Karlsruher Institut für Technologie

Elektrotechnisches Institut

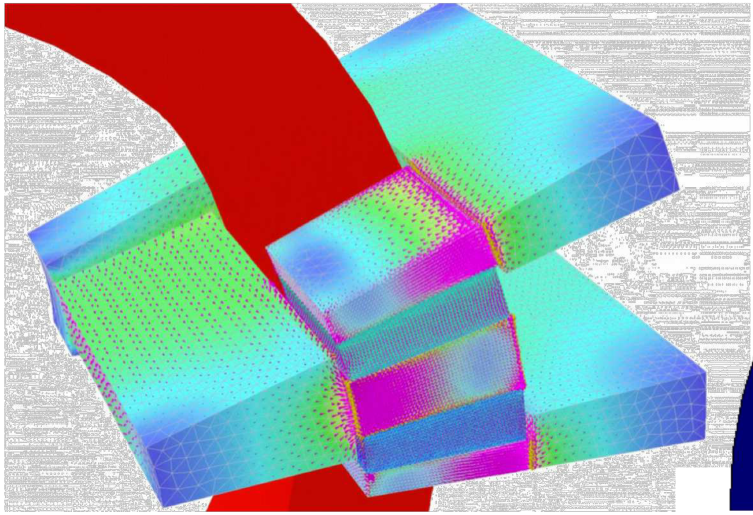
Vorlesung

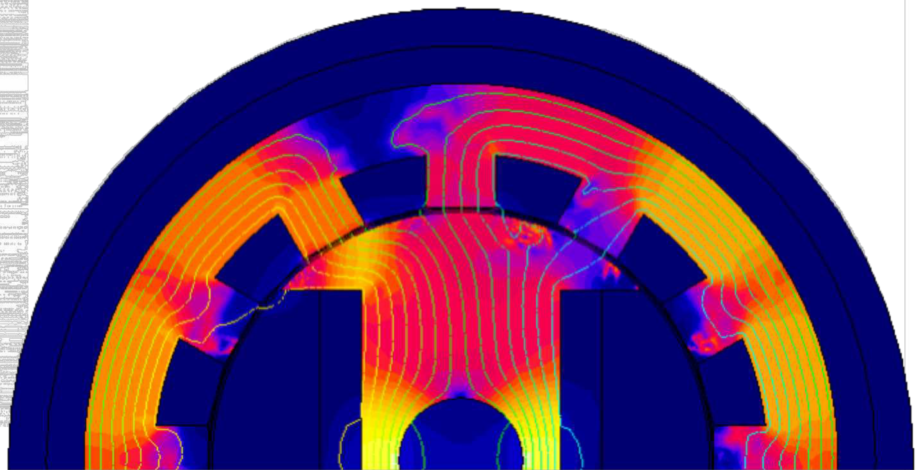
Elektrische und magnetische Felder (EMF)

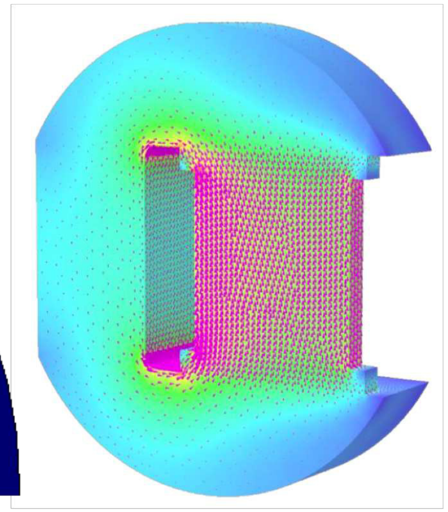
SS 2019

Kapitel 2: Grundlagen Elektromagnetischer Felder

Elektrotechnisches Institut (ETI)





