Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Elektroenergiesysteme
und Hochspannungstechnik (IEH)
Leiter: Prof. Dr.-Ing. T. Leibfried

# Zusammenfassung zur Übung 4

# ELEKTROENERGIESYSTEME

## Aufgaben 9 bis 11

1) Lösung gewöhnlicher DGL mit konstanten Koeffizienten:

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + ... + a_1y' + a_0y = f(t) \qquad y(t) = y_{\text{homogen}}(t) + y_{\text{partikulär}}(t)$$

- **homogene Lösung:** Ansatz $y_\text{h}(t) = ke^{\lambda t}$ in homogene DGL

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + ... + a_1y' + a_0y = 0$$

einsetzen und nach den Unbenkannten auflösen.

- **partikuläre Lösung:** geeigneter Ansatz in Abhängigkeit von $f(t)$ wählen.

| | |
|---|---|
| Beispiel: $f(t) = a_0 + a_1t + ...$ | $y_\text{p}(t) = c_0 + c_1t + ...$ |
| $f(t) = a \cdot cos(\omega t)$ | $y_\text{p}(t) = c_1 \cdot cos(\omega t) + c_2 \cdot sin(\omega t)$ |

- Berücksichtigung weiterer **Rand- bzw. Anfangsbedingungen** $y(t=0) = y_0$.

2) Laplacetransformation:

$$\int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt = F(p) \qquad \bullet\!\!-\!\!\circ \qquad f(t) = \frac{1}{j2\pi}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(p)e^{pt}dp$$

Periodische Funktionen im Laplacebereich:

$$F(p) = F_0(p) \cdot \frac{1}{1-e^{-pt}} \tag{1}$$

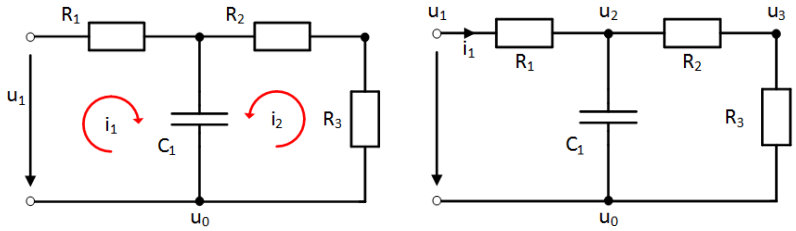
Da das Umkehrintegral meist schwierig ist, bietet es sich an mit den Eigenschaften der Laplacetransformation (**Linearitätssatz, Ähnlichkeitssatz, Dämpfungssatz** usw. ) die Gleichung in einfachere Teile aufzuteilen (z.B. mit Partialbruchzerlegung) oder auf Korrespondenztabellen zurückzugreifen.

3) Übertragungsfunktion

Die Übertragungsfunktion eines Netzwerks bei **anfänglich ungeladenen Energiespeichern** kann durch komplexe Wechselstromrechnung meist auf einfache Weise berechnet werden, in dem die komplexe Frequenz $j\omega$ durch $p$ ersetzt wird:

$$\frac{U_2(p)}{U_1(p)} = F(p) := H(p)$$

4) Formalisierte Verfahren zur Analyse von Netzwerken:




(a) Maschenstromanalyse (b) Knotenpunktpotentialverfahren

**Maschenstromverfahren:**

(a) Umwandlung aller Stromquellen in äquivalente Spannungsquellen

(b) Vollständiges System von Maschen eintragen und Richtung der Maschenströme definieren

(c) Aufstellen der einzelnen Maschengleichungen

Beispiel Abb. (a):

$$M_1: \qquad u_1 = i_1 R_1 + i_1 \frac{1}{pC_1} + i_2 \frac{1}{pC_1}$$

$$M_2: \qquad 0 = i_2 R_3 + i_2 R_2 + i_2 \frac{1}{pC_1} + i_1 \frac{1}{pC_1}$$

**Knotenpunktpotentialverfahren**

(a) Admittanzen zwischen den Knoten $i$, $k$ definieren $\underline{Y}_{\mathrm{ik}} = \frac{1}{\underline{Z}_{\mathrm{ik}}}$.

(b) Abfließende (postive) und zufließende (negative) Ströme an sämtlichen Knoten eintragen. Stromvektor $\boldsymbol{I}(p)$ erstellen.

(c) **Knotenadmittanzmatrix** $\boldsymbol{Y}(p)$ erstellen

| | |
|---|---|
| Diagonalelemente $G_{\mathrm{kk}}$: | **negative Summe** aller Admittanzen die mit dem Knoten k verbunden sind (Koppeladmittanzen und Admittanz von Knoten k zum Bezugspotential) |
| Außenelemente $G_{\mathrm{ik}}$ mit $i \neq k$: | Koppeladmittanzen zwischen Knoten k und Knoten i. |

(d) Systemgleichung $\boldsymbol{Y}(p) \cdot \boldsymbol{U}(p) = \boldsymbol{I}(p)$ nach den Knotenpotentialen auflösen.

Beispiel Abb. (b):

$$\mathrm{KAM} = \boldsymbol{Y}(p) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} & 0 \\ \frac{1}{R_1} & -(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + pC) & \frac{1}{R_2} \\ 0 & \frac{1}{R_2} & -(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}) \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{I}(p) = \begin{pmatrix} -I_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$