

Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Übung - Digitaltechnik

7. Übung

Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

1. Aufgabe

- Bezeichnet eine formale Methode, die es erlaubt, eine Funktion $f(x_n, \dots, x_3, x_2, x_1)$ in eine DNF (oder KNF) umzuwandeln
- Die Entwicklung der Funktion f nach der Variablen x_i
→ Aufteilung in zwei Fälle: $x_i = 1$ und $x_i = 0$

$$\begin{aligned} f(x_n, \dots, x_i, \dots, x_1) &= [x_i \& f(x_n, \dots, 1, \dots, x_1)] \vee [\bar{x}_i \& f(x_n, \dots, 0, \dots, x_1)] \\ &= [x_i \& f \Big|_{x_i=1}] \vee [\bar{x}_i \& f \Big|_{x_i=0}] \end{aligned}$$

- Die nach x_i entwickelten Funktionen $f \Big|_{x_i=1}$ und $f \Big|_{x_i=0}$ werden als Restfunktionen oder Kofaktoren bezeichnet

- Bei der Auswertung des Entwicklungssatzes für n Variablen: n Klammerebenen im Funktionsterm:

$$F(d, c, b, a) = b[c(1) \vee \bar{c}(\bar{a})] \vee \bar{b}[c(d(1) \vee \bar{d}(\bar{a})) \vee \bar{c}(d(a) \vee \bar{d}(0))]\dots$$



- Methode zur erleichterten Übersicht: Rechnen mit Restfunktionen (für Multiplexer-Realisierung hilfreich):

- Beispiel: $y = f(x_1, x_2, x_3, \dots)$

- Entwicklung nach x_1 :

$$f(1, x_2, x_3, \dots) = ?,$$

$$f(0, x_2, x_3, \dots) = ?$$

- Entwicklung nach x_2 :

$$f(1, 1, x_3, \dots) = ?,$$

$$f(0, 1, x_3, \dots) = ?,$$

$$f(1, 0, x_3, \dots) = ?,$$

$$f(0, 0, x_3, \dots) = ?$$

- Entwicklung nach x_3 : (...), usw.

- Weitere Auffächerung der Restfunktionen wird abgebrochen, sobald konstant wertig

1. Aufgabe – 1.1

- Die gegebene Schaltfunktion $y = f(d, c, b, a)$ soll mit 2:1 Multiplexern realisiert werden. Dazu muss die Funktion nach jeder Variablen mit Hilfe des Entwicklungssatzes entwickelt werden.

$$y = \overline{\overline{a}}\overline{\overline{c}} + b + \overline{\overline{d}}\overline{\overline{c}} + adc$$

- 1.1 Entwickeln Sie die Schaltfunktion nach der Variable b . Geben Sie alle Zwischenschritte an.

$$y = f(d, c, b, a) = \overline{\overline{a}}\overline{\overline{c}} + b + \overline{\overline{d}}\overline{\overline{c}} + adc$$

$$\begin{aligned} f_b(d, c, 1, a) &= \overline{\overline{a}}\overline{\overline{c}} + 1 + \overline{\overline{d}}\overline{\overline{c}} + adc \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{\overline{b}}(d, c, 0, a) &= \overline{\overline{a}}\overline{\overline{c}} + 0 + \overline{\overline{d}}\overline{\overline{c}} + adc \\ &= \overline{\overline{a}}\overline{\overline{c}} + \overline{\overline{d}}\overline{\overline{c}} + adc \end{aligned}$$

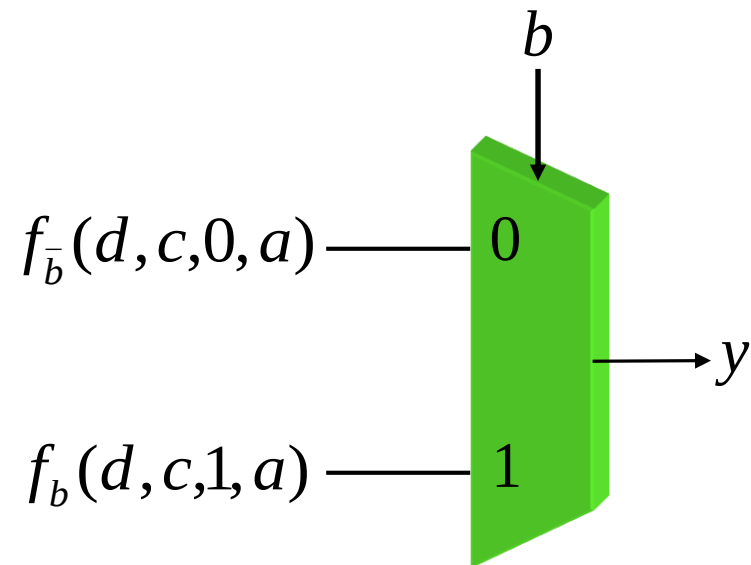
1. Aufgabe – 1.1

- 1.1 Entwickeln Sie die Schaltfunktion nach der Variable b . Geben Sie alle Zwischenschritte an.

Teilrealisierung mit 2:1 Multiplexern:

$$f_{\bar{b}}(d, c, 0, a) = \bar{a}\bar{c} + \bar{d}\bar{c} + adc$$

$$f_b(d, c, 1, a) = 1$$



1. Aufgabe – 1.2

- 1.2 Entwickeln Sie die Restfunktionen zuerst nach der Variablen c und dann, falls erforderlich, nach den verbleibenden Variablen, so dass als Restfunktionen nur 0 und Konstanten übrig bleiben.

$$f_b(d, c, 1, a) = 1 \rightarrow \text{konstante Funktion, Betrachtung nicht erforderlich!!!}$$

$$f_{\bar{b}}(d, c, 0, a) = \bar{a}\bar{c} + \bar{d}\bar{c} + adc \rightarrow \text{Entwicklung nach } c \text{ !!!}$$

1. Aufgabe – 1.2

$$f_{\bar{b}}(d, c, 0, a) = \bar{\bar{a}}\bar{c} + \bar{\bar{d}}\bar{c} + adc$$

Entwicklung nach c:

$$\begin{aligned} f_{\bar{b}\bar{c}}(d, 0, 0, a) &= \bar{a} \cdot \bar{0} + \bar{d} \cdot \bar{0} + ad \cdot 0 \\ &= \bar{a} \cdot 1 + \bar{d} \cdot 1 \\ &= \bar{a} + \bar{d} \\ f_{\bar{b}c}(d, 1, 0, a) &= \bar{a} \cdot \bar{1} + \bar{d} \cdot \bar{1} + ad \cdot 1 \\ &= \bar{a} \cdot 0 + \bar{d} \cdot 0 + ad \\ &= ad \end{aligned}$$

Weitere Entwicklung beider Funktionen nach d erforderlich !!!

1. Aufgabe – 1.2

Zunächst die Restfunktion $f_{\bar{b}\bar{c}}(d,0,0,a) = \bar{a} + \bar{d}$

Entwicklung nach d:

$$f_{\bar{b}\bar{c}\bar{d}}(0,0,0,a) = \bar{a} + \bar{0} = \bar{a} + 1 = 1$$
$$f_{\bar{b}\bar{c}\bar{d}}(1,0,0,a) = \bar{a} + \bar{1} = \bar{a} + 0 = \bar{a}$$

Nun die Restfunktion $f_{\bar{b}\bar{c}}(d,1,0,a) = ad$

Entwicklung nach d:

$$f_{\bar{b}\bar{c}\bar{d}}(0,1,0,a) = a \cdot 0 = 0$$
$$f_{\bar{b}\bar{c}\bar{d}}(1,1,0,a) = a \cdot 1 = a$$

Weitere Entwicklung nach a erforderlich !!!

1. Aufgabe – 1.2

Entwicklung nach a:

$$f_{bcd}^-(1,1,0,a) = a$$

$$f_{bcd\bar{a}}^-(1,1,0,0) = 0$$

$$f_{bcd\bar{a}}^-(1,1,0,1) = 1$$

$$f_{bcd}^{\bar{\bar{}}} (1,0,0,a) = \bar{a}$$

$$f_{bcd\bar{a}}^{\bar{\bar{}}} (1,0,0,0) = 1$$

$$f_{bcd\bar{a}}^{\bar{\bar{}}} (1,1,0,1) = 0$$

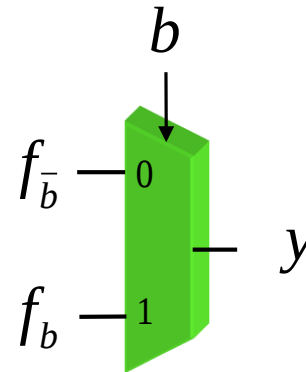
Die Funktion y lautet nun:

$$\begin{aligned} y = f(d,c,b,a) &= \bar{b} \cdot (\bar{c} \cdot (\bar{d} \cdot f_{bcd}^{\bar{\bar{}}} + d \cdot (\bar{a} \cdot f_{bcd\bar{a}}^{\bar{\bar{}}} + a \cdot f_{bcd\bar{a}}^-)) + \\ &\quad c \cdot (\bar{d} \cdot f_{bcd}^- + d \cdot (\bar{a} \cdot f_{bcd\bar{a}}^- + a \cdot f_{bcd\bar{a}}^-))) + b \cdot f_b \\ &= \bar{b} \cdot (\bar{c} \cdot (\bar{d} \cdot 1 + d \cdot (\bar{a} \cdot 1 + a \cdot 0)) + c \cdot (\bar{d} \cdot 0 + d \cdot (\bar{a} \cdot 0 + a \cdot 1))) + b \cdot 1 \end{aligned}$$

1. Aufgabe – 1.2

- Multiplexerrealisierung durch Heranziehen aller entwickelten Teilfunktionen

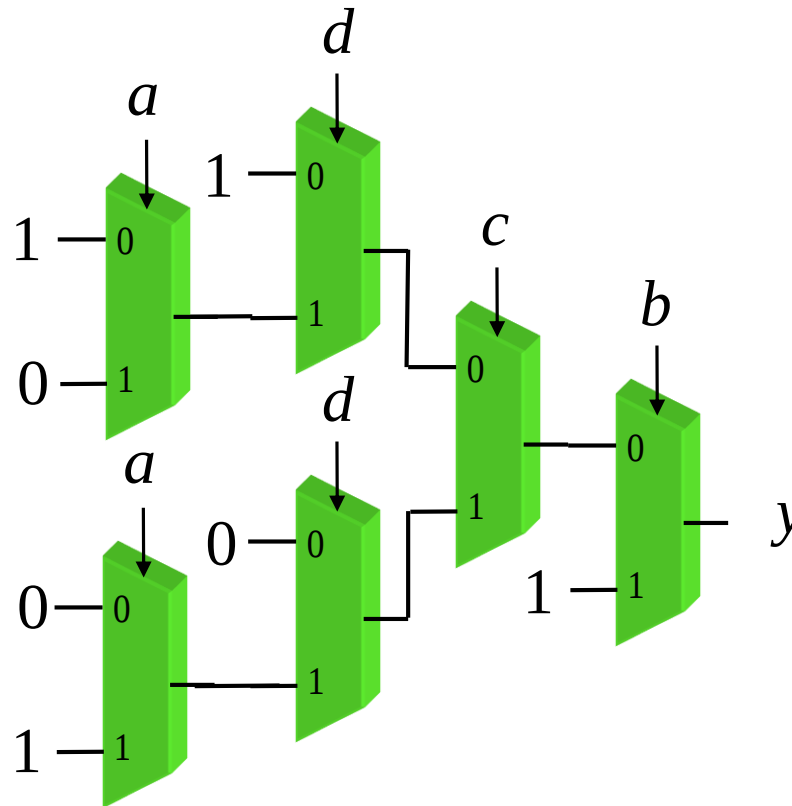
$$y = \bar{b} \cdot (\bar{c} \cdot (\bar{d} \cdot 1 + d \cdot (\bar{a} \cdot 1 + a \cdot 0)) + c \cdot (\bar{d} \cdot 0 + d \cdot (\bar{a} \cdot 0 + a \cdot 1))) + b \cdot 1$$



