

Übungsunterlagen zur Vorlesung

ELEKTROENERGIESYSTEME

Zusatzsaufgaben

Sommersemester 2020

1. Aufgabe: Berechnung einer unsymmetrischen Drehstromschaltung

Bild 1.1 zeigt eine Drehstromschaltung, die von einem symmetrischen Dreiphasensystem gespeist wird. Der Sternpunkt N ist dabei nicht mit dem Mittelpunkt M des Dreiphasensystems verbunden. Bestimmen Sie die Verschiebungsspannung $\underline{U}_{MN}$.

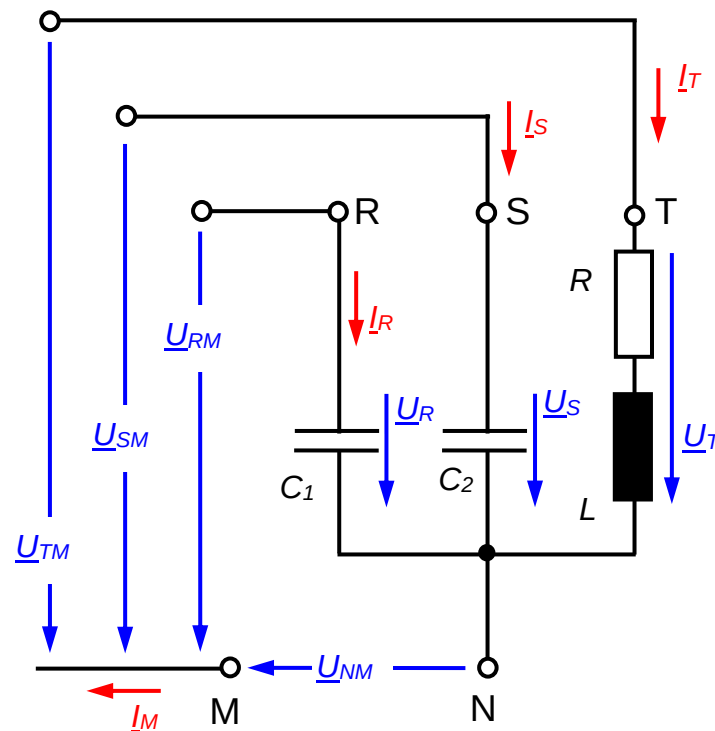


Bild 1.1: Unsymmetrische Drehstromschaltung

- Berechnen Sie die Verschiebungsspannung $\underline{U}_{MN}$ der Schaltung mit Hilfe der in der Vorlesung abgeleiteten Beziehungen.
- Bestimmen Sie den Betrag der Verschiebungsspannung $\underline{U}_{NM}$.
- Ermitteln Sie für den Sonderfall $L = 0$ frequenzabhängige Bedingungen, die sicherstellen, dass $|\underline{U}_{MN}| = 0$ wird.
- Geben Sie die Werte der Kapazitäten C_1 und C_2 bei einer festen Kreisfrequenz ω_0 an, für die $|\underline{U}_{MN}| = 0$ wird.
- Sind die in d) berechneten Kapazitäten C_1 und C_2 realisierbar? Was folgt daraus?

2. Aufgabe: Schering-Messbrücke

Die Ersatzschaltung einer realen Kapazität besteht z.B. aus der Serienschaltung einer idealen Kapazität C_x und eines idealen ohmschen Widerstands R_x . Die Schering-Messbrücke (**Bild 2.1**) dient der Messung des Verlustfaktors $\tan \delta_x$ und der unbekannten Kapazität C_x . Dazu werden der Widerstand R_3 und die Kapazität C_4 so lange verändert, bis die Spannung ΔU zu Null wird.

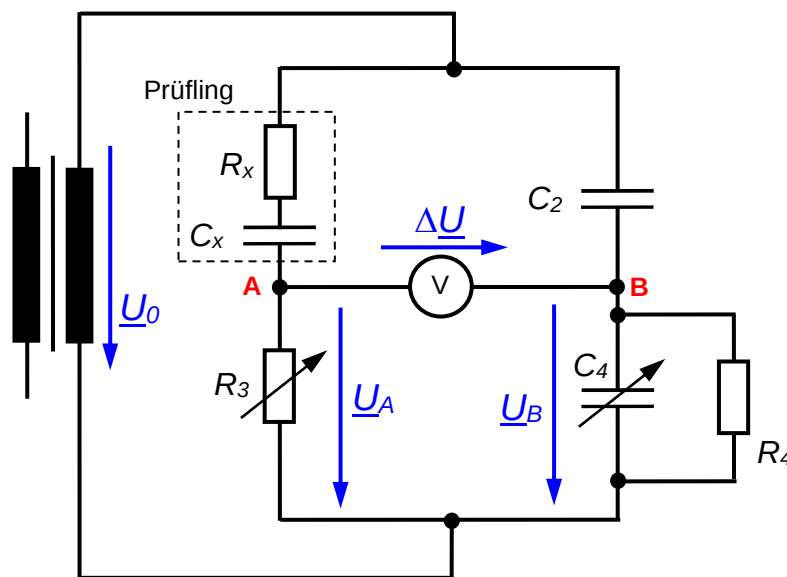


Bild 2.1: Schering-Messbrücke zur Bestimmung der Kapazität C_x und des Verlustfaktors $\tan \delta_x$

- Berechnen Sie die Spannungen $\underline{U}_A$ und $\underline{U}_B$ als Funktion der speisenden Spannung $\underline{U}_0$ und der Schaltungselemente. Beachten Sie, dass das Voltmeter einen sehr hohen Innenwiderstand aufweist.
- Berechnen Sie die Werte der gesuchten Elemente C_x und R_x , falls die Abgleichbedingung $\underline{U}_A = \underline{U}_B$ erfüllt ist.
- Der Verlustwinkel sei definiert als der Phasenwinkel zwischen der Spannung über der Kapazität $\underline{U}_{C_x}$ und der gesamten Spannung über dem Prüfling $\underline{U}_x$. Berechnen Sie den Verlustfaktor $\tan \delta_x$ des Prüflings als Funktion der Schaltungselemente der Schering-Messbrücke. Leiten Sie dazu zunächst eine Beziehung zwischen dem Verlustfaktor $\tan \delta_x$ und den Elementen R_x und C_x her.

3. Aufgabe: RL-Schaltung

Bild 3.1 zeigt eine RL-Schaltung, die an eine Wechselspannungsquelle mit der Zeitfunktion

$$u_0(t) = U_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

geschaltet wird. Bestimmen Sie die Ausgangsspannung $u_A(t)$ durch verschiedene Methoden.

