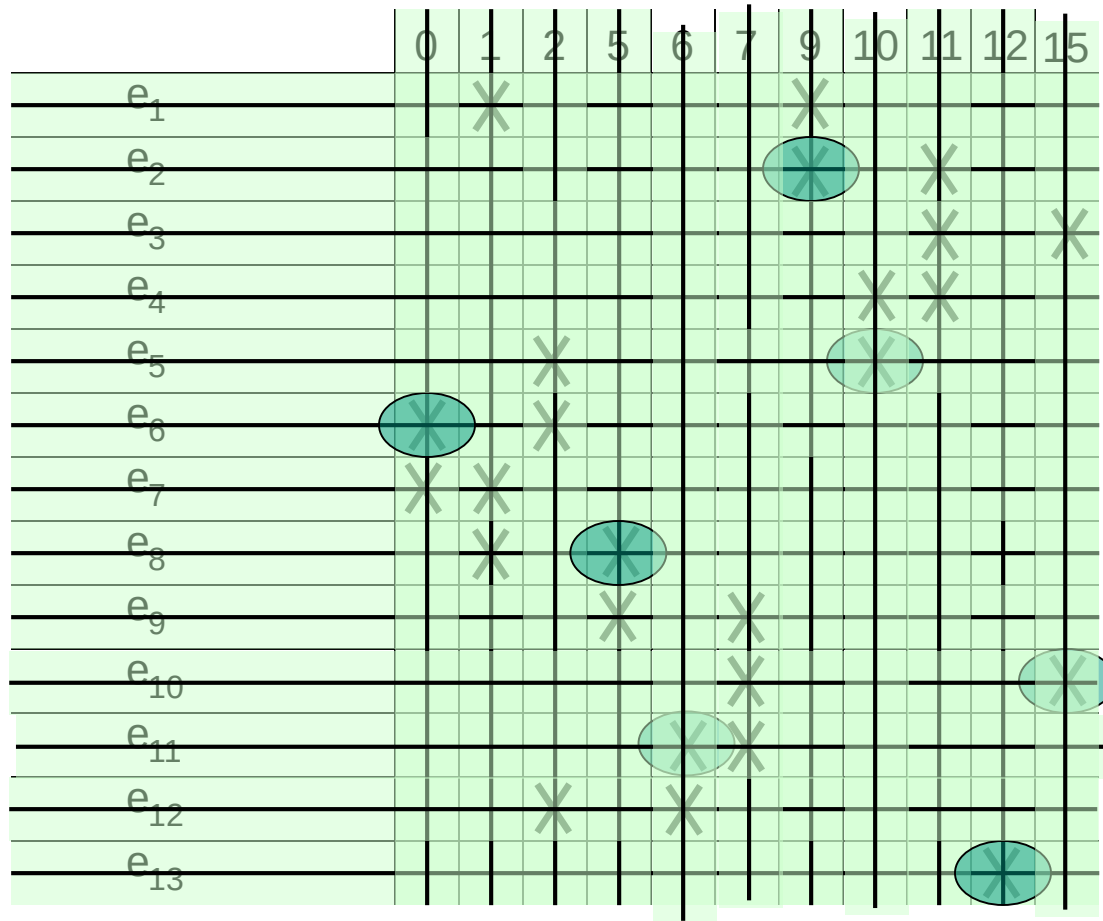
essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1



essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}											

Entscheidung für e_9 !!!

2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X				X				
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9			X			X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe – 6.1

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe – 6.1

- **Beachte:** alle Pfade müssen überprüft werden
(nicht immer sind die Lösungen gleichwertig)

6. Aufgabe – 6.1

- **Beachte:** alle Pfade müssen überprüft werden
(nicht immer sind die Lösungen gleichwertig)
- Hier nur eine Fallunterscheidung nötig.
Ggf. sind aber mehr als zwei Pfade zu untersuchen.

6. Aufgabe – 6.1

- **Beachte:** alle Pfade müssen überprüft werden
(nicht immer sind die Lösungen gleichwertig)
- Hier nur eine Fallunterscheidung nötig.
Ggf. sind aber mehr als zwei Pfade zu untersuchen.
- Alternative: Lösung über Petrick-Ausdruck

6. Aufgabe – 6.2

- **6.2** Geben Sie eine kostenminimale zweistufige Und-/Oder-Realisierung an. Stellen Sie für diese Funktion den Petrick-Ausdruck auf.

6. Aufgabe – 6.2

- **6.2** Geben Sie eine kostenminimale zweistufige Und-/Oder-Realisierung an. Stellen Sie für diese Funktion den Petrick-Ausdruck auf.

Ergebnis aus 6.1:

6. Aufgabe – 6.2

- **6.2** Geben Sie eine kostenminimale zweistufige Und-/Oder-Realisierung an. Stellen Sie für diese Funktion den Petrick-Ausdruck auf.

Ergebnis aus 6.1:

$$f = e_{13} + e_5 + e_6 + \begin{cases} e_1 + e_3 + e_9 + e_{12} \\ e_2 + e_8 + e_{10} + e_{11} \end{cases}$$

6. Aufgabe – 6.2

- **6.2** Geben Sie eine kostenminimale zweistufige Und-/Oder-Realisierung an. Stellen Sie für diese Funktion den Petrick-Ausdruck auf.

Ergebnis aus 6.1:

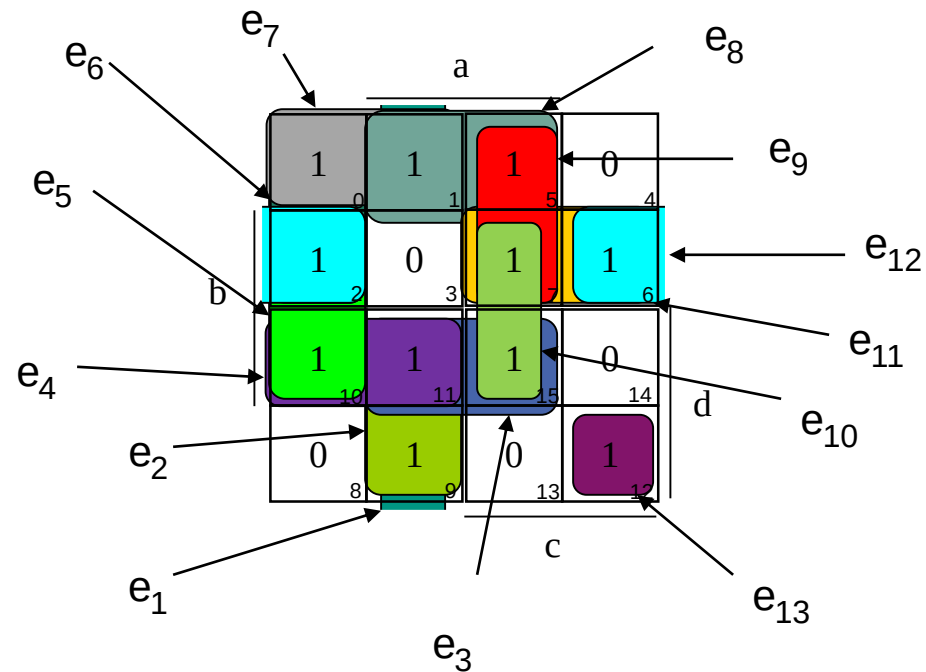
$$f = e_{13} + e_5 + e_6 + \begin{cases} e_1 + e_3 + e_9 + e_{12} \\ e_2 + e_8 + e_{10} + e_{11} \end{cases}$$

Beide Lösungen sind gleichwertig!!!

6. Aufgabe – 6.2

Petricksausdruck:

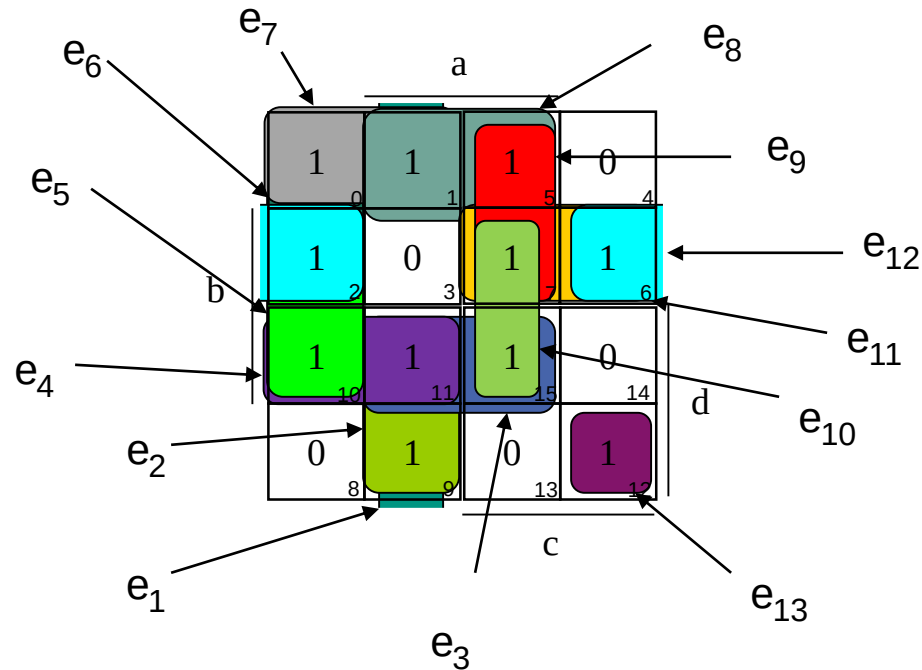
$$P_e =$$



6. Aufgabe – 6.2

Petricksausdruck:

$$P_e = (\quad)_0 (\quad)_1 (\quad)_2 (\quad)_5 \\ (\quad)_6 (\quad)_7 (\quad)_9 (\quad)_{10} \\ (\quad)_{11} (\quad)_{12} (\quad)_{15} = \underline{\underline{1}}$$



6. Aufgabe – 6.2

Petricksausdruck:

$$P_e = (e_6 + e_7)_0 (\quad)_1 (\quad)_2 (\quad)_5$$

$$(\quad)_6 (\quad)_7 (\quad)_9 (\quad)_{10}$$

$$(\quad)_{11} (\quad)_{12} (\quad)_{15} = \underline{\underline{1}}$$

Diagram illustrating the Petrick's expression simplification using a 4x4 grid of cells, each containing a binary value (0 or 1). The cells are indexed from 0 to 15.

1	1	1	0
1	0	1	1
1	1	1	0
0	1	0	1

Annotations:

- e_6 points to cell 0.
- e_7 points to cell 1.
- Group **a** (horizontal line) covers cells 0, 1, 5, 4.
- Group **b** (vertical line) covers cells 0, 2, 10, 8.
- Group **c** (horizontal line) covers cells 8, 9, 13, 12.
- Group **d** (vertical line) covers cells 10, 11, 15, 14.

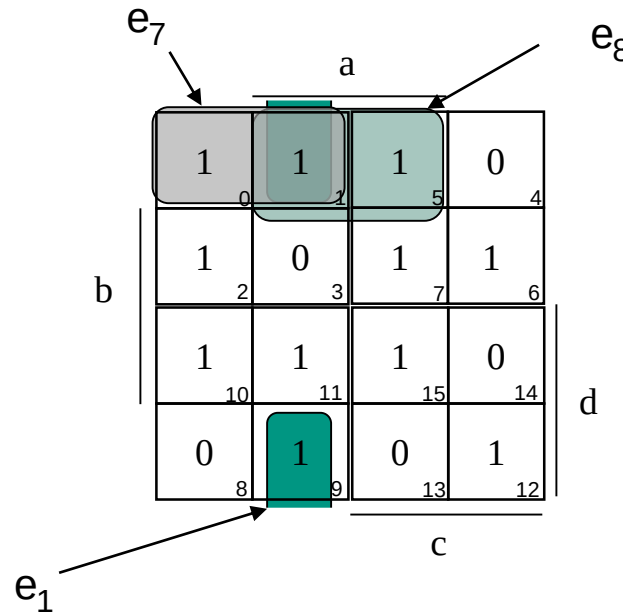
6. Aufgabe – 6.2

Petricksausdruck:

$$P_e = (e_6 + e_7)_0 (e_7 + e_8 + e_1)_1 (\quad)_2 (\quad)_5$$

$$(\quad)_6 (\quad)_7 (\quad)_9 (\quad)_{10}$$

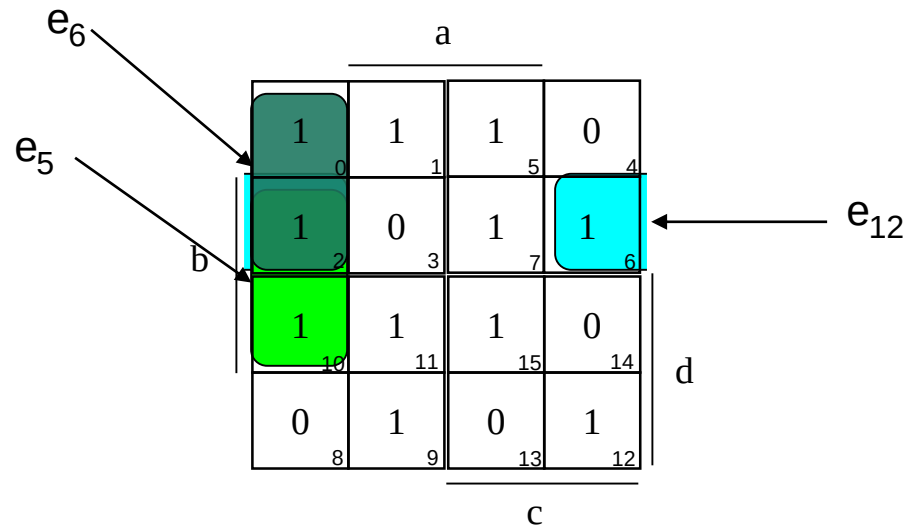
$$(\quad)_{11} (\quad)_{12} (\quad)_{15} = 1$$



6. Aufgabe – 6.2

Petricksausdruck:

$$P_e = (e_6 + e_7)_0 (e_7 + e_8 + e_1)_1 (e_6 + e_5 + e_{12})_2 (\quad)_5 \\ (\quad)_6 (\quad)_7 (\quad)_9 (\quad)_{10} \\ (\quad)_{11} (\quad)_{12} (\quad)_{15} = \underline{\underline{1}}$$



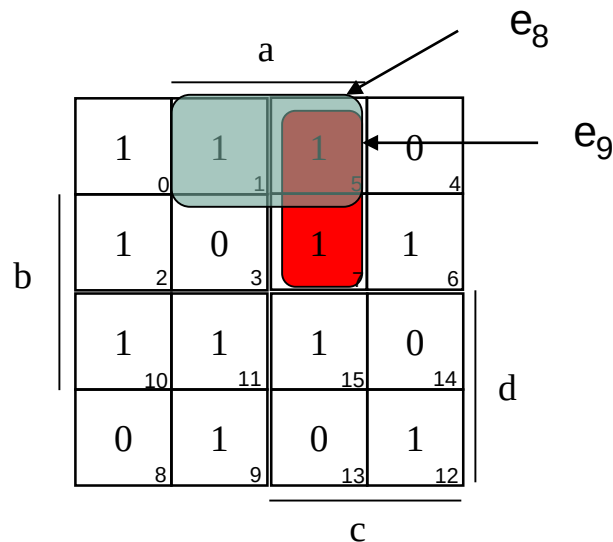
6. Aufgabe – 6.2

Petricksausdruck:

$$P_e = (e_6 + e_7)_0 (e_7 + e_8 + e_1)_1 (e_6 + e_5 + e_{12})_2 (e_8 + e_9)_5$$

$$(\quad)_6 (\quad)_7 (\quad)_9 (\quad)_{10}$$

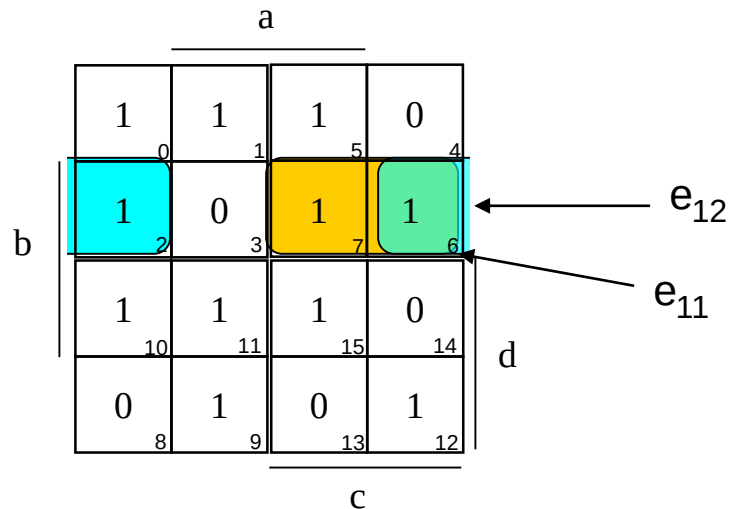
$$(\quad)_{11} (\quad)_{12} (\quad)_{15} = 1$$



6. Aufgabe – 6.2

Petricksausdruck:

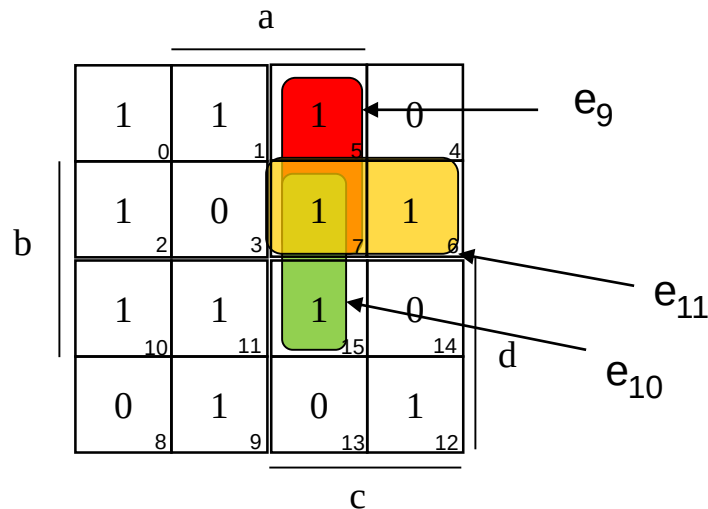
$$P_e = (e_6 + e_7)_0 (e_7 + e_8 + e_1)_1 (e_6 + e_5 + e_{12})_2 (e_8 + e_9)_5 \\ (e_{12} + e_{11})_6 (\quad)_7 (\quad)_9 (\quad)_{10} \\ (\quad)_{11} (\quad)_{12} (\quad)_{15} = \underline{\underline{1}}$$



6. Aufgabe – 6.2

Petricksausdruck:

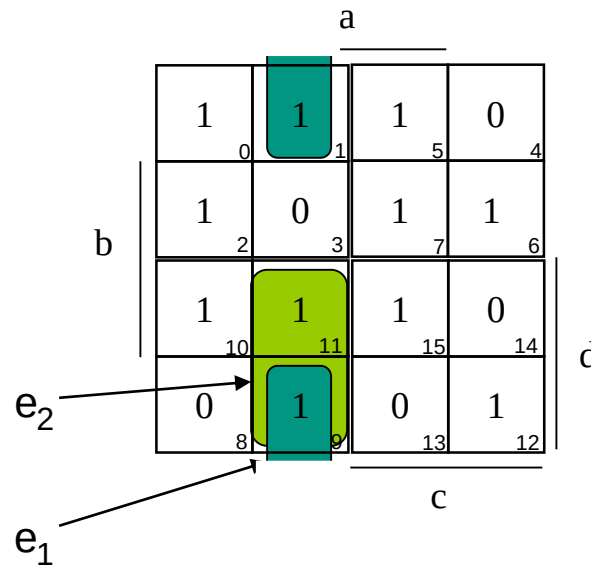
$$P_e = (e_6 + e_7)_0 (e_7 + e_8 + e_1)_1 (e_6 + e_5 + e_{12})_2 (e_8 + e_9)_5 \\ (e_{12} + e_{11})_6 (e_9 + e_{11} + e_{10})_7 (\quad)_9 (\quad)_{10} \\ (\quad)_{11} (\quad)_{12} (\quad)_{15} = \underline{\underline{1}}$$



6. Aufgabe – 6.2

Petricksausdruck:

$$P_e = (e_6 + e_7)_0 (e_7 + e_8 + e_1)_1 (e_6 + e_5 + e_{12})_2 (e_8 + e_9)_5 \\ (e_{12} + e_{11})_6 (e_9 + e_{11} + e_{10})_7 (e_1 + e_2)_9 (\quad)_{10} \\ (\quad)_{11} (\quad)_{12} (\quad)_{15} = \underline{\underline{1}}$$



6. Aufgabe – 6.2

Petricksausdruck:

$$P_e = (e_6 + e_7)_0 (e_7 + e_8 + e_1)_1 (e_6 + e_5 + e_{12})_2 (e_8 + e_9)_5 \\ (e_{12} + e_{11})_6 (e_9 + e_{11} + e_{10})_7 (e_1 + e_2)_9 (e_4 + e_5)_{10} \\ (\quad)_{11} (\quad)_{12} (\quad)_{15} = \underline{\underline{1}}$$

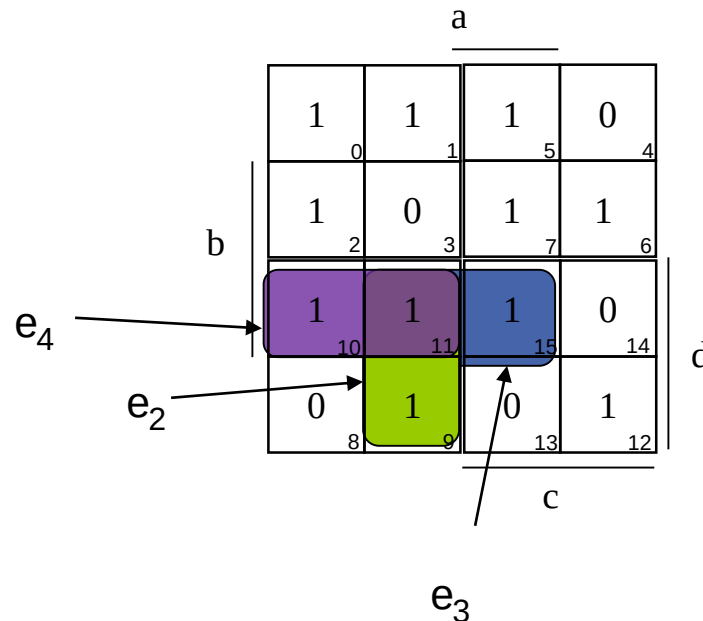
a

	1	1	1	0	
	0	1	5	4	
e ₅	1	0	1	1	
	2	3	7	6	
e ₄	1	1	1	0	
	10	11	15	14	d
	0	1	0	1	
	8	9	13	12	
					c

6. Aufgabe – 6.2

Petricksausdruck:

$$P_e = (e_6 + e_7)_0 (e_7 + e_8 + e_1)_1 (e_6 + e_5 + e_{12})_2 (e_8 + e_9)_5 \\ (e_{12} + e_{11})_6 (e_9 + e_{11} + e_{10})_7 (e_1 + e_2)_9 (e_4 + e_5)_{10} \\ (e_4 + e_2 + e_3)_{11} (\quad)_{12} (\quad)_{15} = 1$$



6. Aufgabe – 6.2

Petricksausdruck:

$$P_e = (e_6 + e_7)_0 (e_7 + e_8 + e_1)_1 (e_6 + e_5 + e_{12})_2 (e_8 + e_9)_5 \\ (e_{12} + e_{11})_6 (e_9 + e_{11} + e_{10})_7 (e_1 + e_2)_9 (e_4 + e_5)_{10} \\ (e_4 + e_2 + e_3)_{11} (e_{13})_{12} (\quad)_{15} = 1$$

a

1	1	1	0
0	1	5	4
1	0	1	1
2	3	7	6
1	1	1	0
10	11	15	14
0	1	0	1
8	9	13	12

c

b

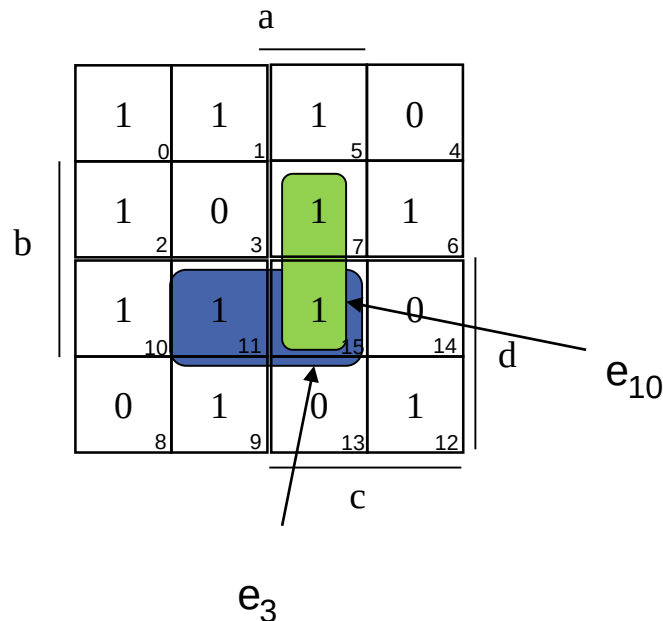
d

e_{13}

6. Aufgabe – 6.2

Petricksausdruck:

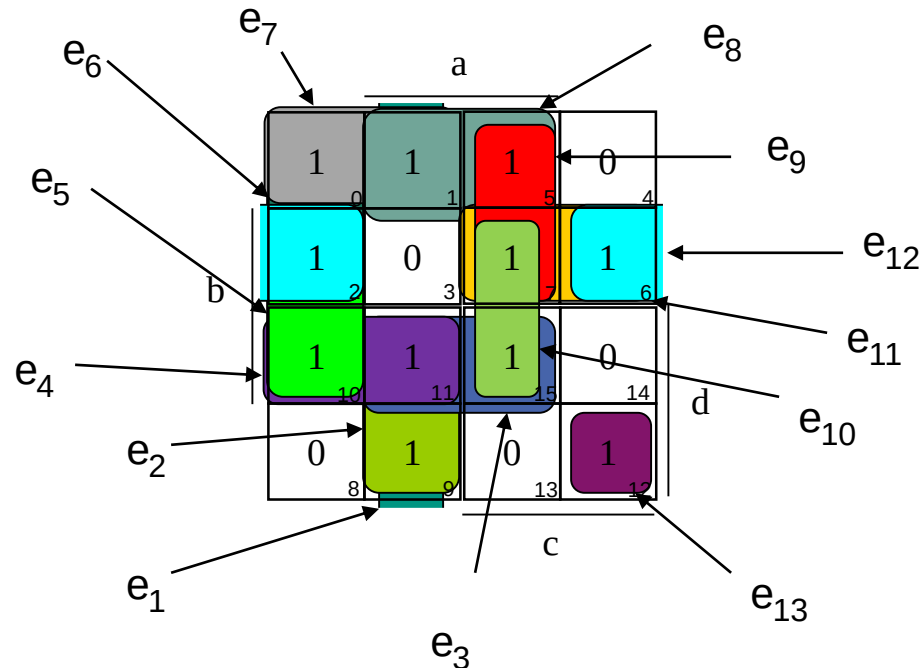
$$P_e = (e_6 + e_7)_0 (e_7 + e_8 + e_1)_1 (e_6 + e_5 + e_{12})_2 (e_8 + e_9)_5 \\ (e_{12} + e_{11})_6 (e_9 + e_{11} + e_{10})_7 (e_1 + e_2)_9 (e_4 + e_5)_{10} \\ (e_4 + e_2 + e_3)_{11} (e_{13})_{12} (e_{10} + e_3)_{15} = 1$$



6. Aufgabe – 6.2

Petricksausdruck:

$$P_e = (e_6 + e_7)_0 (e_7 + e_8 + e_1)_1 (e_6 + e_5 + e_{12})_2 (e_8 + e_9)_5 \\ (e_{12} + e_{11})_6 (e_9 + e_{11} + e_{10})_7 (e_1 + e_2)_9 (e_4 + e_5)_{10} \\ (e_4 + e_2 + e_3)_{11} (e_{13})_{12} (e_{10} + e_3)_{15} = 1$$



Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

7. Aufgabe: Petrickausdruck

7. Aufgabe

Ein Elektrotechnik-Student hat zur Vorbereitung auf eine Prüfung verschiedene Bücher (AE) verwendet, mit denen die Teilkapitel (1-8) des Prüfungsfaches unterschiedlich abgedeckt werden. Um nun für den Prüfungstag herauszufinden, welche Bücher in die Klausur mitzunehmen sind, soll eine Überdeckungstabelle aufgestellt werden. Es wird hierbei vorausgesetzt, dass die Teilkapitel in den jeweiligen Büchern gleich gut beschrieben worden sind.