1. Aufgabe – 1.2

- Multiplexerrealisierung durch Heranziehen aller entwickelten Teilfunktionen

$$y = \bar{b} \cdot (\bar{c} \cdot (\bar{d} \cdot 1 + d \cdot (\bar{a} \cdot 1 + a \cdot 0)) + c \cdot (\bar{d} \cdot 0 + d \cdot (\bar{a} \cdot 0 + a \cdot 1))) + b \cdot 1$$



1. Aufgabe – 1.2

- Alternative Realisierung mittels 8:1 Multiplexer

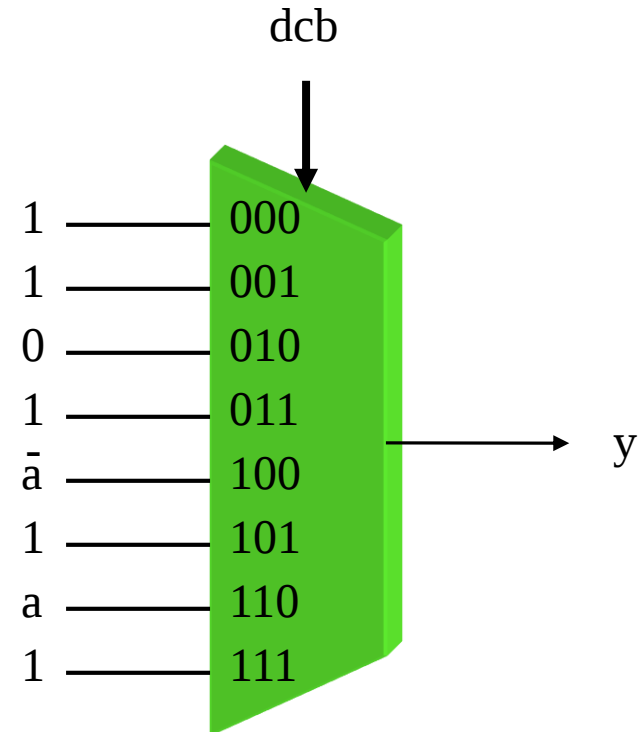
$$f_b(d, c, 1, a) = 1$$

$$f_{\bar{b}\bar{c}\bar{d}}(0, 1, 0, a) = 0$$

$$f_{\bar{b}cd}(1, 1, 0, a) = a$$

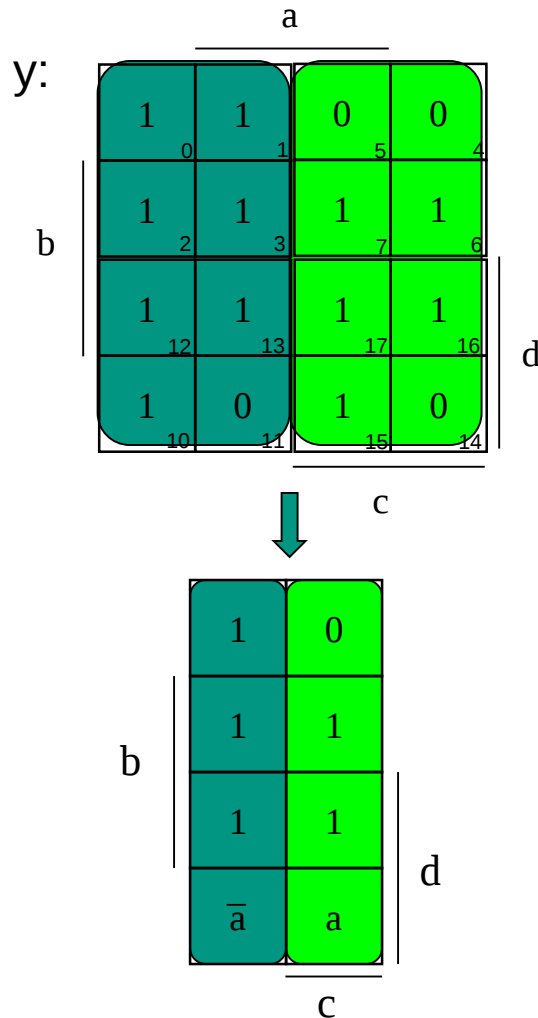
$$f_{\bar{b}\bar{c}\bar{d}}(0, 0, 0, a) = 1$$

$$f_{\bar{b}cd}(1, 0, 0, a) = \bar{a}$$

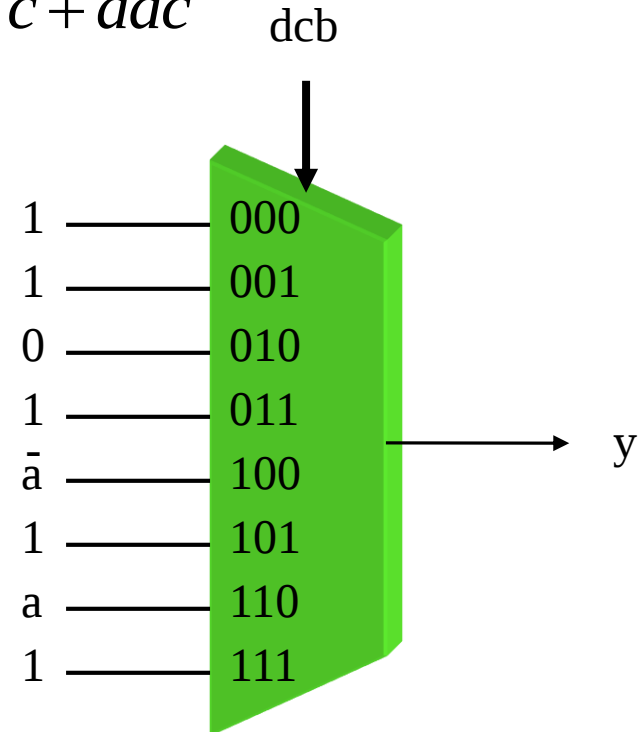


1. Aufgabe – 1.2

Alternative Realisierung mittels 8:1 Multiplexer



$$y = \bar{a}\bar{c} + b + \bar{d}\bar{c} + adc$$



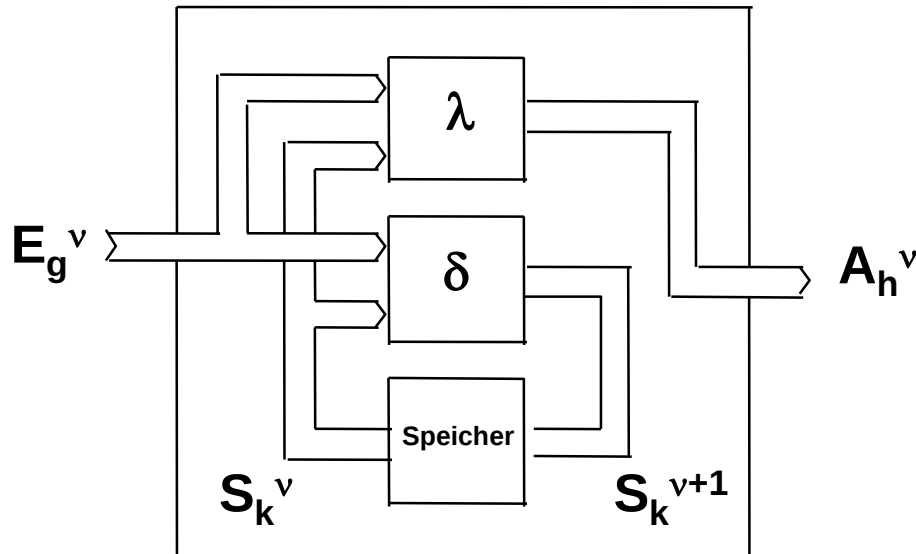
Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

2. Aufgabe

Automaten- Allgemein

- Darstellung des Automaten durch folgende Struktur:

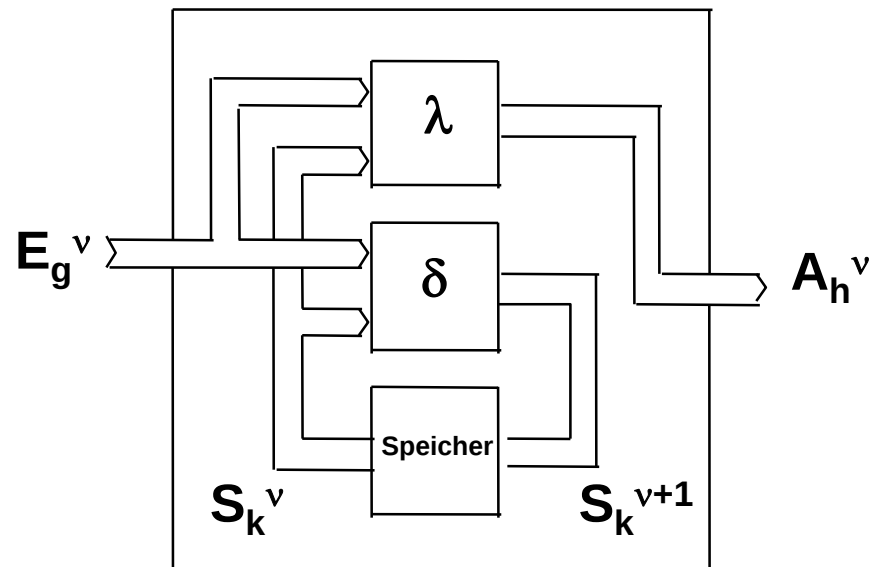


- rekursive Anordnung für die Bestimmung des neuen Zustandes
- der Speicher nimmt den momentanen Zustand S_k^v auf
- der neue Zustand S_k^{v+1} muss zum richtigen Zeitpunkt übernommen werden

Wichtige Typklassen von Automaten im Zusammenhang mit Digitalschaltungen:

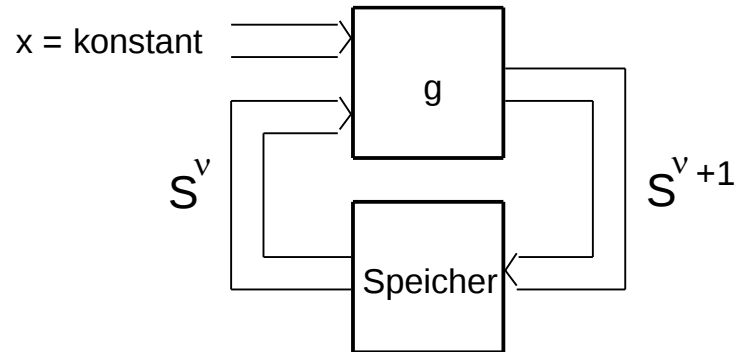
- *endliche, diskrete* und *deterministische* Automaten
- Bezüglich der Ausgabefunktion unterscheidet man *drei Fälle*
- **Mealy-Automat:** mit $A_h^v = \lambda (E_g^v, S_k^v)$ als allgemeinster Fall:
 - A_h^v : Ausgansvektor
 - S_k^v : Zustandsvektor
 - E_g^v : Eingangsvektor
 - λ : Ausgabefunktion
 - δ : Transitionsfunktion

$$s_i^{v+1} = \delta_i(S_k^v, E_g^v), \text{ mit } s_i^{v+1} \in S_k^{v+1}$$



Weiterhin: formal eingeführte Indizierung v der zeitlichen Ordnung muss nun in technische Realisierung überführt werden

→ Rückführung der Zustände über einen Speicher:



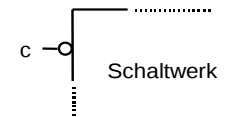
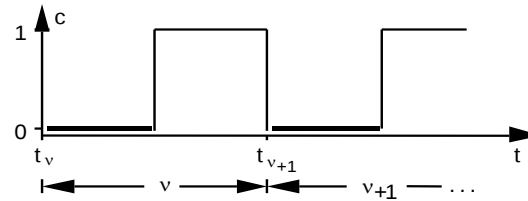
- Schaltwerke, bei denen Rückführungen direkt wirksam werden, heißen asynchron → sie sind schwieriger zu entwerfen

Also: ein Speicher wird benötigt, der die Schwierigkeit der unmittelbar wirksamen Rückkopplung vermeidet, indem nur zu bestimmten Zeitpunkten die am Speicher anliegenden Werte übernommen werden

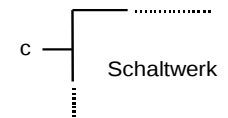
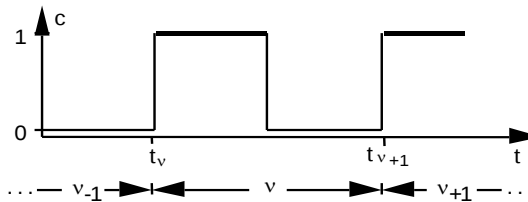
Mealy-Automat: Änderung der **Eingabe** bewirkt **asynchrone Ausgabenberechnung**
 → die **Zählung** des **Indexes v** muss aus dem **Taktsignal** abgeleitet werden

Steuerungsarten des Taktes:

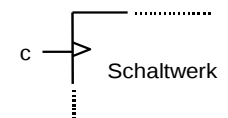
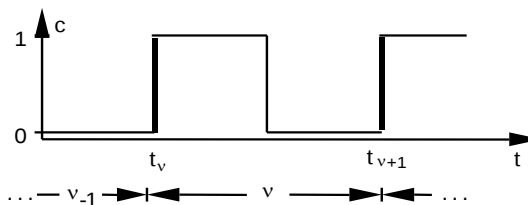
pegelgesteuert:



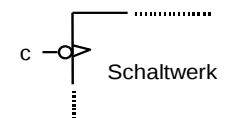
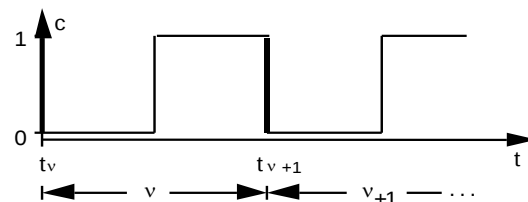
pegelgesteuert:



flankengesteuert:

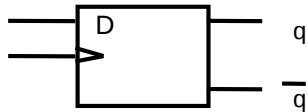


flankengesteuert:



Binärspeicher (FlipFlops)

Symbole



Charakteristische Gleichungen

RS-FlipFlop

$$q^{v+1} = S \vee (q^v \& \bar{R})$$

D-FlipFlop

$$q^{v+1} = D$$

T-FlipFlop

$$q^{v+1} = (T \& \bar{q}^v) \vee (T \& q^v)$$

JK-FlipFlop

$$q^{v+1} = (\bar{K} \& q^v) \vee (J \& \bar{q}^v)$$

Ansteuerfunktionen

q^v	q^{v+1}	R	S
0	0	-	0
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	-

q^v	q^{v+1}	D
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

q^v	q^{v+1}	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

q^v	q^{v+1}	K	J
0	0	-	0
0	1	-	1
1	0	1	-
1	1	0	-

2. Aufgabe

- Gegeben ist die codierte Ablauffabel eines Automaten. Bestimmen Sie die Ansteuerfunktionen für eine Realisierung des Automaten mit JK-Flipflops.

Q^n		X		Q^{n+1}		Flipflop 2		Flipflop 1	
q_2^n	q_1^n	b	a	q_2^{n+1}	q_1^{n+1}	J_2	K_2	J_1	K_1
0	0	0	0	0	1				
0	0	0	1	0	1				
0	0	1	-	1	1				
0	1	-	0	1	0				
0	1	-	1	0	1				
1	0	-	0	0	0				
1	0	0	1	1	1				
1	0	1	1	1	0				
1	1	-	-	0	0				

2. Aufgabe

- Gegeben ist die codierte Ablauffabel eines Automaten. Bestimmen Sie die Ansteuerfunktionen für eine Realisierung des Automaten mit JK-Flipflops.

Q^n		X		Q^{n+1}		Flipflop 2		Flipflop 1	
q_2^n	q_1^n	b	a	q_2^{n+1}	q_1^{n+1}	J_2	K_2	J_1	K_1
0	0	0	0	0	1	0	-	1	-
0	0	0	1	0	1	0	-	1	-
0	0	1	-	1	1	1	-	1	-
0	1	-	0	1	0	1	-	-	1
0	1	-	1	0	1	0	-	-	0
1	0	-	0	0	0	-	1	0	-
1	0	0	1	1	1	-	0	1	-
1	0	1	1	1	0	-	0	0	-
1	1	-	-	0	0	-	1	-	1

Ansteuerfunktion
eines JK-Flipflops:

q^n	q^{n+1}	J	K
0	0	0	-
0	1	1	-
1	0	-	1
1	1	-	0

2. Aufgabe – 2.1

- 2.1 Können Sie anhand der Tabelle den Automatentyp angeben (mit Begründung)?

Nein, da die Unterscheidung der Automaten anhand der Ausgabefunktionen erfolgt !!!

Q^n		X		Q^{n+1}		Flip flop 2		Flip flop 1	
q_2^n	q_1^n	b	a	q_2^{n+1}	q_1^{n+1}	J_2	K_2	J_1	K_1
0	0	0	0	0	1	0	-	1	-
0	0	0	1	0	1	0	-	1	-
0	0	1	-	1	1	1	-	1	-
0	1	-	0	1	0	1	-	-	1
0	1	-	1	0	1	0	-	-	0
1	0	-	0	0	0	-	1	0	-
1	0	0	1	1	1	-	0	1	-
1	0	1	1	1	0	-	0	0	-
1	1	-	-	0	0	-	1	-	1

2. Aufgabe – 2.2

- 2.2 Tragen Sie die Ansteuerfunktionen J1, K1, J2, K2 in Symmetriediagramme ein und bestimmen Sie die disjunktiven Minimalformen.

J₁

a

1	1	-	-
0	1	5	4
1	1	-	-
2	3	7	6
0	0	-	-
12	13	17	16
0	1	-	-
10	11	15	14

q₁

b

q₂

$$\underline{\underline{J_1 = \overline{q_2} + a\overline{b}}}$$

Q ⁿ		X		Q ⁿ⁺¹		FF2		FF1	
q ₂ ⁿ	q ₁ ⁿ	b	a	q ₂ ⁿ⁺¹	q ₁ ⁿ⁺¹	J ₂	K ₂	J ₁	K ₁
0	0	0	0	0	1	0	-	1	-
0	0	0	1	0	1	0	-	1	-
0	0	1	-	1	1	1	-	1	-
0	1	-	0	1	0	1	-	-	1
0	1	-	1	0	1	0	-	-	0
1	0	-	0	0	0	-	1	0	-
1	0	0	1	1	1	-	0	1	-
1	0	1	1	1	0	-	0	0	-
1	1	-	-	0	0	-	1	-	1

2. Aufgabe – 2.2

- 2.2 Tragen Sie die Ansteuerfunktionen J1, K1, J2, K2 in Symmetriediagramme ein und bestimmen Sie die disjunktiven Minimalformen.

K₁

a

-	-	0	1
-	-	0	1
-	-	1	1
-	-	1	1

q₁

b

q₂

Q ⁿ		X		Q ⁿ⁺¹		FF2		FF1	
q ₂ ⁿ	q ₁ ⁿ	b	a	q ₂ ⁿ⁺¹	q ₁ ⁿ⁺¹	J ₂	K ₂	J ₁	K ₁
0	0	0	0	0	1	0	-	1	-
0	0	0	1	0	1	0	-	1	-
0	0	1	-	1	1	1	-	1	-
0	1	-	0	1	0	1	-	-	1
0	1	-	1	0	1	0	-	-	0
1	0	-	0	0	0	-	1	0	-
1	0	0	1	1	1	-	0	1	-
1	0	1	1	1	0	-	0	0	-
1	1	-	-	0	0	-	1	-	1

$$\underline{\underline{K_1 = q_2 + \bar{a}}}$$

2. Aufgabe – 2.2

J_2

	a			
	0	0	0	1
	₀	₁	₅	₄
	1	1	0	1
	₂	₃	₇	₆
b	-	-	-	-
	₁₂	₁₃	₁₇	₁₆
	-	-	-	-
	₁₀	₁₁	₁₅	₁₄
	q_1			

q_2

K_2

	a			
	-	-	-	-
	₀	₁	₅	₄
	-	-	-	-
	₂	₃	₇	₆
b	1	0	1	1
	₁₂	₁₃	₁₇	₁₆
	1	0	1	1
	₁₀	₁₁	₁₅	₁₄
	q_1			

q_2

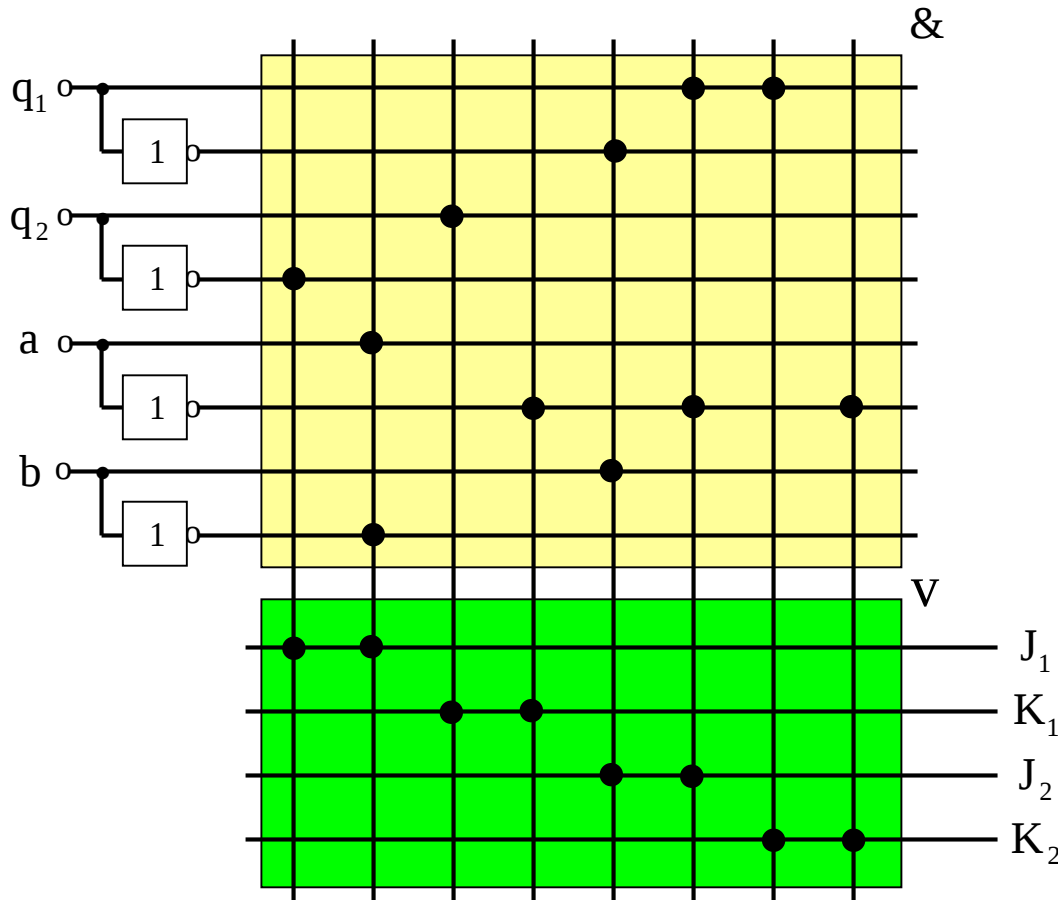
Q^n		X		Q^{n+1}		FF2		FF1	
q_2^n	q_1^n	b	a	q_2^{n+1}	q_1^{n+1}	J_2	K_2	J_1	K_1
0	0	0	0	0	1	0	-	1	-
0	0	0	1	0	1	0	-	1	-
0	0	1	-	1	1	1	-	1	-
0	1	-	0	1	0	1	-	-	1
0	1	-	1	0	1	0	-	-	0
1	0	-	0	0	0	-	1	0	-
1	0	0	1	1	1	-	0	1	-
1	0	1	1	1	0	-	0	0	-
1	1	-	-	0	0	-	1	-	1

$$\underline{\underline{J_2 = \overline{q_1}b + q_1\overline{a}}}$$

$$\underline{\underline{K_2 = q_1 + \overline{a}}}$$

2. Aufgabe – 2.3

- 2.3 Realisieren Sie die Ansteuerfunktionen unter Verwendung eines PLA-Bausteins und zeichnen Sie den vollständigen Automaten.



