Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Elektroenergiesysteme
und Hochspannungstechnik (IEH)
Leiter: Prof. Dr.-Ing. T. Leibfried

Zusammenfassung zur Übung 3

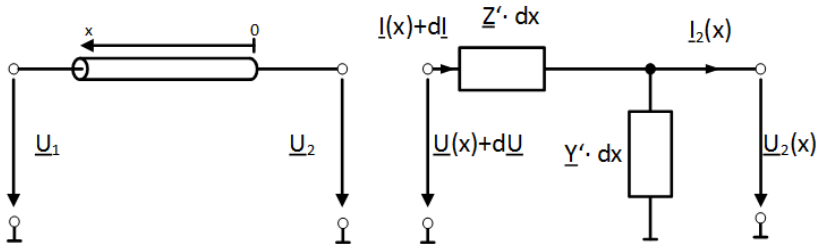
ELEKTROENERGIESYSTEME

Aufgaben 6 bis 8

1) Leitungen

   Leitungen sind räumlich ausgedehnte Bauelemente, d.h. die Spannungs- und Stromfunktionen sind vom Ort abhängig. Sie müssen daher durch partielle Differentialgleichungen gelöst werden.

2) Ersatzschaltbild (ESB)



Die Lösung der partiellen Differentialgleichungen lauten:

$$\underline{U}(x) = \underline{U}_2 cosh(\underline{\gamma} x) + \underline{Z}_\mathrm{w} \underline{I}_2 sinh(\underline{\gamma} x) \quad \underline{I}(x) = \underline{I}_2 cosh(\underline{\gamma} x) + \frac{\frac{U_2}{Z_\mathrm{w}}}{} sinh(\underline{\gamma} x)$$

Dabei ist $\underline{\gamma}$ die Ausbreitungskonstante, $\underline{Z}_\mathrm{w}$ der Wellenwiderstand und es gilt:

$$\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{Z}' \cdot \underline{Y}'} \qquad \underline{Z}_\mathrm{w} = \sqrt{\frac{\underline{Z}'}{\underline{Y}'}}$$
$$\underline{Z}' = R' + j\omega L' \qquad \underline{Y}' = G' + j\omega C'$$

3) Verlustfreie Leitungen $R' = 0,\ G' = 0$

   Hier vereinfachen sich die Leitungsgleichungen zu:

$$\underline{U}(x) = \underline{U}_2 cos(2\pi \frac{x}{\lambda}) + j Z_\mathrm{L} \underline{I}_2 sin(2\pi \frac{x}{\lambda}) \qquad \underline{I}(x) = \underline{I}_2 cos(2\pi \frac{x}{\lambda}) + j \frac{\underline{U}_2}{Z_\mathrm{L}} sin(2\pi \frac{x}{\lambda})$$

mit

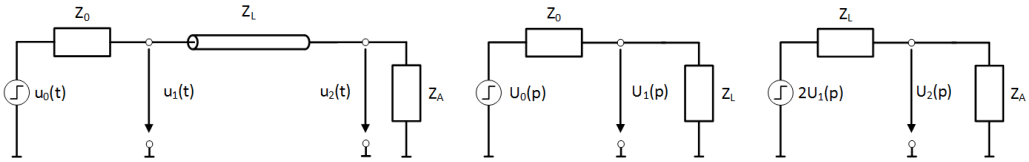
$$\underline{\gamma}_0 = j\omega\sqrt{L'C'} = j\beta_0 \qquad Z_\mathrm{L} = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \qquad \lambda = \frac{2\pi}{\beta_0} \qquad v = \frac{1}{\sqrt{L'C'}}$$

4) Wanderwellen

Bei steilflankigen Spannungs- bzw. Stromänderungen (hervorgerufen durch Blitzeinschläge oder Schaltvorgänge) treten in Leitungen schnell veränderliche Felder auf. Die Spannung (bzw. der Strom) am Ort x setzen sich aus einer in positive Richtung hinlaufenden Welle u_v (bzw. i_v) und einer in negativer Richtung zurücklaufenden Welle u_r (bzw.i_r) zusammen.

$$\begin{aligned} u(x,t) &= u_\mathrm{v}(x-vt) + u_\mathrm{r}(x+vt) \\ i(x,t) &= i_\mathrm{v}(x-vt) + i_\mathrm{r}(x+vt) = \frac{1}{Z_\mathrm{L}}(u_\mathrm{v}(x-vt) - u_\mathrm{r}(x+vt)) \end{aligned}$$

5) ESB von Wanderwellen



(a) Anschluss der Leitung (b) Anschluss der Leitung an eine Quelle (c) Wellenersatzschaltbild

- Einlauf der Welle in die Leitung
  Die Leitung wirkt mit ihrem Wellenwiderstand Z_L und es ergibt sich das in (b) dargestellte Ersatzschaltbild. Die **in die Leitung** einlaufende Welle berechnet sich somit durch:

$$U_1(p) = \frac{Z_\mathrm{L}(p)}{Z_0(p) + Z_\mathrm{L}(p)} \cdot U_0(p) = X(p) \cdot U_0(p)$$

  mit dem Einlauffaktor $X(p)$.
- Brechung und Reflexion am Verbraucher
  Gemäß des Wellenersatzschaltbilds (c) lässt sich die **in den Verbraucher** einlaufende Welle berechnen. Dazu wird als Quelle das Doppelte der in die Leitung einlaufenden Welle eingesetzt.

$$U_2(p) = \frac{Z_\mathrm{L}(p)}{Z_\mathrm{L}(p) + Z_A(p)} \cdot 2 \cdot U_1(p) = \frac{2 \cdot Z_\mathrm{L}(p)}{Z_\mathrm{L}(p) + Z_A(p)} = C(p) \cdot U_1(p)$$

  mit dem Brechungsfaktor $C(p)$.
  An diesem Verbraucher wird zudem ein Teil der ankommenden Welle zurück in die Leitung reflektiert. Dies lässt sich ausdrücken durch:

$$U_\mathrm{r}(p) = \frac{Z_A(p) - Z_\mathrm{L}(p)}{Z_\mathrm{A}(p) + Z_\mathrm{L}(p)} U_1(p) = B(p) \cdot U_1(p)$$

  mit dem Reflektionsfaktor B(p).