Universität Karlsruhe (TH)
Forschungsuniversität · gegründet 1825
Institut für Elektroenergiesysteme
und Hochspannungstechnik

Schriftliche Prüfung

Elektroenergiesysteme / Erzeugung, Übertragung und Verteilung elektrischer Energie

24. März 2009

Muster Lösung

Vorname Nachname

Matrikelnummer

Aufgabenübersicht:

		Punktezahl maximal	Punktezahl erreicht
1.	Magnetischer Kreis	12	
2.	Maxwell-Wien-Brücke	17	
3.	Unsymmetrische Last am Drehstromnetz	13	
4.	Synchrongenerator	18	
	Gesamt:	60	

Die Klausur besteht aus 16 nummerierten Seiten (einschließlich Deckblatt).

Hinweis: Die Ergebnisse müssen den Lösungsansatz und den Rechenweg erkennen lassen, die Angabe eines Ergebnisses reicht nicht aus! Der Lösungsweg muss vollständig angegeben werden und nachvollziehbar sein. Begründen Sie Ihre Antworten! Bitte nicht mit Bleistift oder Rotstift schreiben, da dies nicht gewertet wird.

IEH

Aufgabe 1: Magnetischer Kreis

Eine einlagige Toroidspule (Abbildung 1a) mit ringförmigem Keramikkern (Außendurchmesser d_a = 11 cm, Innendurchmesser d_i = 8 cm) und kreisförmigem Querschnitt soll mit einem lackisolierten Kupferdraht (kreisförmiger Querschnitt, Drahtdurchmesser mit Isolationsschicht d_{Draht} = 1,6 mm) hergestellt werden. Die maximal erlaubte Stromdichte im Kupferdraht beträgt $j_{Draht,max}$ = 3 A/mm^2.

