

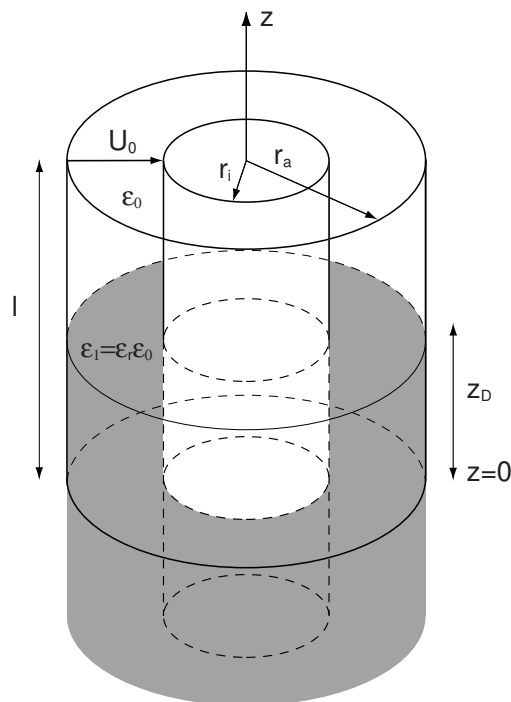
Elektromagnetische Felder

SS 2019

5. Übung

12. Aufgabe

Gegeben ist ein Zylinderkondensator der Länge l . Er besteht aus zwei dünnen Platten bei r_i (Innenradius) und r_a (Außenradius). Im Inneren des Kondensators, also zwischen den Platten, befindet sich ein in z -Richtung verschiebbares Dielektrikum mit der Dielektrizitätskonstanten ϵ_r . Das Dielektrikum füllt für $z_D = l$ den Kondensator vollständig aus, für $z_D = 0$ ist der Zwischenraum leer. Über dem Zylinderkondensator liegt die Gleichspannung U_0 . Randeffekte können vernachlässigt werden.



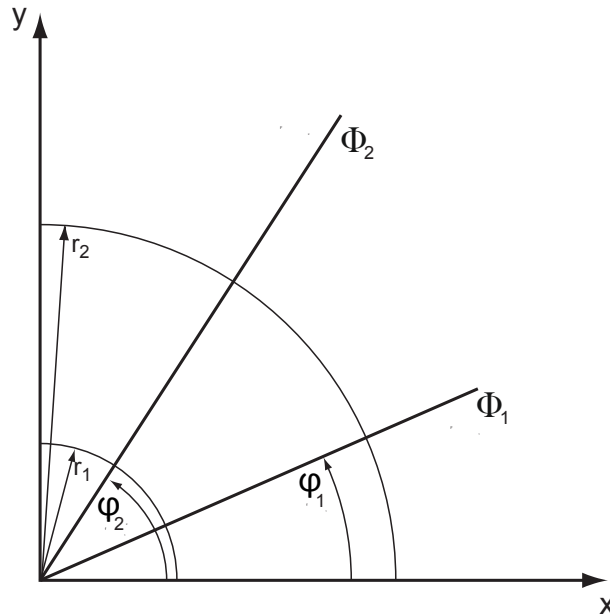
Hinweise zur Lösung:

- Wenn an einem Kondensator eine Spannung anliegt, ändert sich durch Einschieben eines Dielektrikums oder Änderung der Kondensatorgeometrie diese Spannung nicht. Stattdessen fließt Ladung von der Spannungsquelle auf den Kondensator oder von diesem ab. Theoretisch kann die Spannungsquelle beliebig viel Ladung liefern.

- Wenn keine Spannungsquelle an einem Kondensator angeschlossen ist, kann die Ladung auf dem Kondensator nicht abfließen. Sie bleibt konstant. Die Spannung am Kondensator kann sich aber ändern.
 - Wenn in verschiedenen Bereichen eines Kondensators unterschiedliche Bedingungen gelten, ist es oft sinnvoll, diese Bereiche getrennt zu betrachten.
 - Sie kennen sowohl den Satz vom Hüllenfluss als auch $\Phi(\vec{r}_1) - \Phi(\vec{r}_2) = - \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} d\vec{s}$.
 - Für mechanische Arbeit gilt $\delta W = \vec{F} \cdot \delta \vec{s}$
- a) Berechnen Sie in Abhängigkeit von z_D die elektrischen Feldstärken E_V und E_D , die elektrischen Verschiebungsdichten D_V und D_D , sowie die Flächenladungsdichten σ_V und σ_D auf der inneren Elektrode. (Index V : Vakuum, D : Dielektrikum).
 - b) Geben Sie die Kapazität C des Zylinderkondensators in Abhängigkeit von z_D an.
 - c) Nachdem das Dielektrikum ganz eingeschoben wurde ($z_D = l$), wird die Spannungsquelle abgeklemmt. Welche Spannung U ergibt sich über dem Kondensator, wenn das Dielektrikum zur Hälfte herausgezogen wird ($z_D = l/2$)?
 - d) Berechnen Sie die Kraft, die während des Herausziehens des Dielektrikums aufgewendet werden muss .