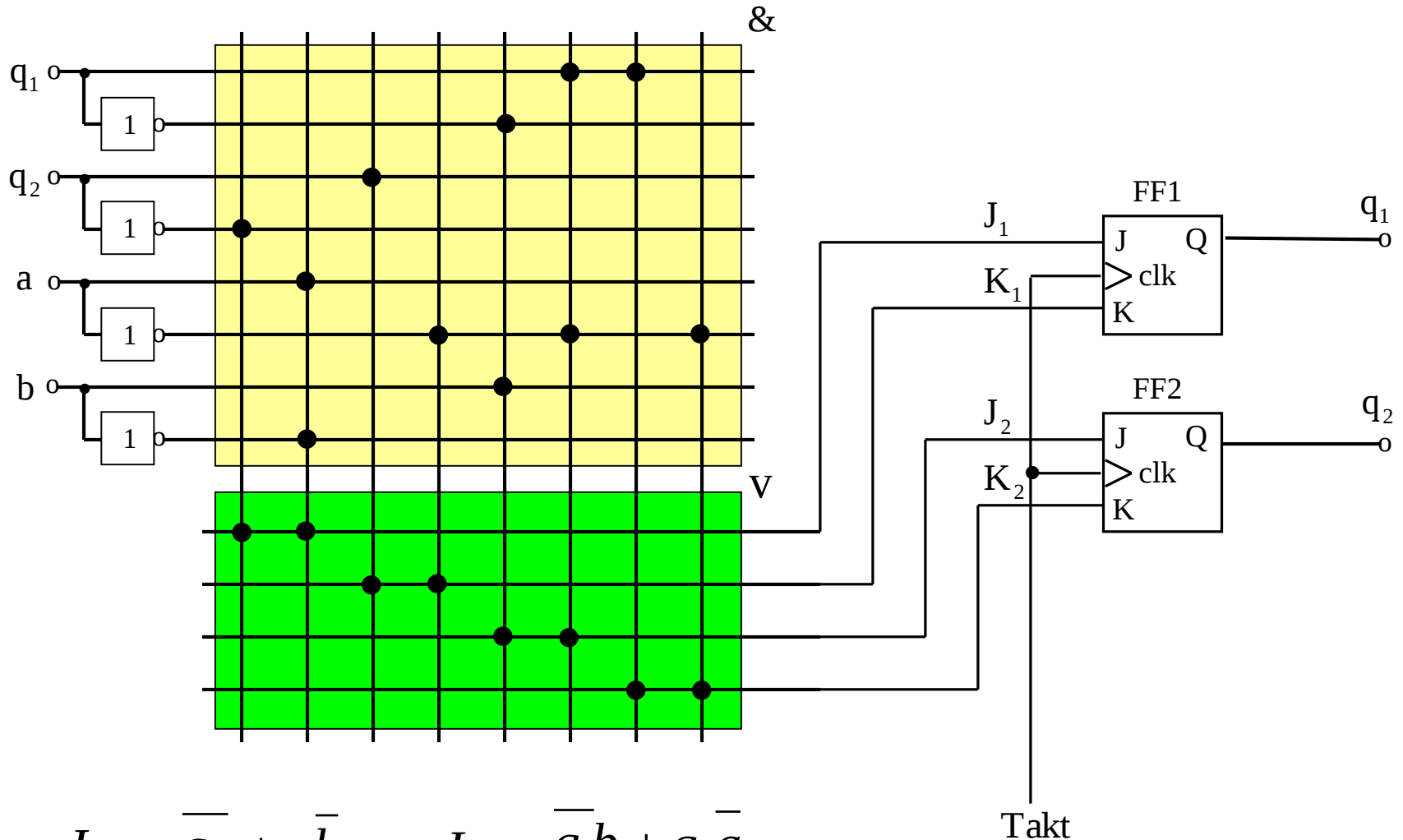
$$J_1 = \bar{q}_2 + \bar{a}\bar{b}$$

$$K_1 = \bar{q}_2 + \bar{a}$$

$$J_2 = q_1\bar{b} + \bar{q}_1\bar{a}$$

$$K_2 = q_1 + \bar{a}$$

2. Aufgabe – 2.3



$$J_1 = \overline{q_2} + a\overline{b} \quad J_2 = \overline{q_1}b + \overline{q_1}a$$

$$K_1 = q_2 + a \quad K_2 = q_1 + a$$

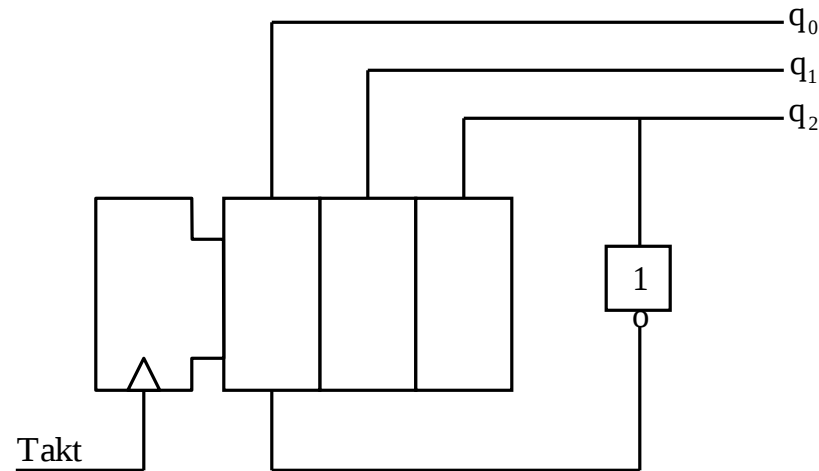
Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

3. Aufgabe

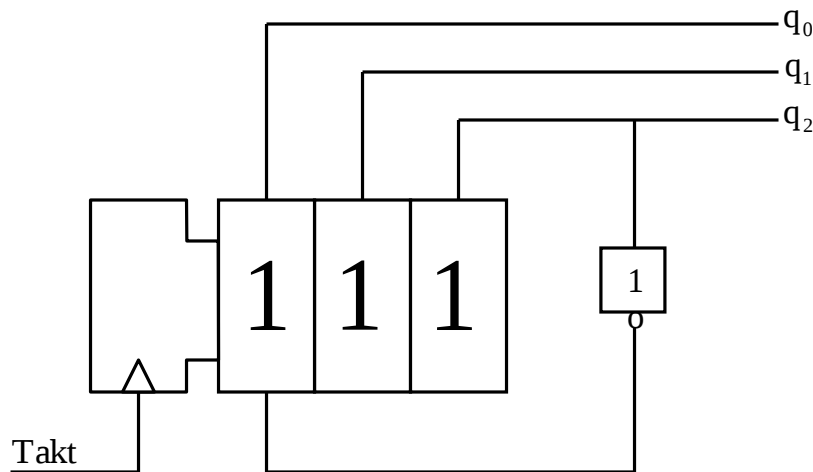
3. Aufgabe

- Im unteren Bild ist ein rückgekoppeltes Schieberegister dargestellt.



3. Aufgabe – 3.1

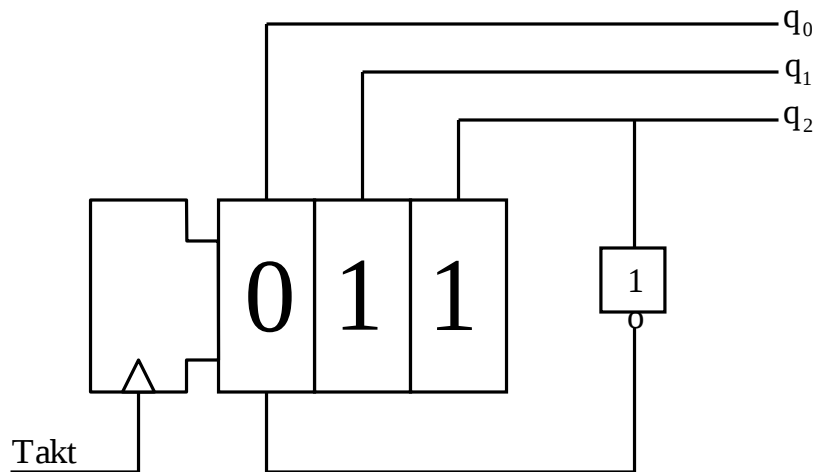
- 3.1 Bestimmen Sie den Zählzyklus, wenn das Schieberegister am Anfang mit 111 (q_2, q_1, q_0) belegt ist.



Takt	Belegung (q_2, q_1, q_0)
0	111
1	
2	
3	
4	
5	
6	

3. Aufgabe – 3.1

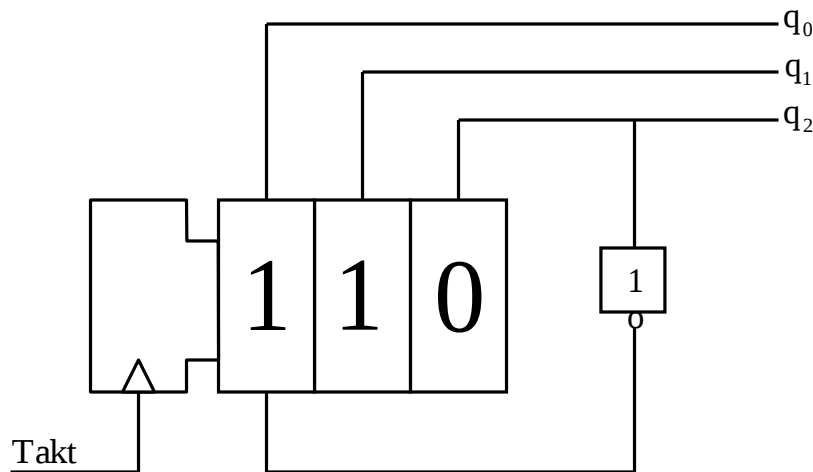
- 3.1 Bestimmen Sie den Zählzyklus, wenn das Schieberegister am Anfang mit 111 (q_2, q_1, q_0) belegt ist.