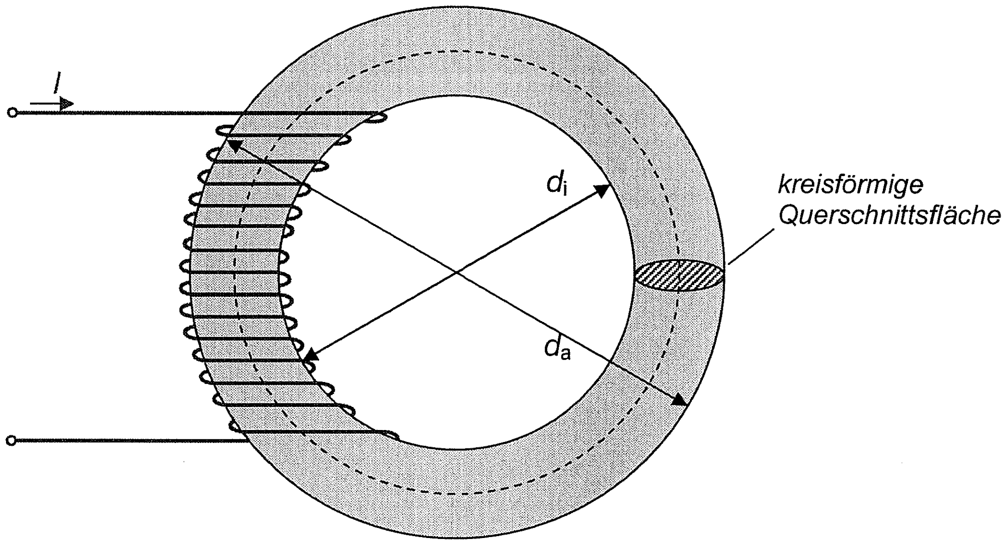


Abbildung 1a: *Toroidspule mit ringförmigem Keramikkern*

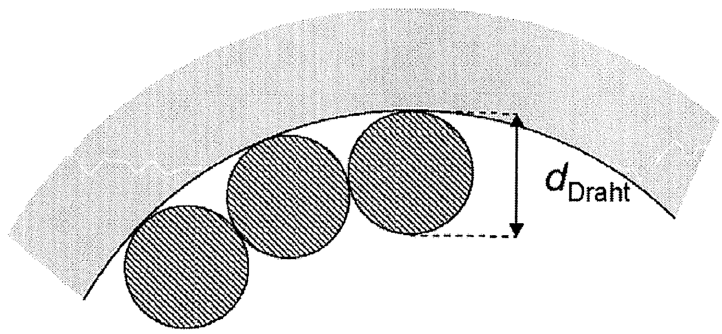
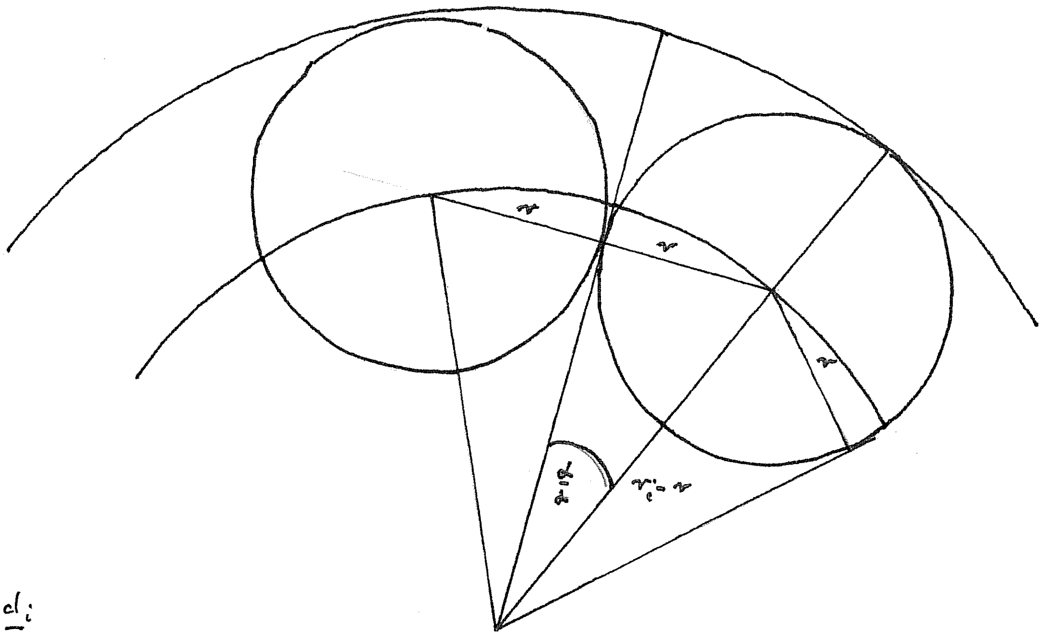


Abbildung 1b: *vergrößerter Ausschnitt*

a. Berechnen Sie die Windungszahl N, wenn der Kern vollständig einlagig bewickelt werden soll und runden Sie auf die nächste ganze Zahl. Die Windungen sollen sich, wie in Abbildung 1b dargestellt, an der Innenseite des Kerns berühren.



$r_i = \frac{d_i}{2}$

$r = \frac{d_{Draht}}{2}$, $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{r}{r_i - r}$

$N = \frac{2\pi}{2 \cdot \arcsin\left(\frac{r}{r_i - r}\right)} \approx \pi \cdot \frac{r_i - r}{r}$

Diese Abschätzung / Näherung wurde ohne Herleitung in der Lösung verwendet.

$r_i = 40\ mm$, $r = 0{,}8\ mm$ $\Rightarrow N = 153{,}94 \approx 154$

3

b. Wie groß ist der Strom, der durch die Wicklung fließen muss, damit sich im Kern ein magnetischer Fluss von 300 nVs ergibt? Wird die maximal erlaubte Stromdichte des Drahts $j_{\text{Draht,max}}$ dabei überschritten? Begründen Sie Ihre Aussage.
Nehmen Sie hierzu einen homogenen Verlauf des magnetischen Felds innerhalb des Kerns an, rechnen Sie mit der mittleren Weglänge im Kern und mit dem gerundeten Wert der Wicklungszahl. Sollten Sie im Aufgabenteil a keinen Wert für die Wicklungszahl errechnet haben, gehen Sie von N = 160 aus. Die relative Permeabilität des Materials sei $\mu_r = 1$, die magnetische Feldkonstante beträgt $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

aus dem Durchflutungsgesetz folgt mit den gegebenen Vereinfachungen:

$$N \cdot I = \pi \cdot H \cdot d_m = \frac{\phi}{A \mu_0} \cdot \pi \cdot \frac{d_i + d_a}{2} = \frac{\phi}{\mu_0} \pi \cdot \frac{d_i + d_a}{2} \cdot \frac{1}{\pi \cdot \left(\frac{d_a - d_i}{4}\right)^2}$$