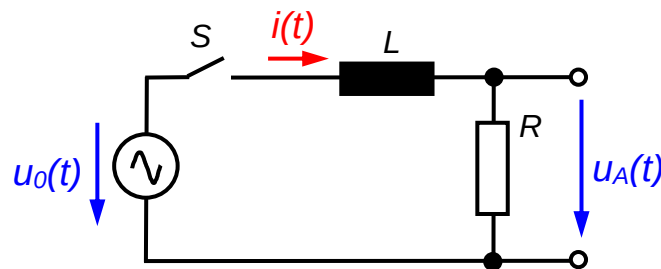


Bild 3.1: RL-Schaltung

- Stellen Sie die DGL auf, welche die Schaltung beschreibt und bestimmen Sie die Lösung der homogenen Gleichung.
- Bestimmen Sie mit einem geeigneten Ansatz die partikuläre Lösung für die obige Anregung. Gehen Sie dabei allgemein davon aus, dass der Strom in der Induktivität L zu Beginn der Betrachtung bei $t = 0$ den Wert $i_{L0} = 0$ annimmt.
- In der Literatur findet man für die Berechnung des Kurzschlussstromes in einem RL-Kreis, der mit einer sinusförmigen Spannung angeregt und die zu einem bestimmten Zeitpunkt $\omega t = \varphi$ eingeschaltet wird, die folgende Beziehung:

$$i_k(t) = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \cdot \left[\sin(\omega t + \varphi - \beta) - \sin(\varphi - \beta) \cdot e^{-\frac{t}{T}} \right]$$

$$\text{mit } \beta = \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right) \quad \text{und} \quad T = \frac{L}{R}$$

Stimmt die unter b) bestimmte Lösung mit obiger Gleichung überein? Überführen Sie beide Gleichungen ineinander, indem Sie die folgende Beziehung verwenden:

$$f(t) = a \cdot \sin(\omega t) + b \cdot \cos(\omega t) = A \cdot \sin(\omega t + \beta)$$

$$\text{mit } A = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{und} \quad \beta = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \quad \text{für } a, b > 0$$

4. Aufgabe: RLC-Schaltung

Bild 4.1 zeigt eine RLC-Schaltung, die an eine Wechselspannungsquelle mit der Zeitfunktion

$$u_0(t) = U_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

geschaltet wird. Bestimmen Sie die Ausgangsspannung $u_A(t)$ durch verschiedene Methoden.

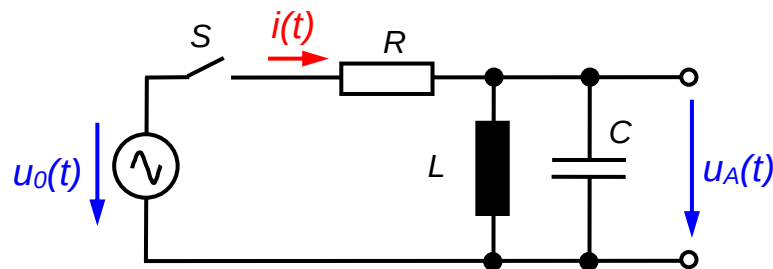


Bild 4.1: RLC-Schaltung

- Stellen Sie die DGL auf, welche die Schaltung beschreibt und bestimmen Sie die Lösung der homogenen Gleichung.
- Bestimmen Sie mit einem geeigneten Ansatz die partikuläre Lösung für die obige Anregung. Gehen Sie dabei allgemein davon aus, dass der Strom in der Induktivität L zu Beginn der Betrachtung bei $t = 0$ den Wert $I_{L0} \neq 0$ annimmt und die Kondensatorspannung bei $t = 0$ $U_{C0} \neq 0$ ist.

- Stellen Sie für die Spannung $u_A(t)$ als Ausgangsgröße ein Gleichungssystem der Form.

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot u(t) \quad \text{mit } \mathbf{x}(t=0) \neq 0$$

$$y(t) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t) + D \cdot u(t)$$

auf.

- Bestimmen Sie die Lösung des homogenen Systems.
- Bestimmen Sie durch einen geeigneten Ansatz die partikuläre Lösung für die sinusförmige Anregung der Schaltung.

5. Aufgabe: RLC-Schaltung mit einem Transformator

Gegeben sei die in **Bild 5.1** dargestellte Schaltung. Berechnen Sie das Übertragungsverhalten der Schaltung und die Ausgangsspannung im Zeitbereich für eine sprungförmige Eingangsspannung.

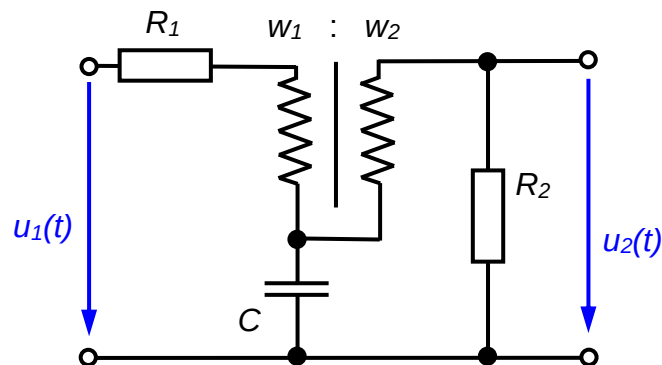


Bild 5.1: RC-Schaltung mit Transformator

- Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild der obigen Schaltung. Der Transformator soll dabei durch seine Hauptinduktivität L berücksichtigt werden.
- Berechnen Sie das Übertragungsverhalten $F(p) = U_2(p)/U_1(p)$ mit Hilfe der Maschenstromanalyse.

Berechnen Sie das Übertragungsverhalten $F(p) = U_2(p)/U_1(p)$ mit Hilfe der Knotenpotentialanalyse und bringen Sie das Ergebnis auf die Form des mittels Maschenstromanalyse gefundenen Ausdrucks für $F(p) = U_2(p)/U_1(p)$.

- Vergleichen Sie den Aufwand für die beiden Arten der Berechnung.
- Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $F(p) = U_2(p)/U_1(p)$ für $R_2 \rightarrow \infty$.
- Die Schaltung wird durch eine sprunghafte Spannung

$$u_0(t) = U_0 \cdot \sigma(t)$$

angeregt. Bestimmen Sie für den Fall $R_2 \rightarrow \infty$ die Zeitfunktion der Ausgangsspannung $u_2(t)$. Die Elemente R_1 , L und C seien so gewählt, dass eine Schwingung auftritt. Benutzen Sie zur Berechnung der Zeitfunktion die folgenden Korrespondenzen zwischen dem Zeitbereich und den Laplacetransformierten:

$$\mathcal{L}\{\sigma(t)\} = \frac{1}{p}$$

$$\mathcal{L}\left\{\sigma(t) \cdot \left[e^{-\beta t} \cdot \left(\cos(\alpha t) - \frac{\beta}{\alpha} \cdot \sin(\alpha t) \right) \right]\right\} = \frac{p}{p^2 + p \cdot 2\beta + \alpha^2 + \beta^2}$$

$$\mathcal{L}\left\{\sigma(t) \cdot \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} \cdot \left[1 - e^{-\beta t} \cdot \left(\cos(\alpha t) + \frac{\beta}{\alpha} \cdot \sin(\alpha t) \right) \right]\right\} = \frac{1}{p \cdot (p^2 + p \cdot 2\beta + \alpha^2 + \beta^2)}$$

p ist die Variable im Bildbereich, auch als „komplexe Frequenz“ bezeichnet.

