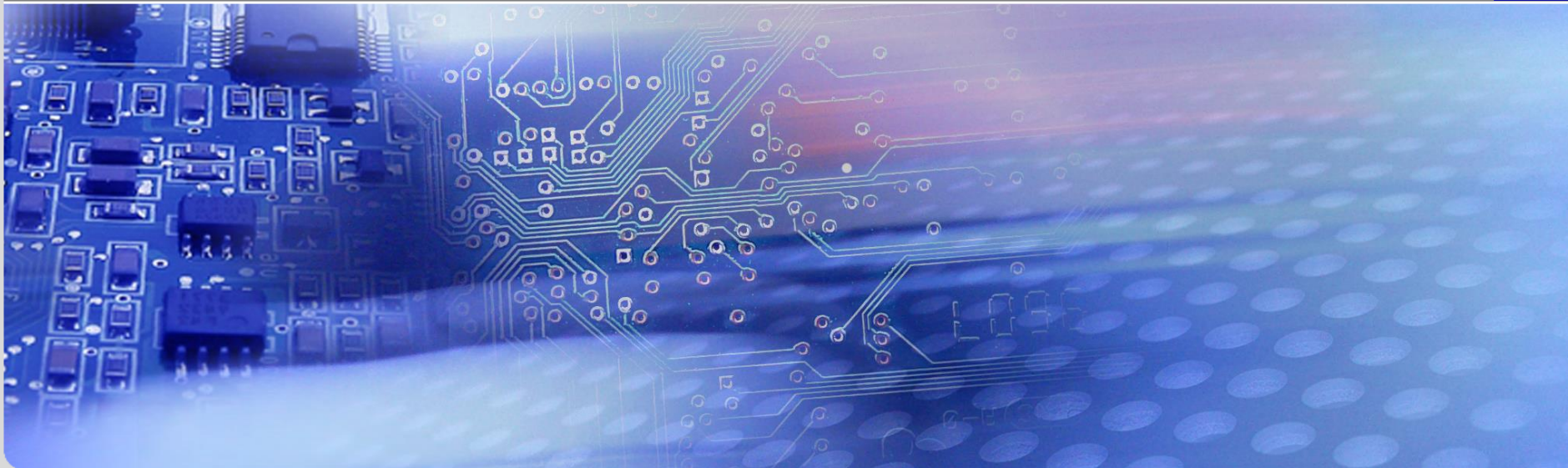


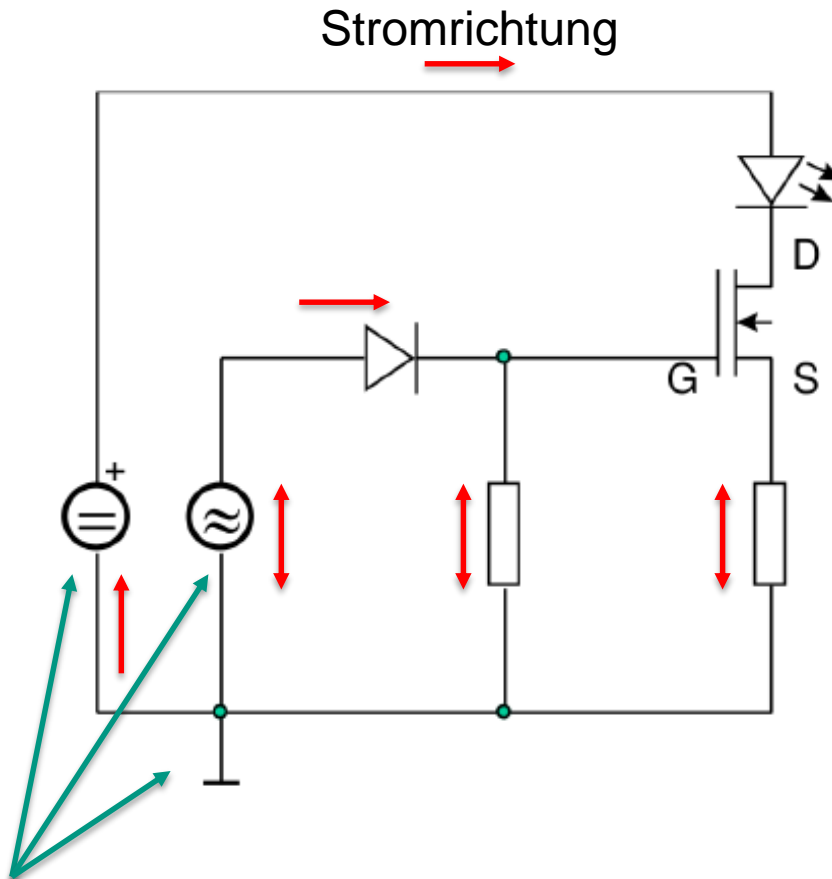
Digitaltechnik Tutorium 4

Institut für Technik der Informationsverarbeitung (ITIV)