$I = 2618$ mA (Ausweichergebnis $I = 2520$ mA)

$$j_{Draht} = \frac{I}{A_{Draht}} = \frac{I}{\pi \cdot \left(\frac{d_{Draht}}{2}\right)^2} = 1302152{,}658 \ \frac{A}{m^2}$$

Ausweichergebnis: $j_{Draht} = 1253321{,}333 \ \frac{A}{m^2}$

$< 3 \cdot 10^6 \frac{A}{m^2}$

5

c. Der Keramikkern werde nun durch einen Eisenkern mit Luftspalt ersetzt (Abbildung 2), die Anzahl der Wicklungen wird auf den Wert w reduziert. Die Querschnittsfläche $A_{Fe} = A_{Luft} = A$ sei bekannt und überall gleich groß. Weiterhin sind die mittlere Weglänge im Eisen ℓ_{Fe}, die mittlere Länge des Luftspalts ℓ_{Luft} und die relative Permeabilität μ_r des Eisens gegeben. Der Verlauf des magnetischen Felds innerhalb des Kerns sei homogen. Bestimmen Sie formal den magnetischen Gesamtwiderstand und die Induktivität der Anordnung! Rechnen Sie mit den angegebenen mittleren Weglängen!

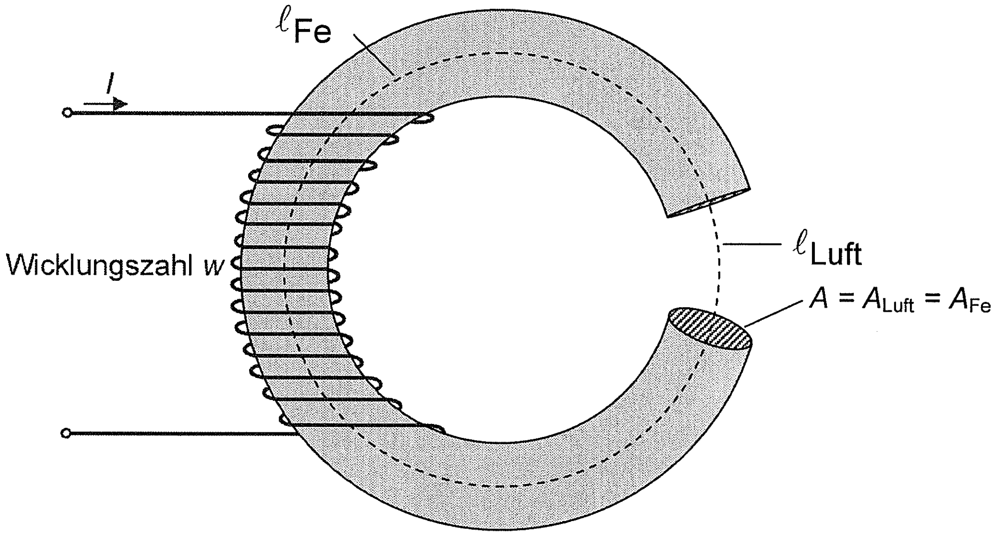


Abbildung 2: *Toroidspule aus Eisenkern mit Luftspalt*

$$R_{m,ges} = R_{m,Fe} + R_{m,Luft} = \frac{l_{Fe}}{\mu_0 \mu_r A} + \frac{l_{Luft}}{\mu_0 A}$$

$$L = \frac{w^2}{R_m} = \frac{w^2 A \mu_0}{\frac{l_{Fe}}{\mu_r} + l_{Luft}}$$

alternativ: $\oint H\,ds = w \cdot I = H_{Fe} \cdot l_{Fe} + H_{Luft} \cdot l_{Luft} =$

$$\frac{B}{\mu_0 \mu_r} \cdot l_{Fe} + \frac{B}{\mu_0} \cdot l_{Luft} \quad \Rightarrow B = \frac{w \cdot I}{\frac{l_{Fe}}{\mu_0 \mu_r} + \frac{l_{Luft}}{\mu_0}}$$

$$\Rightarrow L = \frac{w \cdot \phi}{I} \quad \Rightarrow L = \frac{w^2 A \mu_0}{\frac{l_{Fe}}{\mu_r} + l_{Luft}}$$

4

Aufgabe 2: Maxwell-Wien-Brücke

Die Maxwell-Wien-Brückenschaltung in Abbildung 3 dient der Bestimmung der unbekannten Induktivität L_X und des zugehörigen Verlustfaktors tan δ_{LX}. Dazu werden der Widerstand R_4 und die Kapazität C_4 so lange verändert, bis die Spannung $\Delta \underline{U}$ zu Null wird. Die Brückenschaltung wird bei 50 Hz betrieben.