Takt	Belegung (q_2, q_1, q_0)
0	111
1	110
2	
3	
4	
5	
6	

3. Aufgabe – 3.1

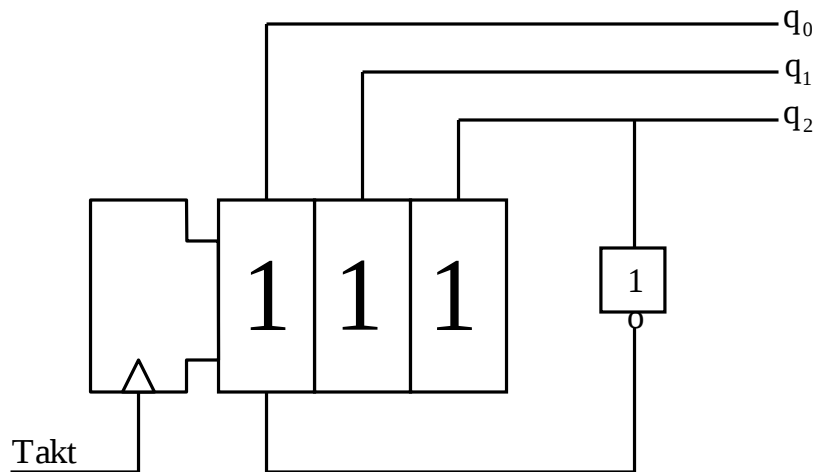
- 3.1 Bestimmen Sie den Zählzyklus, wenn das Schieberegister am Anfang mit 111 (q_2, q_1, q_0) belegt ist.



Takt	Belegung (q_2, q_1, q_0)
0	111
1	110
2	100
3	000
4	001
5	011
6	

3. Aufgabe – 3.1

- 3.1 Bestimmen Sie den Zählzyklus, wenn das Schieberegister am Anfang mit 111 (q_2, q_1, q_0) belegt ist.



Takt	Belegung (q_2, q_1, q_0)
0	111
1	110
2	100
3	000
4	001
5	011
6	111

A curved arrow points from the state at Takt 5 (011) to the state at Takt 0 (111), indicating a cycle. A dashed horizontal line is drawn between Takt 5 and Takt 6.

→ ist ein zyklischer Vorgang !!!

3. Aufgabe – 3.2

- 3.2 Welche Belegungen werden bei diesem Zähler nicht erreicht?

Takt	Belegung (q_2, q_1, q_0)
0	111
1	110
2	100
3	000
4	001
5	011

- Von 8 möglichen Belegungen, werden lediglich 6 Belegungen erreicht.
- es fehlen also 2 Belegungen →

(q_2, q_1, q_0)
010
101

Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

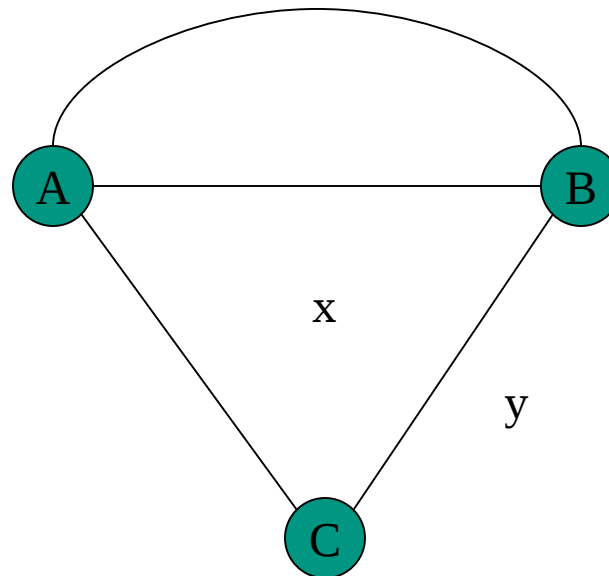
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

5. Aufgabe

5. Aufgabe – 5.1

- 5.1 Zeichnen Sie ein Beispiel für einen ungerichteten Graphen F mit 3 Knoten, der folgende Eigenschaften hat: Der Graph F ist isomorph zu seinem dualen Graphen F^D

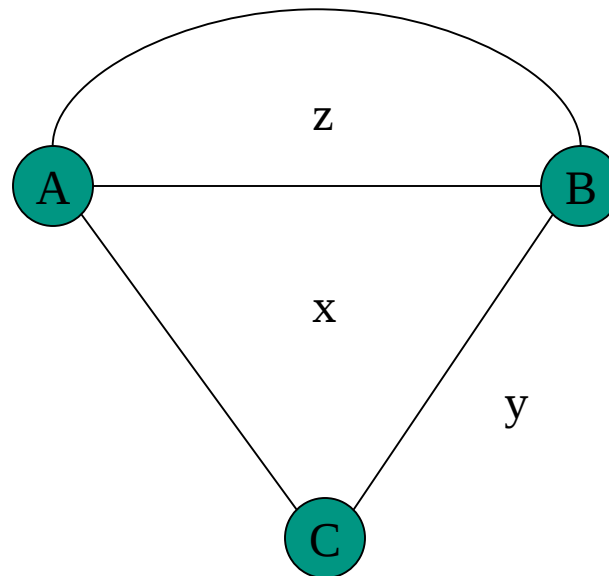
F



5. Aufgabe – 5.1

- 5.1 Zeichnen Sie ein Beispiel für einen ungerichteten Graphen F mit 3 Knoten, der folgende Eigenschaften hat: Der Graph F ist isomorph zu seinem dualen Graphen F^D

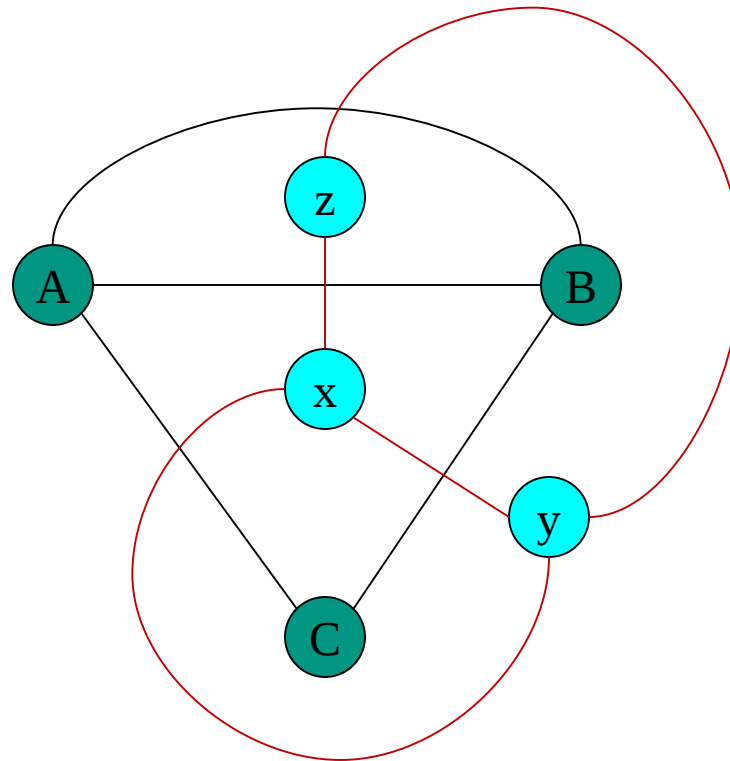
F



5. Aufgabe – 5.1

- 5.1 Zeichnen Sie ein Beispiel für einen ungerichteten Graphen F mit 3 Knoten, der folgende Eigenschaften hat: Der Graph F ist isomorph zu seinem dualen Graphen F_D

F



F_D

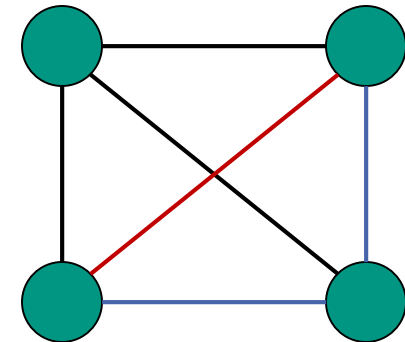


5. Aufgabe – 5.1

- 5.1 Vorgegeben seien die folgenden Eigenschaften eines Graphen: er ist ungerichtet, vollständig, einfach, hat 7 Knoten und keine Schleifen. Berechnen Sie die Anzahl der Kanten

bei 4 Knoten:

$$3 + 2 + 1 = 6$$



bei 7 Knoten:

$$6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21 !!!$$

Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

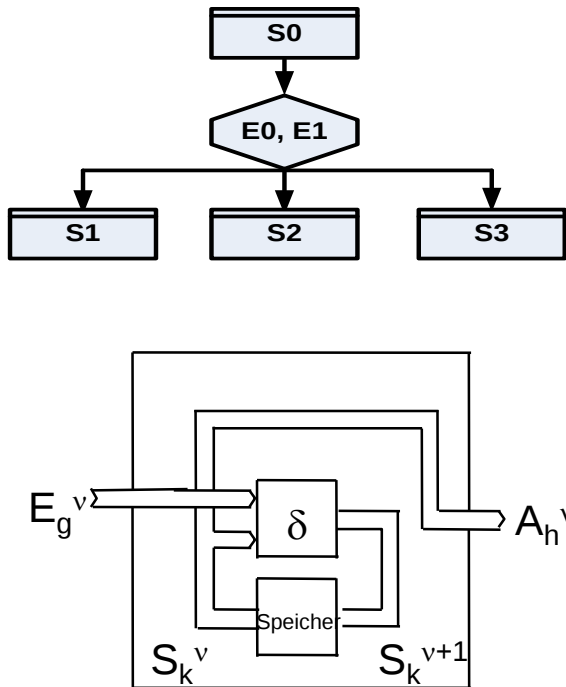
6. Aufgabe

Automaten-Typen

Medwedew-Automat

$$A_h^v = S_k^v$$

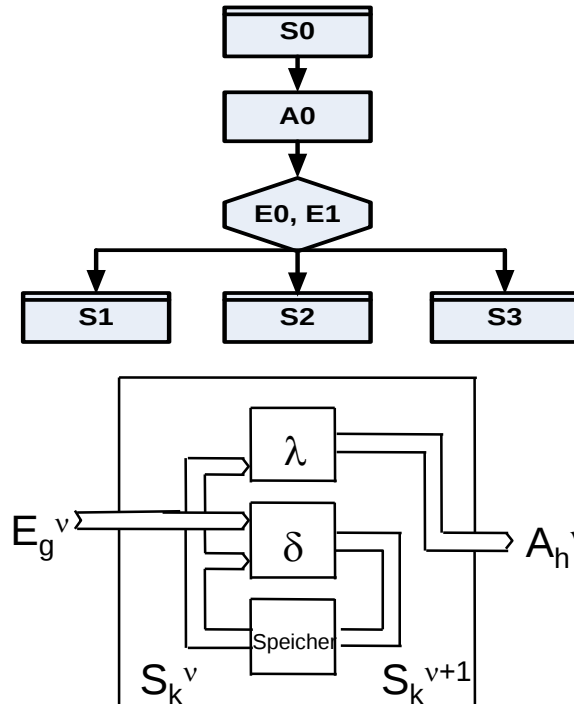
Die Ausgabe des Automaten ist **identisch mit dem aktuellen Zustand**



Moore-Automat

$$A_h^v = \lambda (S_k^v)$$

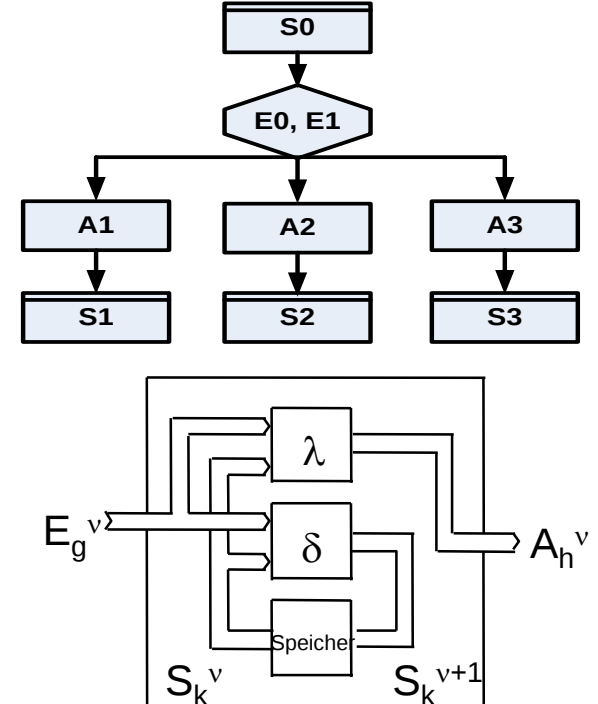
Die Ausgabe des Automaten ergibt sich ausschließlich aus dem **aktuellen Zustand**



Mealy-Automat

$$A_h^v = \lambda (E_g^v, S_k^v)$$

Die Ausgabe des Automaten ergibt sich aus **aktuellem Zustand** und einer **Eingabe** (allgemeiner Fall)



6. Aufgabe

- Für einen Vergnügungspark sollen Sie einen sprechenden Papageien entwerfen. Der Papagei versucht, dem Kunden Wundereier zum Preis von je 1€ aufzuschwatzen. Dies erfolgt mittels eines Endlos-Tonbandes, das jeweils nur im Grundzustand laufen soll. Der Kunde signalisiert seine Kaufbereitschaft durch Betätigen einer „Ja“-Taste. Dadurch öffnet sich erst der Geldeinwurf. Es können Münzen zu 0,50 € und 1 € eingeworfen werden. Andere Münzen oder Überzahlungen werden einbehalten. Ist mindestens 1 € bezahlt, öffnet sich der Warenschacht, das Ei wird ausgeworfen und der Geldeinwurf geschlossen. Anschließend erfolgt automatisch die Rückkehr in den Grundzustand. Ein Betätigen der „Ja“-Taste führt stets, gegebenenfalls unter Verlust bereits gezahlter Beträge, in den Zustand „Geldeinwurf“.
- Entwerfen Sie den Automatengraphen für eine Realisierung als Moore-Automat.