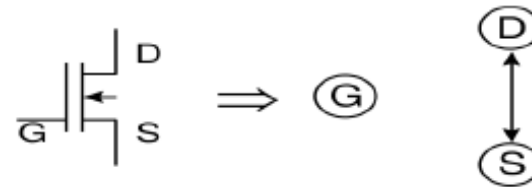
ITIV



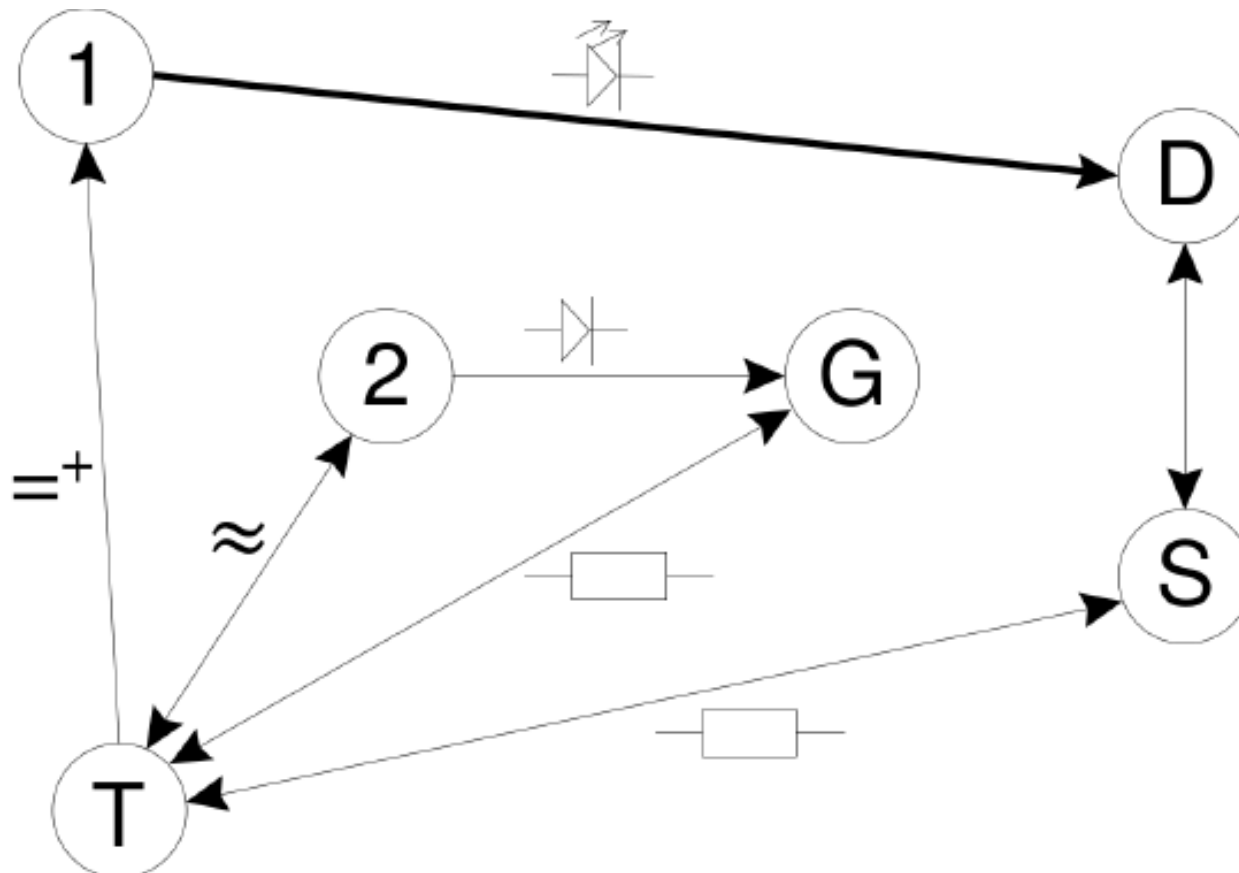
„Warm Up“ Aufgabe 1



Ground & Spannungsquellen sind versch. Potentiale



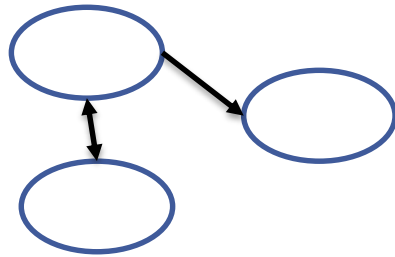
„Warm Up“ Aufgabe 1



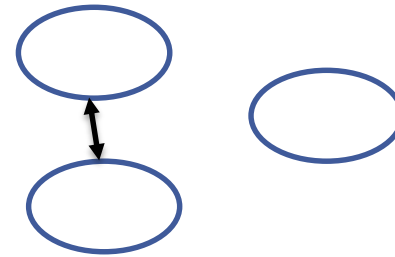
„Warm Up“ Aufgabe 1

■ Streng zusammenhängend?

→ wenn alle Knoten miteinander in einer Verbindung stehen



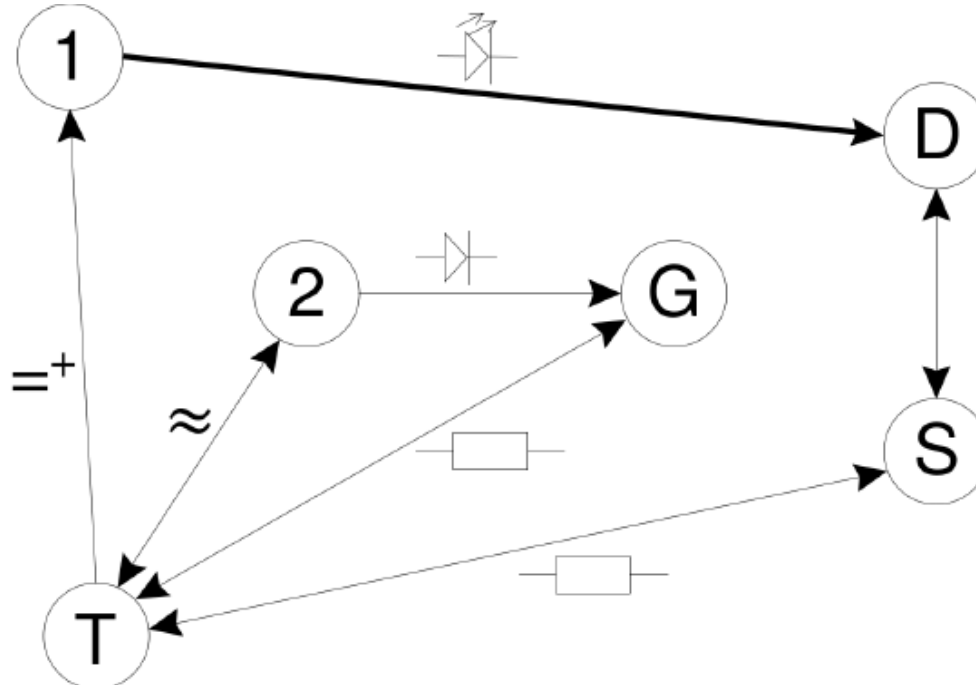
Streng zsm.hängend



nicht streng zsm.hängend

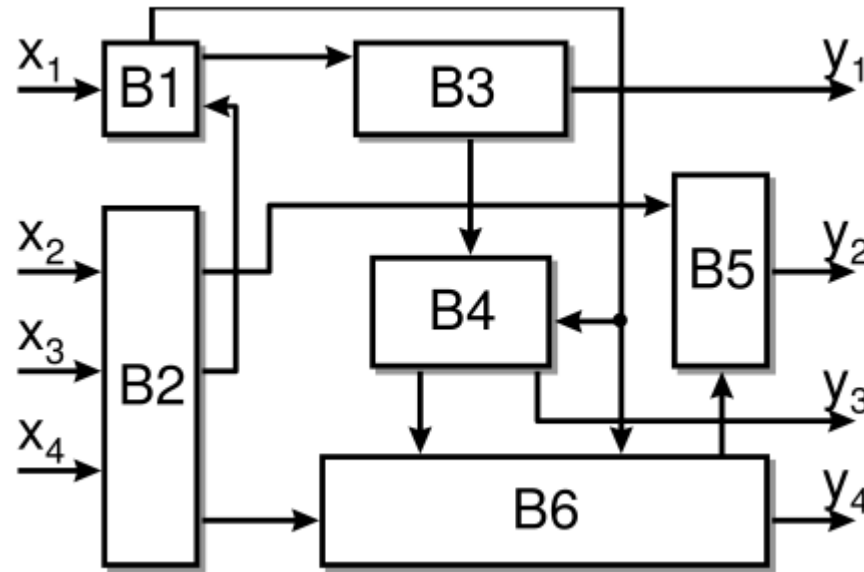
■ Gibt es Knoten in unserem Graphen die nicht erreichbar sind?