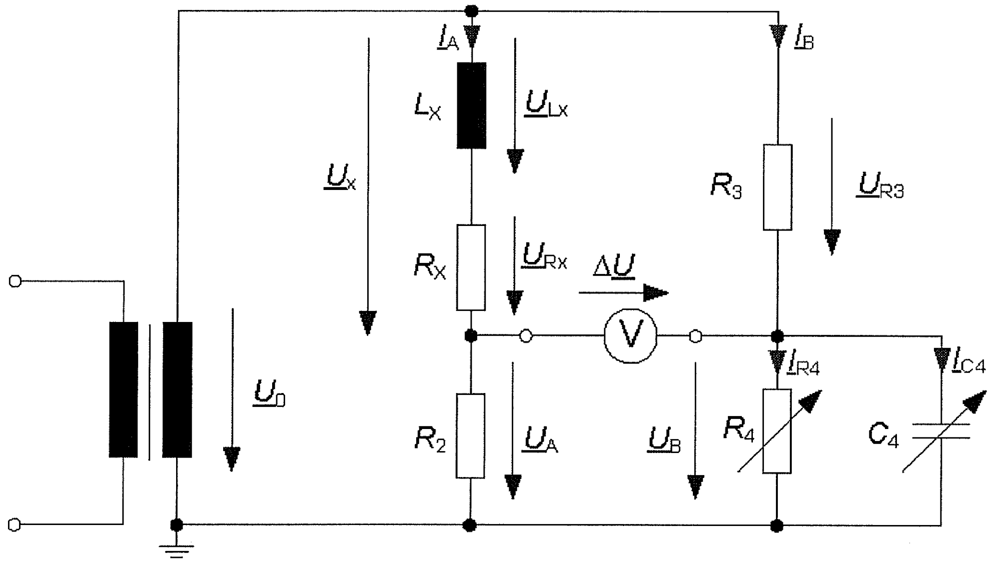


Abbildung 3: *Maxwell-Wien-Brückenschaltung*

a. Berechnen Sie die Spannungen $\underline{U}_A$ und $\underline{U}_B$ als Funktion der speisenden Spannung $\underline{U}_0$ und der Schaltungselemente. Beachten Sie, dass das Voltmeter einen sehr hohen Innenwiderstand aufweist.

$$\frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_0} = \frac{R_2}{R_2 + R_X + j\omega L_X}$$

$$R_4 \parallel C_4 = \frac{1}{\frac{1}{R_4} + j\omega C_4} = \frac{R_4}{1 + j\omega C_4 R_4}$$

$$\frac{\underline{U}_B}{\underline{U}_0} = \frac{R_4}{R_4 + R_3 + j\omega C_4 R_4 R_3}$$

2

b. Berechnen Sie die Werte der gesuchten Elemente L_X und R_X, falls die Abgleichbedingung $\underline{U}_A = \underline{U}_B$ erfüllt ist, d.h. die gemessene Spannung $\Delta\underline{U} = 0$ ist.

$$\underline{U}_A = \underline{U}_B \Rightarrow \frac{R_2}{R_2 + R_X + j\omega L_X} = \frac{R_4}{R_4 + R_3 + j\omega C_4 R_4 R_3}$$

$$\frac{1}{1 + \frac{R_X}{R_2} + j\omega \frac{L_X}{R_2}} = \frac{1}{1 + \frac{R_3}{R_4} + j\omega C_4 R_3}$$

$$\Rightarrow R_X = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4} \qquad \Rightarrow L_X = R_2 R_3 C_4$$