Buch	Beschrieben Kapitel	Gewicht
A	2, 5, 7	750g
B	4, 5, 7	300g
C	3, 8	170g
D	4, 8	500g
E	1, 3, 6	200g

7. Aufgabe – 7.1

- **7.1** Ergänzen Sie die Überdeckungstabelle und stellen Sie den Petrickausdruck auf.

Buch	Beschriebene Kapitel	Gewicht
A	2, 5, 7	750g
B	4, 5, 7	300g
C	3, 8	170g
D	4, 8	500g
E	1, 3, 6	200g

	1	2	3	4	5	6	7	8
A								
B								
C								
D								
E								

7. Aufgabe – 7.1

- **7.1** Ergänzen Sie die Überdeckungstabelle und stellen Sie den Petrickausdruck auf.

Buch	Beschriebene Kapitel	Gewicht
A	2, 5, 7	750g
B	4, 5, 7	300g
C	3, 8	170g
D	4, 8	500g
E	1, 3, 6	200g

	1	2	3	4	5	6	7	8
A		X						
B								
C								
D								
E								

7. Aufgabe – 7.1

- **7.1** Ergänzen Sie die Überdeckungstabelle und stellen Sie den Petrickausdruck auf.

Buch	Beschriebene Kapitel	Gewicht
A	2, 5, 7	750g
B	4, 5, 7	300g
C	3, 8	170g
D	4, 8	500g
E	1, 3, 6	200g

	1	2	3	4	5	6	7	8
A		X			X			
B								
C								
D								
E								

7. Aufgabe – 7.1

- **7.1** Ergänzen Sie die Überdeckungstabelle und stellen Sie den Petrickausdruck auf.

Buch	Beschriebene Kapitel	Gewicht
A	2, 5, 7	750g
B	4, 5, 7	300g
C	3, 8	170g
D	4, 8	500g
E	1, 3, 6	200g

	1	2	3	4	5	6	7	8
A		X			X		X	
B								
C								
D								
E								

7. Aufgabe – 7.1

- **7.1** Ergänzen Sie die Überdeckungstabelle und stellen Sie den Petrickausdruck auf.

Buch	Beschriebene Kapitel	Gewicht
A	2, 5, 7	750g
B	4, 5, 7	300g
C	3, 8	170g
D	4, 8	500g
E	1, 3, 6	200g

	1	2	3	4	5	6	7	8
A		X			X		X	
B				X				
C								
D								
E								

7. Aufgabe – 7.1

- **7.1** Ergänzen Sie die Überdeckungstabelle und stellen Sie den Petrickausdruck auf.

Buch	Beschriebene Kapitel	Gewicht
A	2, 5, 7	750g
B	4, 5, 7	300g
C	3, 8	170g
D	4, 8	500g
E	1, 3, 6	200g

	1	2	3	4	5	6	7	8
A		X			X		X	
B				X	X			
C								
D								
E								

7. Aufgabe – 7.1

- **7.1** Ergänzen Sie die Überdeckungstabelle und stellen Sie den Petrickausdruck auf.

Buch	Beschriebene Kapitel	Gewicht
A	2, 5, 7	750g
B	4, 5, 7	300g
C	3, 8	170g
D	4, 8	500g
E	1, 3, 6	200g

	1	2	3	4	5	6	7	8
A		X			X		X	
B				X	X		X	
C								
D								
E								

7. Aufgabe – 7.1

- **7.1** Ergänzen Sie die Überdeckungstabelle und stellen Sie den Petrickausdruck auf.

Buch	Beschriebene Kapitel	Gewicht
A	2, 5, 7	750g
B	4, 5, 7	300g
C	3, 8	170g
D	4, 8	500g
E	1, 3, 6	200g

	1	2	3	4	5	6	7	8
A		X			X		X	
B				X	X		X	
C			X					X
D				X				X
E	X		X			X		

7. Aufgabe – 7.1

- **7.1** Ergänzen Sie die Überdeckungstabelle und stellen Sie den Petrickausdruck auf.

Buch	Beschriebene Kapitel	Gewicht
A	2, 5, 7	750g
B	4, 5, 7	300g
C	3, 8	170g
D	4, 8	500g
E	1, 3, 6	200g

	1	2	3	4	5	6	7	8
A		X			X		X	
B				X	X		X	
C			X					X
D				X				X
E	X		X			X		

$$P_e =$$

7. Aufgabe – 7.1

- **7.1** Ergänzen Sie die Überdeckungstabelle und stellen Sie den Petrickausdruck auf.

Buch	Beschriebene Kapitel	Gewicht
A	2, 5, 7	750g
B	4, 5, 7	300g
C	3, 8	170g
D	4, 8	500g
E	1, 3, 6	200g

	1	2	3	4	5	6	7	8
A		X			X		X	
B				X	X		X	
C			X					X
D				X				X
E	X		X			X		

$$P_e = E$$

7. Aufgabe – 7.1

- **7.1** Ergänzen Sie die Überdeckungstabelle und stellen Sie den Petrickausdruck auf.

Buch	Beschriebene Kapitel	Gewicht
A	2, 5, 7	750g
B	4, 5, 7	300g
C	3, 8	170g
D	4, 8	500g
E	1, 3, 6	200g

	1	2	3	4	5	6	7	8
A		X			X		X	
B				X	X		X	
C			X					X
D				X				X
E	X		X			X		

$$P_e = E \cdot A$$

7. Aufgabe – 7.1

- **7.1** Ergänzen Sie die Überdeckungstabelle und stellen Sie den Petrickausdruck auf.

Buch	Beschriebene Kapitel	Gewicht
A	2, 5, 7	750g
B	4, 5, 7	300g
C	3, 8	170g
D	4, 8	500g
E	1, 3, 6	200g

	1	2	3	4	5	6	7	8
A		X			X		X	
B				X	X		X	
C			X					X
D				X				X
E	X		X			X		

$$P_e = E \cdot A \cdot (C + E)$$

7. Aufgabe – 7.1

- **7.1** Ergänzen Sie die Überdeckungstabelle und stellen Sie den Petrickausdruck auf.

Buch	Beschriebene Kapitel	Gewicht
A	2, 5, 7	750g
B	4, 5, 7	300g
C	3, 8	170g
D	4, 8	500g
E	1, 3, 6	200g

	1	2	3	4	5	6	7	8
A		X			X		X	
B				X	X		X	
C			X					X
D				X				X
E	X		X			X		

$$P_e = E \cdot A \cdot (C + E) \cdot (B + D)$$

7. Aufgabe – 7.1

- **7.1** Ergänzen Sie die Überdeckungstabelle und stellen Sie den Petrickausdruck auf.

Buch	Beschriebene Kapitel	Gewicht
A	2, 5, 7	750g
B	4, 5, 7	300g
C	3, 8	170g
D	4, 8	500g
E	1, 3, 6	200g

	1	2	3	4	5	6	7	8
A		X			X		X	
B				X	X		X	
C			X					X
D				X				X
E	X		X			X		

$$P_e = E \cdot A \cdot (C + E) \cdot (B + D) \cdot (A + B)$$

7. Aufgabe – 7.1

- **7.1** Ergänzen Sie die Überdeckungstabelle und stellen Sie den Petrickausdruck auf.

Buch	Beschriebene Kapitel	Gewicht
A	2, 5, 7	750g
B	4, 5, 7	300g
C	3, 8	170g
D	4, 8	500g
E	1, 3, 6	200g

	1	2	3	4	5	6	7	8
A		X			X		X	
B				X	X		X	
C			X					X
D				X				X
E	X		X			X		

$$P_e = E \cdot A \cdot (C + E) \cdot (B + D) \cdot (A + B) \cdot E$$

7. Aufgabe – 7.1

- **7.1** Ergänzen Sie die Überdeckungstabelle und stellen Sie den Petrickausdruck auf.

Buch	Beschriebene Kapitel	Gewicht
A	2, 5, 7	750g
B	4, 5, 7	300g
C	3, 8	170g
D	4, 8	500g
E	1, 3, 6	200g

	1	2	3	4	5	6	7	8
A		X			X		X	
B				X	X		X	
C			X					X
D				X				X
E	X		X			X		

$$P_e = E \cdot A \cdot (C + E) \cdot (B + D) \cdot (A + B) \cdot E \cdot (A + B)$$

7. Aufgabe – 7.1

- **7.1** Ergänzen Sie die Überdeckungstabelle und stellen Sie den Petrickausdruck auf.

Buch	Beschriebene Kapitel	Gewicht
A	2, 5, 7	750g
B	4, 5, 7	300g
C	3, 8	170g
D	4, 8	500g
E	1, 3, 6	200g

	1	2	3	4	5	6	7	8
A		X			X		X	
B				X	X		X	
C			X					X
D				X				X
E	X		X			X		

$$P_e = E \cdot A \cdot (C + E) \cdot (B + D) \cdot (A + B) \cdot E \cdot (A + B) \cdot (C + D)$$

7. Aufgabe – 7.2

- **7.2** Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

7. Aufgabe – 7.2

- **7.2** Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$P_e = E \cdot A \cdot (C + E) \cdot (B + D) \cdot (A + B) \cdot E \cdot (A + B) \cdot (C + D)$$

7. Aufgabe – 7.2

- **7.2** Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$P_e = \boxed{E} \cdot A \cdot (C + E) \cdot (B + D) \cdot (A + B) \cdot E \cdot (A + B) \cdot (C + D)$$

7. Aufgabe – 7.2

- **7.2** Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$P_e = E \cdot A \cdot (C + E) \cdot (B + D) \cdot (A + B) \cdot E \cdot (A + B) \cdot (C + D)$$

7. Aufgabe – 7.2

- **7.2** Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$P_e = \boxed{E} \cdot A \cdot \boxed{(C + E)} \cdot (B + D) \cdot (A + B) \cdot E \cdot (A + B) \cdot (C + D)$$

7. Aufgabe – 7.2

- **7.2** Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$P_e = \boxed{E} \cdot A \cdot \boxed{(C + E)} \cdot (B + D) \cdot (A + B) \cdot \boxed{E} \cdot (A + B) \cdot (C + D)$$

7. Aufgabe – 7.2

- **7.2** Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$\begin{aligned} P_e &= \boxed{E} \cdot A \cdot \boxed{(C + E)} \cdot (B + D) \cdot (A + B) \cdot \boxed{E} \cdot (A + B) \cdot (C + D) \\ &= \boxed{E} \end{aligned}$$

7. Aufgabe – 7.2

- **7.2** Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$\begin{aligned} P_e &= \boxed{E} \cdot \boxed{A} \cdot \boxed{(C + E)} \cdot (B + D) \cdot (A + B) \cdot \boxed{E} \cdot (A + B) \cdot (C + D) \\ &= \boxed{E} \end{aligned}$$

7. Aufgabe – 7.2

- **7.2** Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$\begin{aligned} P_e &= \boxed{E} \cdot \boxed{A} \cdot \boxed{(C + E)} \cdot (B + D) \cdot \boxed{(A + B)} \cdot \boxed{E} \cdot (A + B) \cdot (C + D) \\ &= \boxed{E} \end{aligned}$$

7. Aufgabe – 7.2

- **7.2** Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$\begin{aligned} P_e &= \boxed{E} \cdot \boxed{A} \cdot \boxed{(C + E)} \cdot (B + D) \cdot \boxed{(A + B)} \cdot \boxed{E} \cdot \boxed{(A + B)} \cdot (C + D) \\ &= \boxed{E} \end{aligned}$$

7. Aufgabe – 7.2

- **7.2** Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$\begin{aligned} P_e &= \boxed{E} \cdot \boxed{A} \cdot \boxed{(C + E)} \cdot (B + D) \cdot \boxed{(A + B)} \cdot \boxed{E} \cdot \boxed{(A + B)} \cdot (C + D) \\ &= \boxed{E} \cdot \boxed{A} \end{aligned}$$

7. Aufgabe – 7.2

- **7.2** Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$\begin{aligned} P_e &= \boxed{E} \cdot \boxed{A} \cdot \boxed{(C + E)} \cdot (B + D) \cdot \boxed{(A + B)} \cdot \boxed{E} \cdot \boxed{(A + B)} \cdot (C + D) \\ &= \boxed{E} \cdot \boxed{A} \cdot (B + D) \end{aligned}$$

7. Aufgabe – 7.2

- **7.2** Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$\begin{aligned} P_e &= \boxed{E} \cdot \boxed{A} \cdot \boxed{(C + E)} \cdot (B + D) \cdot \boxed{(A + B)} \cdot \boxed{E} \cdot \boxed{(A + B)} \cdot (C + D) \\ &= \boxed{E} \cdot \boxed{A} \cdot (B + D) \cdot (C + D) \end{aligned}$$

7. Aufgabe – 7.2

- **7.2** Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$\begin{aligned} P_e &= \boxed{E} \cdot \boxed{A} \cdot \boxed{(C + E)} \cdot (B + D) \cdot \boxed{(A + B)} \cdot \boxed{E} \cdot \boxed{(A + B)} \cdot (C + D) \\ &= \boxed{E} \cdot \boxed{A} \cdot (B + D) \cdot (C + D) \\ &= EABC + EABD + EADC + EAD \end{aligned}$$

7. Aufgabe – 7.2

- **7.2** Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$P_e = E \cdot A \cdot (C + E) \cdot (B + D) \cdot (A + B) \cdot E \cdot (A + B) \cdot (C + D)$$
$$= E \cdot A \cdot (B + D) \cdot (C + D)$$

$$= EABC + EABD + EADC + EAD \rightarrow 4 \text{ Kombinationen möglich !!!}$$

7. Aufgabe – 7.2

- **7.2** Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$\begin{aligned} P_e &= \boxed{E} \cdot \boxed{A} \cdot \boxed{(C + E)} \cdot (B + D) \cdot \boxed{(A + B)} \cdot \boxed{E} \cdot \boxed{(A + B)} \cdot (C + D) \\ &= \boxed{E} \cdot \boxed{A} \cdot (B + D) \cdot (C + D) \end{aligned}$$

$$= EABC + EABD + EADC + EAD \rightarrow 4 \text{ Kombinationen möglich !!!}$$

$$P_e = EABC + EABD + EADC + EAD$$

7. Aufgabe – 7.2

- 7.2 Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$P_e = E \cdot A \cdot (C + E) \cdot (B + D) \cdot (A + B) \cdot E \cdot (A + B) \cdot (C + D)$$
$$= E \cdot A \cdot (B + D) \cdot (C + D)$$

$= EABC + EABD + EADC + EAD \rightarrow 4 \text{ Kombinationen möglich !!!}$

$$P_e = EABC + EABD + EADC + EAD$$

Buch	Gewicht
A	750g
B	300g
C	170g
D	500g
E	200g

7. Aufgabe – 7.2

- **7.2** Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$P_e = \boxed{E} \cdot \boxed{A} \cdot \boxed{(C + E)} \cdot (B + D) \cdot \boxed{(A + B)} \cdot \boxed{E} \cdot \boxed{(A + B)} \cdot (C + D)$$
$$= \boxed{E} \cdot \boxed{A} \cdot (B + D) \cdot (C + D)$$

$$= EABC + EABD + EADC + EAD \rightarrow 4 \text{ Kombinationen möglich !!!}$$

$$P_e = \underbrace{EABC + EABD + EADC + EAD}_{\Sigma = 1420g}$$

Buch	Gewicht
A	750g
B	300g
C	170g
D	500g
E	200g

7. Aufgabe – 7.2

- **7.2** Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$P_e = \boxed{E} \cdot \boxed{A} \cdot \boxed{(C + E)} \cdot (B + D) \cdot \boxed{(A + B)} \cdot \boxed{E} \cdot \boxed{(A + B)} \cdot (C + D)$$
$$= \boxed{E} \cdot \boxed{A} \cdot (B + D) \cdot (C + D)$$

$$= EABC + EABD + EADC + EAD \rightarrow 4 \text{ Kombinationen möglich !!!}$$

$$P_e = \underbrace{EABC}_{\sum=1420g} + \underbrace{EABD}_{\sum=1750g} + EADC + EAD$$

Buch	Gewicht
A	750g
B	300g
C	170g
D	500g
E	200g

7. Aufgabe – 7.2

- 7.2 Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$P_e = E \cdot A \cdot (C + E) \cdot (B + D) \cdot (A + B) \cdot E \cdot (A + B) \cdot (C + D)$$

$$= E \cdot A \cdot (B + D) \cdot (C + D)$$

$$= EABC + EABD + EADC + EAD \rightarrow 4 \text{ Kombinationen möglich !!!}$$

$$P_e = \underbrace{EABC}_{\sum=1420g} + \underbrace{EABD}_{\sum=1750g} + \underbrace{EADC}_{\sum=1620g} + EAD$$

Buch	Gewicht
A	750g
B	300g
C	170g
D	500g
E	200g

7. Aufgabe – 7.2

- **7.2** Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$P_e = \boxed{E} \cdot \boxed{A} \cdot \boxed{(C + E)} \cdot (B + D) \cdot \boxed{(A + B)} \cdot \boxed{E} \cdot \boxed{(A + B)} \cdot (C + D)$$
$$= \boxed{E} \cdot \boxed{A} \cdot (B + D) \cdot (C + D)$$

$$= EABC + EABD + EADC + EAD \rightarrow 4 \text{ Kombinationen möglich !!!}$$

$$P_e = \underbrace{EABC}_{\sum=1420g} + \underbrace{EABD}_{\sum=1750g} + \underbrace{EADC}_{\sum=1620g} + \underbrace{EAD}_{\sum=1450g}$$

Buch	Gewicht
A	750g
B	300g
C	170g
D	500g
E	200g

7. Aufgabe – 7.2

- **7.2** Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$P_e = E \cdot A \cdot (C + E) \cdot (B + D) \cdot (A + B) \cdot E \cdot (A + B) \cdot (C + D)$$

$$= E \cdot A \cdot (B + D) \cdot (C + D)$$

$= EABC + EABD + EADC + EAD \rightarrow 4 \text{ Kombinationen möglich !!!}$

$$P_e = \underbrace{EABC}_{\sum=1420g} + \underbrace{EABD}_{\sum=1750g} + \underbrace{EADC}_{\sum=1620g} + \underbrace{EAD}_{\sum=1450g}$$

$\rightarrow$ Die kostengünstigste Kombination ist EABC
 $\rightarrow$

Buch	Gewicht
A	750g
B	300g
C	170g
D	500g
E	200g

7. Aufgabe – 7.2

- **7.2** Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckungen mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$P_e = E \cdot A \cdot (C + E) \cdot (B + D) \cdot (A + B) \cdot E \cdot (A + B) \cdot (C + D)$$
$$= E \cdot A \cdot (B + D) \cdot (C + D)$$

$= EABC + EABD + EADC + EAD \rightarrow 4 \text{ Kombinationen möglich !!!}$

$$P_e = \underbrace{EABC}_{\sum=1420g} + \underbrace{EABD}_{\sum=1750g} + \underbrace{EADC}_{\sum=1620g} + \underbrace{EAD}_{\sum=1450g}$$

→ Die kostengünstigste Kombination ist EABC mit einem Gesamtgewicht von 1420g

Buch	Gewicht
A	750g
B	300g
C	170g
D	500g
E	200g

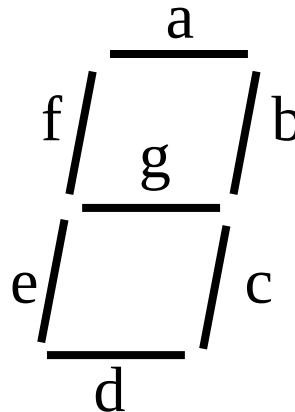
Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

5. Aufgabe: 7-Segment-Anzeige

5. Aufgabe

Die Ansteuerung einer Sieben-Segment-Anzeige hat vier Eingänge w, x, y, z und sieben Ausgänge a, b, c, d, e, f, g . Die Zuordnung der Ausgangsvariablen zu den sieben Segmenten ist der folgenden Abbildung zu entnehmen.

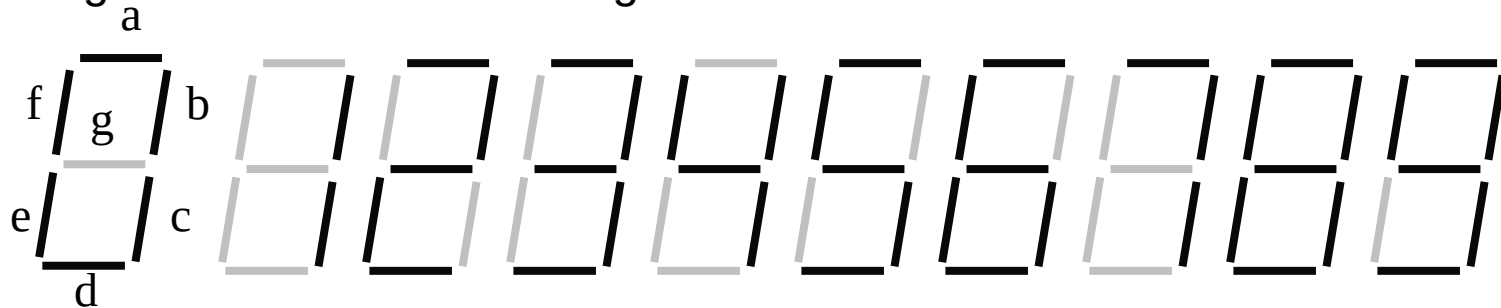


Falls die Ziffern $0, \dots, 9$ binär kodiert an den Eingängen anliegen, soll die Ziffer entsprechend in der Sieben-Segment-Anzeige erscheinen.

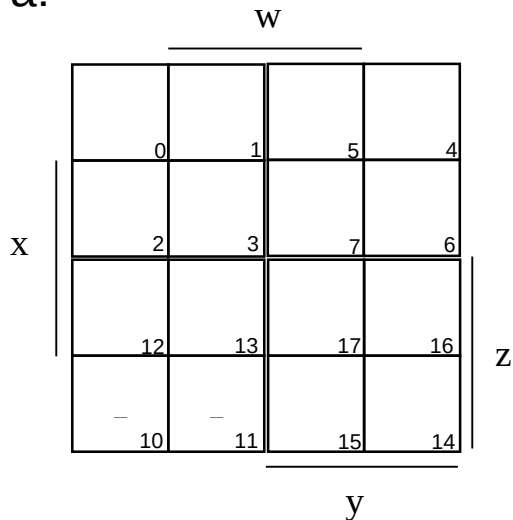
Beispiel: der 0 entspricht $w=x=y=z=0$, die Ausgänge a, b, c, d, e, f müssen dann zur Anzeige der 0 den Wert 1 aufweisen.