„Warm Up“ Aufgabe 1



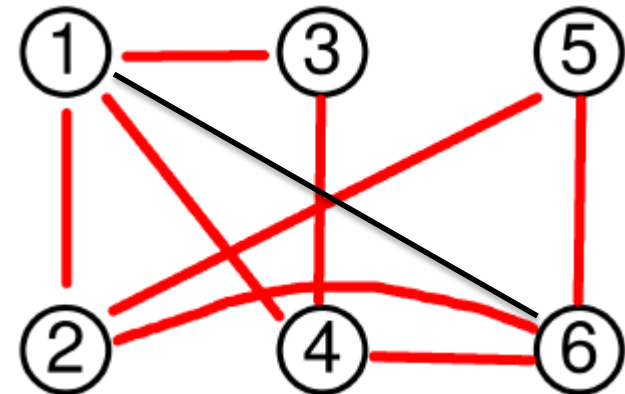
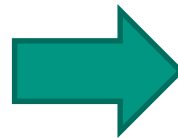
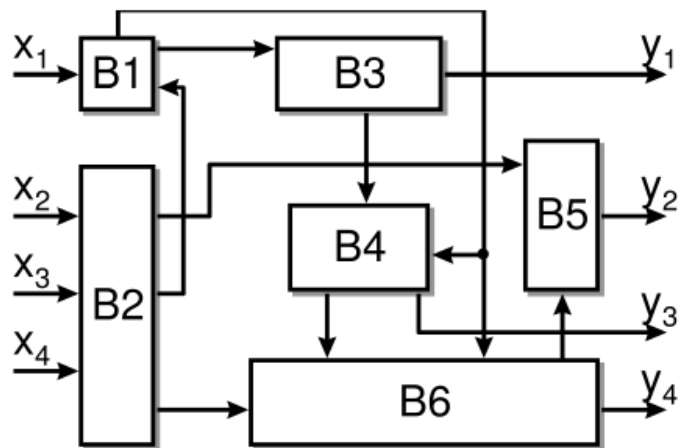
- Da jeder Knoten erreicht werden kann, ist der Graph streng zusammenhängend

„Warm Up“ Aufgabe 1

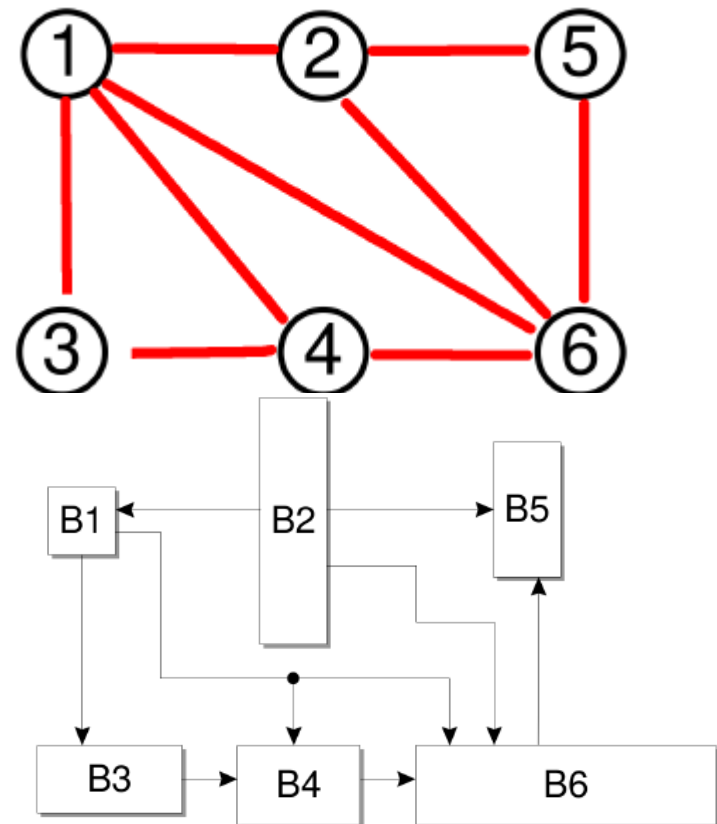
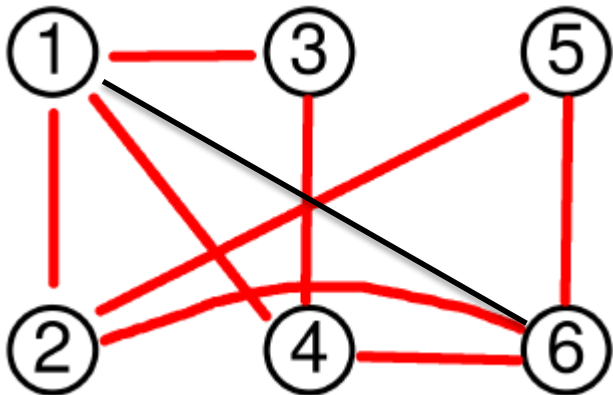


- Ungerichteter Graph → Kanten sind ungerichtet = keine Richtung
- B1-B6 werden Knoten 1-6
- Verbindungen der B's werden Kanten

„Warm Up“ Aufgabe 1



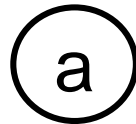
„Warm Up“ Aufgabe 1



	Ordnungsrelation	Äquivalenzrelation	Verträglichkeitsrelation
Beschreibung	Ordnung von Elementen	Gleichwertigkeit/ Gleichartigkeit von Elementen	Erlaubtes Zusammentreffen von Elementen
häufig Vorschrift α	\leq, \geq, \succeq	\equiv	
Eigenschaften	<ul style="list-style-type: none"> • reflexiv • antisymmetrisch • transitiv 	<ul style="list-style-type: none"> • reflexiv • symmetrisch • transitiv 	<ul style="list-style-type: none"> • reflexiv • symmetrisch • nicht transitiv

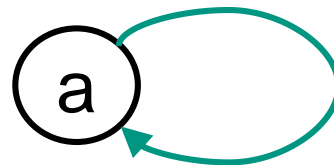
Relationen kann man auch in Graphen darstellen.

■ reflexiv:



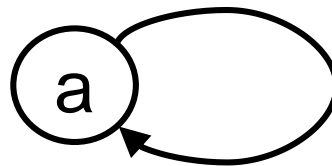
Relationen kann man auch in Graphen darstellen.