- f. Welchen Wert nimmt die Ausgangsspannung $u_2(t)$ gemäß der Berechnung unter e) sehr lange nach dem Sprung der Eingangsspannung $u_1(t)$ an, d. h. für $t \rightarrow \infty$? Bestimmen Sie den Wert dieser Spannung durch einfache physikalische Überlegungen.
- g. Welche Bedingung muss für die Werte von R_1 , L und C gelten, damit es als Antwort auf die sprungförmige Anregung zu einem Schwingungsvorgang kommt ($R_2 \rightarrow \infty$)?

6. Aufgabe: Periodische Anregung eines RL-Kreises

Die in **Bild 6.1** dargestellte Spannung wiederholt sich periodisch mit der Periode T_0 . Es wird auf eine RL-Schaltung (**Bild 6.2**) gegeben. Aufgabe ist die Berechnung der zugehörigen Ausgangsspannung und deren Trennung in einen flüchtigen und einen stationären Anteil.

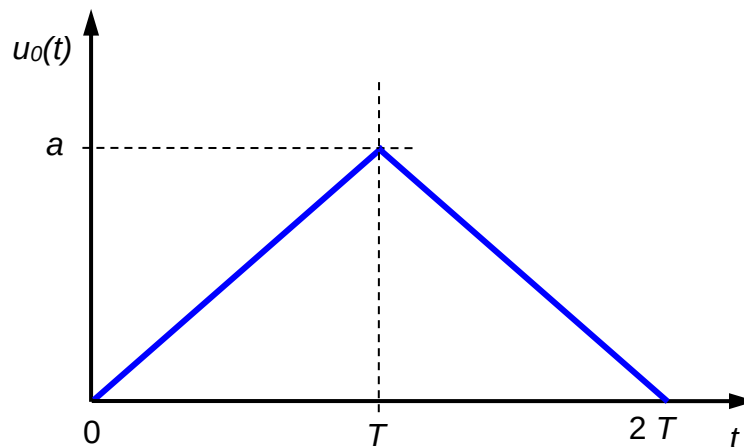


Bild 6.1: Eine Periode des sich mit der Periodendauer T_0 wiederholenden Zeitsignals

- Berechnen Sie die Laplace-Transformierte $U_0(p)$ der oben dargestellten Spannung $u_0(t)$.
- Dieses Spannungssignal soll sich nun mit der Periode T_0 wiederholen. Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte $U_1(p)$ des periodischen Zeitsignals $u_1(t)$.

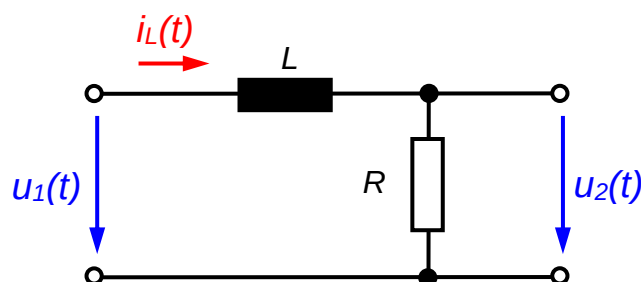


Bild 6.2: RL-Schaltung

- c. Berechnen Sie die Laplace-Transformierte $U_2(p)$ der Ausgangsspannung in Abhängigkeit von der Laplace-Transformierten der Eingangsspannung $U_1(p)$ für einen Anfangsstrom $i_L(0) = I_{L0}$.
- d. Berechnen Sie die Laplace-Transformierte $U_2(p)$ in Abhängigkeit der Übertragungsfunktion $F(p) = U_2(p)/U_1(p)$ und der Laplace-Transformierten $U_1(p)$ der Eingangsspannung für anfänglich leere Energiespeicher.
- e. Berechnen Sie die Laplace-Transformierte $U_2(p)$ in Abhängigkeit der Schaltungsparameter bei anfangs leeren Energiespeichern und Anregung der Schaltung mit einer periodischen Spannung (Periode T_0 , Zeitfunktion einer Periode gemäß **Bild 6.1**).
- f. Bestimmen Sie die Zeitfunktion der Ausgangsspannung $u_2(t)$. Spalten Sie dazu von der Laplace-Transformierten $U_2(p)$ der Ausgangsspannung zunächst den flüchtigen Anteil ab und berechnen Sie dann den stationären Anteil. Bestimmen Sie dann die Laplace-Transformierte des sich periodisch wiederholenden Signals. Fassen Sie dabei konstante Größen geeignet zu einer neuen Variablen zusammen.

7. Aufgabe: Schaltung zur Erzeugung einer hohen Sinusspannung

Es ist bekannt, dass durch einen LC-Reihenschwingkreis im Resonanzfall eine hohe Spannung erzeugt werden kann. Diesen Effekt kann man sich auch zunutze machen, beispielsweise um eine hohe Prüfspannung mit einer bestimmten Frequenz zu erzeugen. In der Praxis muss ein ohmscher Widerstand berücksichtigt werden, der die Verluste im Kreis berücksichtigt. Der LC-Schwingkreis wird mit einem Wechselrichter angeregt. Dieser erzeugt eine Spannung, wie sie in dargestellt ist. Die RLC-Schaltung wird mit dieser Spannung angeregt. Bestimmen Sie die Spannung an der Kapazität, die als Plattenkondensator zur Spannungsprüfung von Isolierstoffen ausgebildet sein kann.

