Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. J. Becker

Digitaltechnik

4. Lösungsblatt

Institut für Technik der Informationsverarbeitung, Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

1. Aufgabe:

1.1 Die Aussage ist reflexiv, symmetrisch und transitiv. Es handelt sich hierbei also um eine Äquivalenzrelation.

1.2 Die Aussage ist reflexiv, nicht symmetrisch und transitiv. (Es handelt sich hierbei um eine Quasiordnung.)

1.3 Es handelt sich um eine Mengenoperation: Teilmenge von M.

1.4 Die Aussage ist reflexiv, symmetrisch aber nicht transitiv. Es handelt sich hierbei also um eine Verträglichkeitsrelation.

1.5 Es handelt sich um eine Mengenoperation: Teilmenge von M, typischerweise die leere Menge.

2 Aufgabe:

2.1 Auf der Menge M = { 2, 3, ... , 7 } ist die Relation α

reflexiv:	jede der Zahlen hat als kgV sich selbst, welches kleiner als 15 ist
symmetrisch:	zwei Zahlen a und b haben dasselbe kgV wie b und a
nicht transitiv:	Gegenbeispiel: 3 ist mit 2 verträglich und 2 mit 7, aber 3 ist nicht mit 7 verträglich.

2.2 Für beliebige natürliche Zahlen ist die Relation α nicht mehr reflexiv, da Zahlen, die größer als 15 sind, mit sich selbst ein kgV besitzen, das ebenfalls größer als 15 ist.

2.3 Eine mögliche Überdeckung lautet:

$$\tau = \{ \{ 2, 3, 4, 6 \}, \{2,5\}, \{2,7\} \}$$

3. Aufgabe:

3.1 Die Relation ist:
reflexiv (Jeder Knoten besitzt eine Schleife),
transitiv,
antisymmetrisch (keine antiparallelen Kanten).

3.2 Es handelt sich hier um eine Ordnungsrelation.

4. Aufgabe:

4.1 $(b \,\&\, \bar{a}) \vee [(a \vee \bar{b}) \,\&\, (b \vee \bar{a} \vee (b \,\&\, \bar{a}))] =$

$(b \,\&\, \bar{a}) \vee [(a \vee \bar{b}) \,\&\, (b \vee \bar{a})] =$

$(b \,\&\, \bar{a}) \vee [((a \vee \bar{b}) \,\&\, b) \vee ((a \vee \bar{b}) \,\&\, \bar{a})] =$

$(b \,\&\, \bar{a}) \vee (a \,\&\, b) \vee (b \,\&\, \bar{b}) \vee (a \,\&\, \bar{a}) \vee (\bar{b} \,\&\, \bar{a}) =$

$(b \,\&\, \bar{a}) \vee (a \,\&\, b) \vee (\bar{b} \,\&\, \bar{a}) =$

$(b \,\&\, \bar{a}) \vee (a \,\&\, b) \vee (\bar{b} \,\&\, \bar{a}) \vee (b \,\&\, \bar{a}) =$

$(b \,\&\, (\bar{a} \vee a) \vee (\bar{b} \vee b) \,\&\, \bar{a}) =$

$(b \vee \bar{a})$

Name: Implikation, a impliziert b, $a \rightarrow b$

4.2

$$y = \overline{a \,\&\, b} = \bar{a} \vee \bar{b}$$

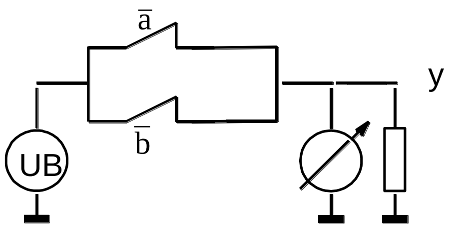

Abbildung 1: Relaisschaltnetz

5. Aufgabe:

5.1	$a \top a = (a \top a) \perp O$	$a \perp a = (a \perp a) \top I$	(H4)
	$= (a \top a) \perp (a \top \bar{a})$	$= (a \perp a) \top (a \perp \bar{a})$	(H5)
	$= a \top (a \perp \bar{a})$	$= a \perp (a \top \bar{a})$	(H3)
	$= a \top I$	$= a \perp O$	(H5)
	$= a$	$= a$	(H4)
5.2	$a \top O = (a \top O) \perp O$	$a \perp I = (a \perp I) \top I$	(H4)
	$= (a \top O) \perp (a \top \bar{a})$	$= (a \perp I) \top (a \perp \bar{a})$	(H5)
	$= a \top (O \perp \bar{a})$	$= a \perp (I \top \bar{a})$	(H3)
	$= a \top \bar{a}$	$= a \perp \bar{a}$	(H4)
	$= O$	$= I$	(H5)
5.3	$a \top (a \perp b) = (a \perp O) \top (a \perp b)$	$a \perp (a \top b) = (a \top I) \perp (a \top b)$	(H4)
	$= a \perp (O \top b)$	$= a \top (I \perp b)$	(H3)
	$= a \perp O$	$= a \top I$	(5.2)
	$= a$	$= a$	(H4)