5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:

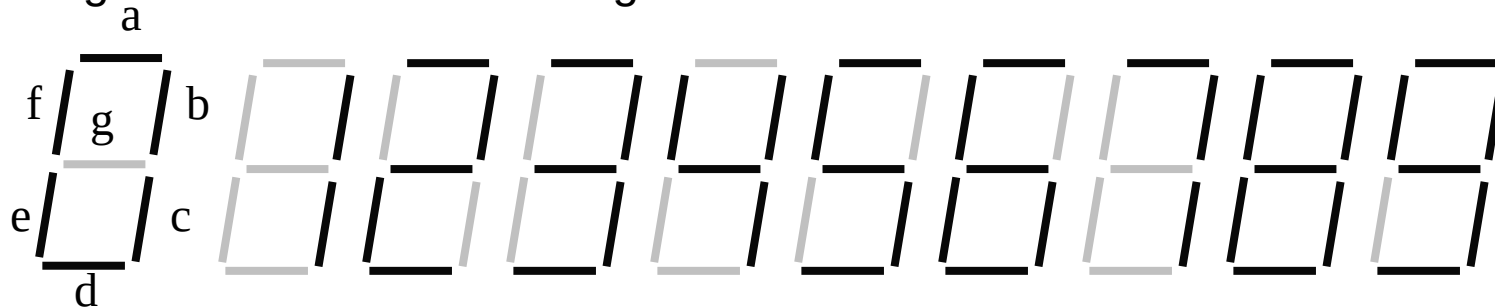


a:



5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:



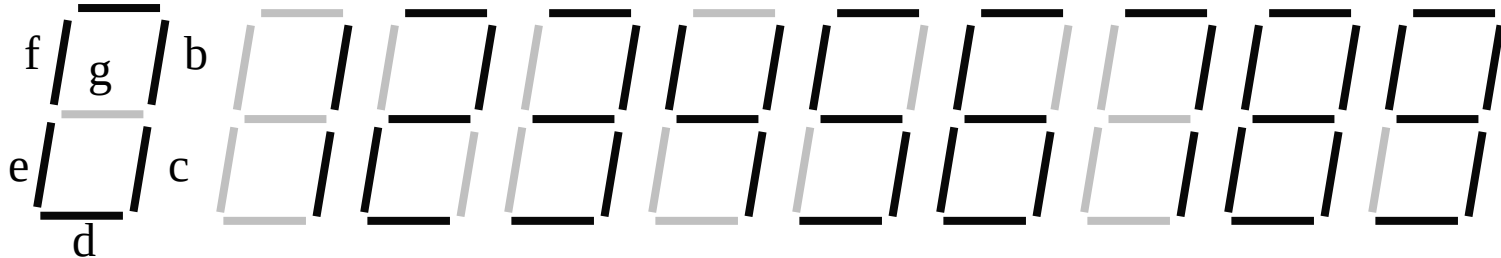
a:

α .

				w							

5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



Aufstellung der Funktionen:

a:

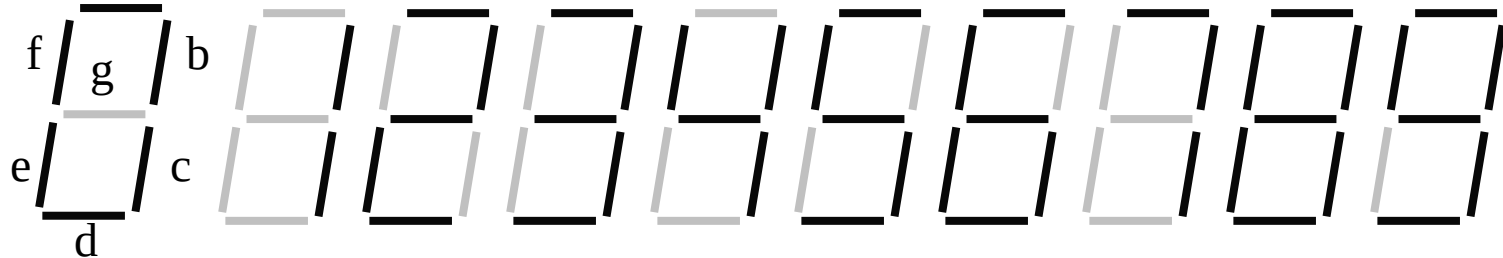
a.

				w								
				1	0	1	0					
				0	1	5	4					
x					1	1	1	1				
					2	3	7	6				
					-	-	-	-				
					12	13	17	16				
				1	1	-	-					
				10	11	15	14					
				y								

z

5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



Aufstellung der Funktionen:

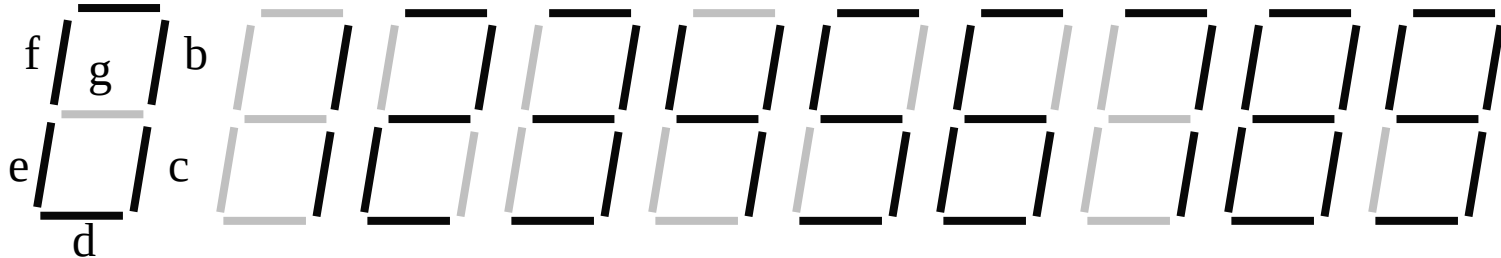
a:

α.

w				
x	1	0	1	0
	0	1	5	4
	1	1	1	1
	2	3	7	6
	-	-	-	-
z	12	13	17	16
	1	1	-	-
y				
	10	11	15	14

5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



Aufstellung der Funktionen:

a:

w			
1	0	1	0
0	1	5	4
1	1	1	1
2	3	7	6
-	-	-	-
12	13	17	16
1	1	-	-
10	11	15	14
y			

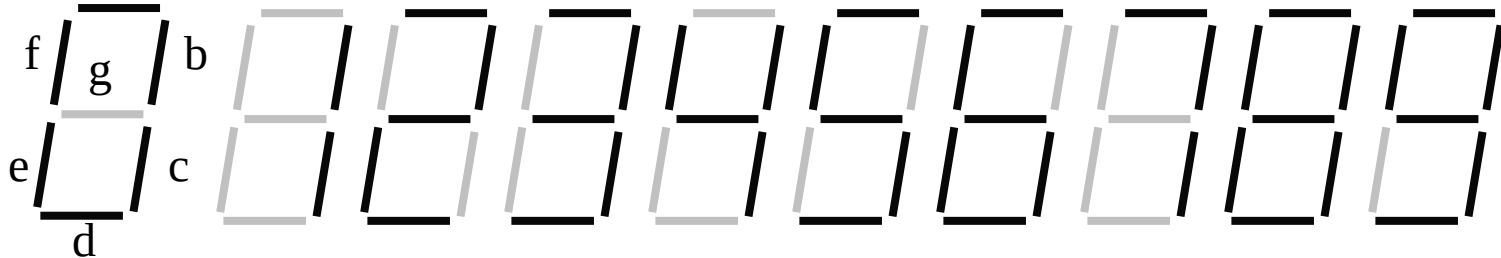
x

z

$$a = z$$

5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



Aufstellung der Funktionen:

a:

a.

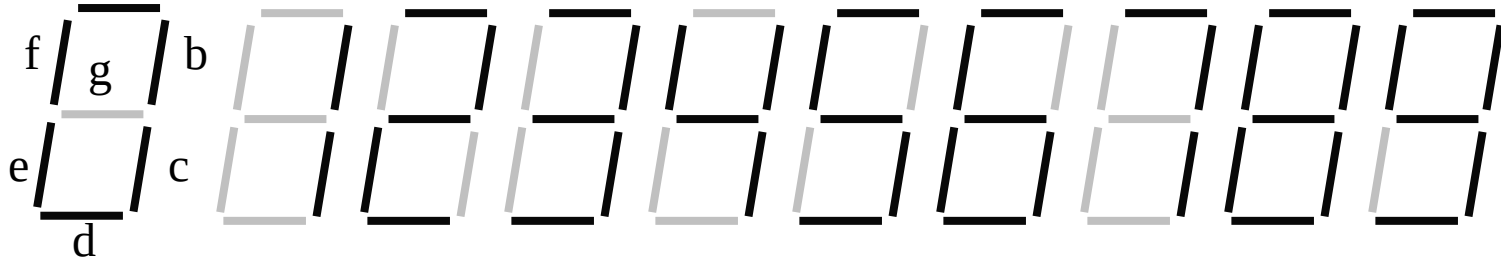
w				
1	0	1	0	
0	1	5	4	
x	1	1	1	1
	2	3	7	6
	-	-	-	-
	12	13	17	16
	1	1	-	-
	10	11	15	14
y				

z

$$a = z$$

5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



Aufstellung der Funktionen:

a:

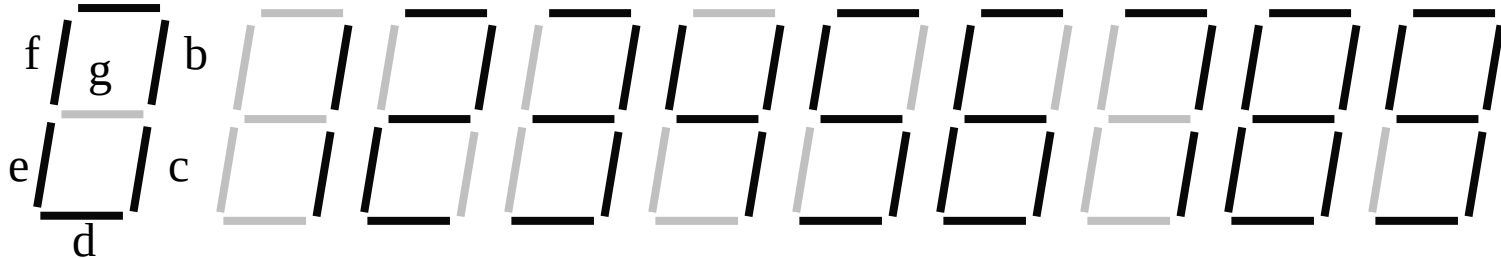
	w				
	1	0	1	0	
	0	1	5	4	
x	1	1	1	1	
	2	3	7	6	
	-	-	-	-	
	12	13	17	16	
	1	1	-	-	
	10	11	15	14	
	y				
					z

$$a = z$$

$$a = z + x$$

5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



Aufstellung der Funktionen:

a:

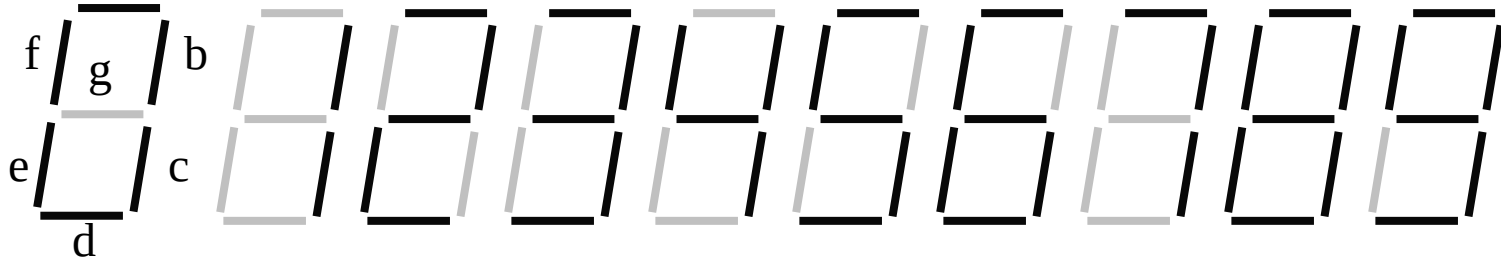
	w				
	1	0	1	0	
	0	1	5	4	
x	1	1	1	1	
	2	3	7	6	
	-	-	-	-	
	12	13	17	16	
	1	1	-	-	
	10	11	15	14	
	y				
					z

$$a = z$$

$$a = z + x$$

5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



Aufstellung der Funktionen:

a:

	w				
	1	0	1	0	
	0	1	5	4	
x	1	1	1	1	
	2	3	7	6	
	-	-	-	-	
	12	13	17	16	
	1	1	-	-	
	10	11	15	14	
	y				
					z

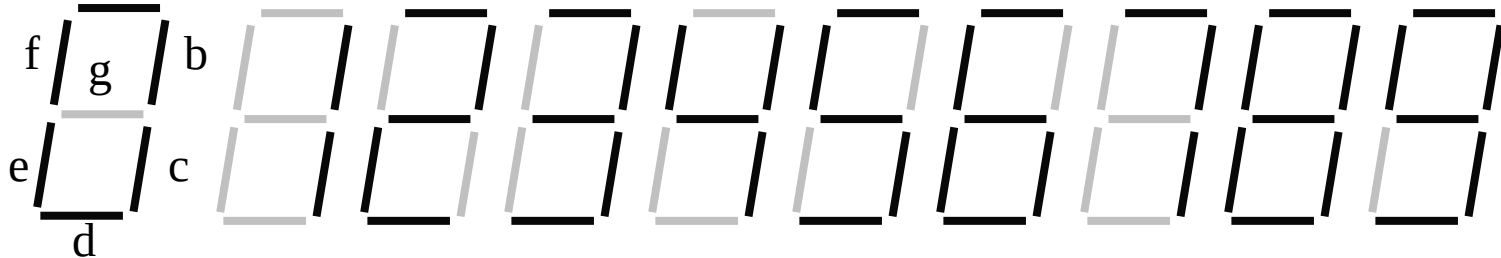
$$a = z$$

$$a = z + x$$

$$a = z + x + \overline{w}y$$

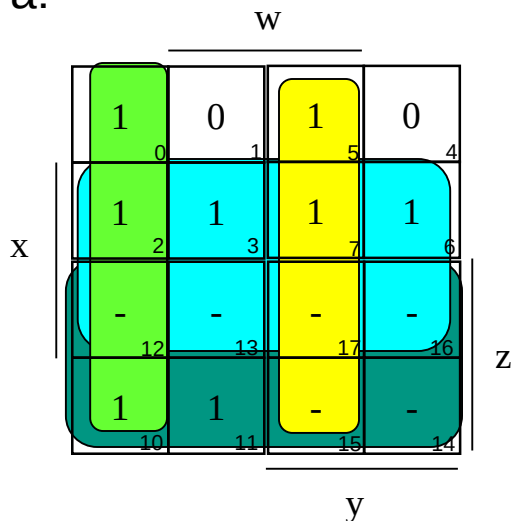
5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



Aufstellung der Funktionen:

a:



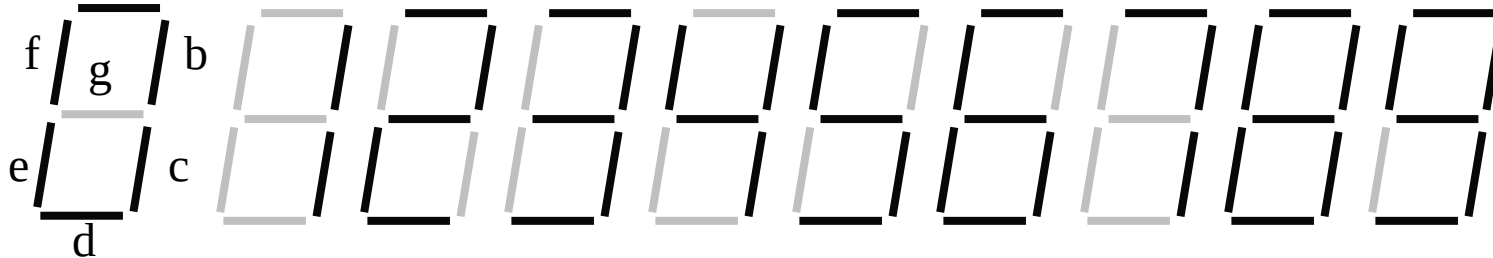
$$a = z$$

$$a = z + x$$

$$a = z + x + \overline{w}y$$

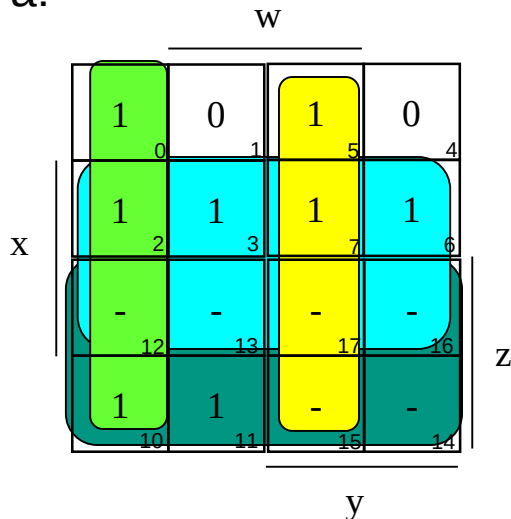
5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



Aufstellung der Funktionen:

a:



$$a = z$$

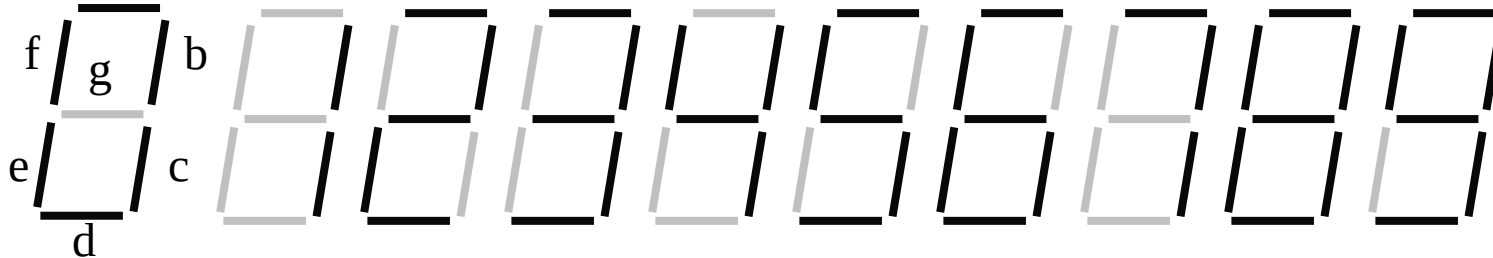
$$a = z + x$$

$$a = z + x + \overline{w}y$$

$$\underline{\underline{a = z + x + \overline{w}y + wy}}$$

5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



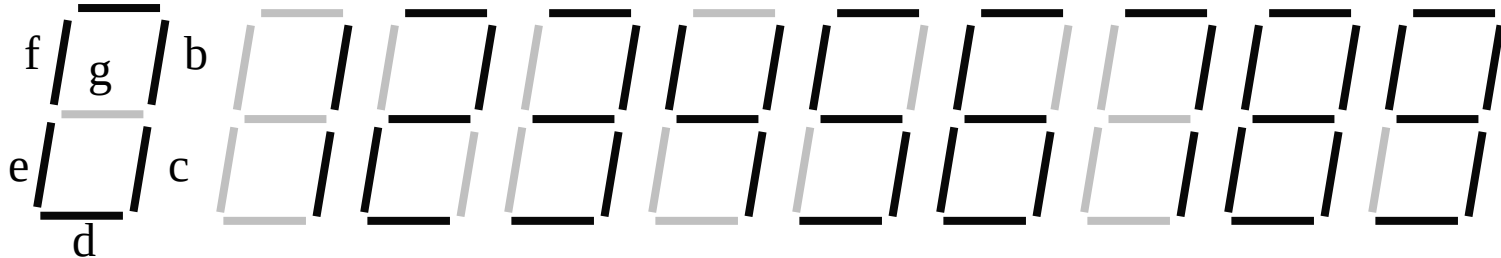
Aufstellung der Funktionen:

b:

				w							
x	1	1	0	1							
	0	1	5	4							
	1	1	1	0							
	2	3	7	6							

5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



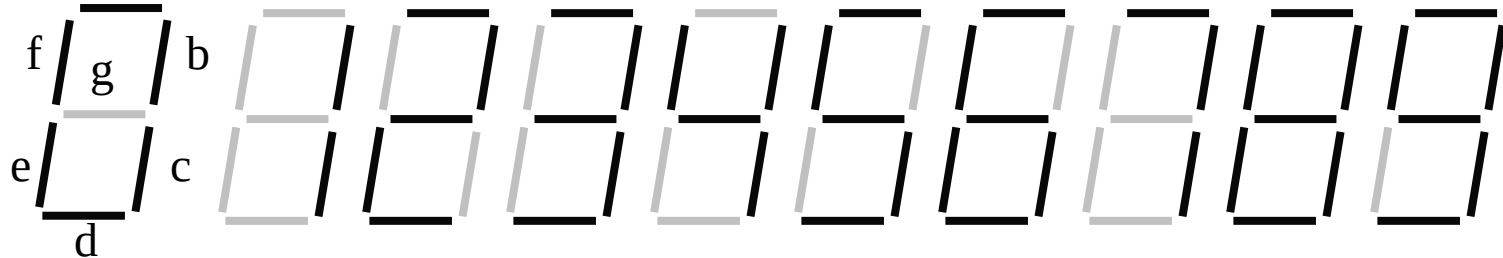
Aufstellung der Funktionen:

b:

		w			
x		1	1	0	1
		0	1	5	4
		1	1	1	0
		2	3	7	6
		-	-	-	-
		12	13	17	16
		1	1	-	-
		10	11	15	14
		y		z	

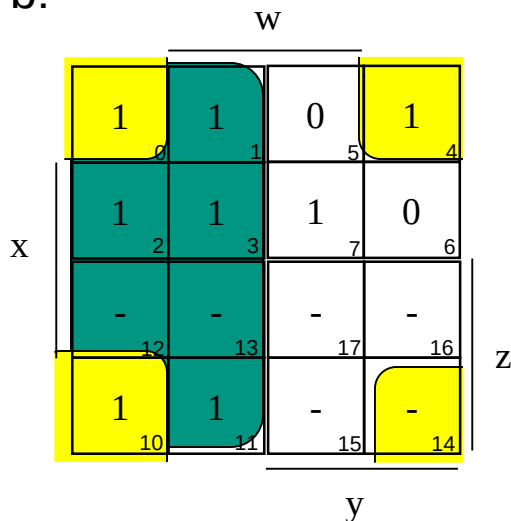
5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



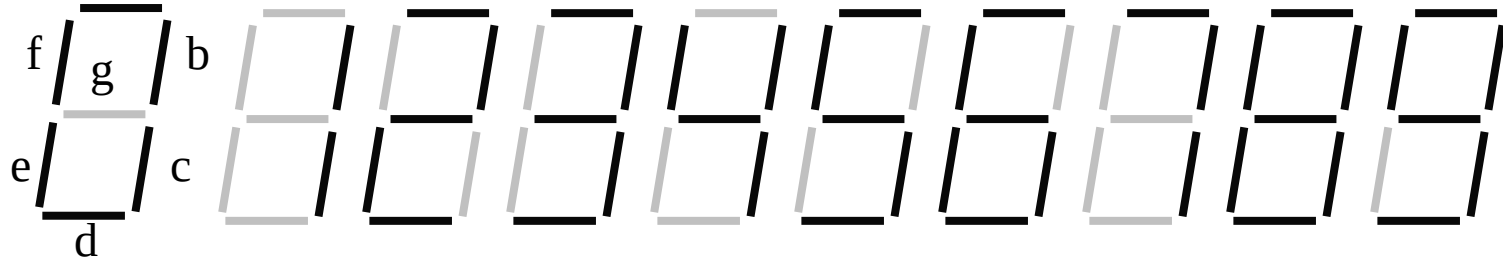
Aufstellung der Funktionen:

b:



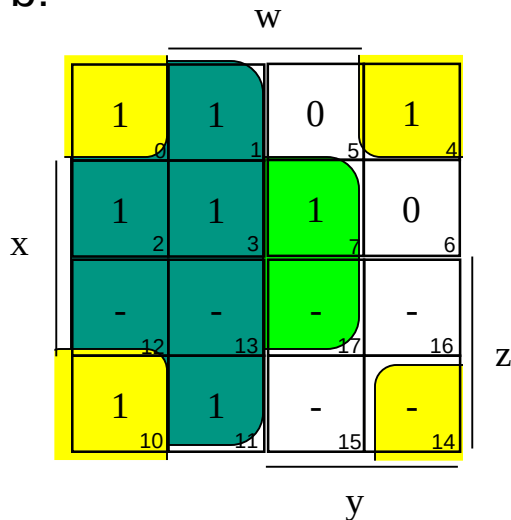
5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



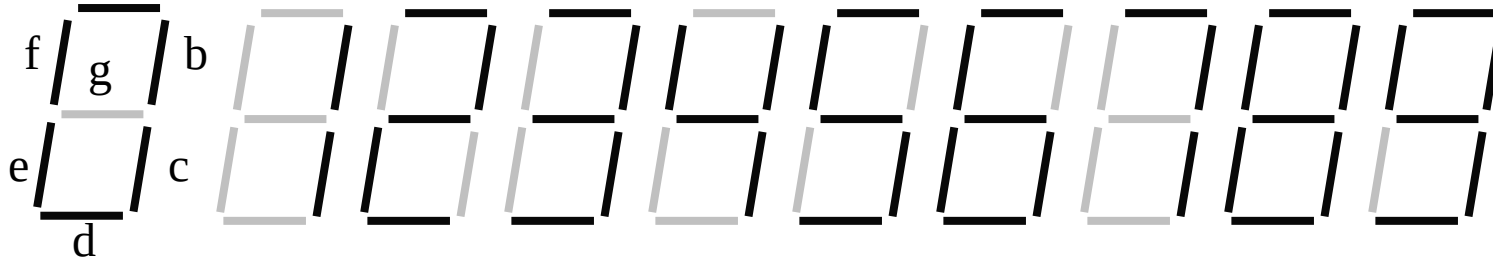
Aufstellung der Funktionen:

b:



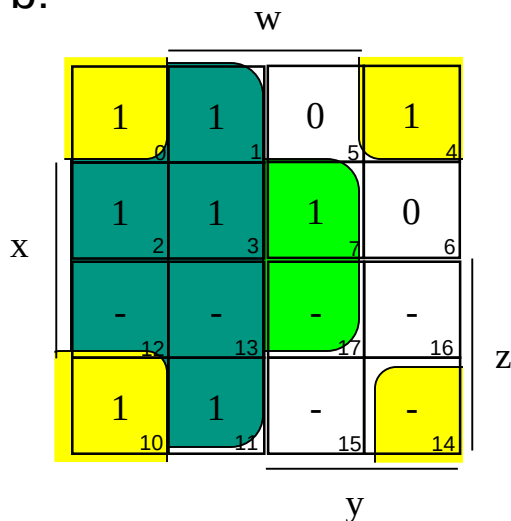
5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



Aufstellung der Funktionen:

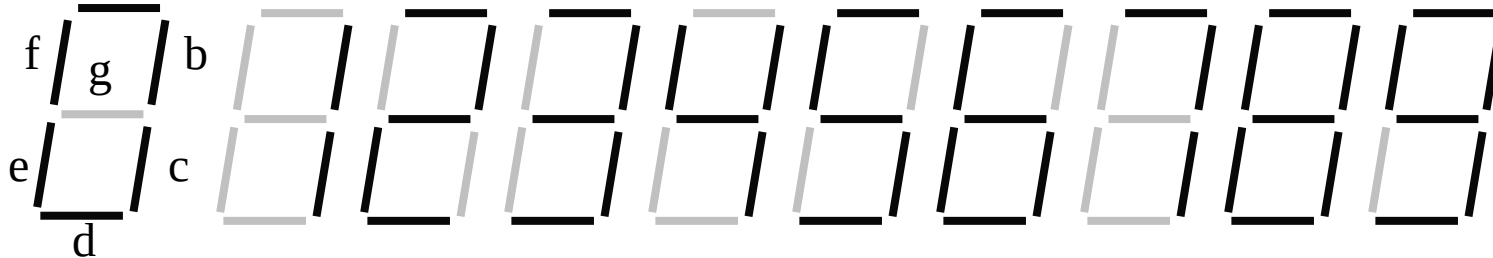
b:



$$b = \overline{y} + \overline{w}x + wx$$

5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



Aufstellung der Funktionen:

C:

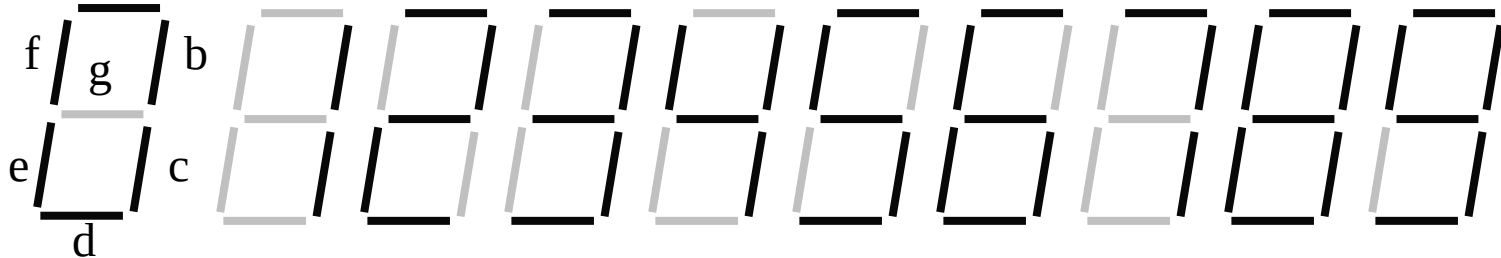
w			
1 0	1 1	1 5	1 4
0 2	1 3	1 7	1 6
- 12	- 13	- 17	- 16
1 10	1 11	- 15	- 14
y			

x

z

5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



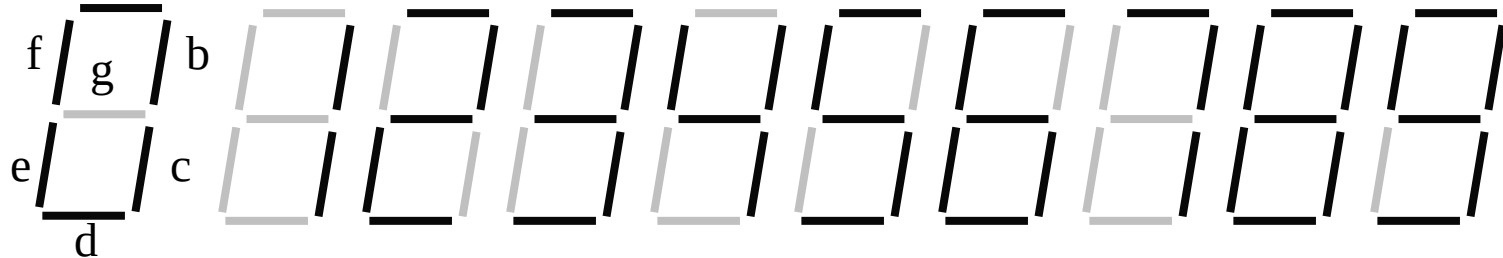
Aufstellung der Funktionen:

C:

		w			
x	1	1	1	1	
	0	1	1	1	
	-	-	-	-	
	1	1	-	-	
				z	
				y	

5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



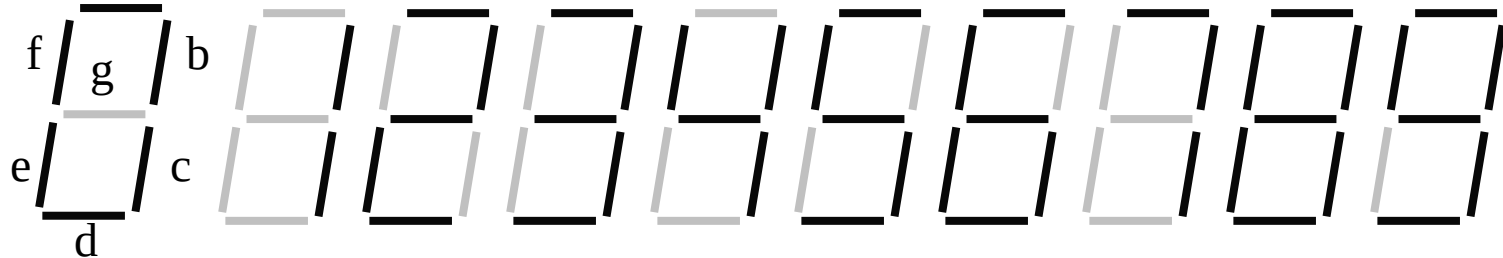
Aufstellung der Funktionen:

C:

		w			
x	1	1	1	1	
	0	1	1	1	
	-	-	-	-	
	1	1	-	-	
		y			
		z			

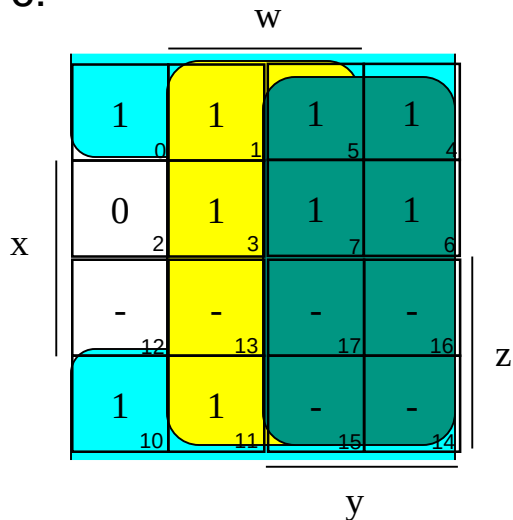
5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



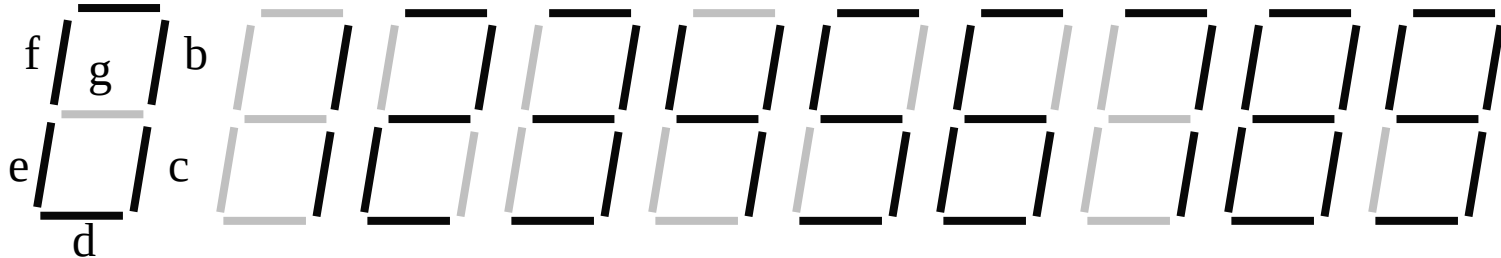
Aufstellung der Funktionen:

C:



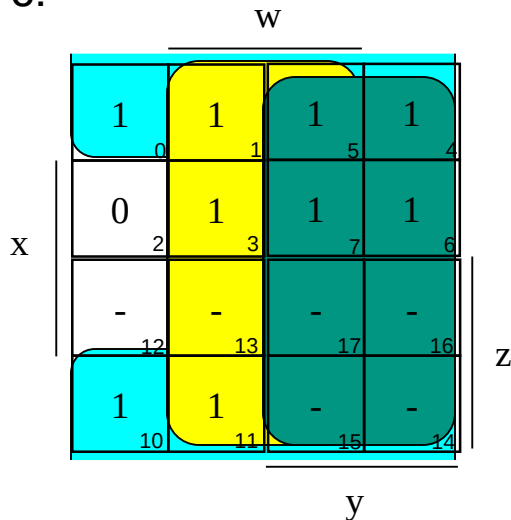
5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



Aufstellung der Funktionen:

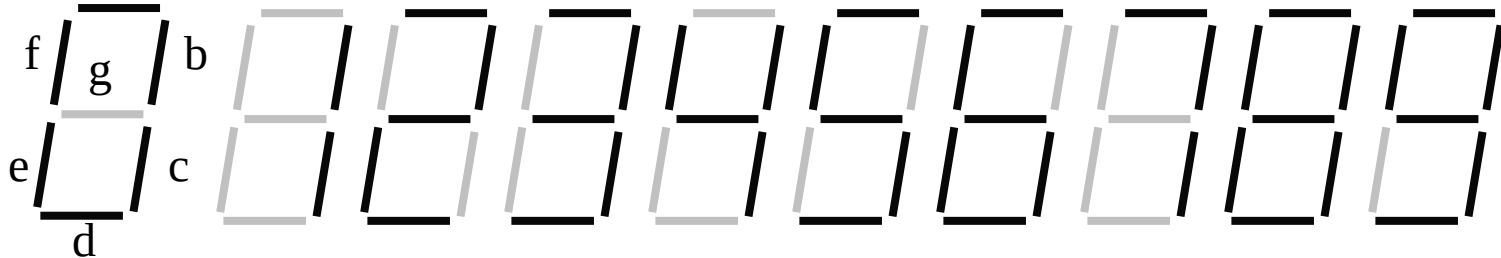
C:



$$c = y + w + \bar{x}$$

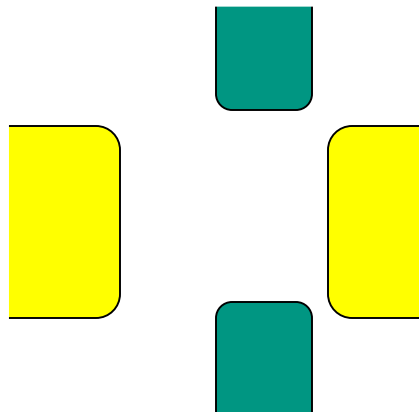
5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



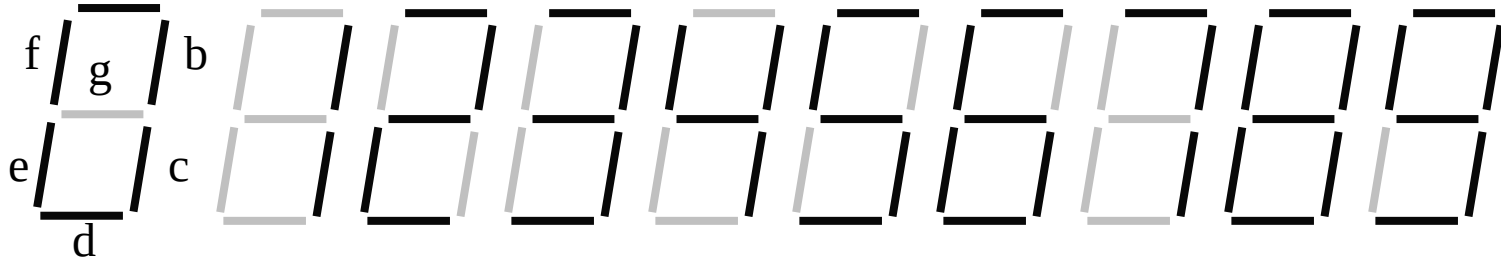
Aufstellung der Funktionen:

d:



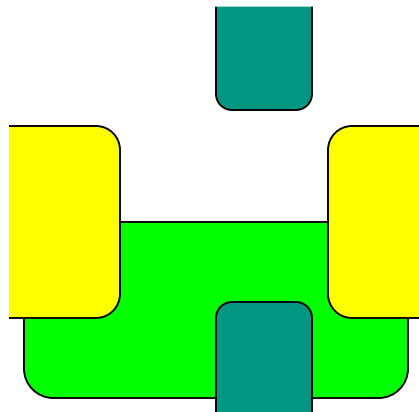
5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



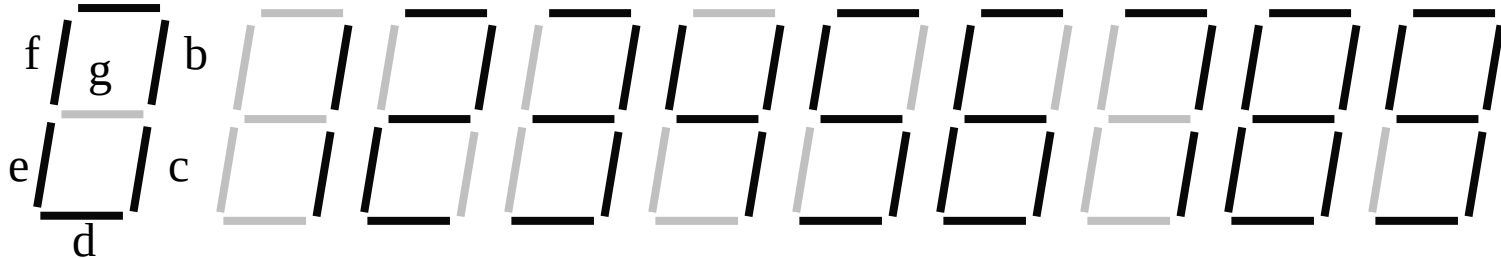
Aufstellung der Funktionen:

d:



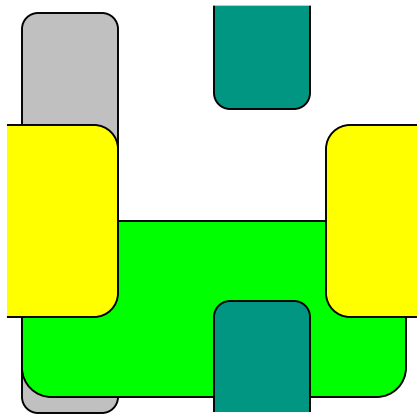
5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



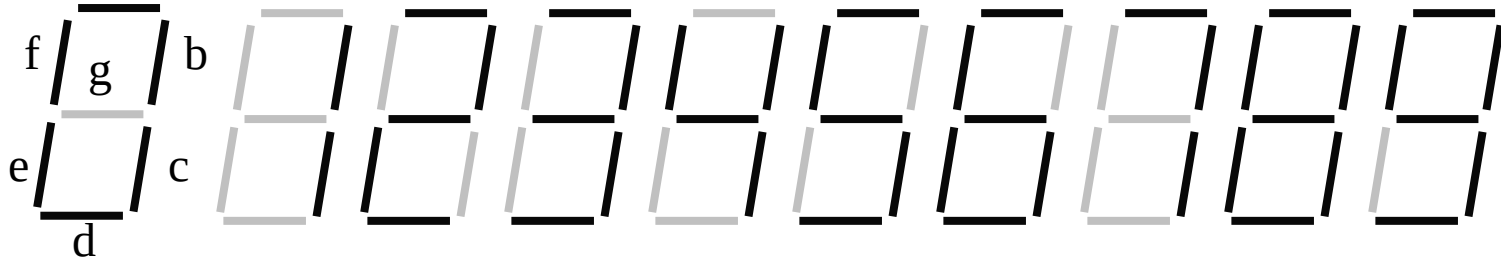
Aufstellung der Funktionen:

d:



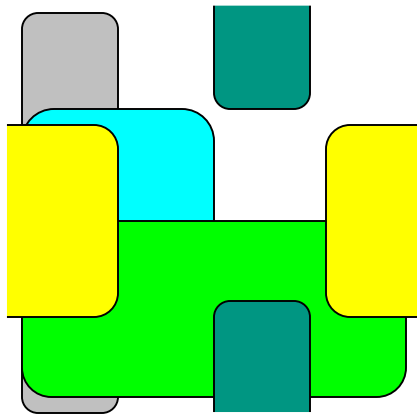
5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



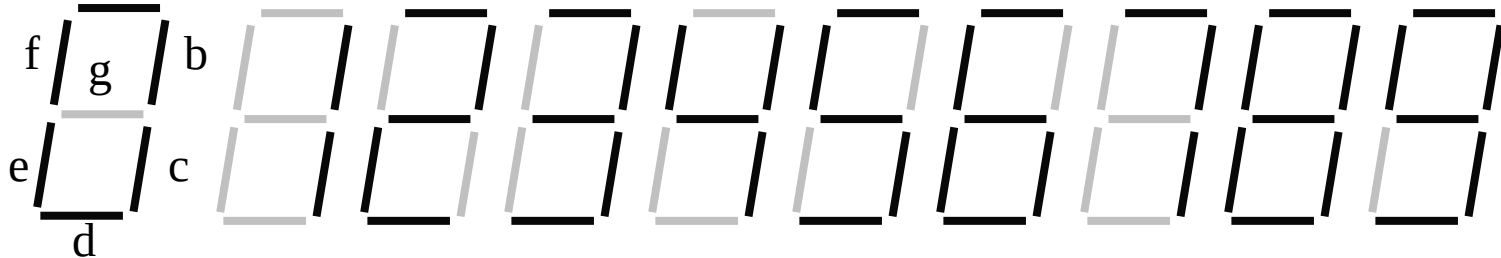
Aufstellung der Funktionen:

d:



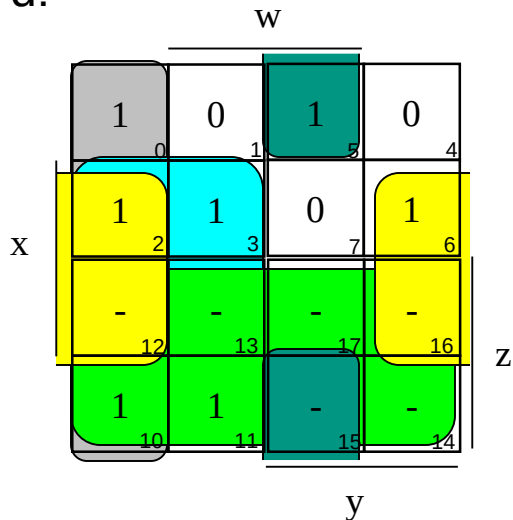
5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



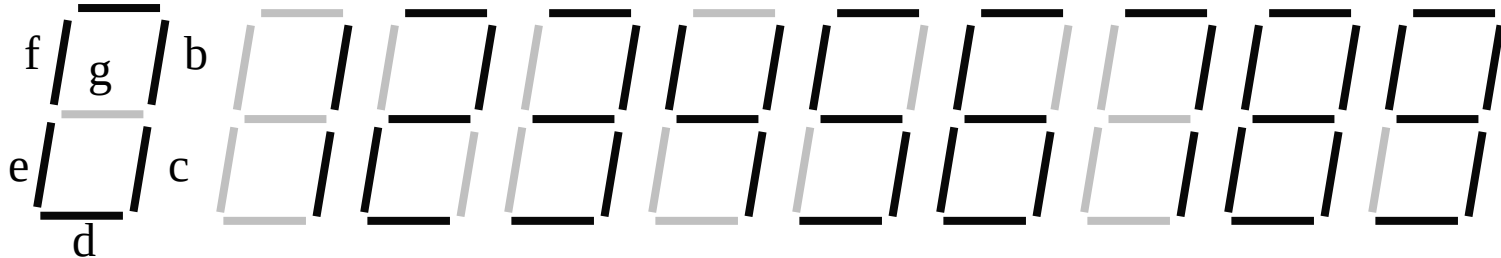
Aufstellung der Funktionen:

d:



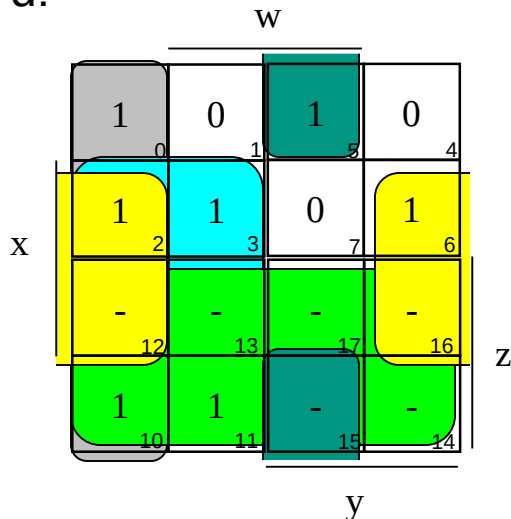
5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



Aufstellung der Funktionen:

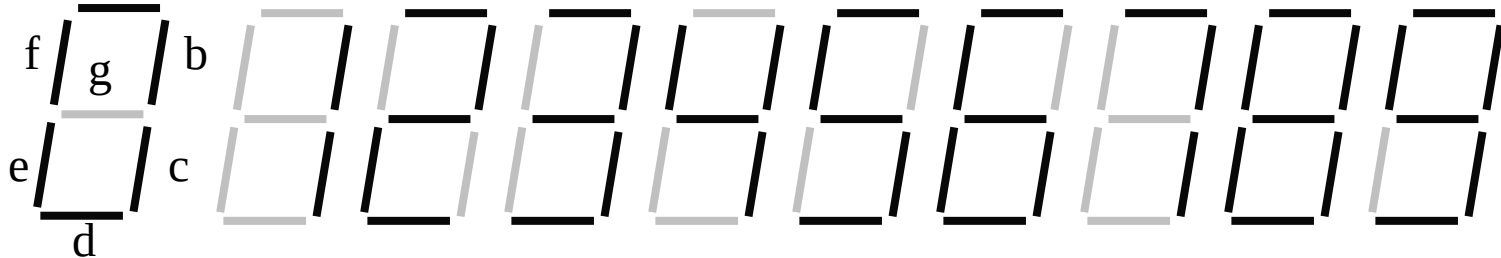
d:



$$d = z + \overline{w}\overline{y} + x\overline{w} + x\overline{y} + w\overline{y}x$$

5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



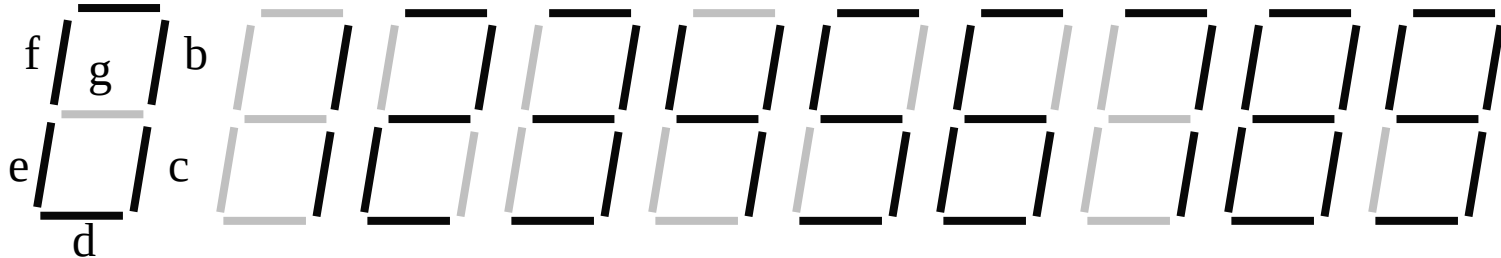
Aufstellung der Funktionen:

e:



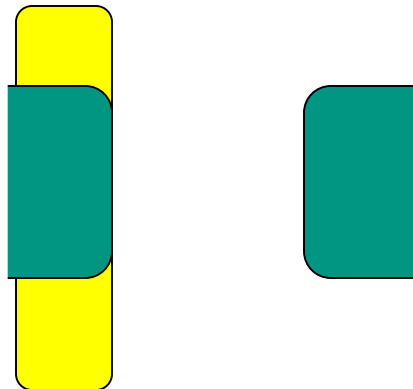
5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



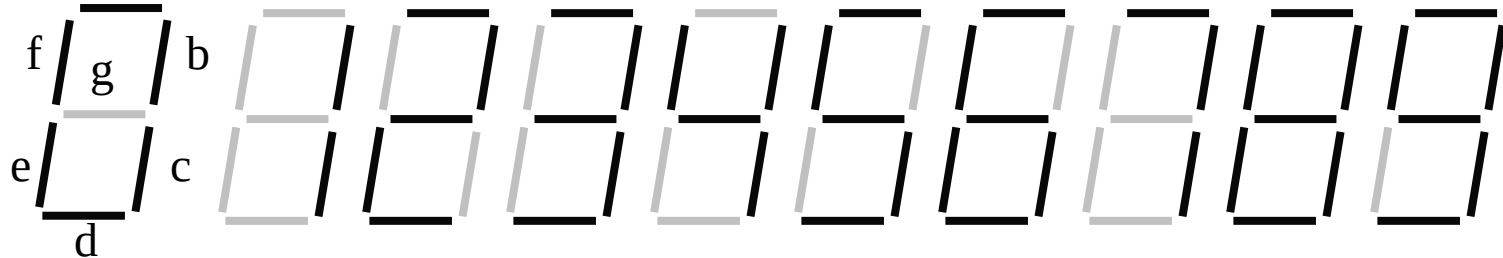
Aufstellung der Funktionen:

e:



5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



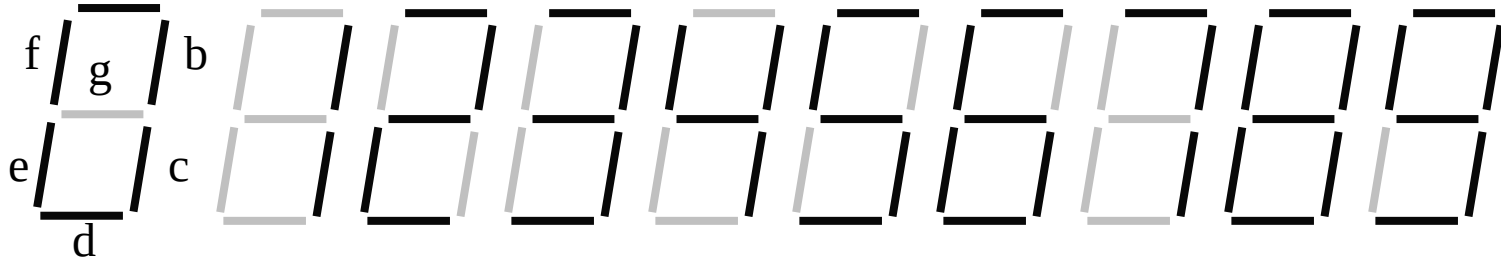
Aufstellung der Funktionen:

e:

		w				
		1	0	0	0	
		0	1	5	4	
x		1	0	0	1	
		2	3	7	6	
		-	-	-	-	
		12	13	17	16	
		1	0	-	-	
		10	11	15	14	
		y				
						z

5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



Aufstellung der Funktionen:

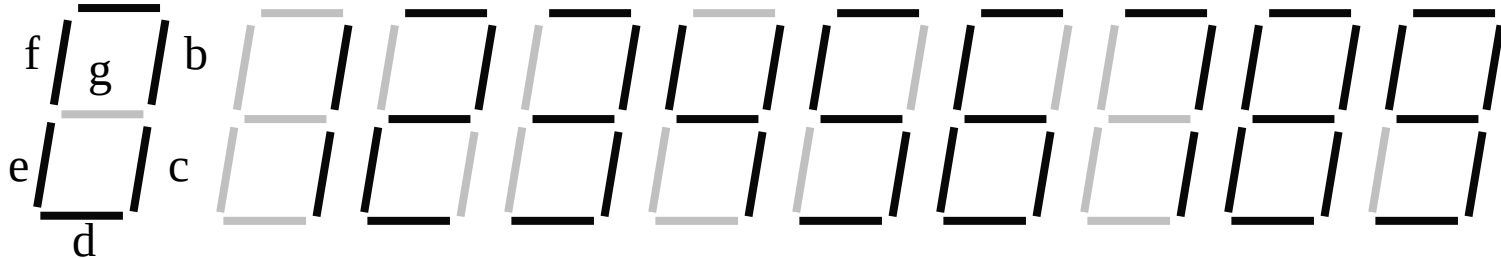
e:

	w				
	0	1	5	4	
x	1	0	0	1	
	2	3	7	6	
	-	-	-	-	
	10	11	15	14	
	y				
					z

$$e = \overline{w}\overline{y} + x\overline{w}$$

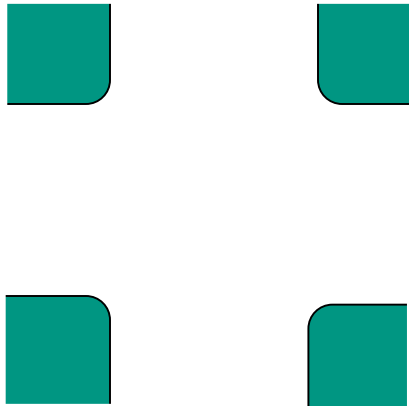
5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



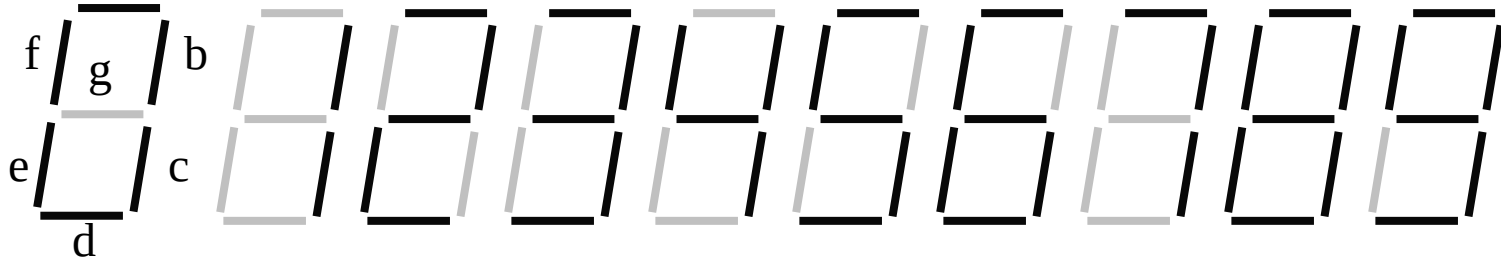
Aufstellung der Funktionen:

f:



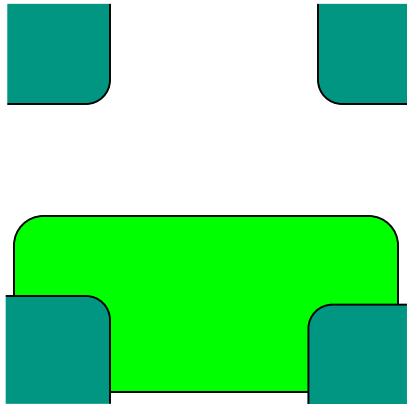
5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



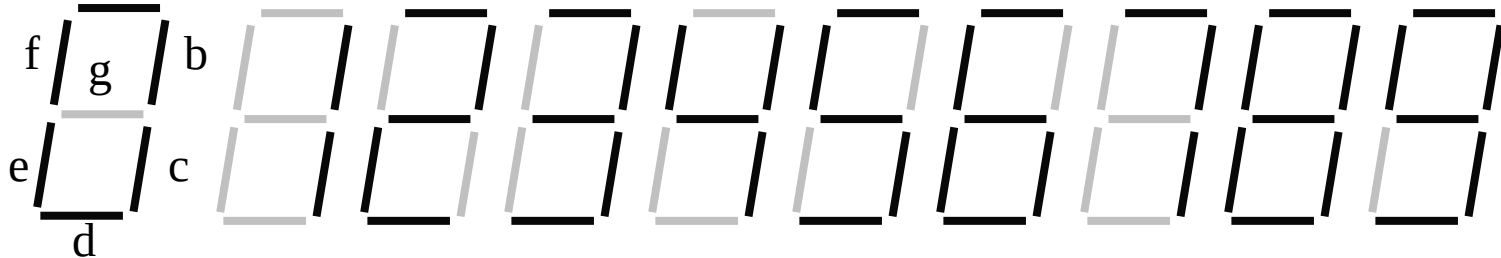
Aufstellung der Funktionen:

f:



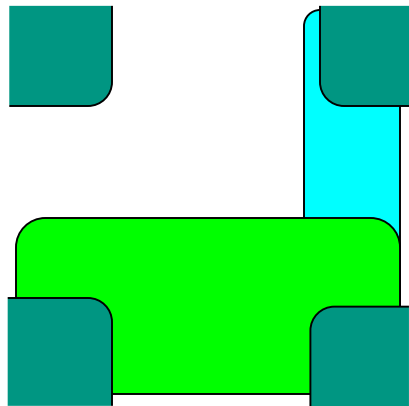
5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



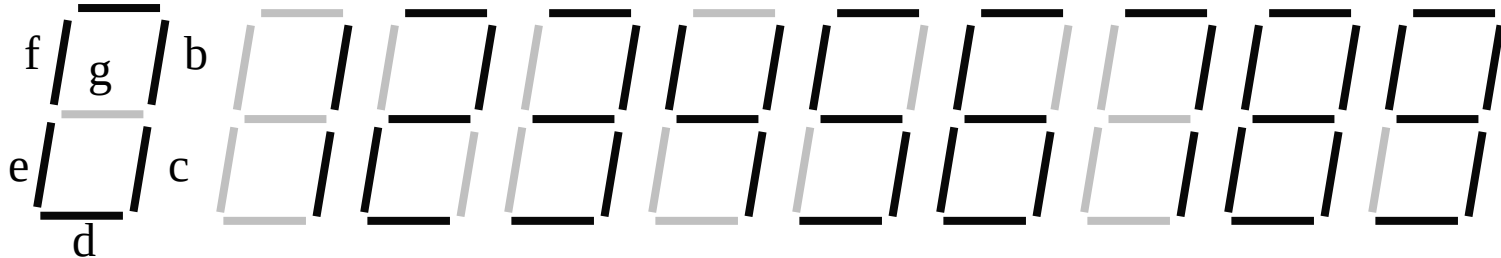
Aufstellung der Funktionen:

f:



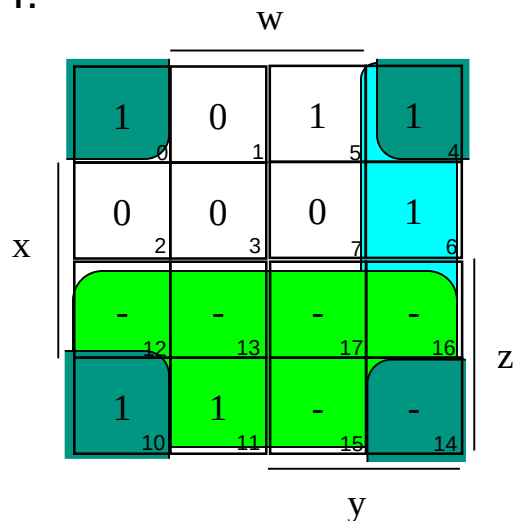
5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



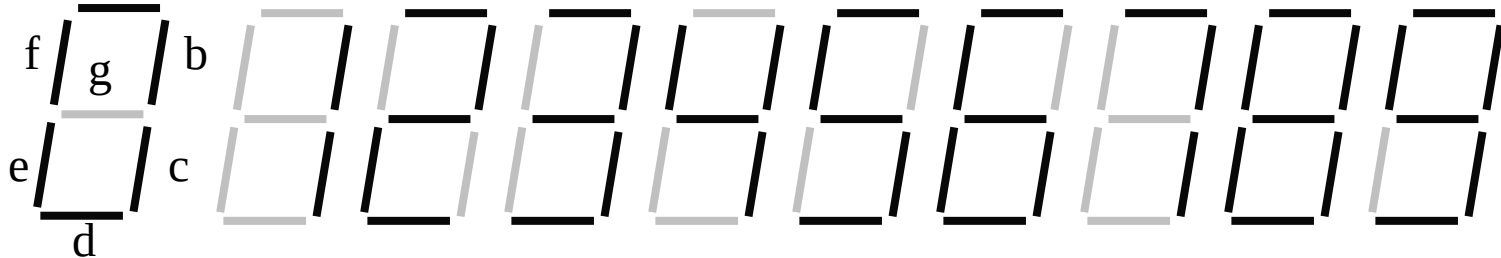
Aufstellung der Funktionen:

f:



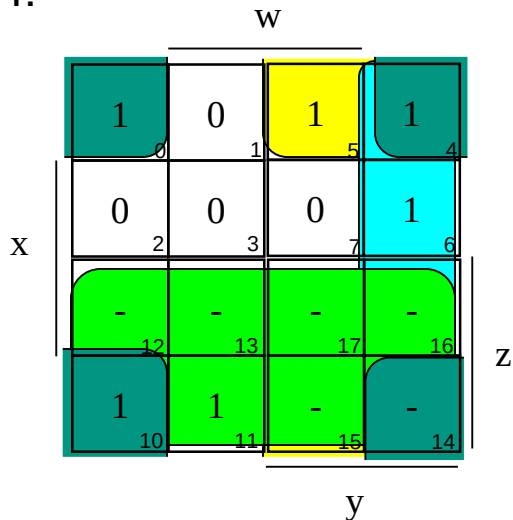
5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a

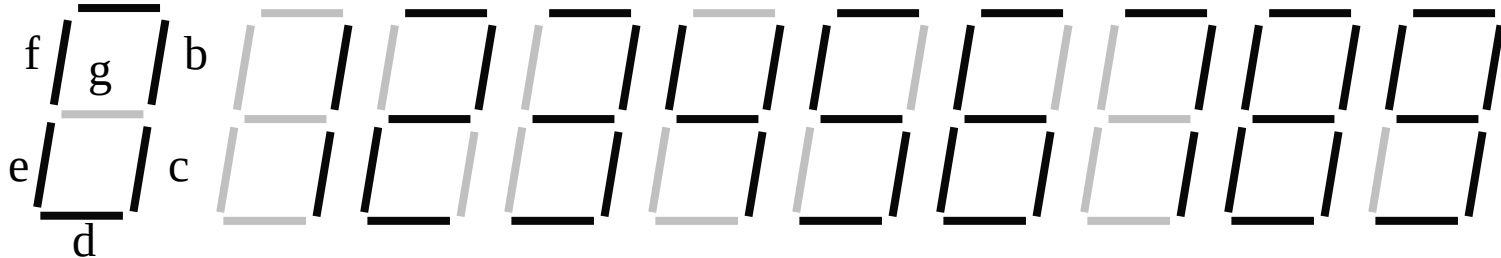


Aufstellung der Funktionen:

f:

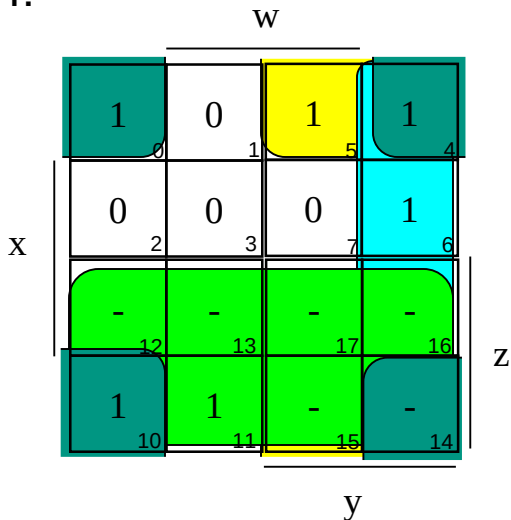


a



Aufstellung der Funktionen:

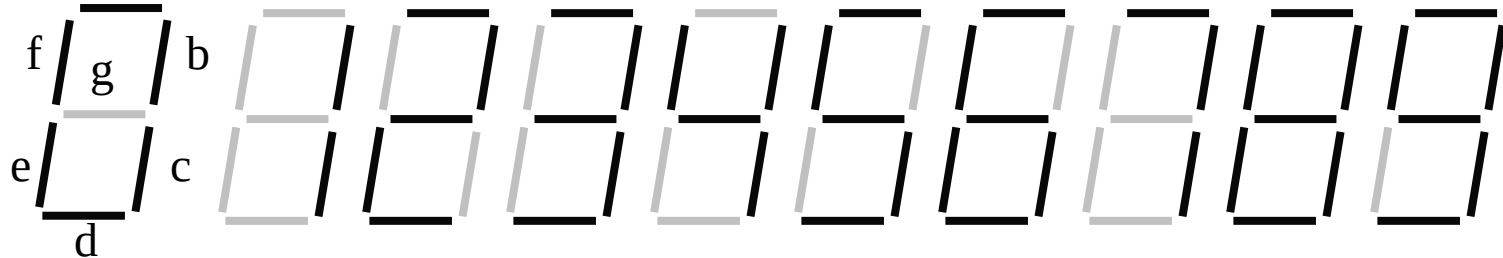
f:



$$f = z + \overline{w}y + \overline{x}w + y\overline{x}$$

5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



Aufstellung der Funktionen:

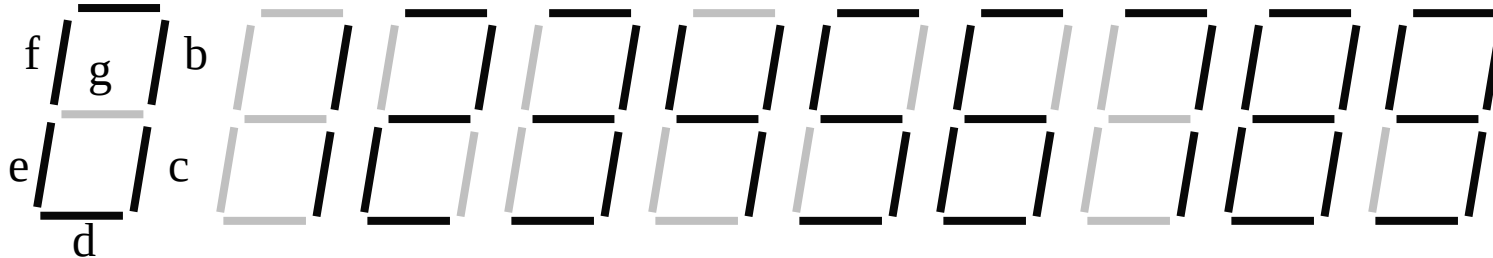
g:

g.

		w					
x	0	0	1	1			
	0	1	5	4			
	1	1	0	1			
	2	3	7	6			
	-	-	-	-			
	12	13	17	16			
	1	1	-	-			
	10	11	15	14			
		y					
						z	

5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



Aufstellung der Funktionen:

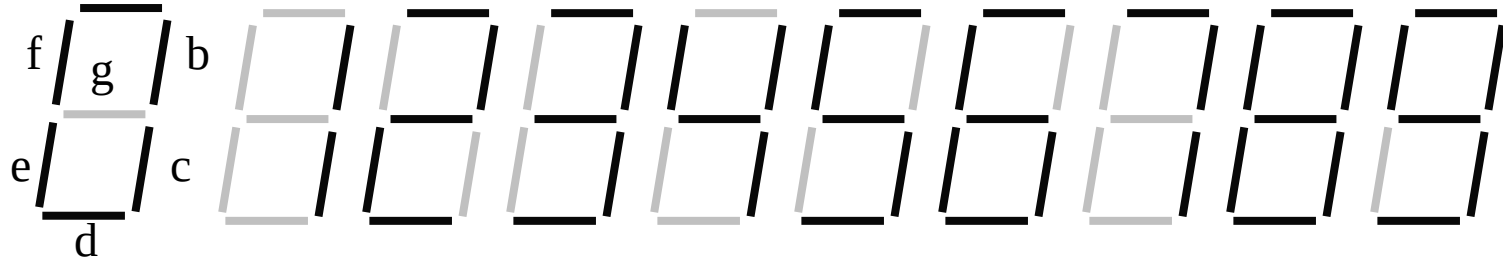
g:

g.

w				
x	0	0	1	1
	0	1	5	4
	1	1	0	1
	2	3	7	6
z				
	-	-	-	-
	12	13	17	16
y	1	1	-	-
	10	11	15	14

5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



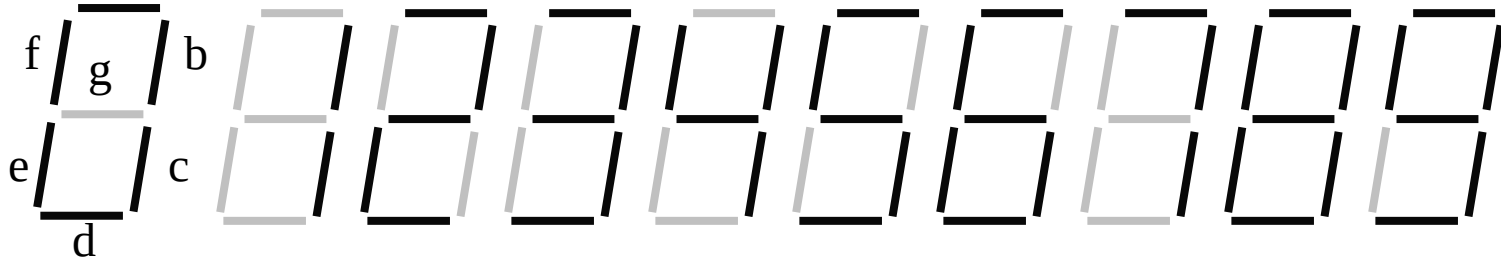
Aufstellung der Funktionen:

g:

		w			
		0	0	1	1
		0	1	5	4
x	1	1	0	1	6
	2	3	7		
	-	-	-	-	16
	12	13	17		
		1	1	-	-
		10	11	15	14
				y	
				z	

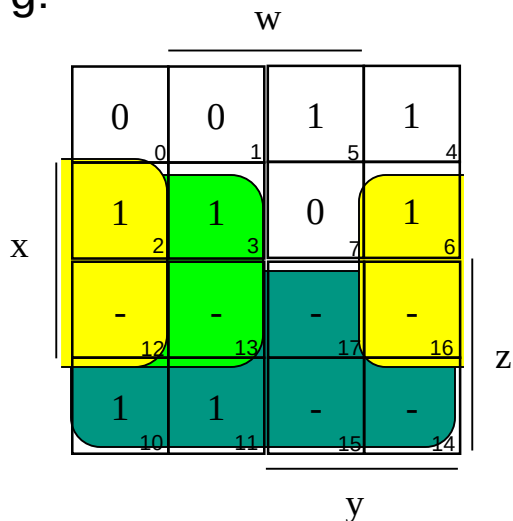
5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



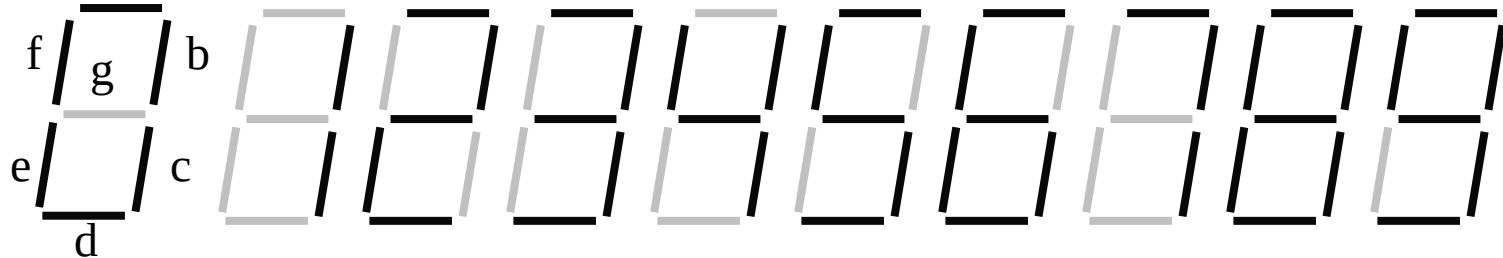
Aufstellung der Funktionen:

g:



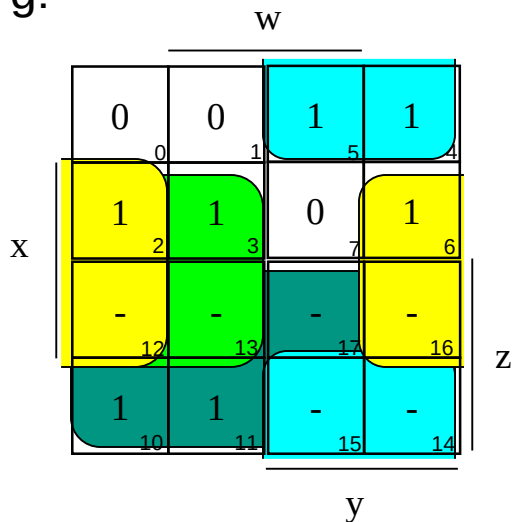
5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



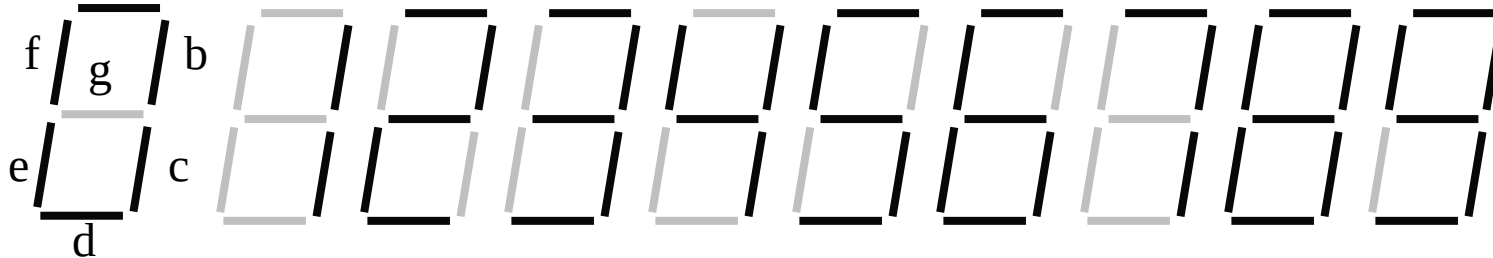
Aufstellung der Funktionen:

g:



5. Aufgabe – 5.1

Festlegen der Zahlendarstellung:
a



Aufstellung der Funktionen:

g:

	w				
	0	0	1	1	
	0	1	5	4	
x	1	1	0	1	
	2	3	7	6	
	-	-	-	-	
	12	13	17	16	
	1	1	-	-	
	10	11	15	14	
	y				
					z

$$g = z + x\bar{y} + \bar{w}x + \bar{x}y$$

5. Aufgabe – 5.2

- Geben Sie eine möglichst einfache PLA-Realisierung an
- Insgesamt 15 Pls zu realisieren

$$\begin{array}{l} w, x, \bar{x}, y, \bar{y}, z, wy, \bar{w}y, \bar{w}\bar{x}, \\ \bar{w}x, x\bar{w}, x\bar{y}, \bar{x}y, \bar{w}y, \bar{w}y\bar{x} \end{array}$$

d.h. 15 Und-Gatter im PLA nötig,
falls keine Bündeloptimierung durchgeführt
wird

$$\begin{array}{l} a = z + x + \bar{w}y + \bar{w}y \\ b = z + \bar{y} + \bar{w}x + \bar{w}x \\ c = y + w + \bar{x} \\ d = z + \bar{w}y + x\bar{w} + \bar{x}\bar{y} + \bar{w}y\bar{x} \\ e = \bar{w}y + x\bar{w} \\ f = z + \bar{w}y + \bar{x}\bar{w} + y\bar{x} \\ g = z + x\bar{y} + \bar{w}y + \bar{x}y \end{array}$$

5. Aufgabe – 5.2

- Geben Sie eine möglichst einfache PLA-Realisierung an
- Insgesamt 15 Pls zu realisieren

$$\begin{array}{ccccccc} \overline{w}, & x, & \overline{x}, & y, & \overline{y}, & z, & \overline{w}y, & \overline{w}y, & \overline{w}x, \\ \overline{w}x, & x\overline{w}, & x\overline{y}, & x\overline{y}, & \overline{w}y, & \overline{w}y\overline{x} \end{array}$$

d.h. 15 Und-Gatter im PLA nötig,
falls keine Bündeloptimierung durchgeführt
wird

- Bündeloptimierung rechnergestützt möglich
- ESPRESSO kann dazu eingesetzt werden

$$a = z + x + \overline{w}y + \overline{w}y$$

$$b = z + \overline{y} + \overline{w}x + \overline{w}x$$

$$c = y + w + \overline{x}$$

$$d = z + \overline{w}y + x\overline{w} + x\overline{y} + \overline{w}y\overline{x}$$

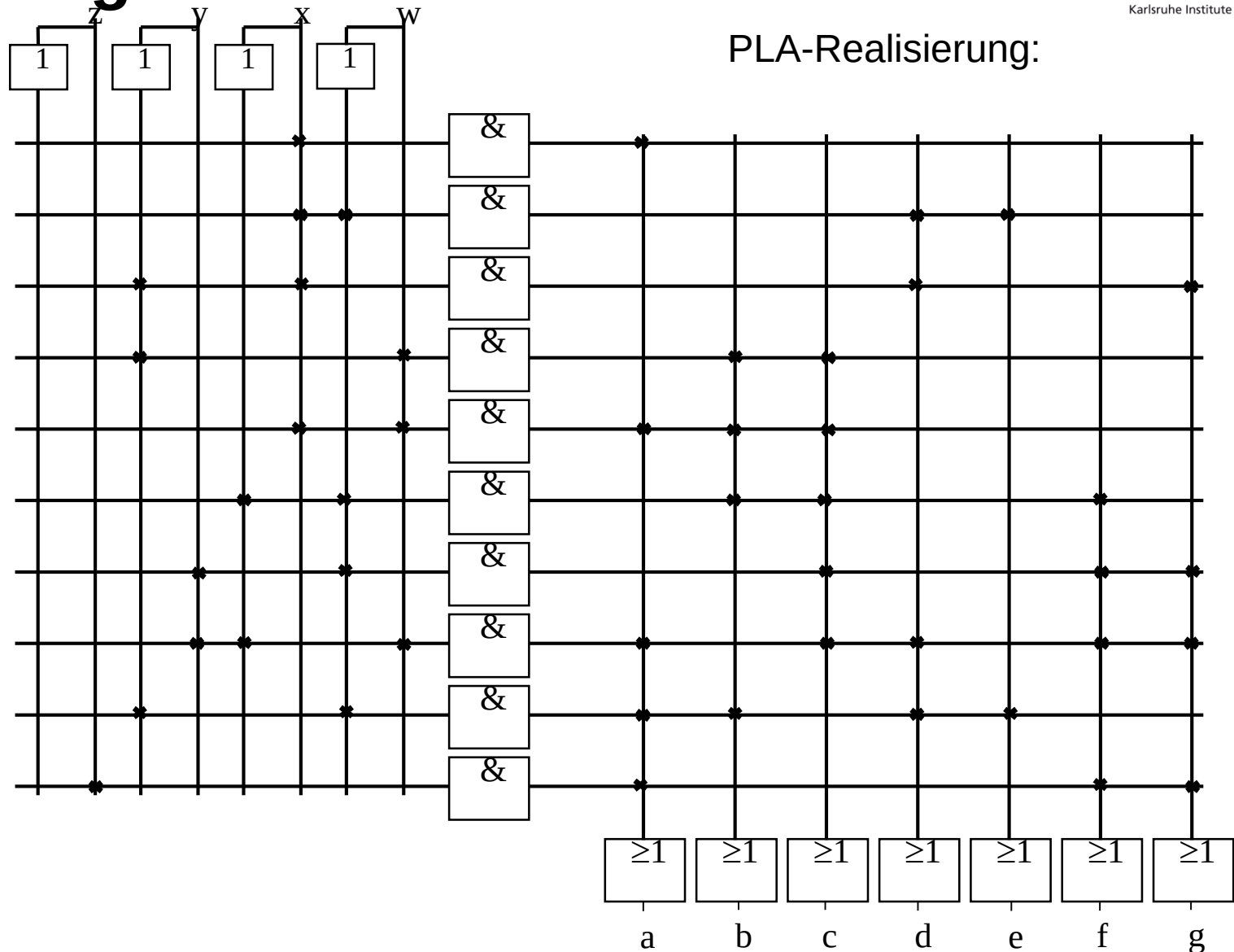
$$e = \overline{w}y + x\overline{w}$$

$$f = z + \overline{w}y + \overline{x}w + y\overline{x}$$

$$g = z + x\overline{y} + \overline{w}y + \overline{x}y$$

5. Aufgabe – 5.2

PLA-Realisierung:



5. Aufgabe – 5.3

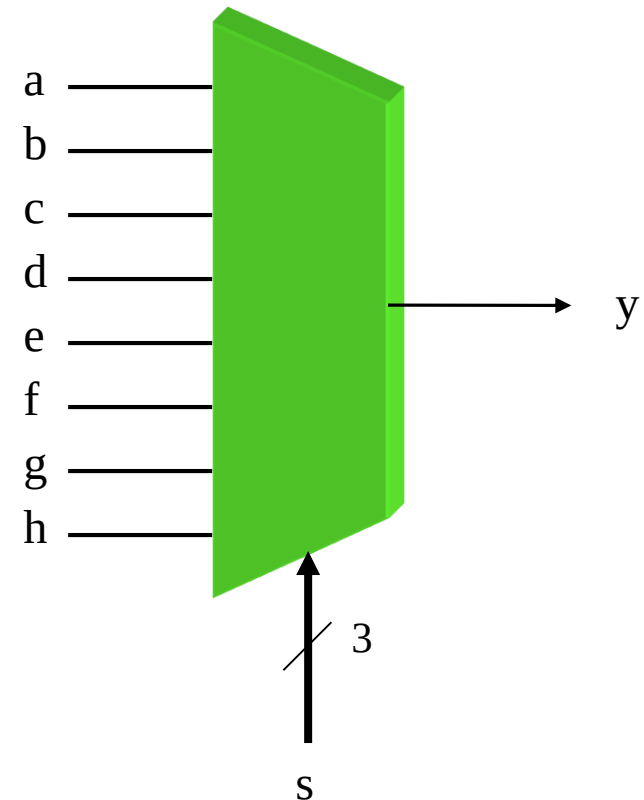
- **5.3** Wie kann die Anzeigensteuerung mit 8:1 Multiplexern realisiert werden?