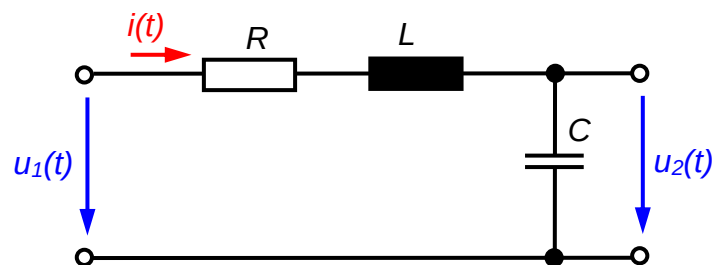


Bild 7.1: LC-Schwingkreis mit Verlusten, repräsentiert durch den Widerstand R , zur Erzeugung hoher sinusförmiger Spannungen

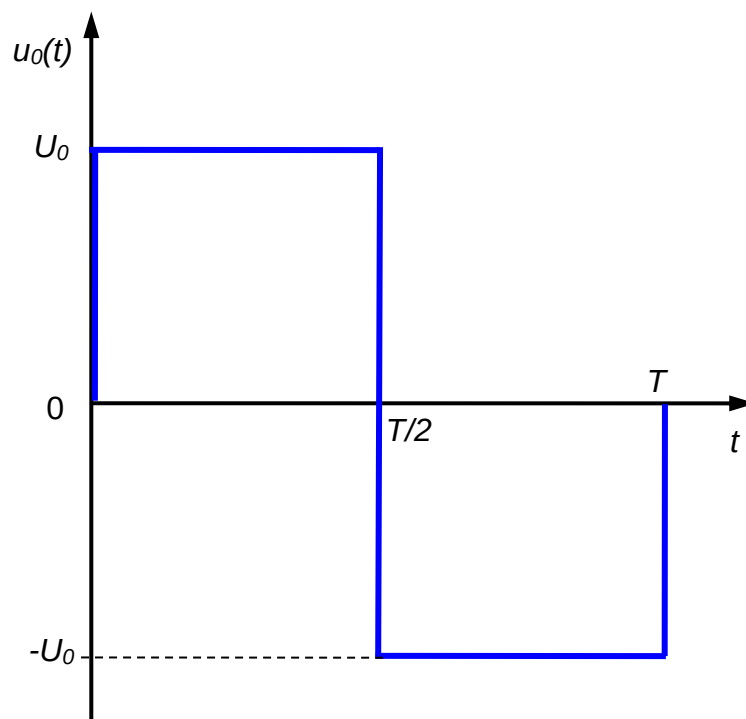


Bild 7.2: Periode des sich mit der Periodendauer T wiederholenden Zeitsignals

- a. Berechnen Sie die Laplace-Transformierte $U_0(p)$ des oben dargestellten Signals $u_0(t)$. Dieses Zeitsignal soll sich nun mit der Periode T wiederholen. Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte des periodischen Zeitsignals $U_1(p)$.
- b. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $F(p) = U_2(p)/U_1(p)$ für anfänglich leere Energiespeicher.
- c. Berechnen Sie die Laplace-Transformierte $U_2(p)$ der Ausgangsspannung und bezeichnen Sie den primitiven Teil der Funktion mit $U_{20}(p)$.
- d. Bestimmen Sie die Zeitfunktion $u_{20}(t)$ des primitiven Teils der Ausgangsspannung. Geben Sie die Funktion $u_2(t)$ an.

Benutzen Sie zur Berechnung der Zeitfunktion die folgenden Korrespondenzen zwischen dem Zeitbereich und den Laplacetransformierten:

$$\mathcal{L} \left\{ \sigma(t) \cdot \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} \cdot \left[1 - e^{-\beta \cdot t} \cdot \left(\cos(\alpha t) + \frac{\beta}{\alpha} \cdot \sin(\alpha t) \right) \right] \right\} = \frac{1}{p \cdot (p^2 + p \cdot 2\beta + \alpha^2 + \beta^2)}$$

p ist die Variable im Bildbereich, auch als „komplexe Frequenz“ bezeichnet.

8. Aufgabe: Ersatzschaltung von realen Isolierstoffen

Die in **Bild 8.1** dargestellte Schaltung stellt eine Möglichkeit zur Modellierung und damit zur mathematischen Beschreibung des Polarisationsverhaltens von Isolierstoffen dar. Der Widerstand R_0 entsteht durch die sehr geringe aber endliche Leitfähigkeit des Isoliermaterials, die Kapazität C_0 beinhaltet die Vakuumkapazität der Anordnung und sehr schnelle Polarisationsvorgänge, soweit diese nicht durch die RC-Reihenschaltungen berücksichtigt sind. Die RC-Reihenschaltungen modellieren das Polarisationsverhalten des Isolierstoffes. Durch die unterschiedlichen Zeitkonstanten kann man sehr komplexe Polarisations-eigenschaften modellieren.

Eine wichtige Größe ist der Polarisationsstrom, der bei einer sprungförmig angelegten Spannung fließt.

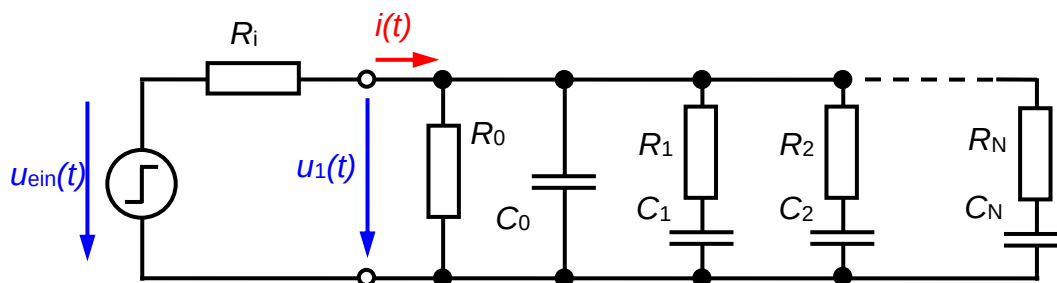


Bild 8.1: Elektrisches Modell zur mathematischen Modellierung des dielektrischen Verhaltens von Isolierstoffen

- Betrachten Sie zunächst nur die Parallelschaltung aus R_0 und C_0 und berechnen Sie den Strom $i(t)$, der in diese beiden Elemente bei einer sprungförmigen Eingangsspannung $u_{\text{ein}}(t) = U_0 \cdot \sigma(t)$ fließt:
 - durch Ansatz einer Differentialgleichung aus den Netzwerk-Gleichungen sowie
 - durch Anwendung der Laplace-Transformation.
 Die Quelle soll dabei den Innenwiderstand R_i aufweisen. Die Kapazität C_0 sei zu Beginn der Betrachtung ungeladen.
- Wie verändert sich das Ergebnis aus a), wenn $R_i = 0$ ist. Beachten Sie, dass an der Quelle direkt die Kapazität C_0 angeschlossen ist. Auch hier sein die Kapazität C_0 zu Beginn der Betrachtung ungeladen.
- Betrachten Sie wieder nur die Parallelschaltung aus R_0 und C_0 und bestimmen Sie für $R_i = 0$ die Spannung $u_m(t)$, die ein Messgerät messen könnte, das ein PT1-Verhalten aufweist, d. h. dessen Übertragungsfunktion durch $F(p) = K/(1+pT) = U_m(p)/I(p)$ beschrieben werden kann. Hierbei ist $I(p)$ die Laplace-Transformierte des Stromes $i(t)$.