■ reflexiv:

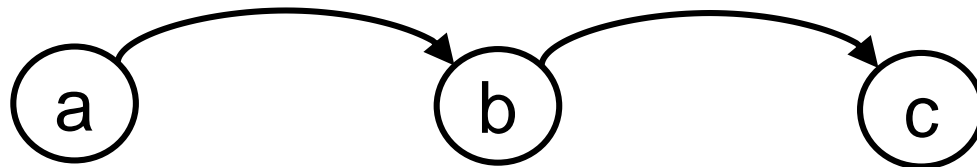


Relationen kann man auch in Graphen darstellen.

■ reflexiv:

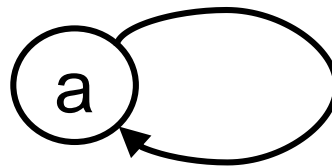


■ transitiv:

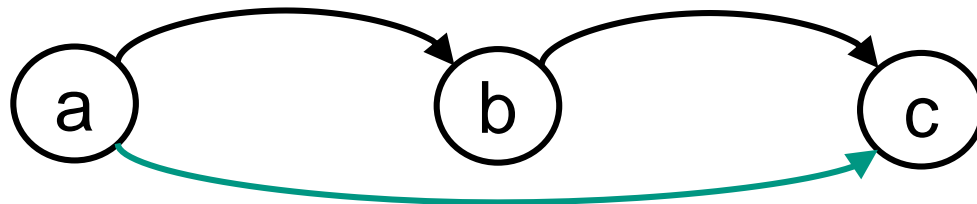


Relationen kann man auch in Graphen darstellen.

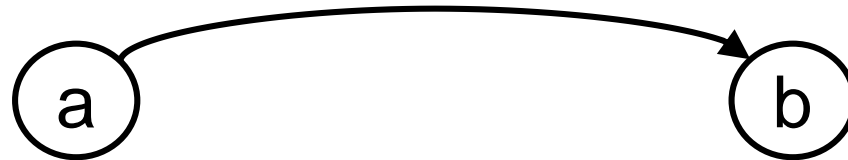
■ reflexiv:



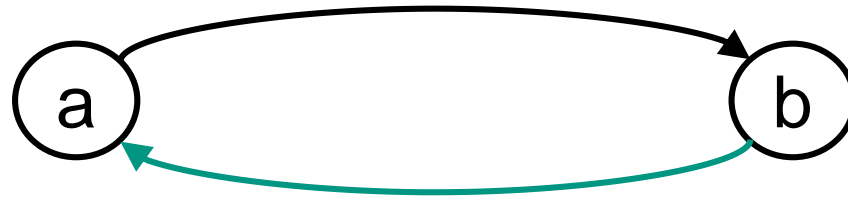
■ transitiv:



■ Symmetrie:

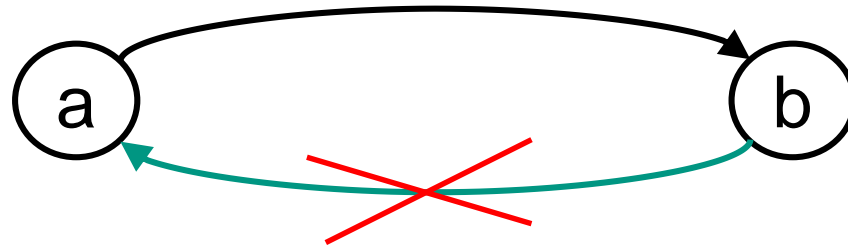


■ Symmetrie:



■ ~~Symmetrie:~~

■ Antisymmetrie



Aufgabe 2.1

Y\Z	a	b	c	d	e	f	g	h
a	X			X				
b	X	X	X	X	X	X	X	X
c			X					
d				X				
e			X		X		X	X
f				X		X		
g							X	
h			X					X

Aufgabe 2.1

- reflexiv?

Y\Z	a	b	c	d	e	f	g	h
a	X			X				
b	X	X	X	X	X	X	X	X
c			X					
d				X				
e			X		X		X	X
f				X		X		
g							X	
h			X					X

Aufgabe 2.1

- reflexiv?



Y\Z	a	b	c	d	e	f	g	h
a	X			X				
b	X	X	X	X	X	X	X	X
c			X					
d				X				
e			X		X		X	X
f				X		X		
g							X	
h			X					X

Aufgabe 2.1

- reflexiv? ✓
- symmetrisch?

Y\Z	a	b	c	d	e	f	g	h
a	X			X				
b	X	X	X	X	X	X	X	X
c			X					
d				X				
e			X		X		X	X
f				X		X		
g							X	
h			X					X

Aufgabe 2.1

• reflexiv? ✓

• symmetrisch? ✗

Z \ a	a	b	c	d	e	f	g	h
a	X			X				
b	X	X	X	X	X	X	X	X
c			X					
d				X				
e			X		X		X	X
f				X		X		
g							X	
h			X					X

Aufgabe 2.1

- reflexiv? 

- symmetrisch? 

- transitiv?

Y\Z	a	b	c	d	e	f	g	h
a	X			X				
b	X	X	X	X	X	X	X	X
c			X					
d				X				
e			X		X		X	X
f				X		X		
g							X	
h			X					X

Aufgabe 2.1

- reflexiv? 

- symmetrisch? 

- transitiv?

$e \rightarrow h$

$h \rightarrow c$

also muss:

$e \rightarrow c$

Y\Z	a	b	c	d	e	f	g	h
a	X			X				
b	X	X	X	X	X	X	X	X
c			X					
d				X				
e			X		X		X	X
f				X		X		
g							X	
h			X					X

Aufgabe 2.1

- reflexiv? 

- symmetrisch? 

- transitiv? 

also muss:

$e \rightarrow h$

$h \rightarrow c$

$e \rightarrow c$

Y\Z	a	b	c	d	e	f	g	h
a	X			X				
b	X	X	X	X	X	X	X	X
c			X					
d				X				
e			X		X		X	X
f				X		X		
g							X	
h			X					X

Aufgabe 2.2

- Aus Aufgabenteil 2.1 folgen:
reflexiv
antisymmetrisch
transitiv

	Ordnungsrelation	Äquivalenzrelation	Verträglichkeits- relation
Beschreibung	Ordnung von Elementen	Gleichwertigkeit/ Gleichartigkeit von Elementen	Erlaubtes Zusammentreffen von Elementen
häufig Vorschrift α	\leq, \geq, \supset	\equiv	
Eigenschaften	<ul style="list-style-type: none"> • reflexiv • antisymmetrisch • transitiv 	<ul style="list-style-type: none"> • reflexiv • symmetrisch • transitiv 	<ul style="list-style-type: none"> • reflexiv • symmetrisch • nicht transitiv