Multiplexer

Multiplexer sind Bausteine, die es erlauben aus einem Eingangsvektor mit n Bits ein beliebiges Bit auszuwählen und an y weiterzuschalten, indem der Auswahlvektor s entsprechend gewählt wird.

$n:1$ Multiplexer bedeutet, dass eine Auswahl aus n bittigem Vektor auf einen 1-Bit-Ausgang erfolgt.

Alle logischen Funktionen mit n Variablen sind mit $2^{n-1}:1$ Multiplexern realisierbar, was im folgenden genutzt wird.



5. Aufgabe – 5.3

a:

		w							
x	1		0		1		0		
	0		1		5		4		
	1		1		1		1		
	2		3		7		6		
		-		-		-		-	
		12		13		17		16	
		1		1		-		-	
		10		11		15		14	
						y			



		w					
z		1	x	1	x		
		0	1	5	4		
		1	1	-	-		
		2	3	7	6		
						y	

5. Aufgabe – 5.3

a:

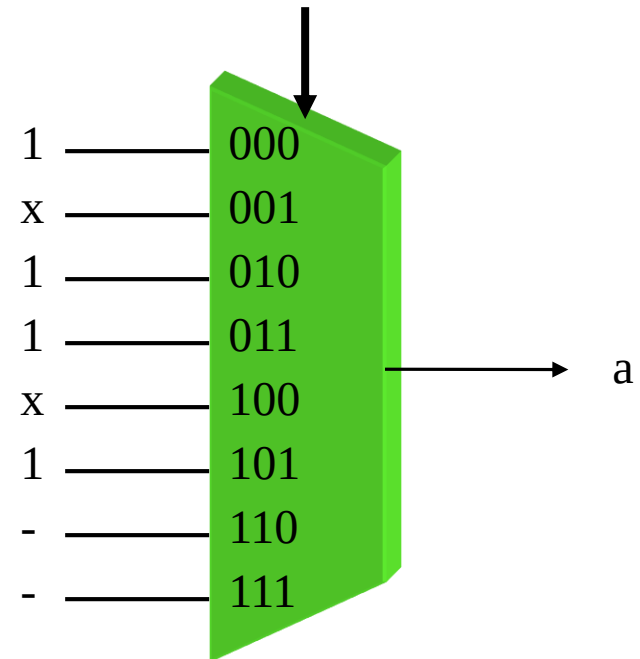
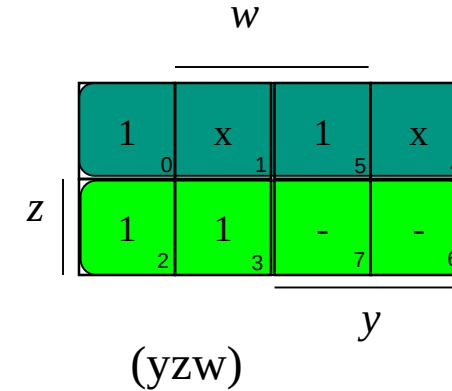
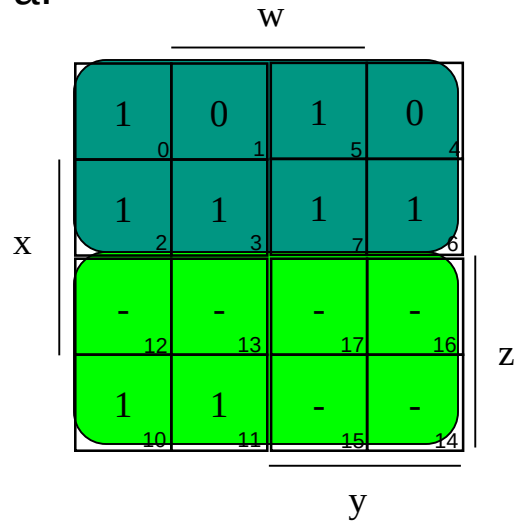
	w				
	1	0	1	0	
	0	1	5	4	
x	1	1	1	1	
	2	3	7	6	
	-	-	-	-	
	12	13	17	16	
	1	1	-	-	
	10	11	15	14	
	y				
					z



	w				
	1	x	1	x	
	0	1	5	4	
z	1	1	-	-	
	2	3	7	6	
	y				

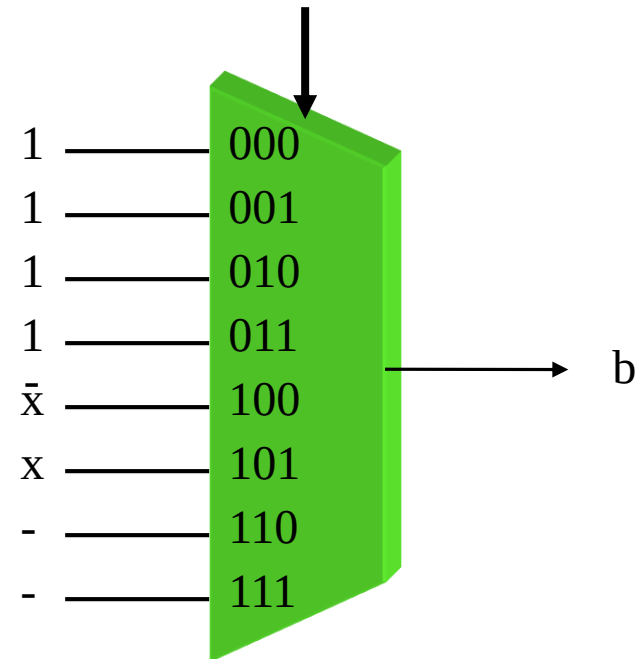
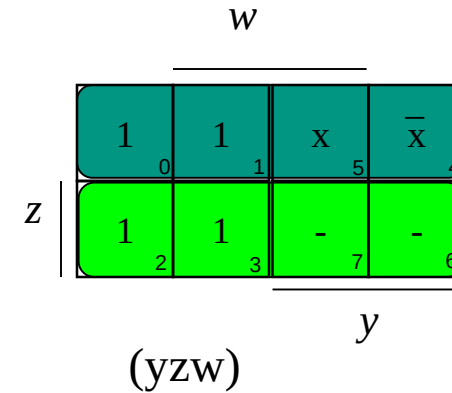
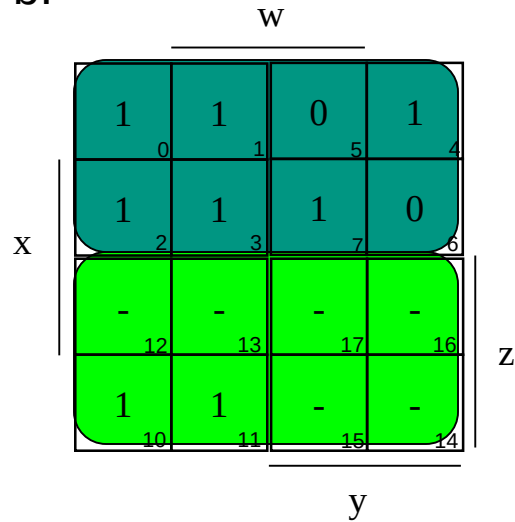
5. Aufgabe – 5.3

a:



5. Aufgabe – 5.3

b:



5. Aufgabe – 5.3

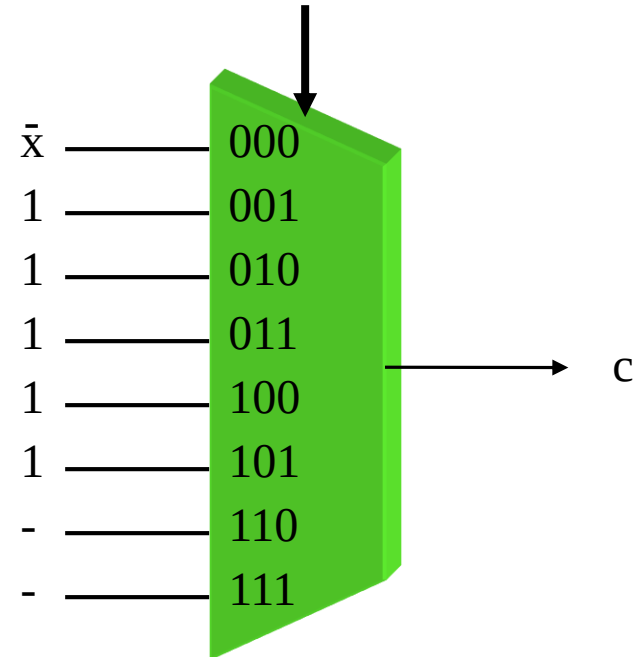
C:

		w				
		1	1	1	1	
		0	1	1	1	
		-	-	-	-	
		1	1	-	-	
x						z
						y



		w				
		$\bar{x}$	1	1	1	
		1	1	-	-	
z						y

(yzw)



5. Aufgabe – 5.3

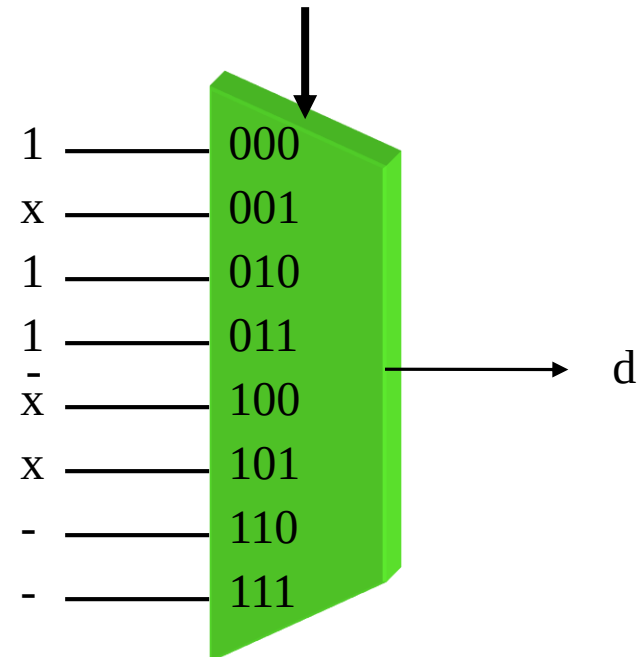
d:

	w				
	1	0	1	0	
	0	1	5	4	
x	1	1	0	1	
	2	3	7	6	
	-	-	-	-	
	12	13	17	16	
	1	1	-	-	
	10	11	15	14	
	y				z



	w				
	1	x	$\bar{x}$	x	
	0	1	5	4	
z	1	1	-	-	
	2	3	7	6	
	y				

(yzw)



5. Aufgabe – 5.3

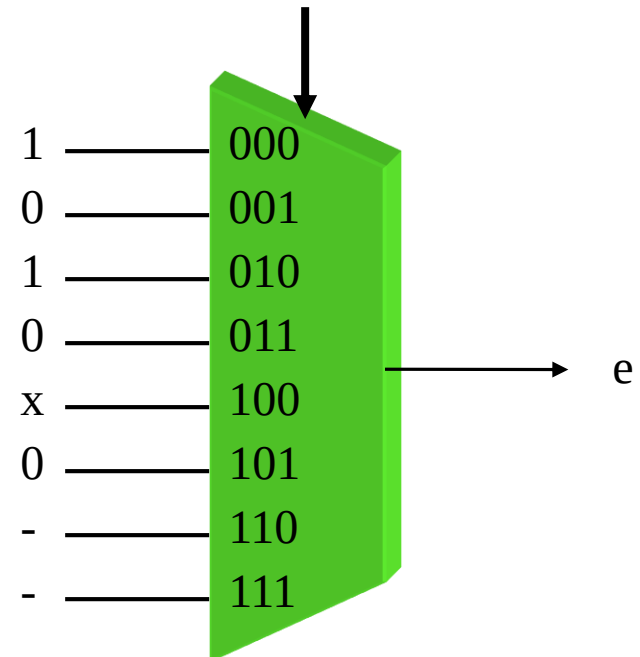
e:

		w				
		1	0	0	0	
		0	1	5	4	
		1	0	0	1	
		2	3	7	6	
x		-	-	-	-	
		12	13	17	16	
		1	0	-	-	
		10	11	15	14	
		y				
						z



		w				
		1	0	0	x	
		0	1	5	4	
		1	0	-	-	
		2	3	7	6	
z						
		y				

(yzw)



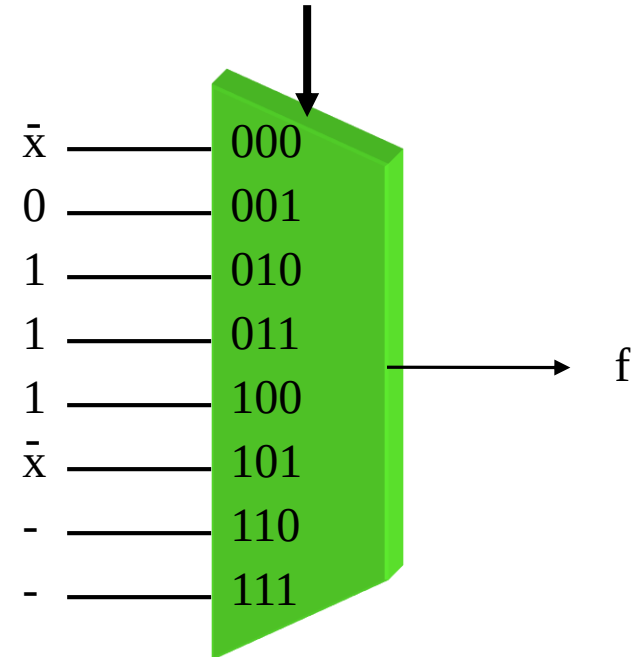
5. Aufgabe – 5.3

f:

	w				
	1	0	1	1	
	0	0	0	1	
x	-	-	-	-	z
	1	1	-	-	
	y				



	w				
	$\bar{x}$	0	$\bar{x}$	1	
	1	1	-	-	
z	-	-	-	-	y
	(yzw)				



5. Aufgabe – 5.3

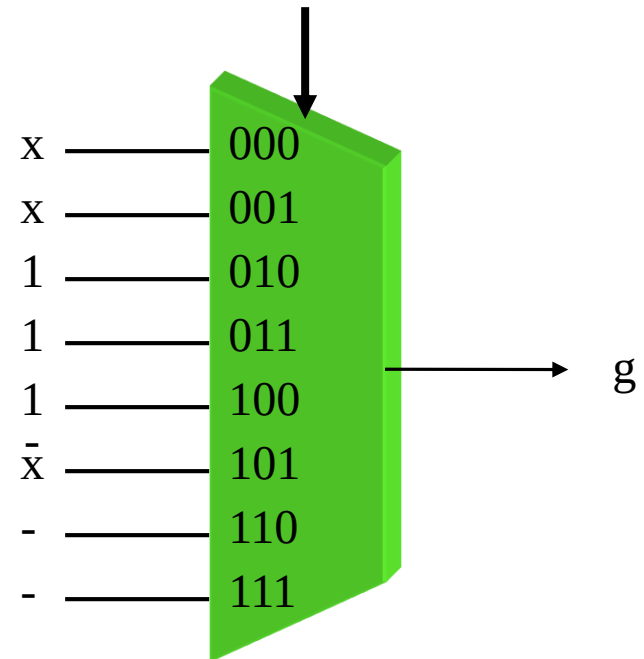
g:

	w				
	0	0	1	1	
	0	1	5	4	
x	1	1	0	1	
	2	3	7	6	
	-	-	-	-	
	12	13	17	16	
	1	1	-	-	
	10	11	15	14	
	y				z



	w				
	x	x	$\bar{x}$	1	
	0	1	5	4	
z	1	1	-	-	
	2	3	7	6	
	y				

(yzw)



Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

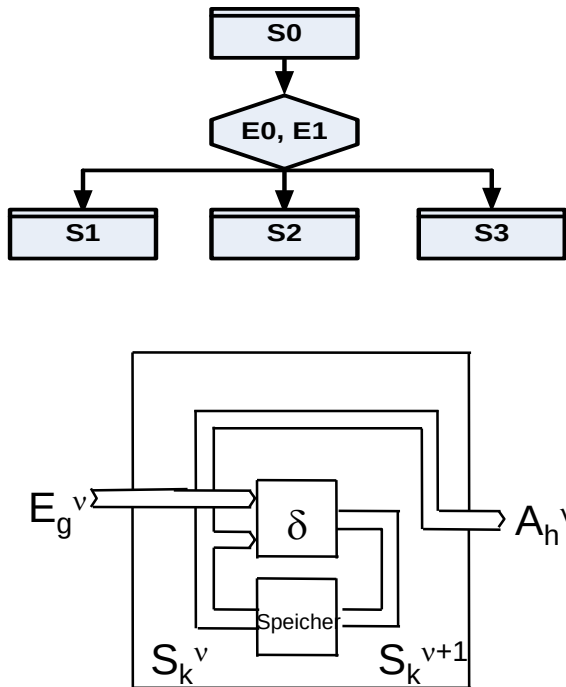
Aufgabe F2: Automaten

Automaten-Typen

Medwedew-Automat

$$A_h^v = S_k^v$$

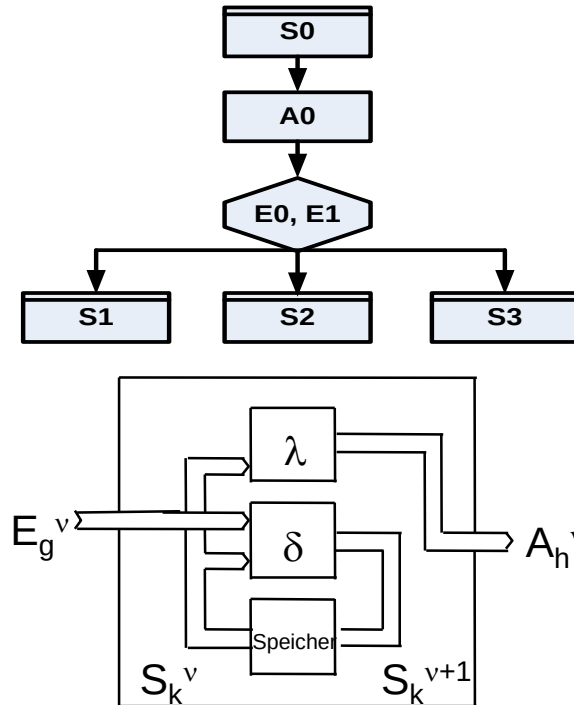
Die Ausgabe des Automaten ist **identisch mit dem aktuellen Zustand**



Moore-Automat

$$A_h^v = \lambda (S_k^v)$$

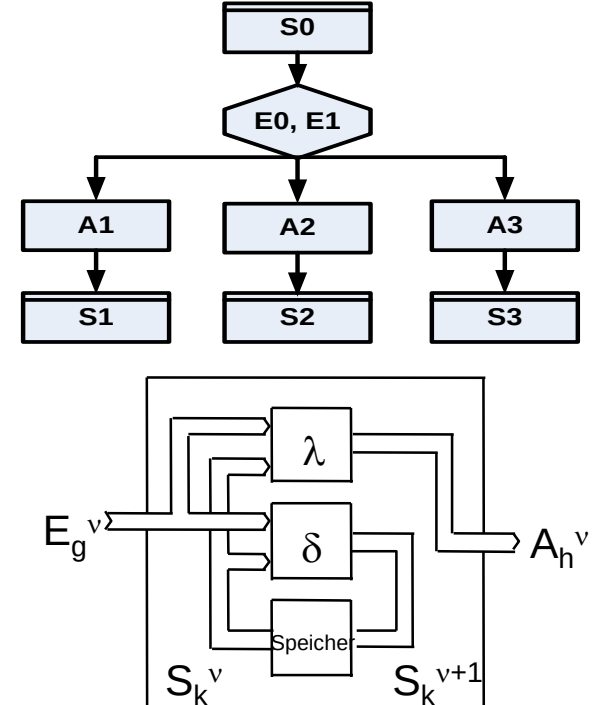
Die Ausgabe des Automaten ergibt sich ausschließlich aus dem **aktuellen Zustand**



Mealy-Automat

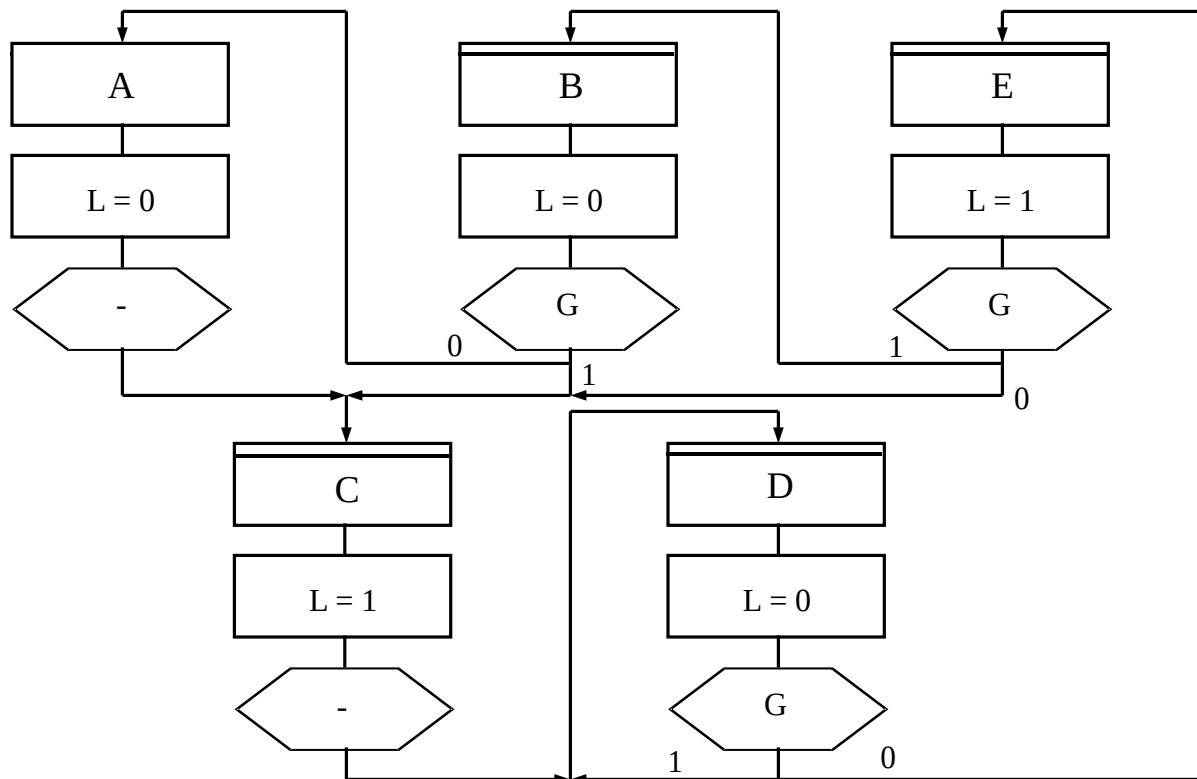
$$A_h^v = \lambda (E_g^v, S_k^v)$$

Die Ausgabe des Automaten ergibt sich aus **aktuellem Zustand** und einer **Eingabe** (allgemeiner Fall)



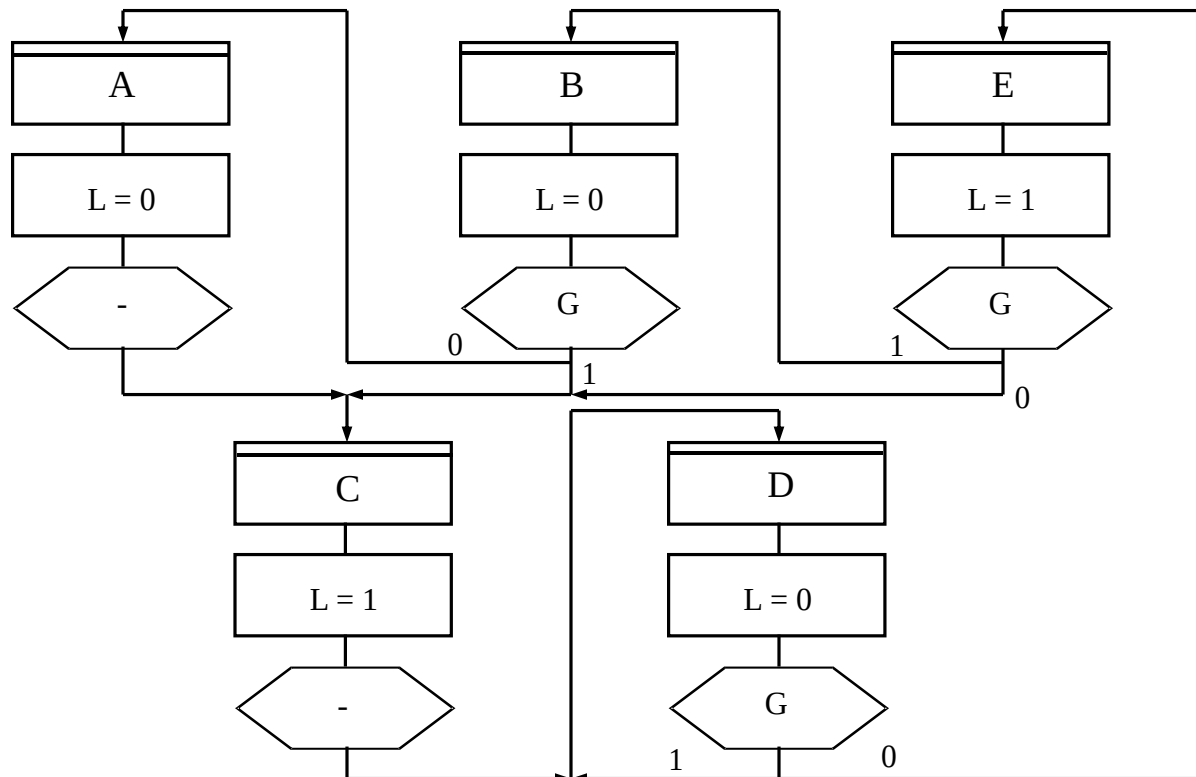
Aufgabe F2

Zur Realisierung eines Automaten haben zwei GDT-Studenten ein Ablaufdiagramm (Abbildung) bzw. eine Ablauftabelle (Tabelle) entwickelt. Leider wurde die Ablauftabelle ein Opfer der aus einer früheren Klausuraufgabe bekannten Cafeteria-Kaffeeleckten und ist deshalb nur unvollständig wiedergegeben.