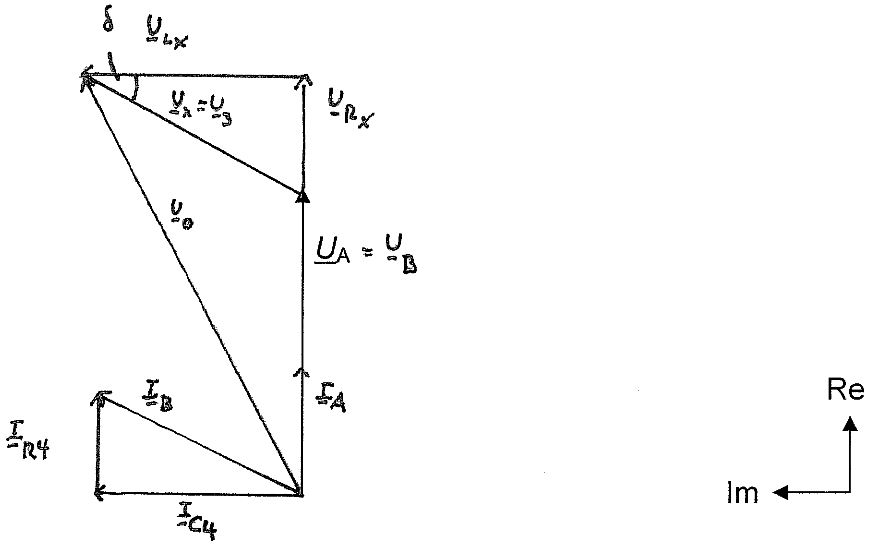
3

c. Berechnen Sie den Bereich, in dem C_4 liegen muss, wenn man Induktivitäten L_X bestimmen möchte, die im Wertebereich $0{,}1\ \mathrm{H} \leq L_X \leq 1\ \mathrm{H}$ liegen. Es gelte: $R_2 = 100\ \Omega$, $R_3 = 10\ \mathrm{k}\Omega$.

$$C_4 = \frac{L_X}{R_2 R_3} \Rightarrow 100\ \mathrm{nF} \leq C_4 \leq 1\ \mu\mathrm{F}$$

2

d. Zeichnen Sie qualitativ das vollständige Zeigerdiagramm der Anordnung in Abbildung 3. Die Brücke sei im abgeglichenen Zustand, d.h. die gemessene Spannung ist $\Delta \underline{U} = 0$. Berücksichtigen Sie alle Spannungen und Ströme und nutzen Sie den gegebenen Zeiger von $\underline{U}_A$!



5

e. Der Verlustwinkel δ_{Lx} sei definiert als der Phasenwinkel zwischen der Spannung über der Induktivität $\underline{U}_{Lx}$ und der gesamten Spannung über dem Prüfling $\underline{U}_x$. Wie groß ist der maximal und der minimal messbare Verlustfaktor tan δ_{Lx} eines Prüflings mit einer Induktivität von L_x = 0,5 H, wenn der Widerstand R_4 im Bereich 31,83 kΩ ≤ R_4 ≤ 1273,2 kΩ liegen soll?

$$\tan \delta_{Lx} = \frac{|\underline{U}_{Rx}|}{|\underline{U}_{Lx}|} = \frac{R_x}{\omega L_x}$$

$$R_4 = 31{,}83\ \text{k}\Omega \Rightarrow R_x = 31{,}41\ \Omega \Rightarrow \tan \delta_{Lx} = 0{,}2 \quad (\text{max})$$

$$R_4 = 1273{,}2\ \text{k}\Omega \Rightarrow R_x = 0{,}785\ \Omega \Rightarrow \tan \delta_{Lx} = 0{,}005 \quad (\text{min})$$

3

f. Die Brückenschaltung werde nun bei 100 Hz betrieben. Wie verändert sich bei unveränderter Dimensionierung von R_2, R_3, R_4 und C_4 der angezeigte Wert der Induktivität L_X und der messbare Bereich des Verlustfaktors $\tan \delta_{LX}$ für den Prüfling aus Teilaufgabe e? Begründen Sie Ihre Aussage!

Bereiche für R_x und L_x bleiben gleich (keine Frequenzabhängigkeit)

$$\left.\begin{aligned} \tan \delta_{Lx,\,max} &= 0{,}1 \\ \tan \delta_{Lx,\,min} &= 0{,}0025 \end{aligned}\right\} \text{halb so groß, da } \sim \frac{1}{\omega}$$

2

Aufgabe 3: Unsymmetrische Last am Drehstromnetz

Abbildung 4 zeigt eine Drehstromschaltung, die von einem symmetrischen Dreiphasensystem gespeist wird. Der Sternpunkt N ist dabei zunächst nicht mit dem Mittelpunktsleiter M des Dreiphasensystems verbunden.