6. Aufgabe

■ Eingangsvariablen:

- JA 1: "JA"-Taste gedrückt
 0: "JA"-Taste nicht gedrückt
- M1 1: es wurde ein 50Ct-Stück eingeworfen
 0: es wurde kein 50Ct-Stück eingeworfen
- M2 1: es wurde ein 1 €-Stück eingeworfen
 0: es wurde kein 1 €-Stück eingeworfen

■ Ausgangsvariablen:

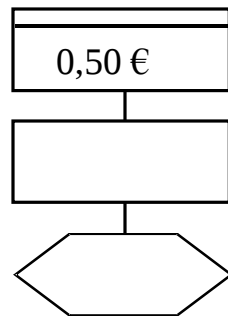
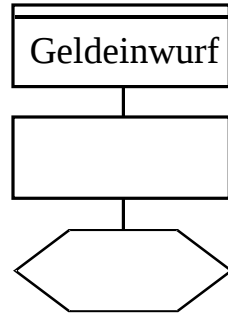
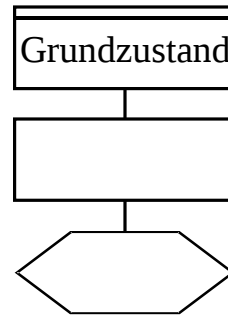
- E 1: es wird ein Ei ausgegeben
 0: es wird kein Ei ausgegeben
- B 1: das Tonband läuft
 0: das Tonband läuft nicht
- G 1: der Geldeinwurf ist geöffnet
 0: der Geldeinwurf ist geschlossen

■ Zustandsnamen:

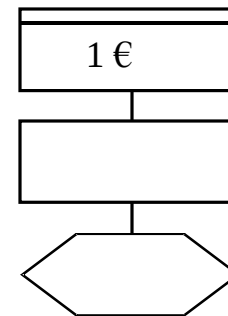
- "Grundzustand", "Geldeinwurf", "0.50 Ct", "1 €"
- Verwenden Sie für weitere Zustände erklärende Namen

6. Aufgabe

- Zustandsnamen:
 - “Grundzustand”
 - “Geldeinwurf”
 - “0.50 Ct”
 - “1 €”

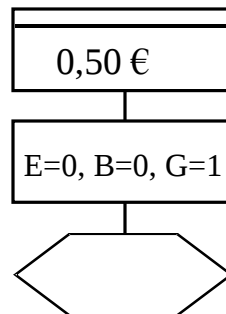
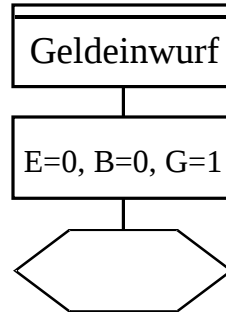
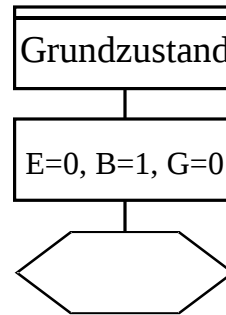


- Moore-Automat
- 4 Zustände

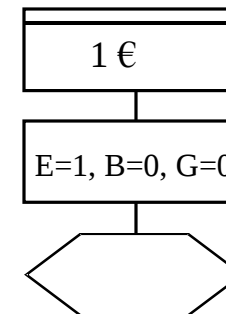


6. Aufgabe

- Ausgangsvariablen:
- E 1:
ein Ei ausgegeben
- E 0:
kein Ei ausgegeben
- B 1:
Tonband läuft
- B 0:
Tonband läuft nicht
- G 1:
Geldeinwurf ist geöffnet
- G 0:
Geldeinwurf ist geschlossen

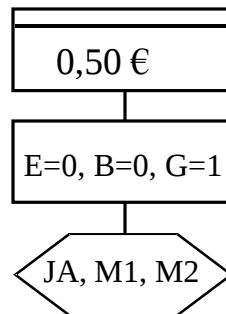
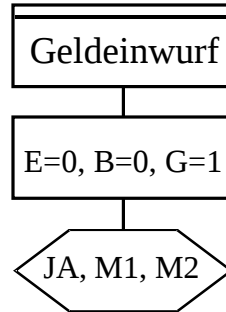
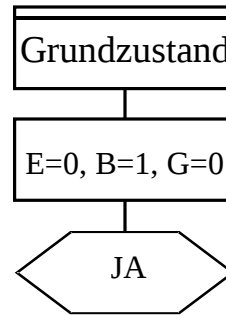


- Moore-Automat
- 4 Zustände
- Ausgaben festlegen

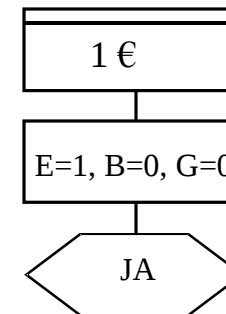


6. Aufgabe

- Eingangsvariablen:
- Ja 1/0:
"JA"-Taste gedrückt
- M1 1/0:
50Ct eingeworfen
- M2 1/0:
1€ eingeworfen

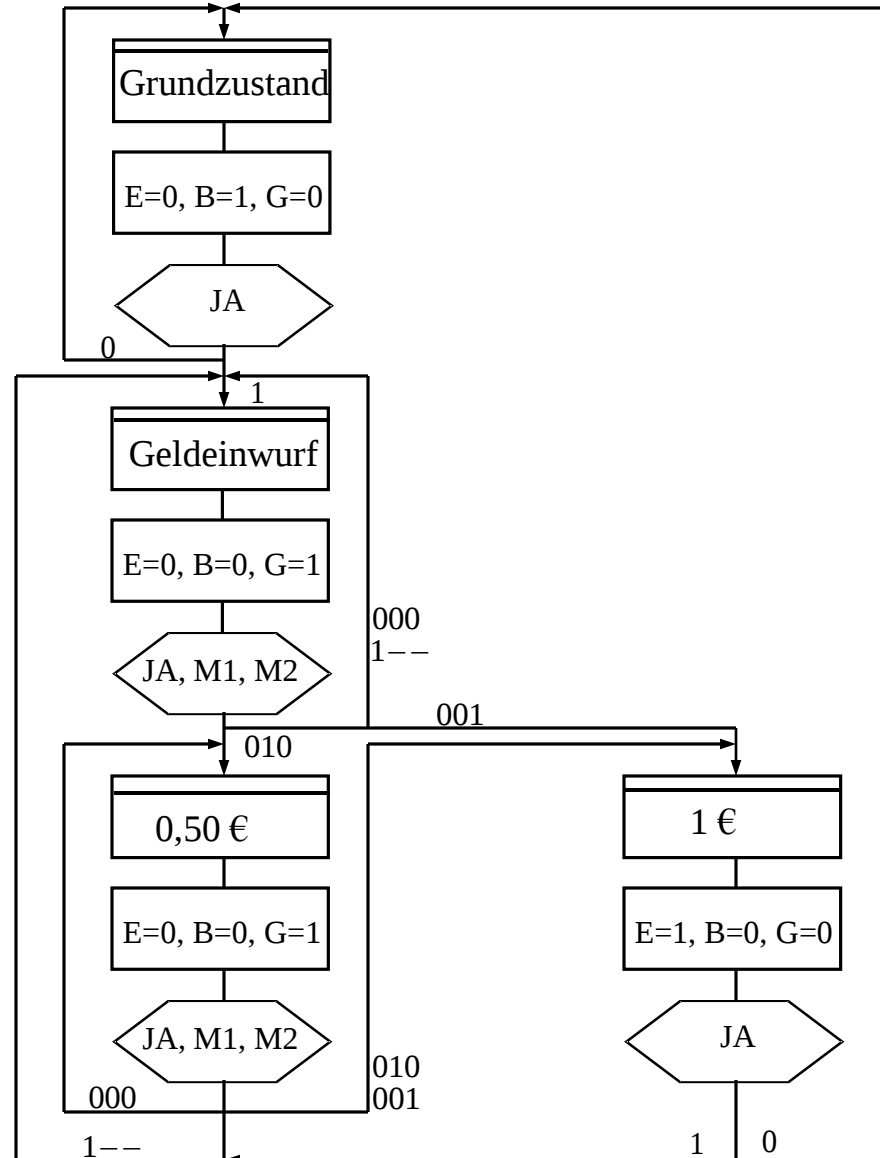


- Moore-Automat
- 4 Zustände
- Ausgaben festlegen
- Festlegen der relevanten Abfragen



6. Aufgabe

- Übergänge + Bedingungen einzeichnen



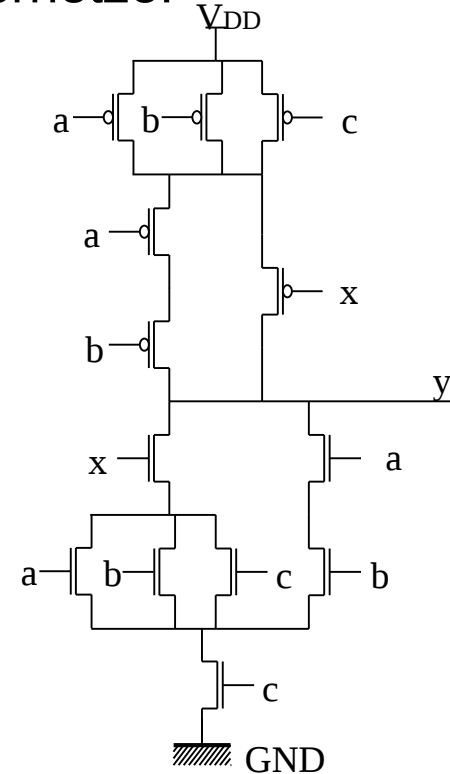
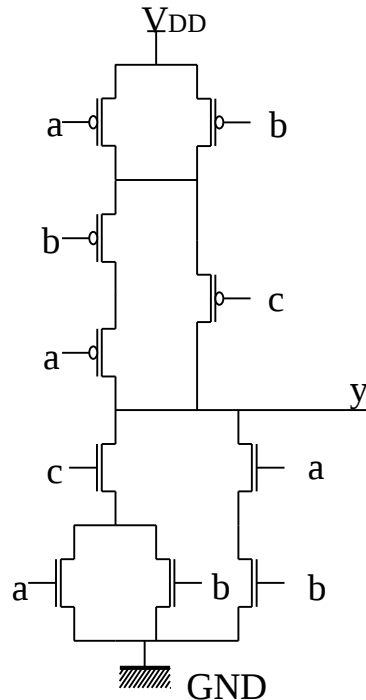
Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

7. Aufgabe

7. Aufgabe

- Gegeben seien die folgenden CMOS-Gatternetze:



- Bestimmen Sie die logischen Funktionen der p- und n-Netze. Überprüfen Sie, ob die logischen Funktionen wohldefiniert sind. Geben Sie alle Eingangskombinationen für eventuelles Fehlverhalten an.