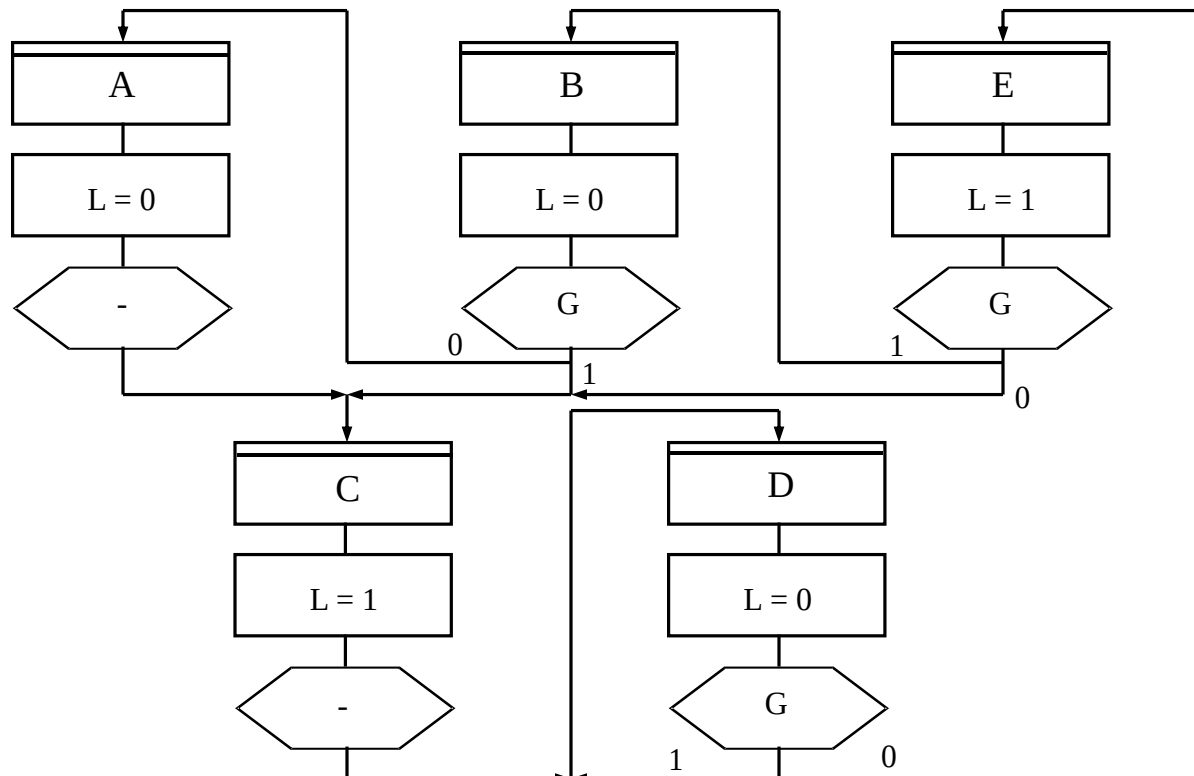
Aufgabe F2

- **F2.1** Handelt es sich bei dem in gezeigten Automaten um einen Moore- oder einen Mealy-Typ?



Aufgabe F2

- **F2.1** Handelt es sich bei dem in gezeigten Automaten um einen Moore- oder einen Mealy-Typ?



Moore, da Ausgabe nur von Zuständen abhängt !!!

Aufgabe F2

- **F2.2** Wie viele Flip-Flops würden Sie für die Realisierung des Automaten als synchrones Schaltwerk mindestens benötigen?

- **F2.2** Wie viele Flip-Flops würden Sie für die Realisierung des Automaten als synchrones Schaltwerk mindestens benötigen?
 - wir haben 5 Zustände im Automaten

- **F2.2** Wie viele Flip-Flops würden Sie für die Realisierung des Automaten als synchrones Schaltwerk mindestens benötigen?
 - wir haben 5 Zustände im Automaten
 - für eine binäre Kodierung würden wir also

- **F2.2** Wie viele Flip-Flops würden Sie für die Realisierung des Automaten als synchrones Schaltwerk mindestens benötigen?

- wir haben 5 Zustände im Automaten
- für eine binäre Kodierung würden wir also

$$\lceil \lg 5 \rceil = 3 \text{ Bits benötigen !!!}$$

Aufgabe F2

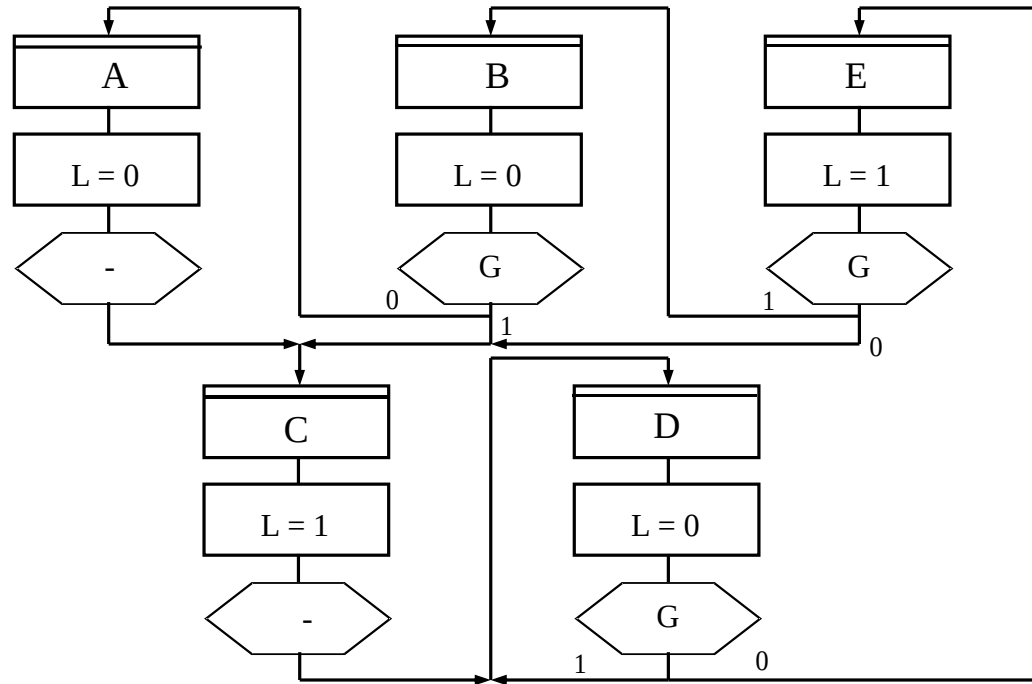
- **F2.3** Vervollständigen Sie nun die Ablaftabelle T1. Gehen Sie davon aus, dass die Ablaftabelle und das Ablaufdiagramm dasselbe Automatenverhalten beschreiben. Versuchen Sie eine geeignete Zuordnung zwischen den Bezeichnungen A, B, C, D, E, G und L und den Bezeichnungen R, U, W, Z, T, X und Y zu treffen. Geben Sie diese Zuordnung in einer Tabelle an.

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-		0
U	0 1	Z	
W	0 1	W	
Z	-	1	
T	0 1		

Aufgabe F2

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-		0
U	0		
	1	Z	
W	0		
	1	W	
Z	-		
T	0		
	1		

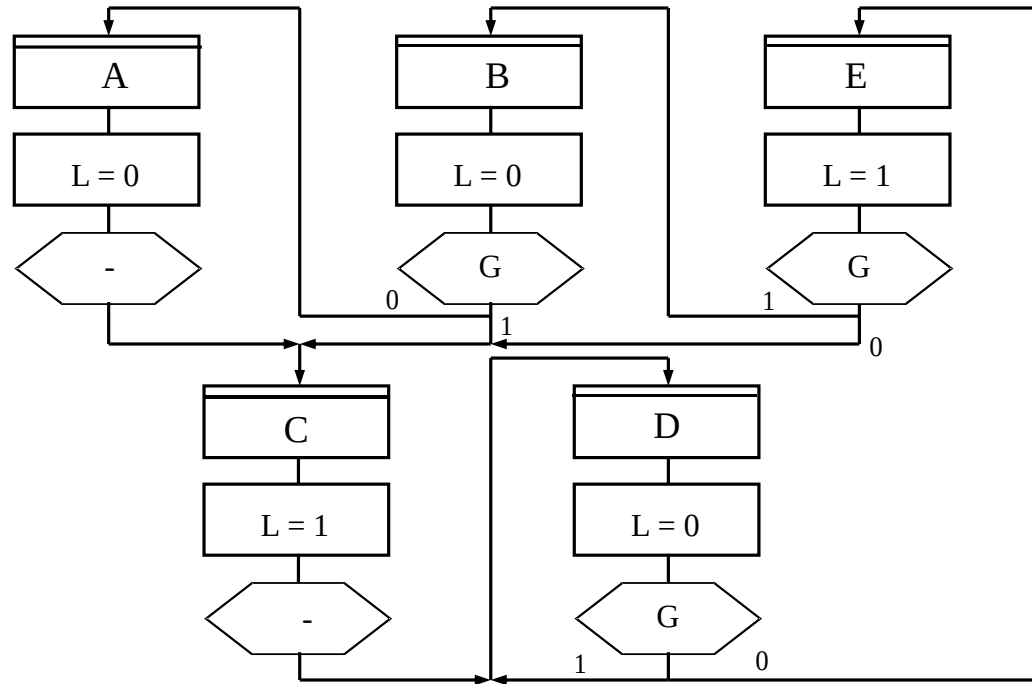
Diagramm	Tabelle
A	
B	
C	
D	
E	
G	
L	



Aufgabe F2

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-		0
U	0		
	1	Z	
W	0		
	1	W	
Z	-		
T	0		
	1		

Diagramm	Tabelle
A	
B	
C	
D	
E	
G	X
L	



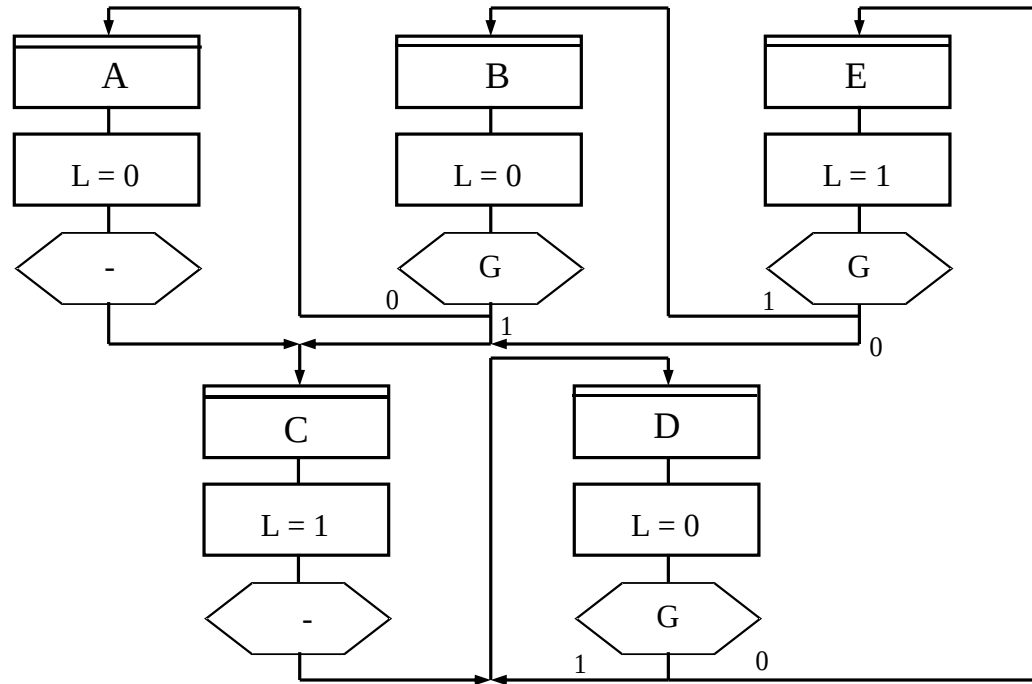
- G ist die Eingabe des Ablaufdiagramms

$\Rightarrow G \equiv X$

Aufgabe F2

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-		0
U	0		
	1	Z	
W	0		
	1	W	
Z	-		
T	0		
	1		

Diagramm	Tabelle
A	
B	
C	
D	
E	
G	X
L	Y



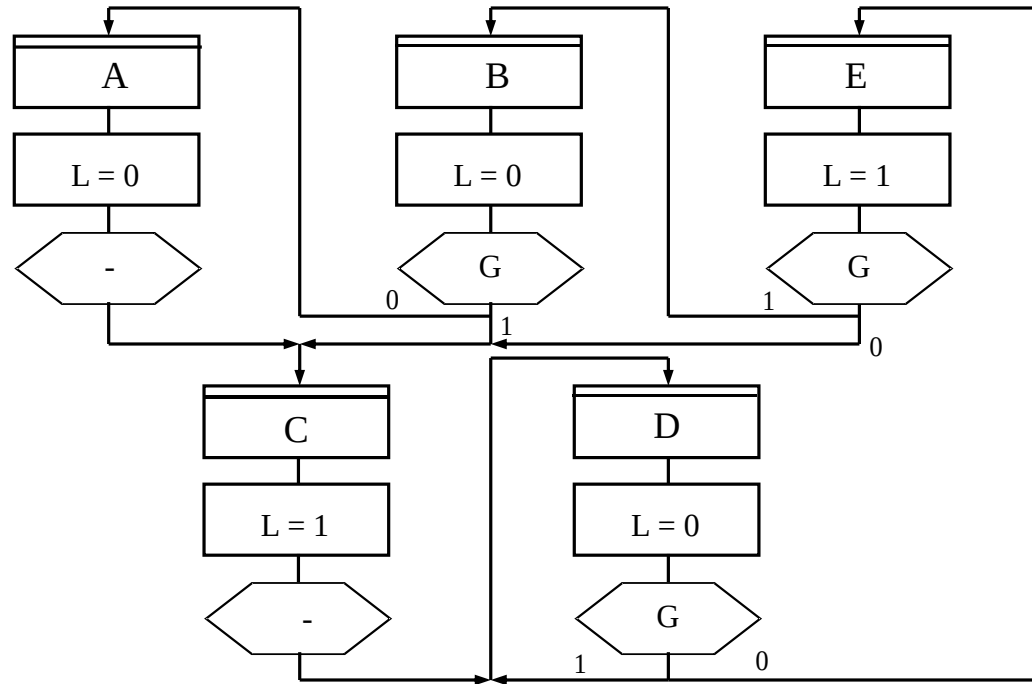
- L ist die Ausgabe des Ablaufdiagramms

$$\Rightarrow L \equiv Y$$

Aufgabe F2

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-		0
U	0		
	1	Z	
W	0		
	1	W	
Z	-		
T	0		
	1		

Diagramm	Tabelle
A	
B	
C	
D	W
E	
G	X
L	Y

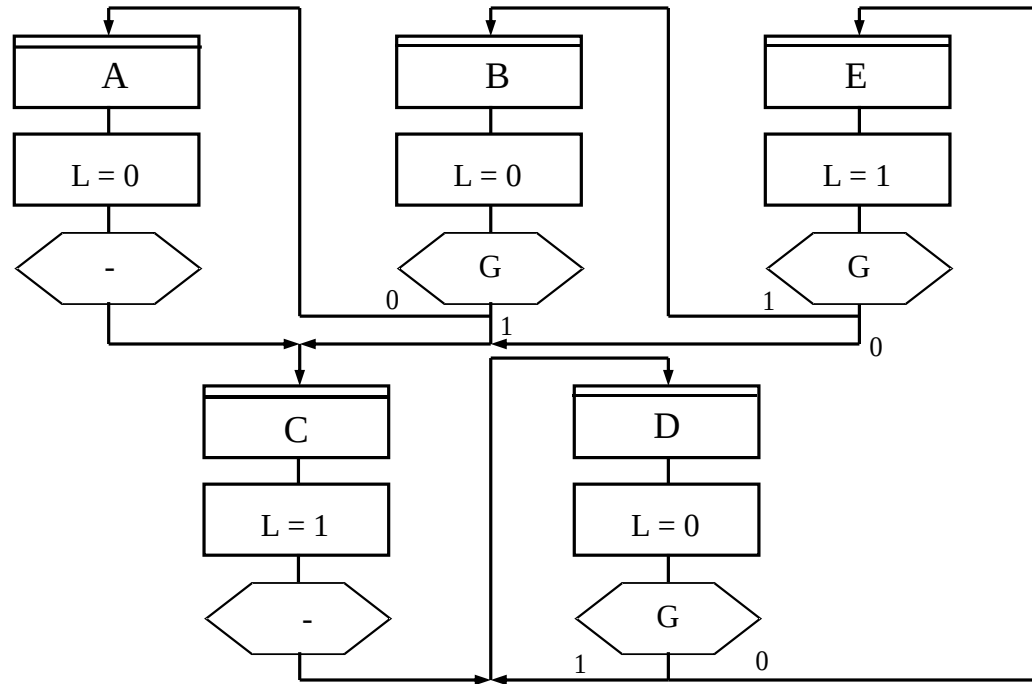


- D hat nur sich selbst und E als Nachfolgezustand!
 $\Rightarrow D \equiv W$

Aufgabe F2

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-		0
U	0		
	1	Z	
W	0		
	1	W	
Z	-		
T	0		
	1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	
C	
D	W
E	
G	X
L	Y

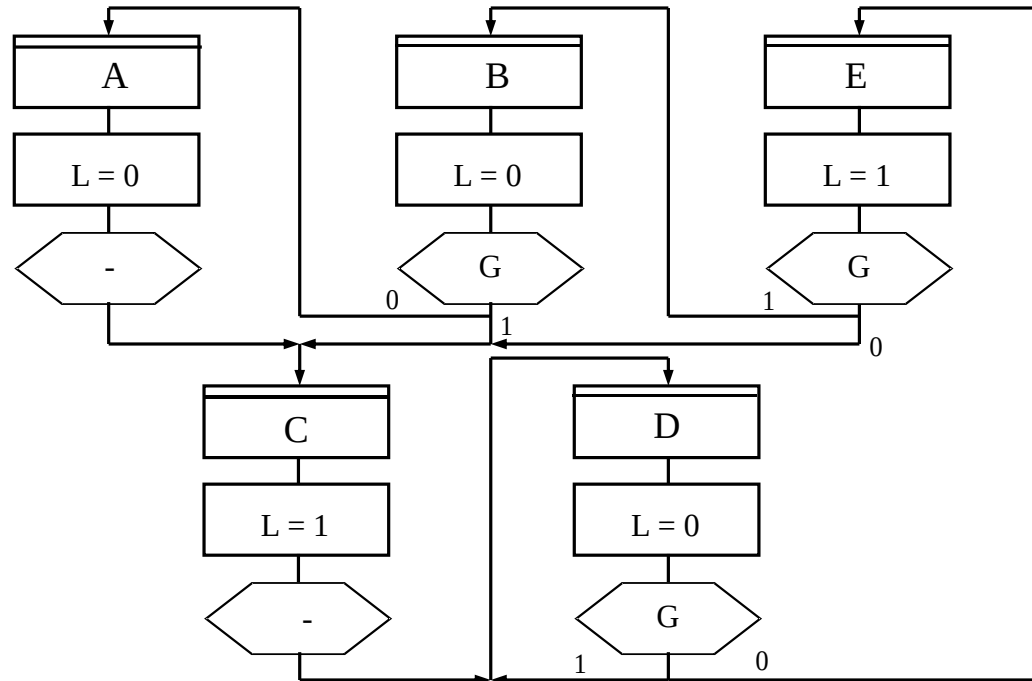


- A besitzt einen Nachfolgezustand und die Ausgabe = 0
 $\Rightarrow A \equiv R$

Aufgabe F2

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-		0
U	0		
	1	Z	
W	0		
	1	W	
Z	-		
T	0		
	1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	
C	Z
D	W
E	
G	X
L	Y

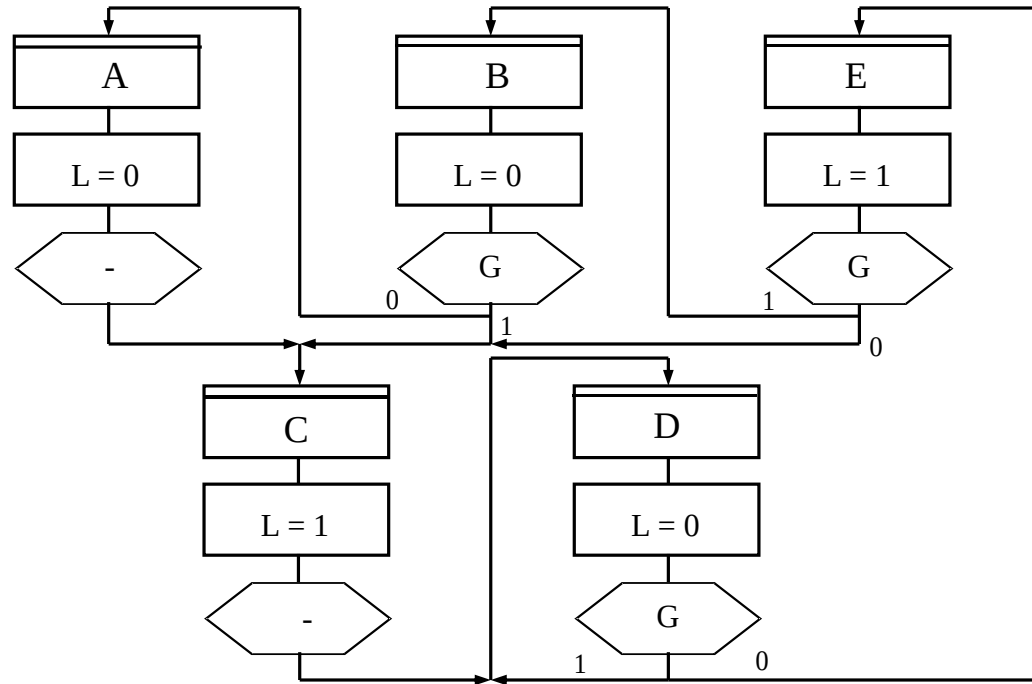


- C ist der zweite Zustand mit einem Nachfolgezustand
 $\Rightarrow C \equiv Z$

Aufgabe F2

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-		0
U	0		
	1	Z	
W	0		
	1	W	
Z	-		
T	0		
	1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	
G	X
L	Y