Aufgabe 2.2

- Aus Aufgabenteil 2.1 folgen:

reflexiv

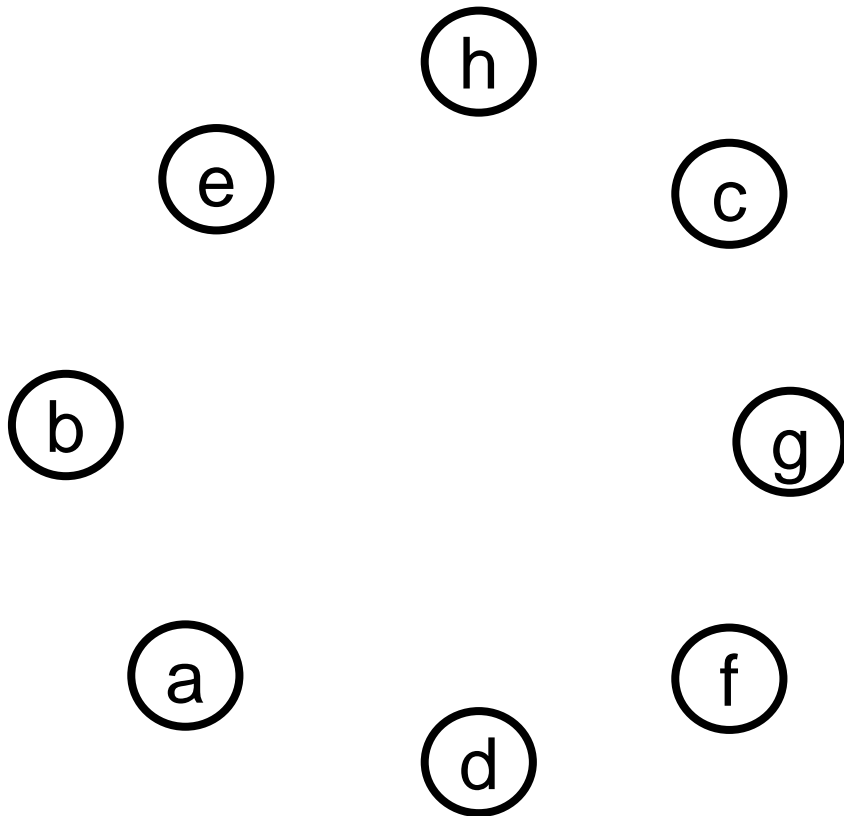
antisymmetrisch

transitiv



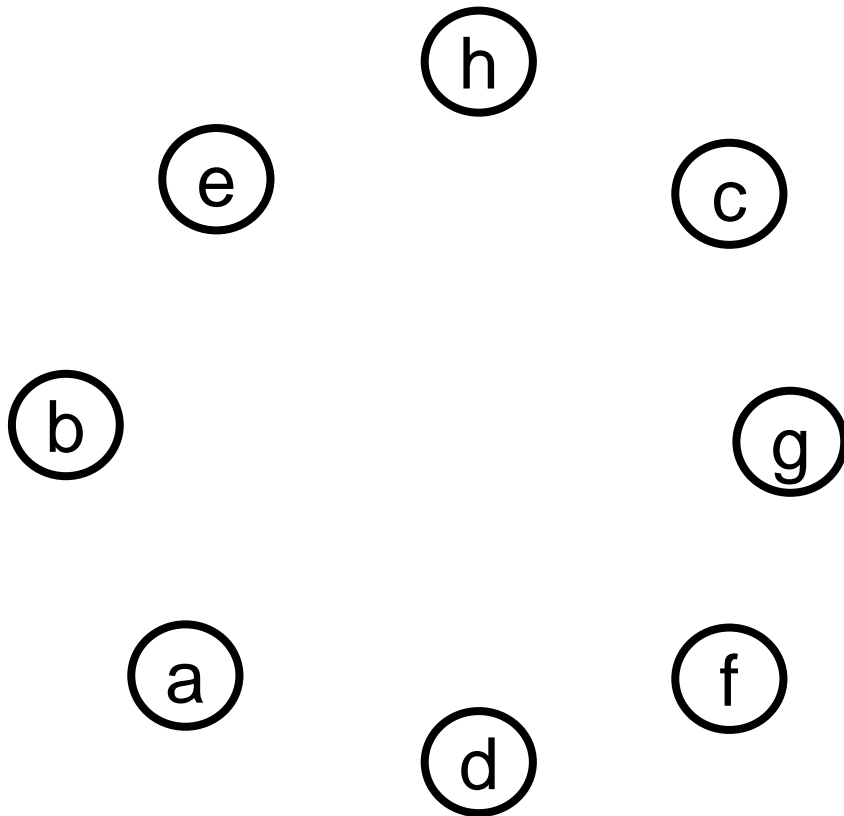
Es handelt sich um eine **Ordnungsrelation**

Aufgabe 2.3



YZ	a	b	c	d	e	f	g	h
a	X			X				
b	X	X	X	X	X	X	X	X
c			X					
d				X				
e			X		X		X	X
f				X		X		
g							X	
h			X					X