- d. Bestimmen Sie für $R_i = 0$ den Strom $i(t)$ in die gesamte Schaltung, d. h. den Strom in das Dielektrikum.

Benutzen Sie zur Berechnung der Teilaufgaben die folgenden Korrespondenzen zwischen dem Zeit- und dem Laplacebereich:

$$\mathcal{L}\{\sigma(t)\} = \frac{1}{p}$$

$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1$$

$$\mathcal{L}\{\sigma(t) \cdot e^{-\alpha \cdot t}\} = \frac{1}{(p + \alpha)}$$

$$\mathcal{L}\left\{\sigma(t) \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot [1 - e^{-\alpha \cdot t}]\right\} = \frac{1}{p \cdot (p + \alpha)}$$

p ist die Variable im Bildbereich, auch als „komplexe Frequenz“ bezeichnet.

9. Aufgabe: Rogowski-Spule

Bild 9.1a zeigt den Aufbau einer Rogowski-Spule. Die Rogowski-Spule kann zur Messung von Strömen eingesetzt werden. Der Primärleiter, der den Strom $I_1(\omega)$ führt, wird zentral durch den toroidalen Spulenträger geführt. Der Spulenträger besteht aus nicht-magnetischem Material, z. B. Kunststoff.

Sie sollen schrittweise das Übertragungsverhalten

$$\frac{U_A(\omega)}{I_1(\omega)} = f(N, \mu_0, r_a, r_i, R_A)$$

der Rogowski-Spule bestimmen.

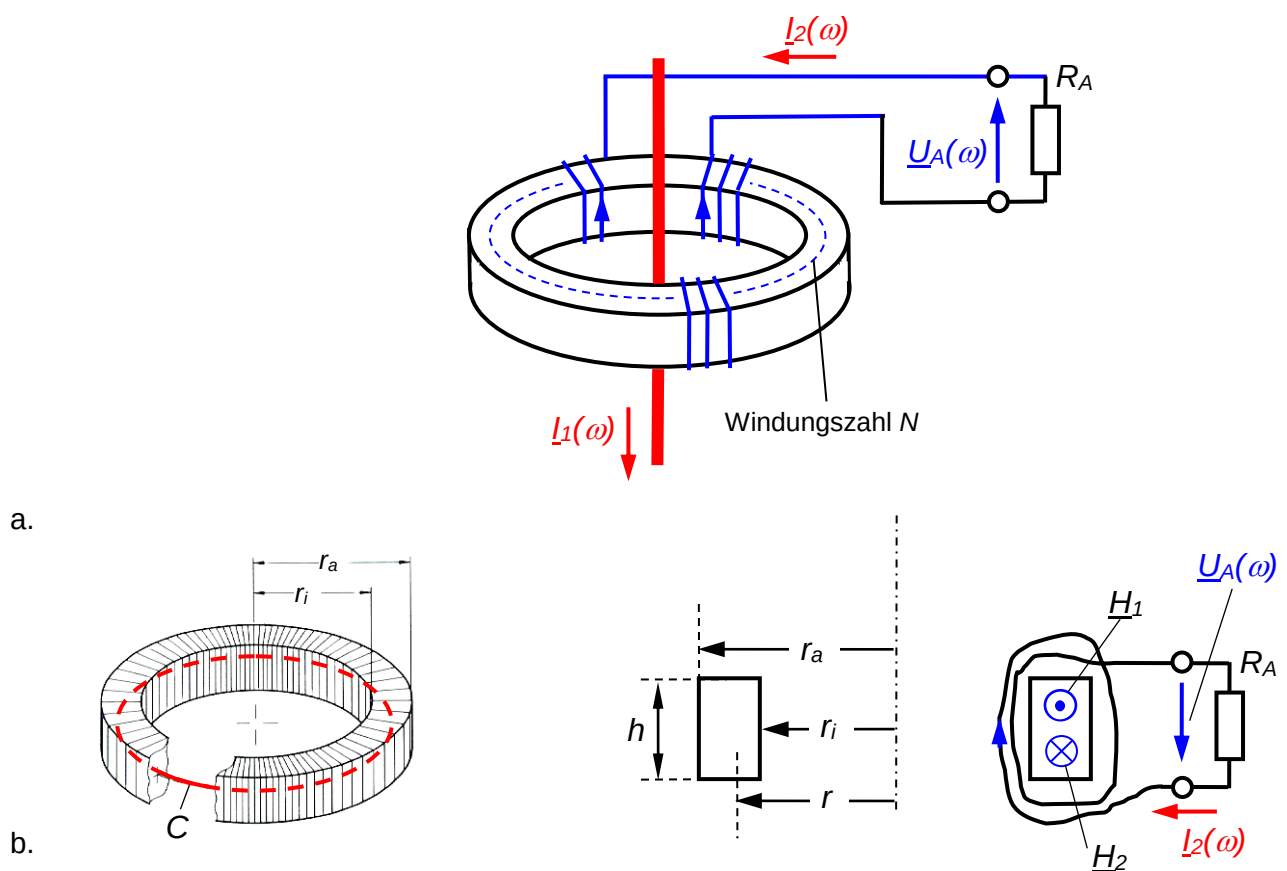


Bild 9.1: Rogowskispule

a. Anordnung von Rogowski-Spule, Messleitung, Abschlusswiderstand R_A

b. magnetische Felder in einer Rogowskispule, Geometrie der Spule

- a. Ist es möglich, mit der Rogowski-Spule Gleichströme zu messen? Begründen Sie ihre Antwort!

- b. Bestimmen Sie das magnetische Feld $\underline{H}_1(\omega)$ aufgrund des Stromes $\underline{I}_1(\omega)$ im Bereich des Spulenträgers. Benutzen Sie hierzu das Durchflutungsgesetz

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \Theta$$

und überlegen Sie, wie die Durchflutung Θ vom Strom $\underline{I}_1(\omega)$ abhängt. Wählen Sie zur Auswertung des Durchflutungsgesetzes einen Integrationsweg C entlang einer Feldlinie.

- c. Bestimmen Sie das magnetische Feld $\underline{H}_2(\omega)$ im Inneren der toroidalen Spule aufgrund des Stromes $\underline{I}_2(\omega)$. Wählen Sie zur Auswertung des Durchflutungsgesetzes einen Integrationsweg C entlang einer Feldlinie.
- d. Die Rogowski-Spule ist nichts anderes als ein Transformator. Der Strom $\underline{I}_1(\omega)$ erzeugt das Feld $\underline{H}_1(\omega)$, das von dem Feld $\underline{H}_2(\omega)$ des Stromes $\underline{I}_2(\omega)$ bis auf einen Magnetisierungsanteil kompensiert wird. Bestimmen Sie mit diesem Ansatz die magnetische Induktion im Bereich der toroidalen Spule. Der Spulenträger hat keine magnetischen Eigenschaften, d. h. $\mu_r = 1$.