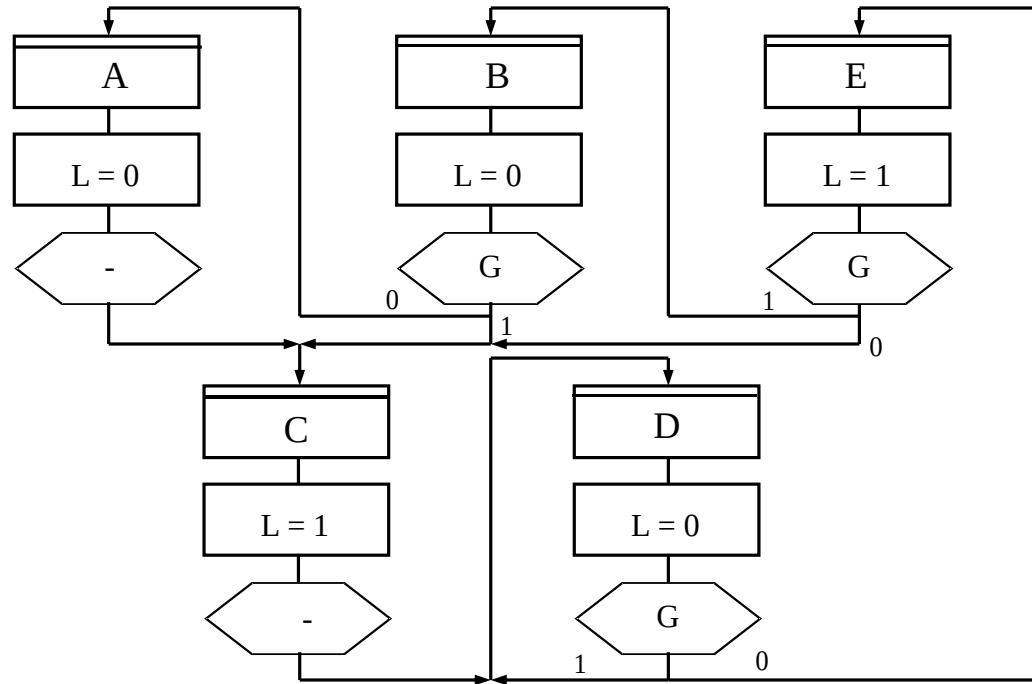


- Mit der Eingabe $G = 1$ erfolgt der Übergang von B nach $C \equiv Z \Rightarrow B \equiv U$

Aufgabe F2

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-		0
U	0		
	1	Z	
W	0		
	1	W	
Z	-		
T	0		
	1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y

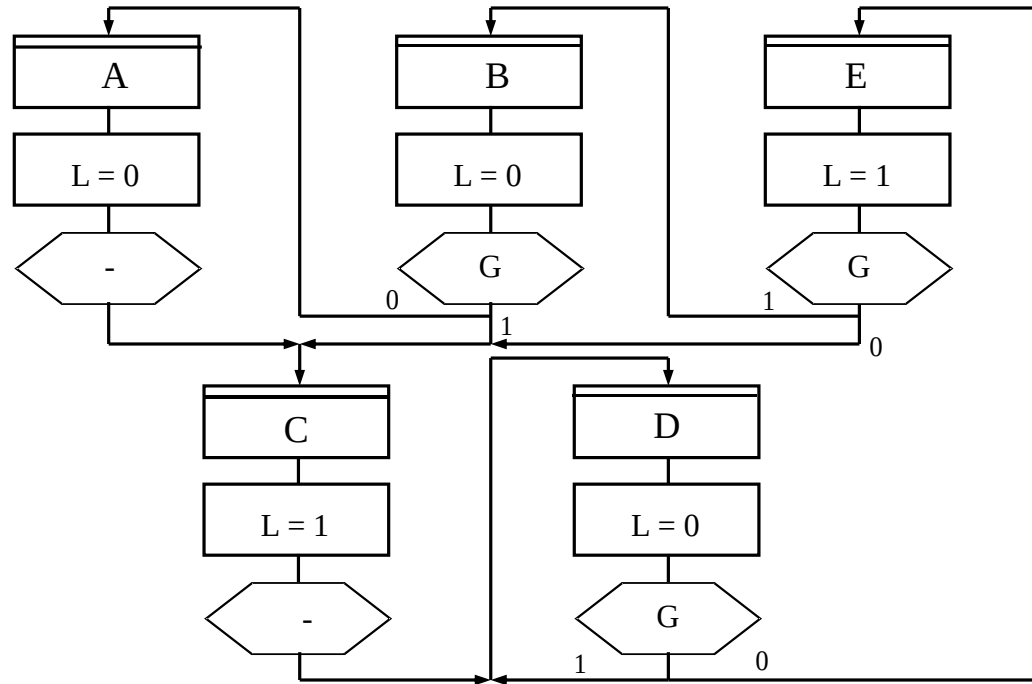


- E und T bleiben über $\Rightarrow E \equiv T$

Aufgabe F2

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-	Z	0
U	0		
	1	Z	
W	0		
	1	W	
Z	-		
T	0		
	1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y

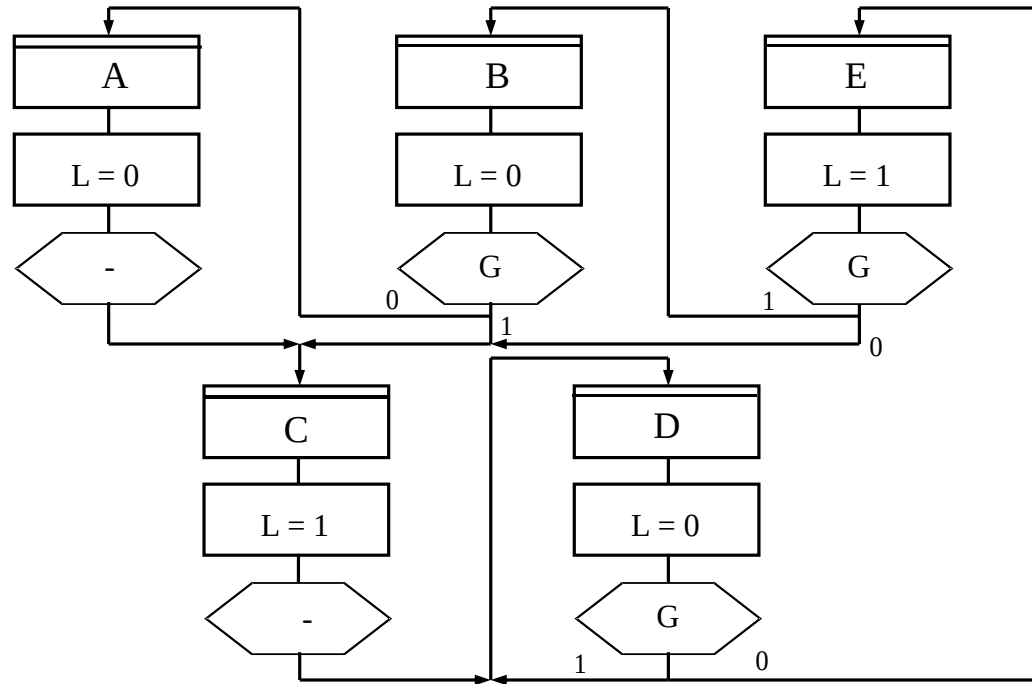


- die Ablaftabelle vervollständigen:
der Übergang von $A \Rightarrow C$ entspricht dem Übergang von $R \Rightarrow Z$

Aufgabe F2

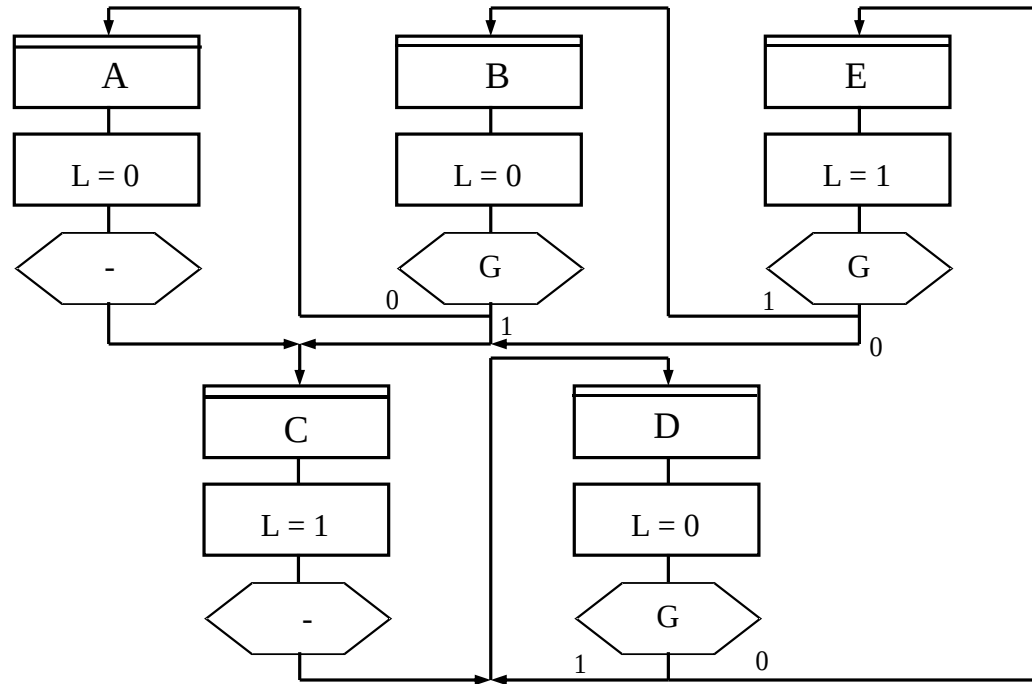
S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-	Z	0
U	0	R	
	1	Z	
W	0		
	1	W	
Z	-		
T	0		
	1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y



- die Ablaftabelle vervollständigen:
der Übergang von $B \Rightarrow A$ mit $G = 0$ entspricht dem Übergang von $U \Rightarrow R$

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y

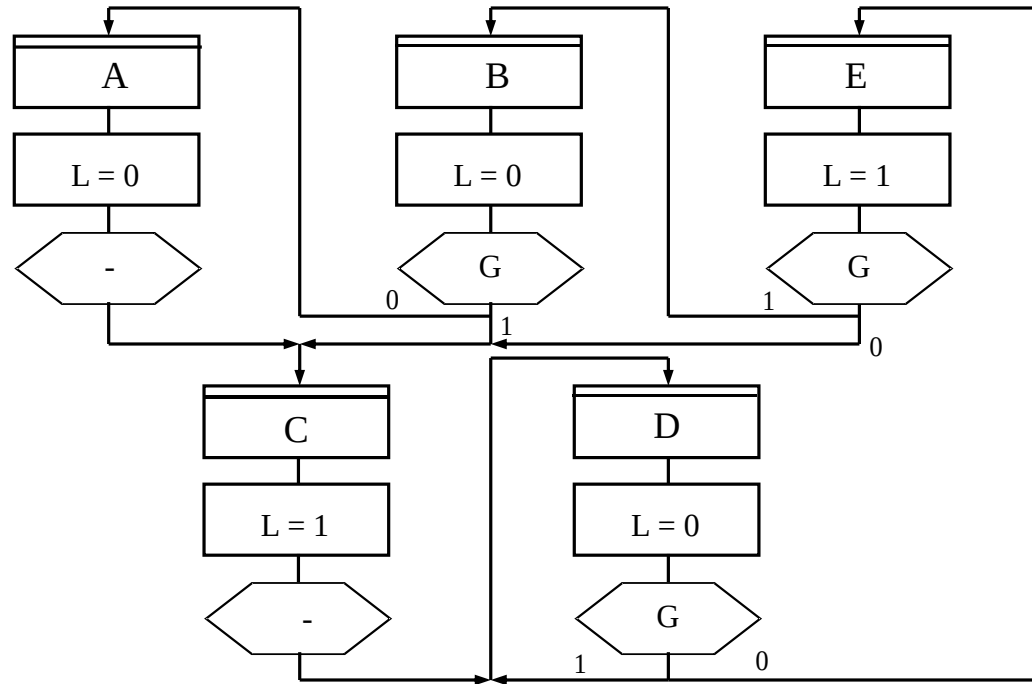


- die Ablauf-tabelle vervollständigen:
der Zustand B erzeugt die Ausgabe L = 0

Aufgabe F2

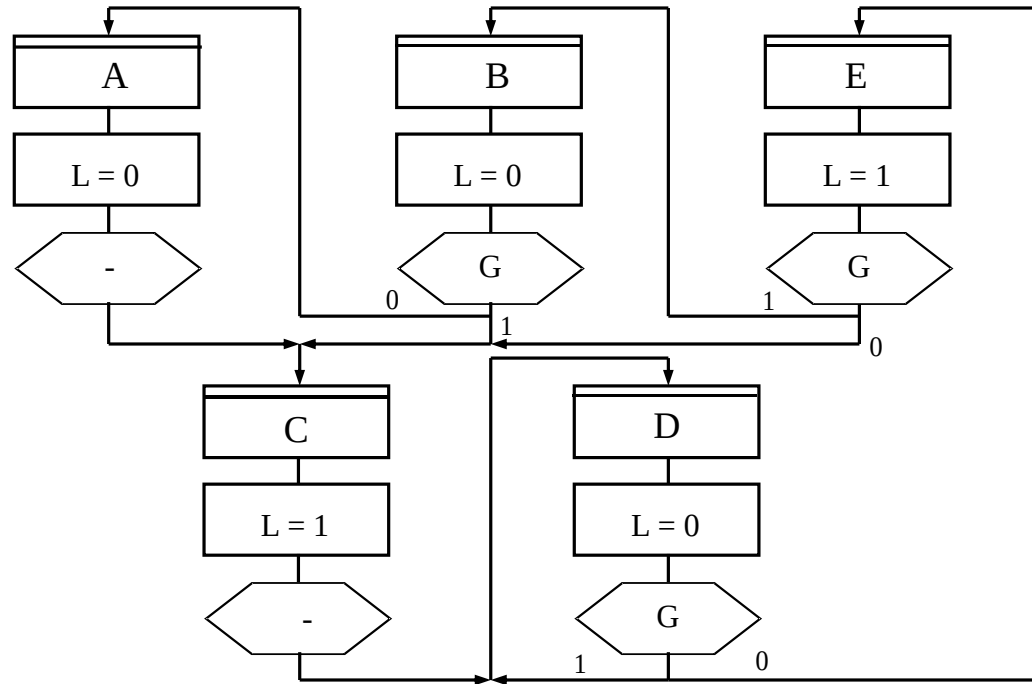
S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-	Z	0
U	0	R	0
	1	Z	
W	0	T	
	1	W	
Z	-		
T	0		
	1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y



- die Ablaftabelle vervollständigen:
der Übergang von $D \Rightarrow E$ entspricht dem
Übergang von $W \Rightarrow T$

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y

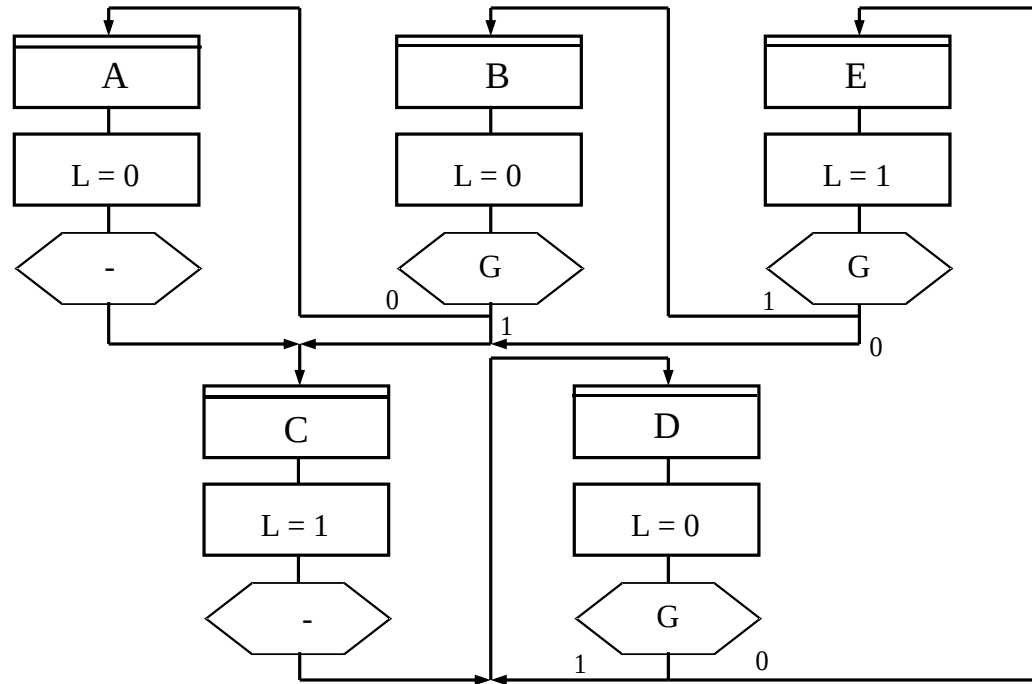


- die Ablauf-tabelle vervollständigen:
der Zustand D erzeugt die Ausgabe L = 0

Aufgabe F2

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-	Z	0
U	0	R	0
	1	Z	
W	0	T	0
	1	W	
Z	-	W	
T	0		
	1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y

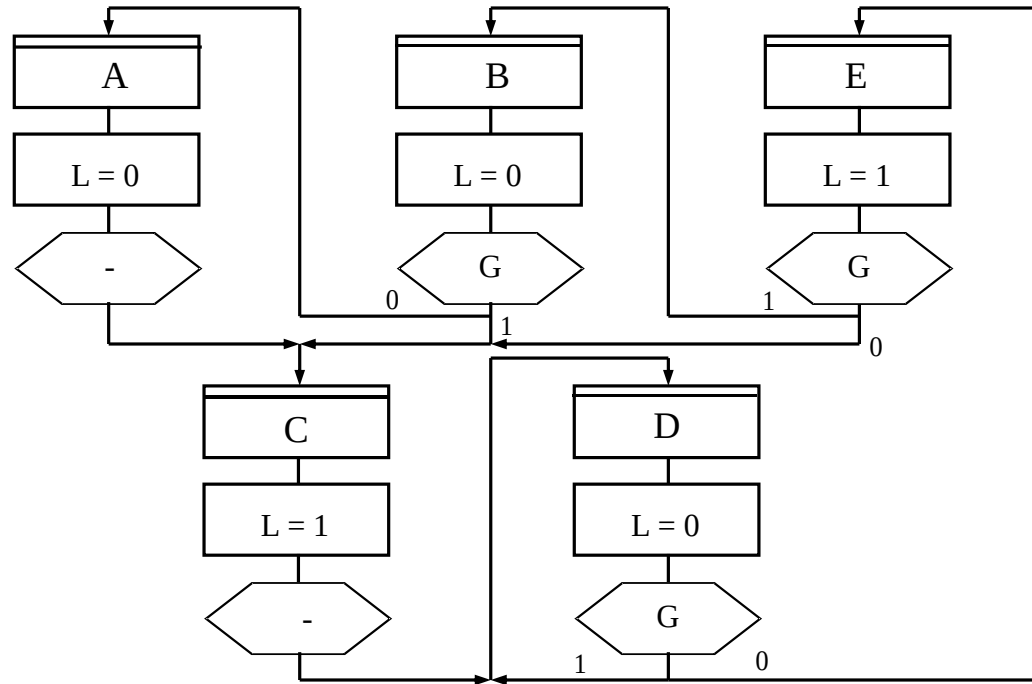


- die Ablaftabelle vervollständigen:
der Übergang von $C \Rightarrow D$ entspricht dem
Übergang von $Z \Rightarrow W$

Aufgabe F2

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-	Z	0
U	0	R	0
	1	Z	
W	0	T	0
	1	W	
Z	-	W	1
T	0		
	1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y

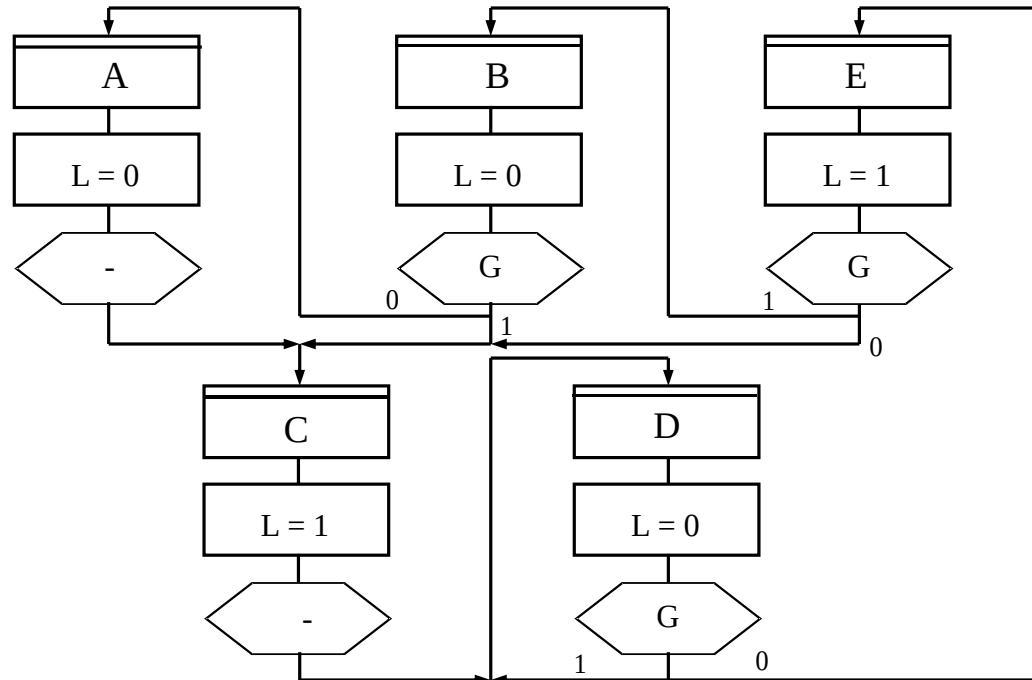


- die Ablaftabelle vervollständigen:
der Zustand C erzeugt die Ausgabe L = 1

Aufgabe F2

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-	Z	0
U	0	R	0
	1	Z	
W	0	T	0
	1	W	
Z	-	W	1
T	0	Z	
	1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y

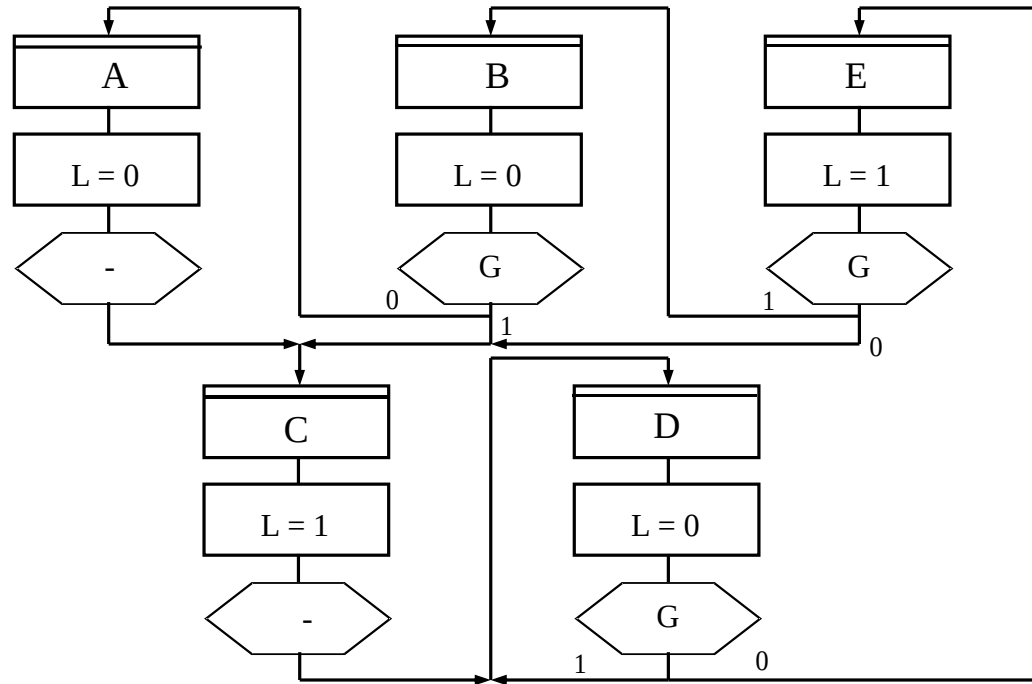


- die Ablaftabelle vervollständigen:
der Übergang von $E \Rightarrow C$ mit $G = 0$ entspricht dem Übergang von $T \Rightarrow Z$

Aufgabe F2

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-	Z	0
U	0	R	0
	1	Z	
W	0	T	0
	1	W	
Z	-	W	1
T	0	Z	
	1	U	

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y

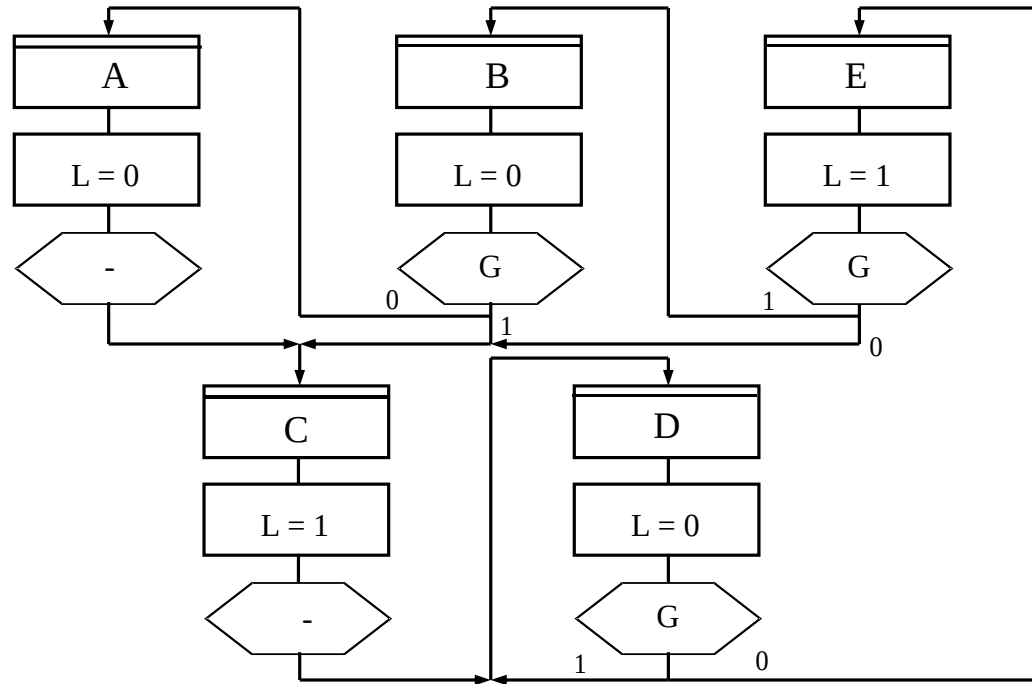


- die Ablaftabelle vervollständigen:
der Übergang von $E \Rightarrow B$ mit $G = 1$ entspricht dem Übergang von $T \Rightarrow U$

Aufgabe F2

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-	Z	0
U	0	R	0
	1	Z	
W	0	T	0
	1	W	
Z	-	W	1
T	0	Z	1
	1	U	

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y



- die Ablaftabelle vervollständigen:
der Zustand E erzeugt die Ausgabe $L = 1$