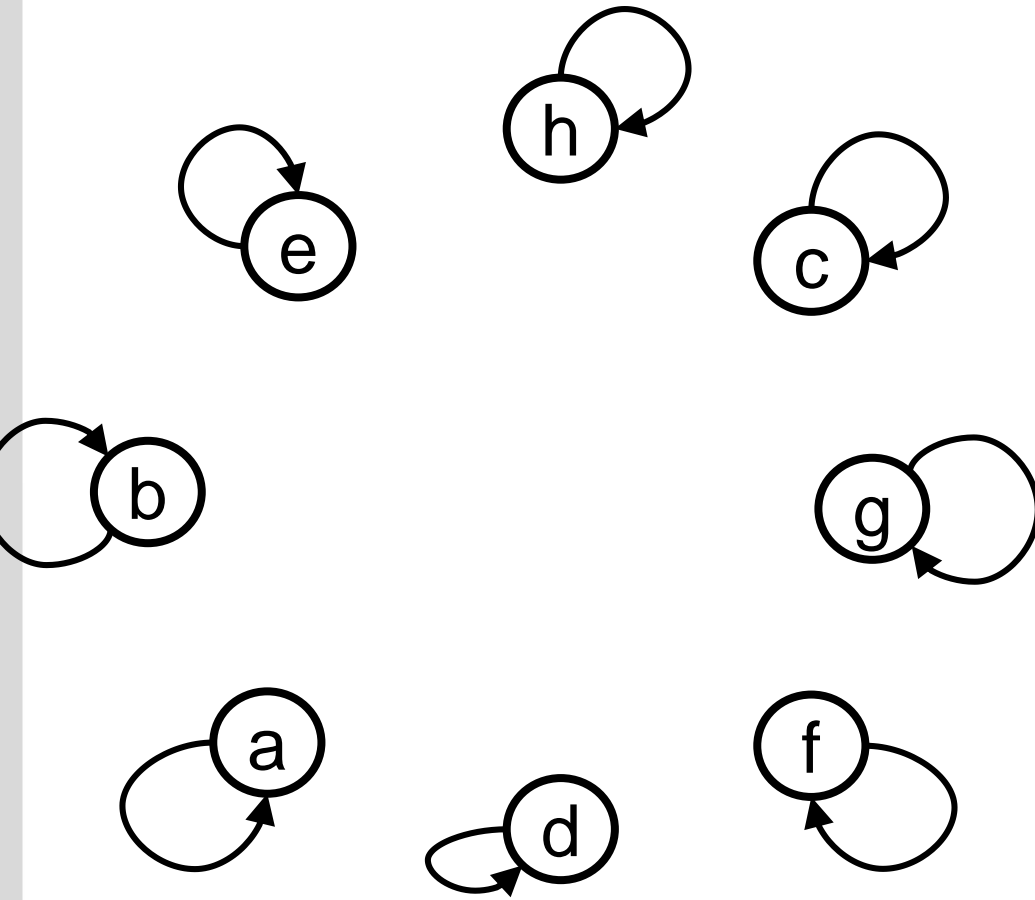
Aufgabe 2.3



YZ	a	b	c	d	e	f	g	h
a	X			X				
b	X	X	X	X	X	X	X	X
c			X					
d				X				
e			X		X		X	X
f				X		X		
g							X	
h			X					X

■ Alle Kreuze abarbeiten

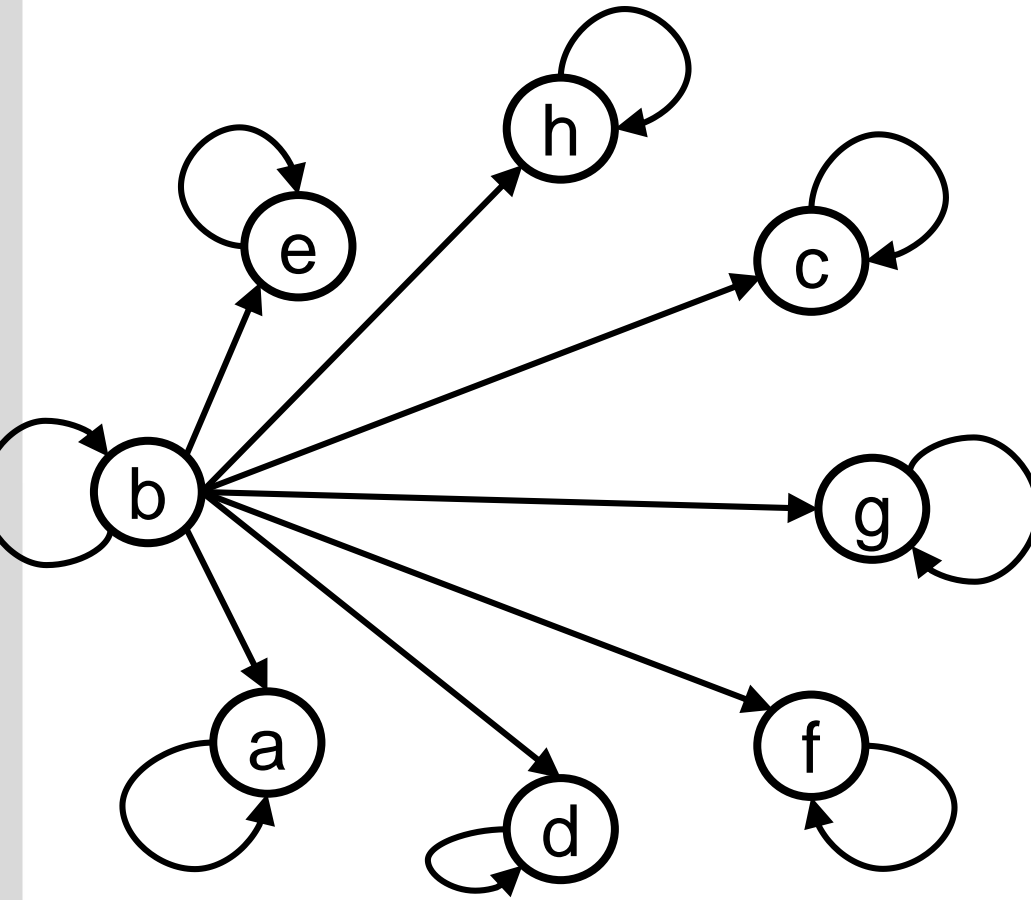
Aufgabe 2.3



YZ	a	b	c	d	e	f	g	h
a	X			X				
b	X	X	X	X	X	X	X	X
c			X					
d				X				
e			X		X		X	X
f				X		X		
g							X	
h			X					X