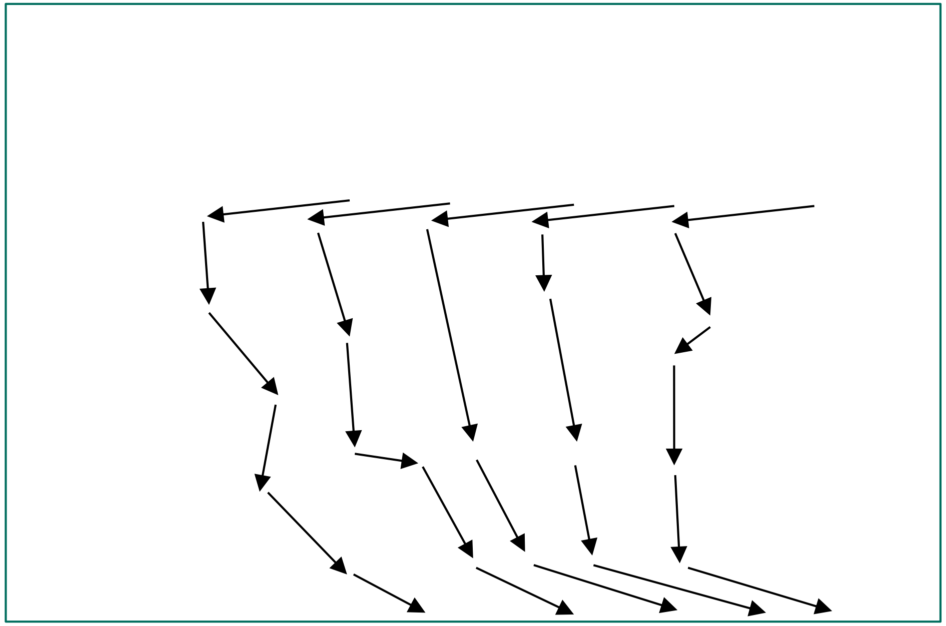


Gliederung

1. **Materielle Grundlagen**
2. **Feldbeschreibung durch die Maxwell-Gleichungen**

Feldlinien sind **virtuelle Gebilde**, die nur der **Veranschaulichung** eines Flusses (Strom, Magnetfeld, elektrisches Feld usw.) oder einer Kraftwirkung dienen. **In der Natur gibt es keine Feldlinien!**
Es ist daher falsch, wenn man sagt:
“Der Stromfaden schneidet die Feldlinien“, „Die Feldlinien dringen in Material ein“ usw.

→

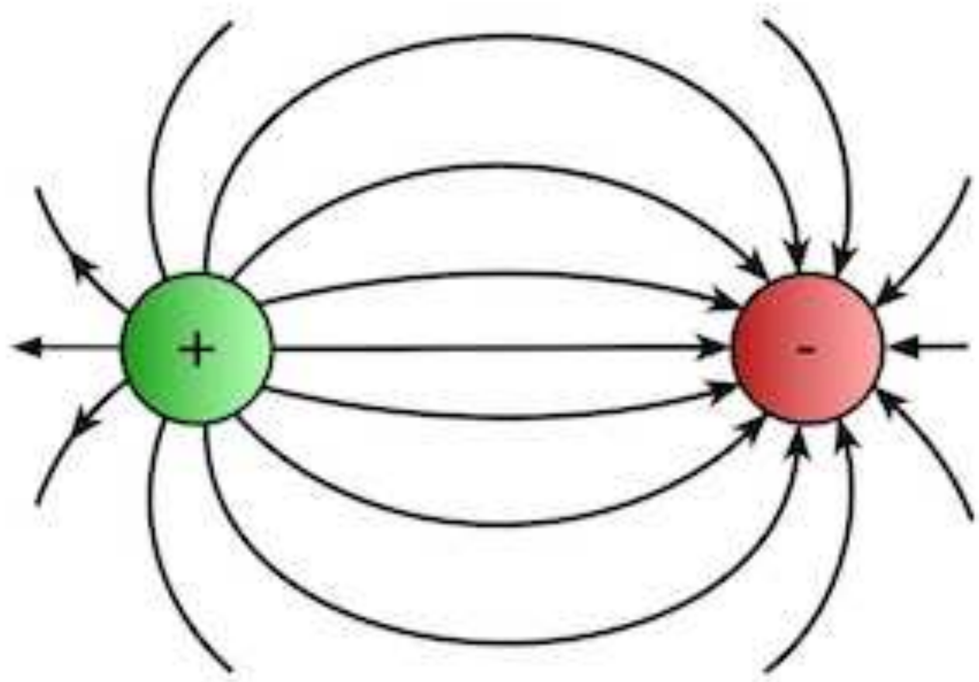


Fotographie eines Flusses

Feldlinienbild der Wasserlaufs

Wir werden später einzelne Felder bestimmter Quellen (z.B. einzelne Spulen in einem System vieler Spulen und Magneten) individuell berechnen. Auch das dient nur der Veranschaulichung – in der Realität gibt immer nur <u>ein</u> resultierendes Feld, das aus dem Zusammenwirken aller Quellen entsteht.