7. Aufgabe

- P-Netz (v_1) stellt Verbindung zu V_{DD} her
- N-Netz (v_0) stellt Verbindung zu GND her
- Forderungen an fehlerfreies und wohldefiniertes Verhalten:

1. $v_0 \cdot v_1 = 0$ (kein Kurzschluss)
2. $v_0 + v_1 = 1$ (Vollständigkeit)

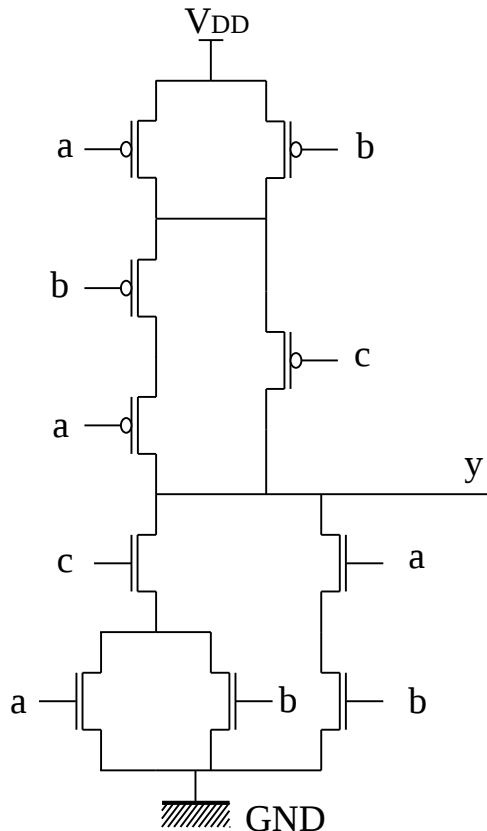
oder auch wenn Dualität gilt:

$$v_0 = \overline{v_1} \text{ (wohl definiert)}$$

- Bedeutung im Symmetriediagramm:
 - Keine Überlappung von Einsen und Nullen (1)
 - Alle Felder im S-Diagramm sind belegt (2)
(kein undefiniertes Verhalten)

7. Aufgabe

■ Teil 1



■ P-Netz:

$$v_1 = (\bar{a} + \bar{b}) \cdot (\bar{a}\bar{b} + \bar{c})$$

■ N-Netz:

$$v_0 = (ab) + (c \cdot (a + b))$$

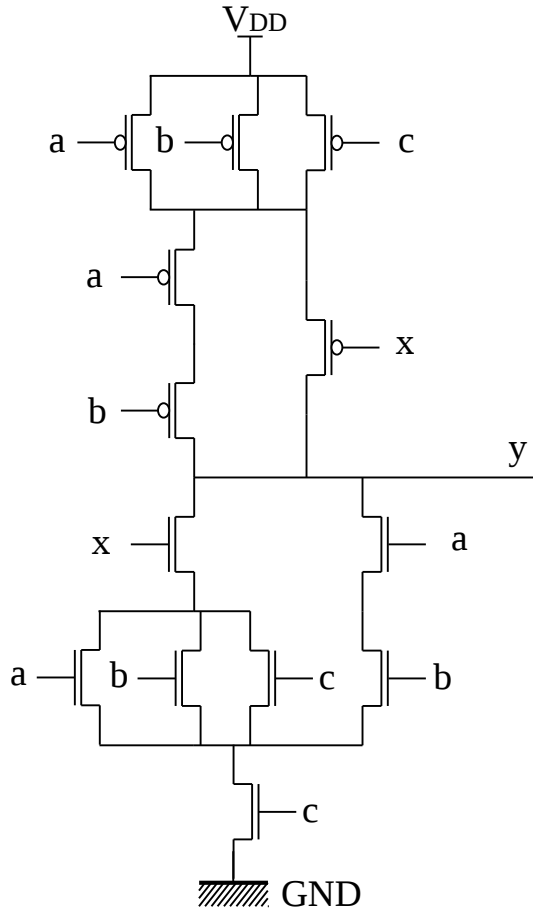
■ Forderung:

$$\begin{aligned} v_0 &= \overline{v_1} \\ \overline{v_1} &= \overline{(\bar{a} + \bar{b}) \cdot (\bar{a}\bar{b} + \bar{c})} \\ &= (ab) + \overline{(\bar{c} + \bar{a}\bar{b})} \\ &= (ab) + (c \cdot (a + b)) = v_0 \end{aligned}$$

erfüllt, daher ist die Funktion ist wohldefiniert!!!

7. Aufgabe

■ Teil 2



■ P-Netz:

$$v_1 = (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) \cdot (\bar{x} + \bar{a}\bar{b})$$

■ N-Netz:

$$v_0 = c \cdot (x \cdot (a + b + c) + ab)$$

■ Forderung:

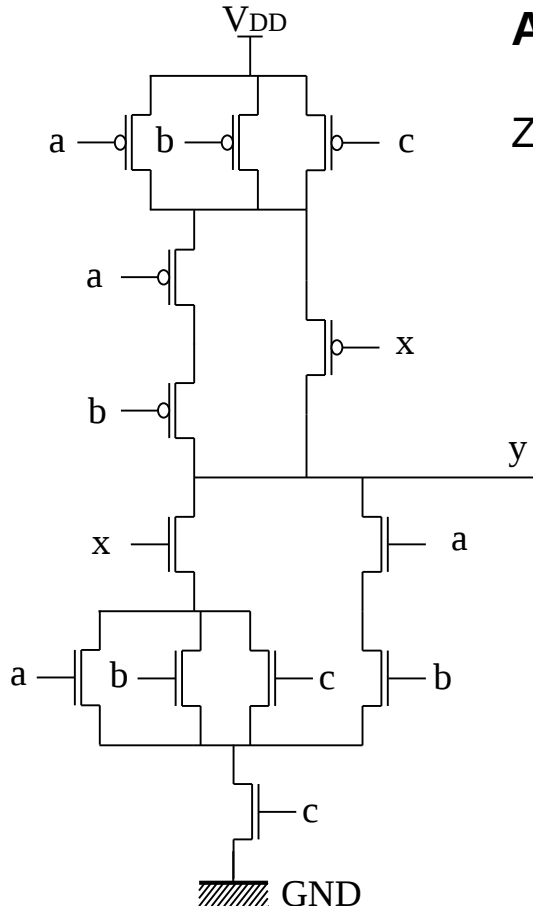
$$v_0 \cdot v_1 = 0$$

$$\begin{aligned} & ((\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) \cdot (\bar{x} + \bar{a}\bar{b})) \cdot c \cdot (x \cdot (a + b + c) + ab) \\ &= (\bar{a}\bar{x} + \bar{b}\bar{x} + \bar{c}\bar{x} + \bar{a}\bar{b} + \bar{a}\bar{b}\bar{c}) \cdot c \cdot (ax + bx + cx + ab) \\ &= (\bar{a}\bar{x}c + \bar{b}\bar{x}c + \bar{a}\bar{b}\bar{c}) \cdot (ax + bx + cx + ab) \\ &= \underline{\underline{\bar{a}\bar{b}c x}} \end{aligned}$$

bereits die erste Bedingung ist verletzt, ein Konflikt liegt vor !!!

7. Aufgabe

■ Teil 2



Alle Eingangskombinationen mit Fehlverhalten finden:

Zwei Lösungsmöglichkeiten:

1. Algebraisch:

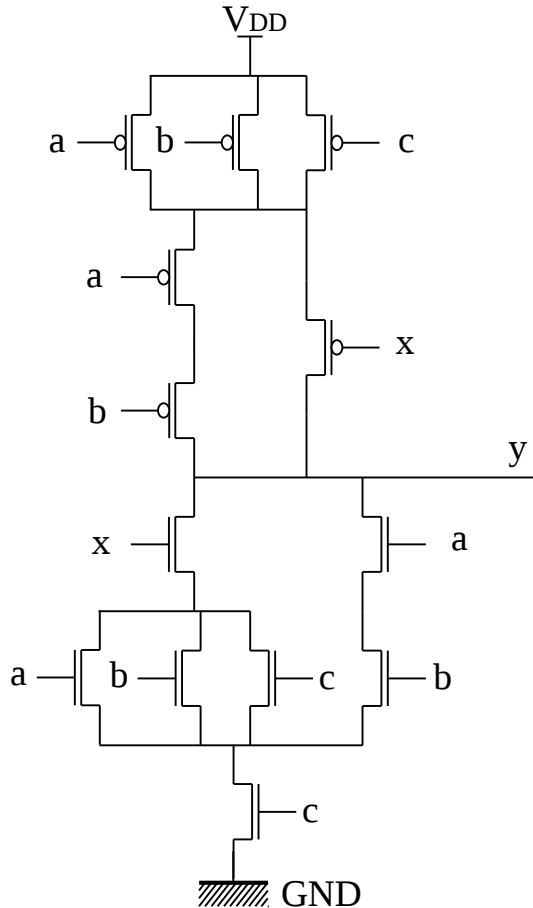
- Schaltung ist nicht wohldefiniert wenn: $v_0 \neq \overline{v_1}$
- Kurzschlüsse bei: $v_0 \cdot v_1 \neq 0$
- Undefiniertheit bei: $v_0 + v_1 \neq 1 \rightarrow \overline{v_0 + v_1} \neq 0$

2. Wahrheitstabelle:

- Wahrheitstabelle für die Funktionen v_0 und v_1 aufstellen
- Kurzschluss bei: $v_0(a, b...) = v_1(a, b...) = 1$
- Undefiniertheit bei: $v_0(a, b...) = v_1(a, b...) = 0$

7. Aufgabe

Teil 2



■ Lösung mit Wahrheitstabelle:

■ P-Netz: $v_1 = (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) \cdot (\bar{x} + \bar{a}\bar{b})$

■ N-Netz: $v_0 = c \cdot (x \cdot (a + b + c) + ab)$

x	c	b	a	v_1	v_0	y
0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	Undefiniert
1	0	1	0	0	0	Undefiniert
1	0	1	1	0	0	Undefiniert
1	1	0	0	1	1	Kurzschluss
1	1	0	1	0	1	0
1	1	1	0	0	1	0
1	1	1	1	0	1	0

■ Kurzschluss für: $(x, c, b, a) = (1, 1, 0, 0)$

■ Undefiniert für: $(x, c, b, a) = (1, 0, 0, 1) \vee (1, 0, 1, 0) \vee (1, 0, 1, 1)$

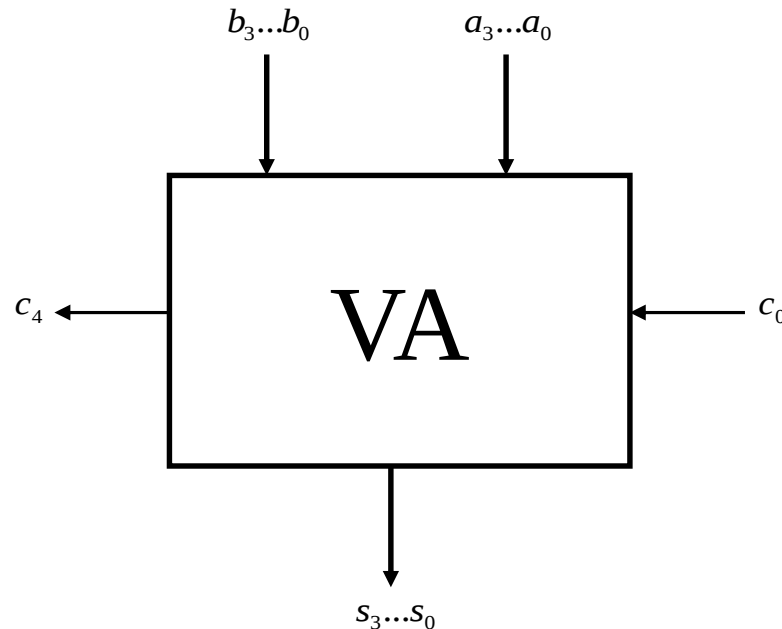
Felix Pistorius
pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