- Alle Kreuze abarbeiten
- 1. jedes Element ist reflexiv

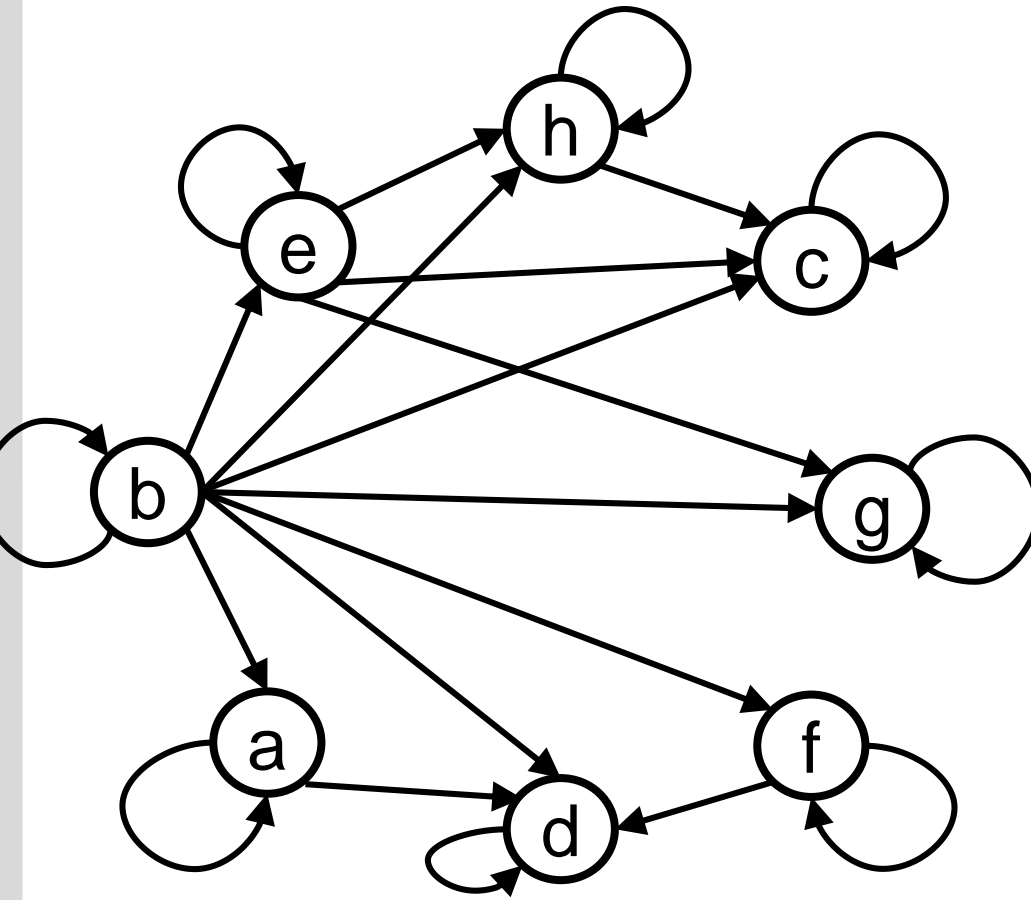
Aufgabe 2.3



YZ	a	b	c	d	e	f	g	h
a	X			X				
b	X	X	X	X	X	X	X	X
c			X					
d				X				
e			X		X		X	X
f				X		X		
g							X	
h			X					X

- Alle Kreuze abarbeiten
- 1. jedes Element ist reflexiv
- b steht mit jedem Element in einer Relation

Aufgabe 2.3



YZ	a	b	c	d	e	f	g	h
a	X			X				
b	X	X	X	X	X	X	X	X
c			X					
d				X				
e			X		X		X	X
f				X		X		
g							X	
h			X					X

- Alle Kreuze abarbeiten
- 1. jedes Element ist reflexiv
- b steht mit jedem Element in einer Relation
- Restliche Kreuze einzeichnen

Überdeckungstabelle

- Man möchte bei Relationen ein Optimum finden (für Kosten etc.)
- Verfahren:
 - 1) Kerne bestimmen & überdeckte Spalten streichen
 - 2) Spaltendominanz finden & **dominierende** Spalten streichen
 - 3) Zeilendominanz finden & **dominierte** Zeilen streichen
 - 4) Schritte 1) bis 3) wiederholen bis Tabelle nicht mehr reduzierbar ist

Aufgabe 3

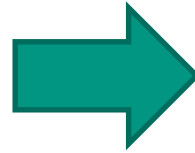
- Relationen der Essgewohnheiten machen
- Eigenschaften ablesen
- Überdeckungstabelle

Person	Kartoffelbrei	Bratkartoffeln	Kartoffelauflauf	Himbeerkuchen
Linus				X
Melanie		X	X	X
Markus	X			
Theresa	X	X		
Sebastian		X	X	X
Marcel	X	X	X	X



Relation γ	Linus	Melanie	Markus	Theresa	Sebastian	Marcel
Linus	X	X			X	X
Melanie	X	X		X	X	X
Markus			X	X		X
Theresa		X	X	X	X	X
Sebastian	X	X		X	X	X
Marcel	X	X	X	X	X	X

- Reflexiv
- Symmetrisch
- Nicht transitiv



Verträglichkeitsrelation

Relation γ	Linus	Melanie	Markus	Theresa	Sebastian	Marcel
Linus	X	X			X	X
Melanie	X	X		X	X	X
Markus			X	X		X
Theresa		X	X	X	X	X
Sebastian	X	X		X	X	X
Marcel	X	X	X	X	X	X

■ Für Überdeckungstabellen → Gruppierungen

Unverträglichkeiten aus der Tabelle ablesen:

$Li \neg \alpha Ma, Th$

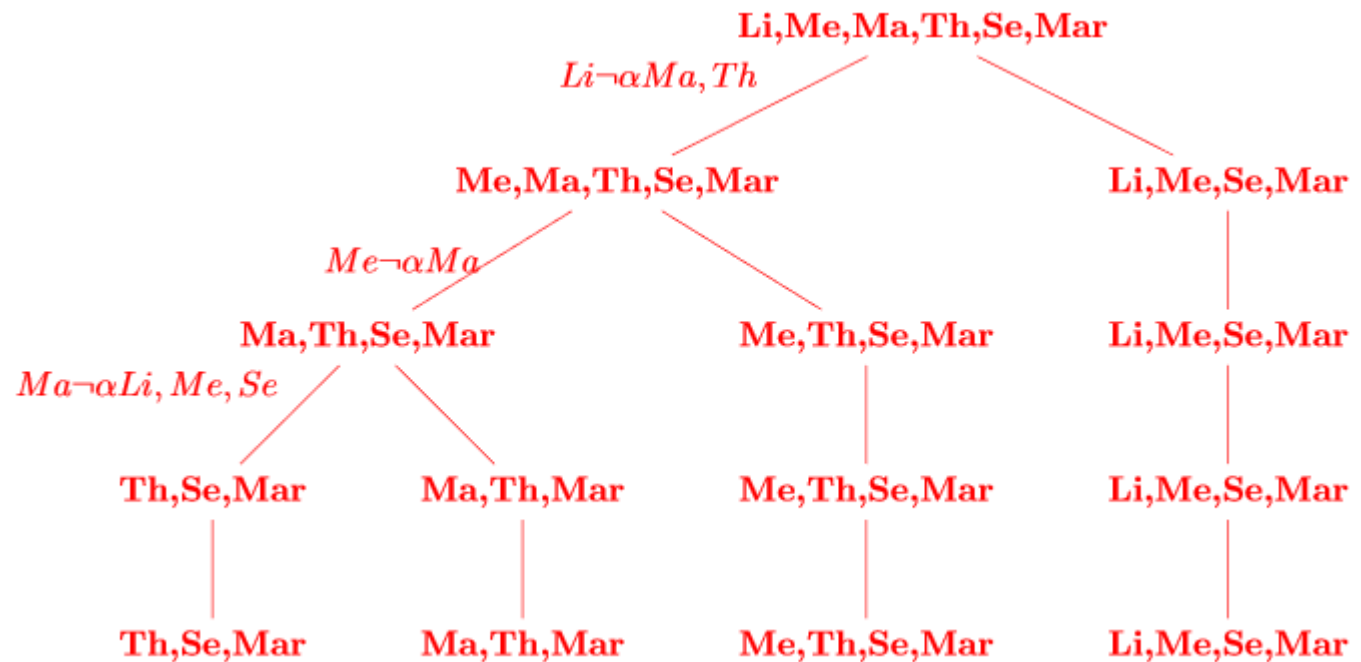
$Me \neg \alpha Ma$

$Ma \neg \alpha Li, Me, Se$

$Th \neg \alpha Li$

$Se \neg \alpha Ma$

$Mar \neg \alpha \emptyset$



Überdeckungstabelle bilden:

γ	Linus	Melanie	Markus	Theresa	Sebastian	Marcel
Th,Se,Mar				X	X	X
Ma,Th,Mar			X	X		X
Me,Th,Se,Mar		X		X	X	X
Li,Me,Se,Mar	X	X			X	X

Gelb: Primimplikant. Somit werden zwei Gerichte benötigt (Himbeerkuchen, Kartoffelbrei)

Prüfungsaufgabe

$p_i \backslash E_i$	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6
a			X		X	
b		X				X
c		X	X			X
d	X			X		
e		X		X		
f	X	X	X			X

Tabelle 5-2: Überdeckungstabelle 2

- B) Bestimmen Sie alle Kernspalte(n) in Tabelle 5-2 und markieren Sie die entsprechende(n) Zelle(n).