13. Aufgabe

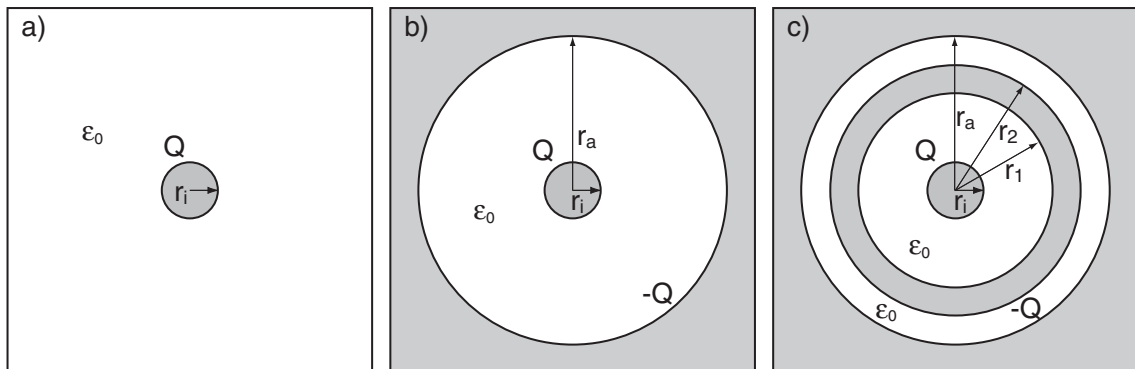
Gegeben sind zwei in z - und r -Richtung unendlich ausgedehnte, leitende Platten, die im Winkel φ_1 bzw. φ_2 angeordnet sind. Im Punkt $(0,0)$ der xy -Ebene seien beide Platten *nichtleitend* miteinander verbunden. Das elektrische Potential der beiden Platten ist Φ_1 und Φ_2 .



- Bestimmen Sie mit Hilfe der Laplace-Gleichung die Potentialfunktion $\Phi(\varphi)$ für $\varphi_1 < \varphi < \varphi_2$ zwischen den Platten. *Hinweis:* Überlegen Sie sich ganz genau, von welchen Variablen das Potential abhängen kann. Berücksichtigen Sie die unendliche Ausdehnung des Problems (in z - und r -Richtung).
- Berechnen Sie $\vec{E}$ und $\vec{D}$, und skizzieren Sie die Feldlinien sowie die Äquipotentialflächen.
Hinweis: Nehmen Sie an, der Winkel $\varphi_2 - \varphi_1$ sei so klein, dass das Feld außerhalb dieses Bereichs vernachlässigbar klein wird, also $\vec{E}_{\text{außen}} \approx 0$.
- Bestimmen Sie für beide Platten die Flächenladungsdichte $\sigma(r)$.
- Nun werden beide Platten bei r_1 und r_2 abgeschnitten (siehe Bild). Bestimmen Sie unter der Annahme, dass die Feldverteilung sich nicht ändert (gilt für $r_2 - r_1 \gg r_2(\varphi_2 - \varphi_1)$), die Ladung pro Längeneinheit Q/l (l in z -Richtung).
- Wie groß ist die Kapazität pro Längeneinheit C/l ?

14. Aufgabe

Gegeben sind die folgenden kugelsymmetrischen Anordnungen:



- a) Metallkugel mit Ladung Q .
- b) Kugelförmige Aussparung in einem ideal leitenden Medium, die Innenfläche trage die Ladung $-Q$. Darin befindet sich konzentrisch die Metallkugel aus a).
- c) Zur Anordnung aus b) kommt noch eine ungeladene konzentrische Hohlkugel aus ideal leitendem Material hinzu.

Bestimmen Sie jeweils das elektrische Feld durch Zurückführen auf ein bekanntes Feld. Berechnen Sie das Potential im gesamten Raum und tragen Sie es als Funktion von r auf.

Hinweis: Im statischen Fall verschwindet in idealen Leitern das elektrische Feld, d.h. $\vec{E} = 0$. Im Leiter vorhandene Ladung sammelt sich am Rand, d.h. es existiert keine Raumladung aber (bei geladenen Leitern) eine Flächenladungsdichte.