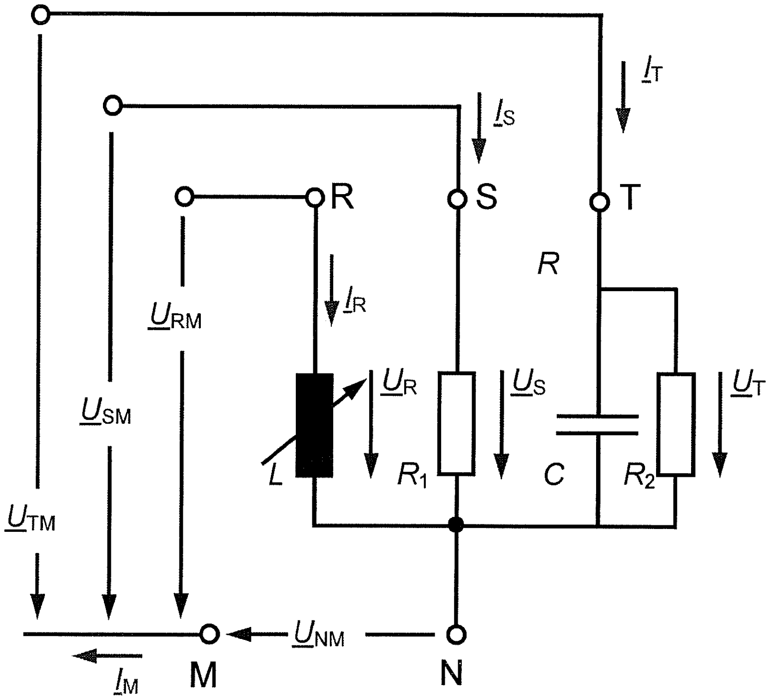


Abbildung 4: *Unsymmetrische Drehstromschaltung*

a. Die Amplitude des speisenden Drehspannungssystems sei U_Y. Berechnen Sie die Verschiebungsspannung $\underline{U}_{NM}$ der Schaltung und bringen Sie das Ergebnis auf die Form $\underline{U}_{NM} = \frac{\alpha + j\beta}{\gamma + j\delta} \cdot U_Y \cdot e^{j\omega t}$!

$$\underline{U}_{NM} = U_Y\, e^{j\omega t} \cdot \frac{\underline{G}_R + \underline{G}_S\, e^{-j\frac{2\pi}{3}} + \underline{G}_T\, e^{-j\frac{4\pi}{3}}}{\underline{G}_R + \underline{G}_S + \underline{G}_T}$$

$$\underline{G}_R = \frac{1}{j\omega L}, \quad \underline{G}_S = \frac{1}{R_1}, \quad \underline{G}_T = \frac{1}{R_2} + j\omega C$$

$$\underline{U}_{NM} = U_Y e^{j\omega t} \frac{\frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{R_1}\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(j\omega C + \frac{1}{R_2}\right)\left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)}$$

$$= U_Y e^{j\omega t} \frac{\left(-\frac{1}{2R_1} - \frac{1}{2R_2} - \omega C\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + j\left(-\frac{1}{\omega L} - \frac{1}{R_1}\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{R_2}\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\omega C\right)}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)}$$

3

b. Der Sternpunkt N wird nun mit dem Mittelpunktsleiter M des Dreiphasensystems verbunden. Berechnen Sie den Strom $\underline{I}_M$, der über diese Verbindung fließt.

$$\underline{I}_M = U_Y e^{j\omega t}\left[\underline{G}_R + \underline{G}_S e^{-j\frac{2\pi}{3}} + \underline{G}_T e^{-j\frac{4\pi}{3}}\right]$$

$$= U_Y e^{j\omega t}\left[\left(-\frac{1}{2R_1} - \frac{1}{2R_2} - \omega C\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + j\left(-\frac{1}{\omega L} - \frac{1}{R_1}\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{R_2}\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\omega C\right)\right]$$

2

c. Wie groß ist die von der Anordnung aufgenommene Scheinleistung, wenn der Sternpunkt N mit dem Mittelpunktsleiter M des Dreiphasensystems verbunden bleibt?

$$\underline{S}_Y = \underline{G}_R^* U_{RM}^2 + \underline{G}_S^* \cdot U_{SM}^2 + \underline{G}_T^* \cdot U_{TM}^2$$

$$\underline{G}_R^* = \frac{j}{\omega L} \qquad \underline{G}_S^* = \frac{1}{R_1} \qquad \underline{G}_T^* = \frac{1}{R_2} - j\omega C$$

$$\underline{S}_Y = \underline{U}_Y^2\left(\frac{j}{\omega L} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - j\omega C\right) = U_Y^2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + j\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)\right)$$

3

d. Wie groß müssen Sie die Induktivität L wählen, sodass die gesamte unsymmetrische Last einen Leistungsfaktor cos(φ) = 1 aufweist?

$$\cos(\varphi) = 1 \Rightarrow Q = 0 \Rightarrow \frac{1}{\omega L} - \omega C = 0 \Rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 C}$$

2

e. Die dargestellte Sternschaltung wird nun aufgelöst und L, R_1 und die Parallelschaltung aus C und R_2 werden im Dreieck verschaltet. Wie verändert sich die aufgenommene Wirkleistung gegenüber der von der Sternschaltung aufgenommenen Wirkleistung? Begründen Sie Ihre Aussage!

$$\underline{S}_\Delta = \underline{G}_{RS}^* \cdot U_{RS}^2 + \underline{G}_{ST}^* \cdot U_{ST}^2 + \underline{G}_{TR}^* \cdot U_{TR}^2$$

$$= U_\Delta^2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + j\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)\right) ; \quad U_\Delta = \sqrt{3}\, U_Y$$

$$\Rightarrow P_\Delta = 3 \cdot P_Y$$

3

Aufgabe 4: Synchrongenerator

Ein Turbogenerator mit den Daten:

S_N = 30 MVA U_N = 10,4 kV f = 60 Hz L_H = 9,9 mH $L_{\sigma 1}$ = 5,4 mH

wird an einem symmetrischen Drehstromnetz mit fester Spannung und Frequenz betrieben. Der ohmsche Widerstand der Statorwicklung R_1 sei vernachlässigbar. Im Nennbetrieb sei der Leistungsfaktor cos(φ) = 0,866 (induktiv).

a. Berechnen Sie für den Nennbetrieb die Polradspannung nach Betrag und Phase!

$\cos\varphi = 0{,}866$ (ind.) $\Rightarrow \varphi = 30°$

$\underline{U}_1 = \frac{U_N}{\sqrt{3}} = 6004{,}44\,V$

$\underline{I}_N^* = \frac{\underline{S}_N}{\sqrt{3}\,U_N} \Rightarrow \underline{I}_N = 1665{,}43\,A\,e^{-j30°}$

$X_d = 2\pi f\,(L_H + L_{\sigma 1}) = 5{,}77\,\Omega$

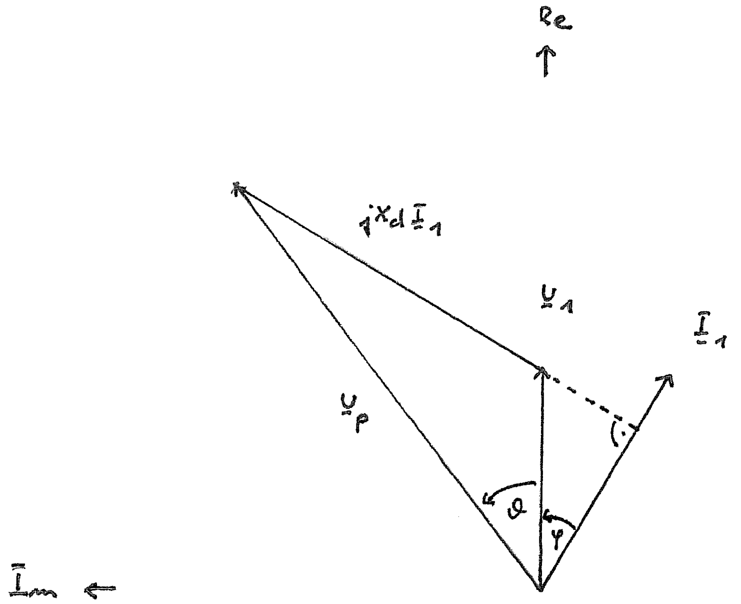
$\underline{U}_P = \underline{U}_1 + jX_d\,\underline{I}_N = 6004{,}44\,V + (4803{,}08 + j\,8318{,}93)\,V$

$= 6004{,}44\,V + 9605{,}35\,V \cdot e^{j60°}$

$= (10807{,}52 + j\,8318{,}93)\,V = 13638{,}45\,V\,e^{j37{,}59°}$

4

b. Zeichnen Sie ein maßstäbliches Zeigerdiagramm für den Nennbetrieb!



$2\,\text{kV} \mathrel{\hat{=}} 1\,\text{cm}$, $500\,\text{A} \mathrel{\hat{=}} 1\,\text{cm}$

3

c. Welche Wirkleistung und welche Blindleistung gibt der Generator im Nennbetrieb ab?

$P_N = S_N \cos\varphi = 25{,}98\ \text{MW}$, $Q_N = S_N \sin\varphi = 15\ \text{Mvar}$

1

d. Ausgehend vom Nennbetrieb wird die Dampfzufuhr der Turbine so gedrosselt, dass sie nur noch 85 % ihres ursprünglichen Drehmoments abgibt. Die Erregung bleibt unverändert. Berechnen Sie nun die von der Maschine abgegebene Wirk- und Blindleistung. Wie groß ist der Leistungsfaktor cos(φ) in diesem Fall?

$P_1 = M \cdot \Omega$, M sinkt auf $85\% \cdot M_N \Rightarrow P_1$ sinkt auf $85\% \cdot P_N$

$P_1 = 22{,}083\ MW$, $|\underline{U}_p|$ ändert sich nicht, da Erregung unverändert.

$$\sin\vartheta = \frac{P_1 X_d}{3 U_1 U_p} = 0{,}518 \Rightarrow \vartheta = 31{,}23$$

$$Q_1 = \frac{3}{X_d} \cdot U_1 \cdot \left[U_p \cos\vartheta - U_1\right] = 17{,}67\ Mvar$$

$$\tan\varphi = \frac{Q_1}{P_1} \Rightarrow \varphi = 38{,}66^\circ,\ \cos\varphi = 0{,}78$$

4

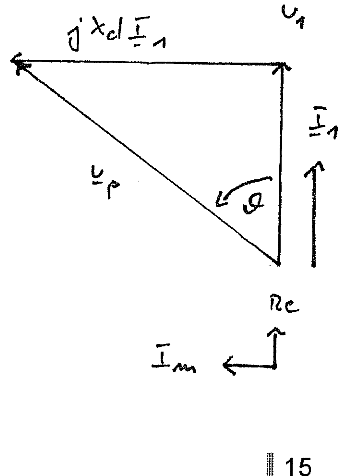
e. Nun wird – ausgehend vom Nennbetrieb – der Erregerstrom verringert bis keine Blindleistung mehr abgegeben wird, Drehzahl und Drehmoment werden nicht verändert. Wie groß ist die Polradspannung $\underline{U}_p$ in diesem Fall? Geben Sie den Polradwinkel an! Berechnen Sie den zugehörigen Statorstrom $\underline{I}_1$.

$P = P_N$, $Q = 0$, $\varphi = 0^\circ$

$$Q = 3 \cdot \left(\frac{U_1 U_p \cos\vartheta}{X_d} - \frac{U_1^2}{X_d}\right) = 0 \Rightarrow U_p \cos\vartheta = U_1$$

$$P_1 = \frac{3 U_1^2}{X_d} \frac{\sin\vartheta}{\cos\vartheta} \Rightarrow \vartheta = 54{,}18^\circ$$

$$U_p = \frac{P_1 X_d}{3 U_1 \sin\vartheta} = 10259{,}53\ V$$



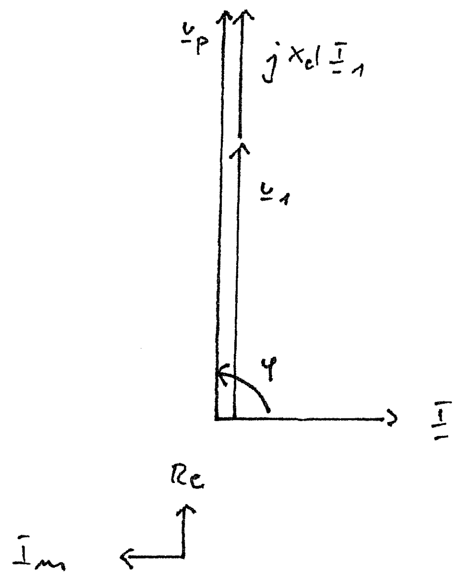
$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_p - \underline{U}_1}{j\,X_{d}} = 1442{,}27\,A \cdot e^{j0°}$$

4

f. Die Maschine wird in den Phasenschieberbetrieb versetzt. Für welchen Betrag der Polradspannung muss die Isolation ausgelegt sein, für den Fall, dass die Maschine bei induktiver Blindleistungsabgabe Ihre volle Nennleistung abgeben soll?

$P = 0, \ \vartheta = 0°, \ \varphi = 90°, \ I = I_N$

$\underline{U}_p = \underline{U}_1 + j X_{d} \underline{I}_1 = 15610{,}6\,V$



2