4. Aufgabe (nicht klausurrelevant)

4. Aufgabe

- Ein 4-Bit-Volladdierer habe folgendes Blockschaltbild:

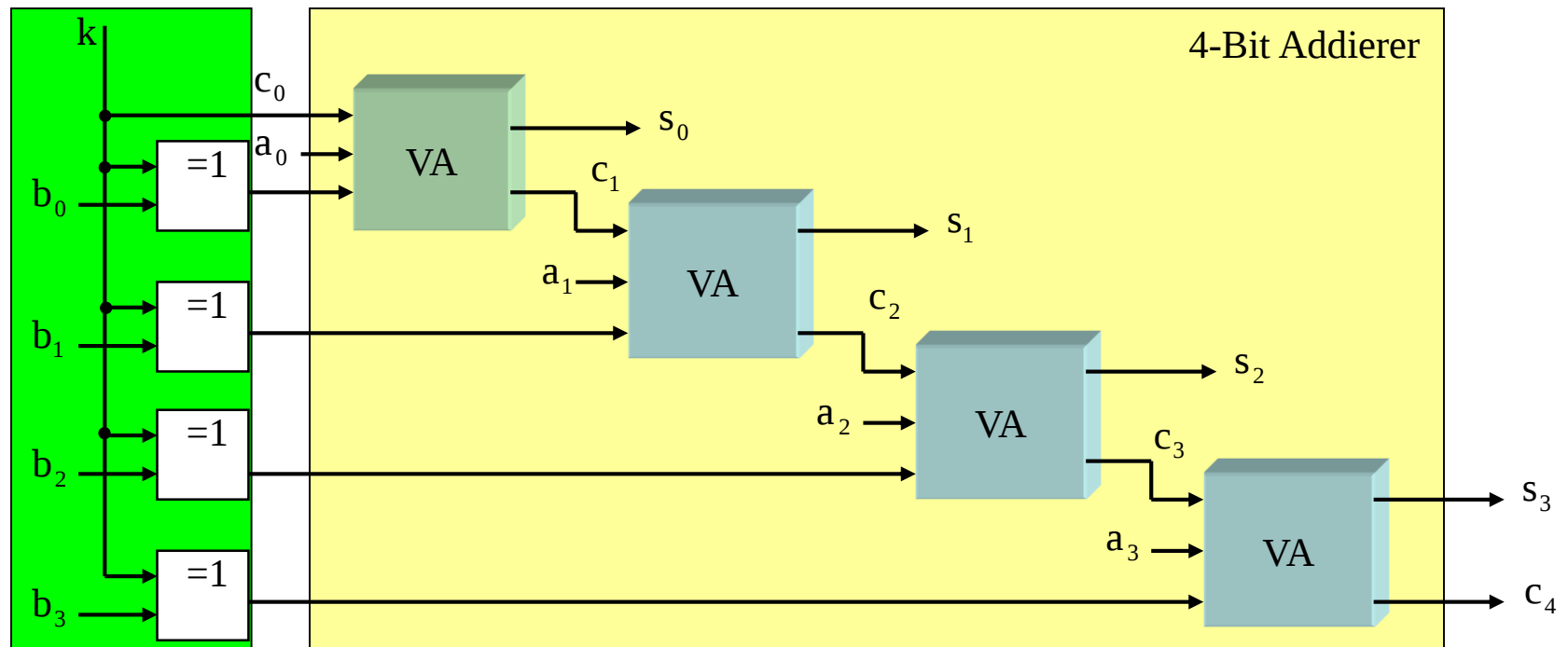


- 4.1** Konstruieren Sie aus dem angegebenen Blockschaltbild des 4-bit-VA und weiteren Gattern eine Schaltung, die für einen zusätzlichen Eingang $\text{sub}=1$ $a-b$ berechnet. Für $\text{sub}=0$ soll weiterhin $a+b$ berechnet werden.

4. Aufgabe

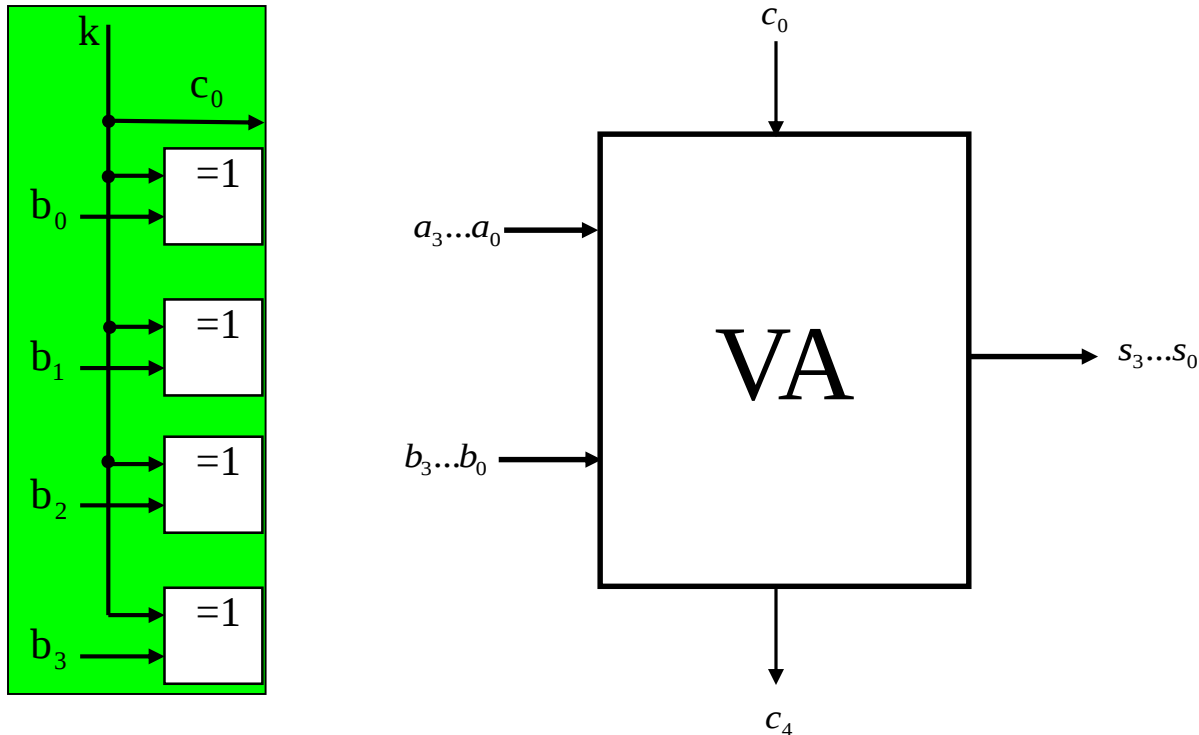
■ Erinnerung:

- Beispiel: 4-Bit Addierer/Subtrahierer
- Addierer mit $k=0$, Subtrahierer mit $k=1$



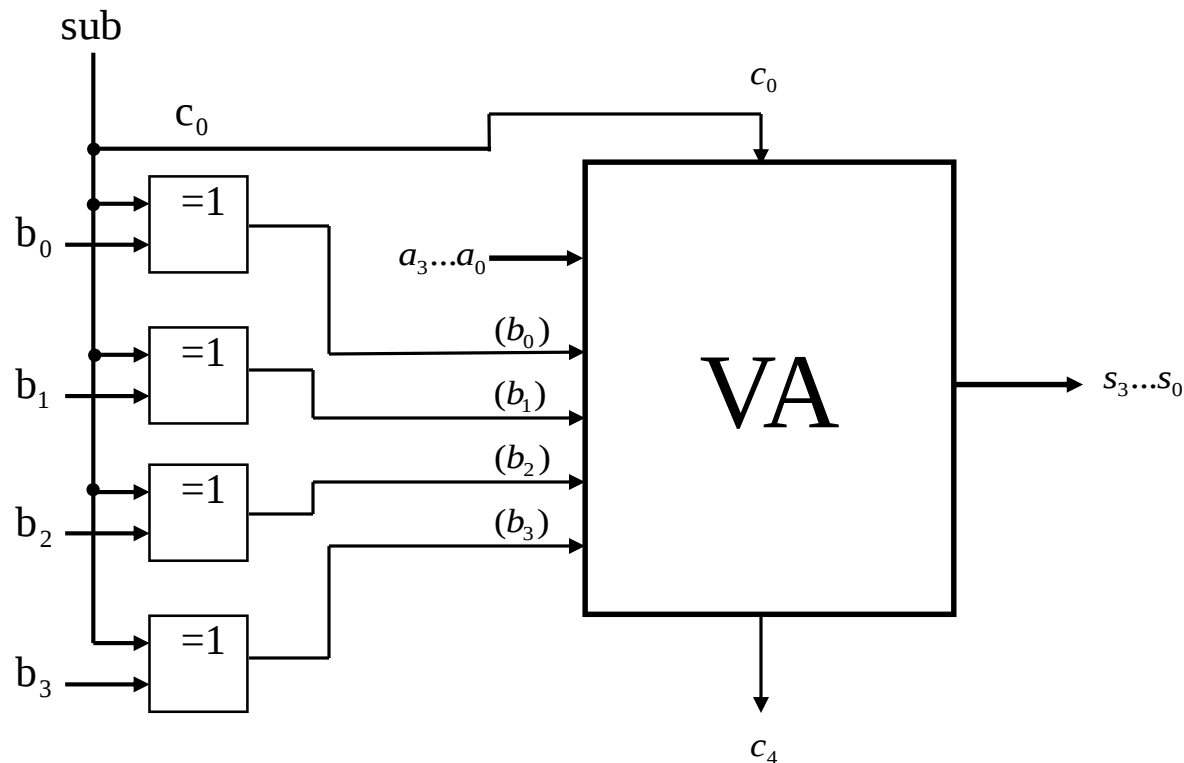
4. Aufgabe – 4.1

- Übertragen des Verfahrens:



4. Aufgabe – 4.1

- Übertragen des Verfahrens:



4. Aufgabe – 4.2

- 4.2 Konstruieren Sie eine Schaltung, die für den Fall, dass a und b jeweils in einer K2-Darstellung gegeben sind, einen Überlauf der Ergebnisse erkennt.
 - die Summe aus einer negativen und einer positiven Zahl in der K2-Darstellung kann nie zu einem Überlauf führen.
 - Überlauf ist gegeben, wenn:
 1. beide Zahlen positiv sind, das Ergebnis jedoch negativ
 2. beide Zahlen negativ sind, das Ergebnis jedoch positiv
 - Eine negative Zahl kann leicht an einer 1 an der höchstwertigen Stelle (n-1) erkannt werden.

4. Aufgabe – 4.2

■ Funktionstabelle:

beide Zahlen positiv, Ergebnis negativ

beide Zahlen negativ, Ergebnis positiv

a_{n-1}	b_{n-1}	s_{n-1}	ov
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$$ov = \overline{a_{n-1}} \overline{b_{n-1}} s_{n-1} + a_{n-1} b_{n-1} \overline{s_{n-1}}$$

Für den 4-Bit-Addierer:

$$ov = \overline{a_3} \overline{b_3} s_3 + a_3 b_3 \overline{s_3}$$

4. Aufgabe – 4.2