Hinweis:

Wenn Sie die vorangehenden Aufgabenteile nicht lösen konnten, so verwenden Sie

$$\underline{H}_1(\omega) = K_1 \cdot \underline{I}_1(\omega) \quad \text{und} \quad \underline{H}_2(\omega) = K_2 \cdot \underline{I}_2(\omega)$$

- e. Stellen Sie zwei Gleichungen für die Spannung $\underline{U}_A$ auf:

$$\underline{U}_A(\omega) = f(\underline{I}_2(\omega)) \quad \text{und} \quad \underline{U}_A(\omega) = f(B(\omega))$$

und achten Sie beim Induktionsgesetz auf das richtige Vorzeichen gemäß den Pfeilrichtungen in **Bild 9.1b**.

Hinweise:

- 1) Das Induktionsgesetz lautet:

$$u_A = -N \frac{d\phi}{dt} = -N \frac{d}{dt} \left(\int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \right) \quad \underline{U}_A(\omega) = -N \cdot j\omega \cdot \underline{\phi}(\omega) = -N \cdot j\omega \cdot \left(\int_A \underline{\vec{B}}(\omega) \cdot d\vec{A} \right)$$

für eine rechtswendige Zuordnung zwischen $\underline{B}$ (oder ϕ) und $\underline{U}_A$.

- 2) Es gilt:
- $$\int \frac{1}{r} dr = \ln(r) + C$$

- f. Bestimmen Sie aus den beiden unter e) bestimmten Gleichungen das gesuchte Übertragungsverhalten der Rogowskispule:

$$\frac{U_A(\omega)}{I_1(\omega)} = f(N, \mu_0, r_a, r_i, R_A)$$

Bringen Sie die gesuchte Gleichung auf die Form

$$\frac{U_A(\omega)}{I_1(\omega)} = \frac{j\omega \cdot A}{1 + j\omega \cdot B}$$

- g. Skizzieren Sie den Verlauf der Funktion $f(\omega) = \left| \frac{j\omega \cdot A}{1 + j\omega \cdot B} \right|$ über der Kreisfrequenz ω .

Überprüfen Sie mit diesem Ergebnis Ihre Antwort unter a)!

Berechnen Sie die Grenzfrequenz ω_g , für die gilt

$$f(\omega_g) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \lim_{\omega \rightarrow \infty} f(\omega) \quad .$$

10. Aufgabe: Ringkern-Spule mit Luftspalt

In **Bild 10.1a** ist eine Anordnung dargestellt, die aus zwei halbkreisförmigen Jochen mit gleichen kreisförmigen Querschnittsflächen $A = 1 \text{ cm}^2$ besteht. Würde man beide Hälften zu einer kreisförmigen Anordnung zusammenfügen, so würde diese einen mittleren Durchmesser $D = 10 \text{ cm}$ aufweisen. Für das Material des linken Joches mit der Spule gilt die in **Bild 10.1b** gezeigte Magnetisierungskurve. Das Material des rechten Joches hat die konstante Permeabilität $\mu_r = 4000$. Die Luftspalte zwischen den beiden Jochen sind $\delta = 1 \text{ mm}$ breit. Die Wicklung hat zunächst 270 Windungen.

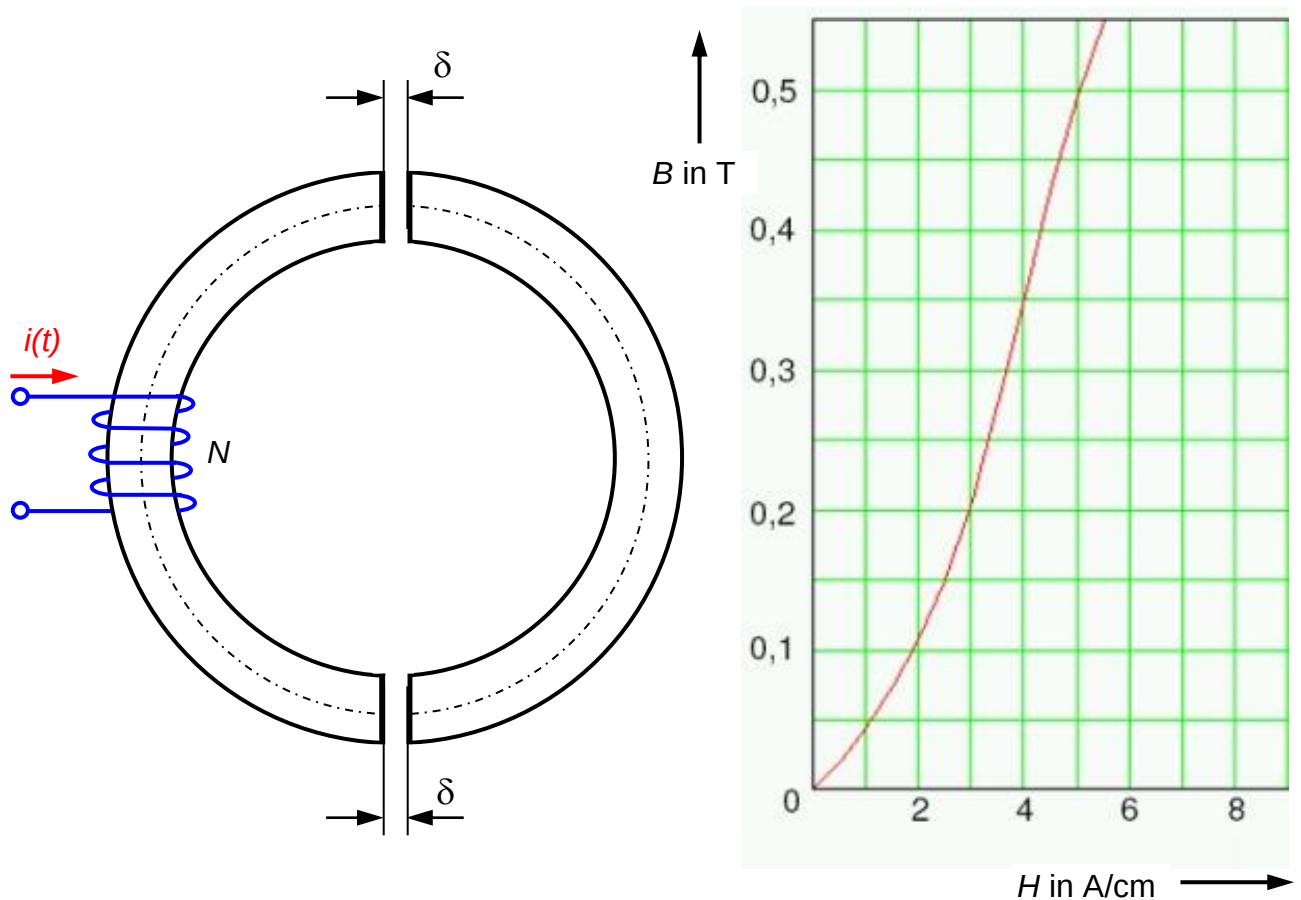


Bild 10.1: Ringkernspule mit Luftspalten

a. Anordnung der Ringkernspule

b. Magnetisierungskennlinie des linken Ringkerns

- Berechnen Sie den Strom i so, dass eine Induktion von 250 mT in den Luftspalten entsteht.
- In den Kupferdrähten soll eine Stromdichte von $j_{\text{Cu}} = 3 \text{ A/mm}^2$ nicht überschritten werden. Kann die Wicklung unter dieser Voraussetzung einlagig realisiert werden, wenn die Wicklung auf dem linken Teil des Ringkern Platz finden soll? Berechnen