1

Kernspalte(n):

E5

- C) Wenden Sie nun die Spaltendominanzregeln an. Welche Spalte(n) können gestrichen werden? Geben Sie die entsprechenden Spalte(n) unten an-

1

Dominierende Spalte(n):

E2 (E3)

Dominierte Spalte(n):

E6 (E5)

Streichbare Spalte(n):

E2 (E3)

- Vereinfachungsgesetze:

$$R1a: \bar{0} = 1$$

$$R1b: \bar{1} = 0$$

$$R2a: 0 \vee 0 = 0$$

$$R2b: 1 \& 1 = 1$$

$$R3a: 1 \vee 1 = 1$$

$$R3b: 0 \& 0 = 0$$

$$R4a: 1 \vee 0 = 1$$

$$R4b: 1 \& 0 = 0$$

$$R5a: a \vee 0 = a$$

$$R5b: a \& 0 = 0$$

$$R6a: a \vee 1 = 1$$

$$R6b: a \& 1 = a$$

$$R7a: a \vee a = a$$

$$R7b: a \& a = a$$

$$R8a: a \vee \bar{a} = 1$$

$$R8b: a \& \bar{a} = 0$$

$$R9: \overline{(\bar{a})} = \bar{\bar{a}} = a$$

$$\begin{aligned}\text{R10a: } (a \vee b) \vee c &= a \vee (b \vee c) \\ &= a \vee b \vee c\end{aligned}$$

Absorptionsgesetze:

$$\text{R11a: } (a \vee b) \& a = a$$

De Morgan:

$$\text{R12a: } \overline{(a \vee b)} = \bar{a} \& \bar{b}$$

$$\begin{aligned}\text{R10b: } (a \& b) \& c &= a \& (b \& c) \\ &= a \& b \& c\end{aligned}$$

$$\text{R11b: } (a \& b) \vee a = a$$

$$\text{R12b: } \overline{(a \& b)} = \bar{a} \vee \bar{b}$$

Aufgabe 4

■ 4.1

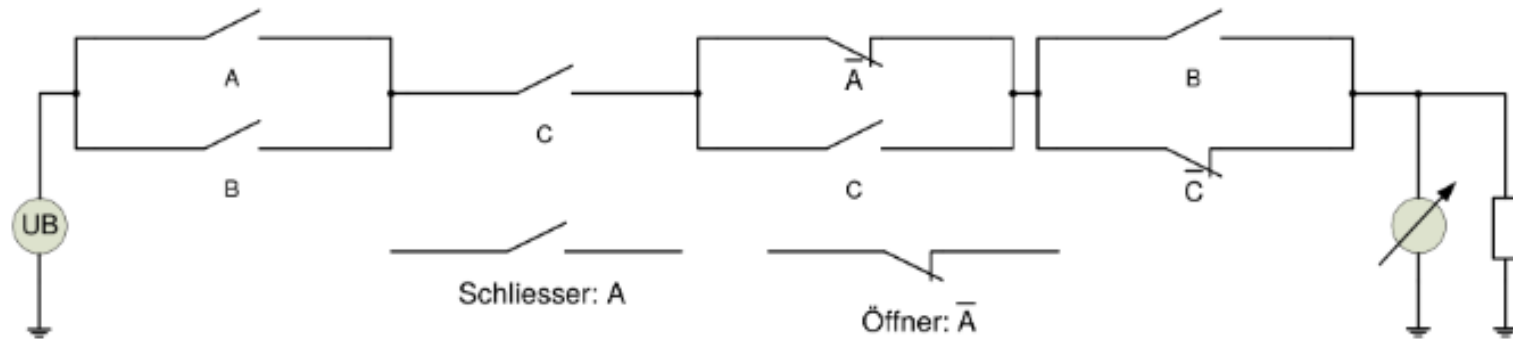


Abbildung 11: Y_1

$$Y_1 = (A \vee B) \wedge C \wedge (\bar{A} \vee C) \wedge (B \vee \bar{C})$$

Aufgabe 4

■ 4.2

Durch scharfes Hinsehen $\rightarrow B \wedge C$ oder durch Umformung:

$$(A \vee B)C(\bar{A} \vee C)(B \vee \bar{C}) = (AC \vee BC)C(\bar{A}B \vee \bar{A}\bar{C} \vee CB) = ACB \vee \bar{A}BC \vee BC = BC$$

Wie folgt:



Aufgabe 4

4.3

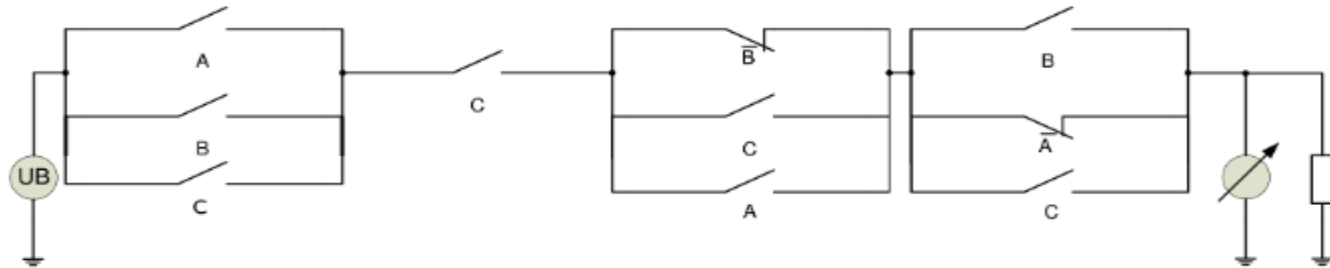


Abbildung 13: Y_2

$$Y_2 = (A \vee B \vee C) \wedge (C) \wedge (A \vee \bar{B} \vee C) \wedge (\bar{A} \vee B \vee C)$$

Scharfes Hinsehen:

$$Y_2 = (A \vee B \vee C)(C)(A \vee \bar{B} \vee C)(\bar{A} \vee B \vee C) = C$$

Y_2 vereinfacht:

