

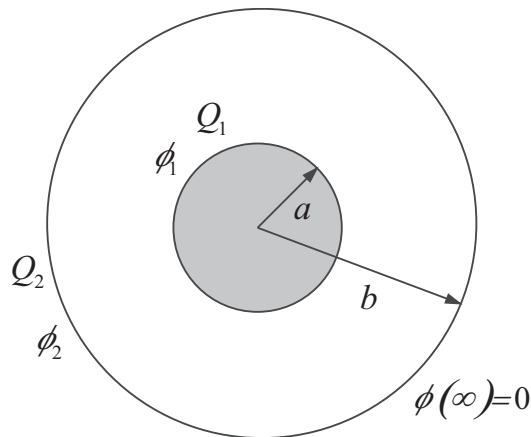
Elektromagnetische Felder

SS 2019

4. Übung

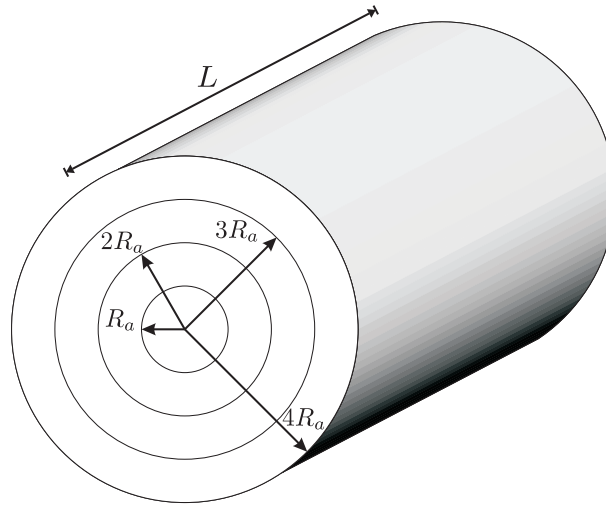
10. Aufgabe

Eine Kugel aus gut leitendem Metall (Leiter 1) mit dem Radius a wird von einer dünnen Kugelschale aus dem gleichen Material (Leiter 2) und dem Radius b ($b > a$) umschlossen. Das Potential im Unendlichen ist 0.



- Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}$ und das Potential ϕ im ganzen Raum, wenn sich auf Leiter 1 die Ladung Q_1 und auf Leiter 2 die Ladung Q_2 befindet.
- Leiter 1 hat jetzt das vorgegebene Potential ϕ_1 und Leiter 2 das Potential ϕ_2 . Berechnen Sie Q_1 und Q_2 . Stellen Sie dazu die Potentialkoeffizientenmatrix (Skript S. 99) auf und berechnen Sie die Ladungen aus der Influenzkoeffizientenmatrix (Skript S. 98).
- Berechnen Sie die Gesamtenergie der Anordnung mit dem Integral über das elektrische Feld (Skript S. 73) sowie als Funktion der Ladungen und Potentiale mit Hilfe der Matrizen (Skript S. 99).
- Auf den beiden Leitern befindet sich die gleiche Ladung Q mit entgegengesetztem Vorzeichen. Berechnen Sie die Gesamtkapazität des Kondensators.

11. Aufgabe (Klausur F05 A1)



Gegeben sei ein Zylinderkondensator der Länge L . Die innere Elektrode mit dem Radius R_a liegt auf dem Potential $\Phi(R_a) = U$ und sei ideal leitfähig. Die äußere, unendlich dünne Elektrode habe den Radius $4R_a$ und liegt auf dem Potenzial $\Phi(4R_a) = 0$, das Potential im Unendlichen sei $\Phi(\infty) = 0$. Dazwischen befinden sich zwei Dielektrika und eine ideal leitfähige Schicht mit folgenden Dielektrizitäten und Leitfähigkeiten:

$$\begin{aligned}
 R \leq R_a &: \quad \kappa = \infty \\
 R_a \leq R < 2R_a &: \quad \varepsilon_r = \frac{2R_a}{R}; \kappa = 0 \\
 2R_a \leq R < 3R_a &: \quad \kappa = \infty \\
 3R_a \leq R < 4R_a &: \quad \varepsilon_r = 1; \kappa = 0 \\
 4R_a = R &: \quad \kappa = \infty
 \end{aligned}$$

- Auf der inneren Elektrode befinde sich die elektrische Ladung Q . Berechnen Sie unter Vernachlässigung von Randeffekten die elektrische Feldstärke $\vec{E}$ im Inneren des Zylinderkondensators und anschließend das Skalarpotential in Abhängigkeit von Q . Skizzieren Sie das elektrische Feld und das Skalarpotential. Berechnen Sie die Ladung Q in Abhängigkeit der Spannung U .
- Berechnen Sie alle Raum- und Flächenladungsdichten soweit vorhanden in Abhängigkeit von Q .
- Berechnen Sie die Kapazität des Kondensators.
- Wie muss der Radius R_a mindestens gewählt werden, damit bei einer gegebenen Spannung U_{max} die Durchbruchfeldstärke E_D des Dielektrikums im Kondensator nicht überschritten wird. Wie lang muss der Kondensator dann sein, damit er die Kapazität C_0 hat?