Sie dazu den erforderlichen Drahtdurchmesser und berücksichtigen Sie die Abmessungen der Ringkernspule.

- c. Bestimmen Sie den analytischen Zusammenhang

$$N = f(L, D, \delta, \mu_0, \mu_r, H(B = 0,25T), B, j_{Cu}) .$$

Die Wicklung soll auf einer Länge $L = 10$ cm auf dem linken Teil des Ringkerns untergebracht werden. Die Induktion im Luftspalt soll auch hier 0,25 T erreichen. Berechnen Sie die erforderliche Windungszahl und runden Sie diese auf den nächsten ganzzahligen Wert.

Berechnen Sie den sich ergebenden Strom i und die Querschnittsfläche des Drahts, wenn eine Stromdichte von $j_{Cu} = 3$ A/mm² nicht überschritten werden soll.

- d. Berechnen Sie den resultierenden Drahtdurchmesser D_{Cu} und runden Sie auf den nächsten ganzzahligen Wert. Berechnen Sie die sich ergebende Wicklungslänge L und beurteilen Sie, ob die Wicklung auf dem linken Teil des Ringkerns untergebracht werden kann.

11. Aufgabe: Magnetisches Drehfeld und Steinmetz-Schaltung

Die Statorwicklung von Asynchron- und Synchronmotoren muss mit einem Drehstromsystem gespeist werden, damit im Luftspalt δ zwischen Rotor und Stator ein magnetisches Drehfeld entsteht, was letztendlich zu einer Drehbewegung des Rotors führt.

Ausgangspunkt der Betrachtung ist die Anordnung gemäß **Bild 11.1**. Drei gleichartige Wicklungen (Induktivität L), die gegeneinander um 120° versetzt angeordnet sind, werden durch die 3 Ströme $i_R(t)$, $i_S(t)$ und $i_T(t)$ gespeist. Speist man eine einzige Wicklung, z. B. die Wicklung der Phase R alleine, so entsteht ein Magnetfeld gemäß (siehe Skript):

$$B_R(\alpha) = \frac{\mu_0 N_S A_{LS}}{2\delta} \cdot i_R(t) \cdot \sin(\alpha) = K \cdot i_R(t) \cdot \sin(\alpha)$$

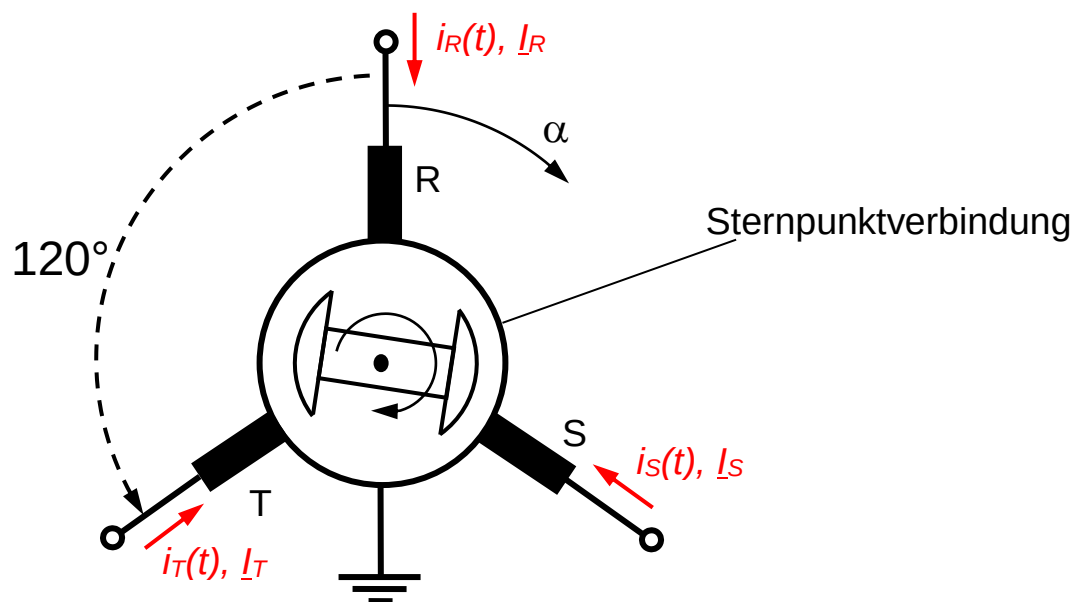


Bild 11.1: Prinzipielle Anordnung der Statorwicklung von Asynchron- und Synchronmaschinen

$$\sin(\alpha) \cdot \sin(\omega t) = \frac{1}{2} [\cos(\omega t - \alpha) - \cos(\omega t + \alpha)]$$

Hilfe: $\cos(\alpha) + \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3}) + \cos(\alpha - \frac{4\pi}{3}) = 0$

$$\cos(\alpha) + \cos(\alpha - \frac{4\pi}{3}) + \cos(\alpha - \frac{8\pi}{3}) = 0 \quad \forall \alpha \in \mathbb{R}$$

Gleiches gilt für die Sinus-Funktion

- a. Berechnen Sie das resultierende Magnetfeld B_{res} im Luftspalt zwischen Stator und Rotor in Abhängigkeit der Ströme $i_R(t)$, $i_S(t)$ und $i_T(t)$. Beachten Sie, dass das System linear ist und der Überlagerungssatz daher angewandt werden kann.

- b. Nun werden die drei Wicklungen durch denselben Wechselstrom

$$i_R(t) = i_S(t) = i_T(t) = I_0 \cdot \sin(\omega t)$$

gespeist. Berechnen Sie das resultierende Magnetfeld im Luftspalt zwischen Stator und Rotor und interpretieren Sie das Ergebnis.

- c. Nun werden die drei Wicklungen durch ein Drehstromsystem gemäß der Beziehung

$$i_R(t) = I_0 \cdot \sin(\omega t)$$

$$i_S(t) = I_0 \cdot \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$

$$i_T(t) = I_0 \cdot \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$$

gespeist. Berechnen Sie das resultierende Magnetfeld im Luftspalt zwischen Stator und Rotor und interpretieren Sie auch dieses Ergebnis. Betrachten Sie dazu die Abhängigkeit des Magnetfeldes B_{res} vom Winkel α für einen festen Zeitpunkt $t = t_0$.

Analysieren Sie nun die Steinmetz-Schaltung (**Bild 11.2**). Sie wurde von dem amerikanischen Elektrotechniker Charles Steinmetz (1865 – 1923) entwickelt, um Asynchronmotoren geringer Leistung (bis ca. 2 kW) an 1-phasigen Wechselstromnetzen betreiben zu können. Die Steinmetz-Schaltung spielt noch heute z. B. bei Antrieben für Waschmaschinen eine große Rolle.

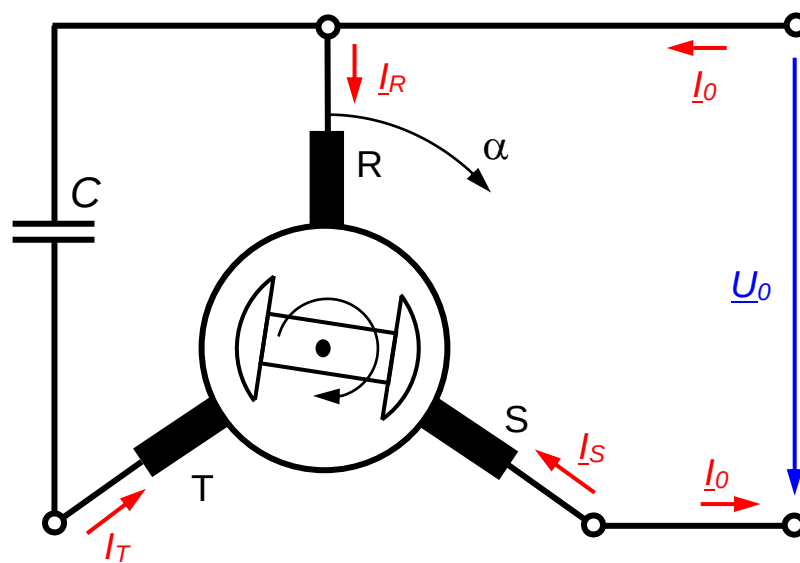


Bild 11.2: Steinmetz-Schaltung

- d. Zeichnen Sie ein Ersatzschaltbild der Anordnung gemäß **Bild 11.2**, indem Sie für die Wicklungen deren Eigeninduktivität L ansetzen.
- e. Berechnen Sie die Ströme I_0 , I_R , I_S und I_T in Abhängigkeit der Induktivität L der Wicklungen, der Steinmetz-Kapazität C und der treibenden Spannung $\underline{U}_0$.
- f. Berechnen Sie das resultierende Magnetfeld $B_{\text{res}}(\alpha)$ mit dem allgemeinen Ansatz

$$i_R(t) = W_R \cdot I_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$i_S(t) = W_S \cdot I_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$i_T(t) = W_T \cdot I_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

Hilfe:

$$\sin\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \cdot \sin(\alpha) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos(\alpha)$$

$$\sin\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \cdot \sin(\alpha) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos(\alpha)$$

$$u \cdot \sin(\alpha) + v \cdot \cos(\alpha) = B \cdot \sin(\alpha + \beta) \quad \text{und} \quad B, \beta = f(u, v)$$

Die Konstanten B und β brauchen nicht berechnet zu werden.

12. Aufgabe: Betrieb eines Einphasentransformators

Ein Einphasentransformator mit den folgenden Daten:

$$S_N = 6 \text{ MVA} \quad U_{1N} = 5 \text{ kV} \quad U_{2N} = 100 \text{ kV} \quad f = 50 \text{ Hz}$$

$$X_1 = 0,237 \, \Omega, \quad X_2 = 94,9 \, \Omega$$

$$R_1 = 0,0104 \, \Omega, \quad R_2 = 4,17 \, \Omega$$

$$\text{Hauptinduktivität: } L_H = 8,01 \text{ H}$$

$$\text{Eisenverluste: } R_{Fe} = 2946 \, \Omega$$

$$\text{Verhältnis der Windungszahlen: } \frac{w_2}{w_1} = 20$$

soll eine Last von $\underline{S}_2 = (4,8 + j3,6) \text{ MVA}$ auf der Oberspannungsseite ($\underline{U}_2$) speisen.

Berechnen Sie, wie groß die Klemmenspannung $\underline{U}_1$ bei der genannten Last sein muss, wenn die Spannung $\underline{U}_2$ an den Klemmen der Oberspannungsseite die Nennspannung 100 kV erreichen soll. Gehen Sie davon aus, dass der Phasenwinkel der Ausgangsspannung 0° ist, d. h. $\underline{U}_2 = 100 \text{ kV} \angle 0^\circ$.

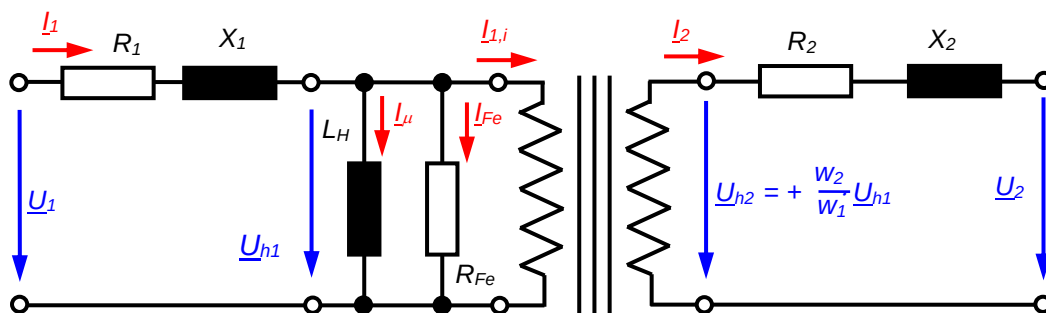


Bild 12.1: Ersatzschaltbild des Einphasentransformators

- Berechnen Sie den Strom I_2 und die Spannung $\underline{U}_{h2}$.
- Berechnen Sie die Spannung $\underline{U}_{h1}$ und die Ströme $I_{1,i}$, I_μ und I_{Fe} für diesen Belastungsfall.
- Berechnen Sie den Strom I_1 und schließlich die Spannung $\underline{U}_1$.
- Bestimmen Sie die auf der Unterspannungsseite aufgenommene Scheinleistung und den Wirkungsgrad des Transformators.