1. Materielle Grundlagen – Bedeutung von Feldlinien II



Die Dichte der Feldlinien beschreibt, wie stark sich der Raum in einem elektrisch oder magnetisch veränderten Zustand befindet.
Die Richtung der Feldlinien gibt die Richtung der Kraftwirkung an.

Ladungen Q:

- Geladene Teilchen im Vakuum (Elektronen, Protonen, Ionen)
- Leitungselektronen
- Freie Überschussladungen (absolute Ladung, Nettoladung)
- Influenzladungen

$[Q] = \mathrm{C} = \mathrm{A} \cdot \mathrm{s}$

1 Coulomb = $0{,}625 \cdot 10^{19}$ Elektronen-Ladungen

Gebundene Ladungen Q_p: Durch polarisierte oder polarisierbare Teilchen entstandene Ladungen

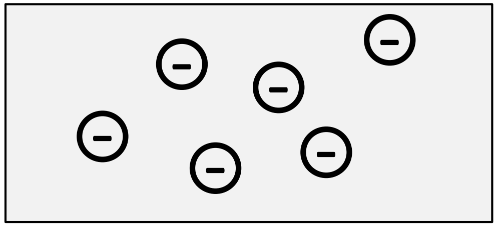
Freie Raumladungsdichte: $\boxed{\rho = \frac{dQ}{dv}}$ $\qquad [\rho] = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^3}$

Farbkonvention in dieser Vorlesung:


Leitermaterial (z.B. Kupfer)

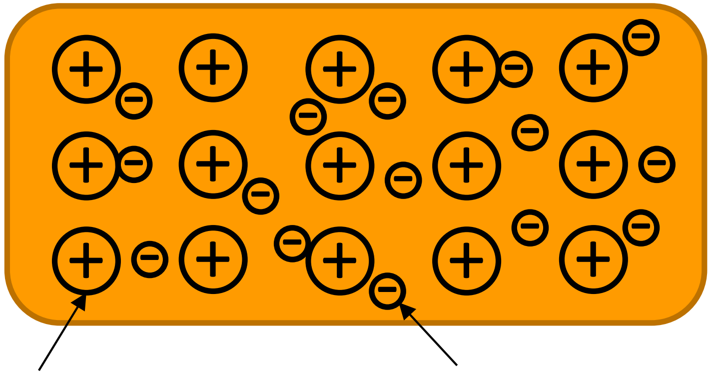

Dielektrikum (Nichtleiter) (z.B. Kunststoff, Luft, ...)

Geladene Teilchen im Vakuum:



z.B. Elektronen in Bildröhren oder im Weltall

Leitungselektronen:

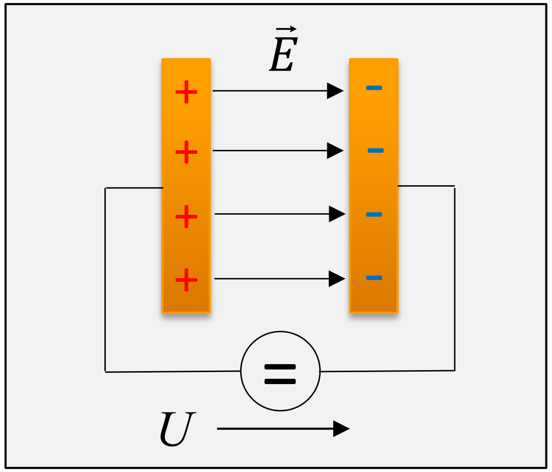


Feste Cu-Ionen im Kristallgitter ρ_+

Frei bewegliche Elektronen ρ_-

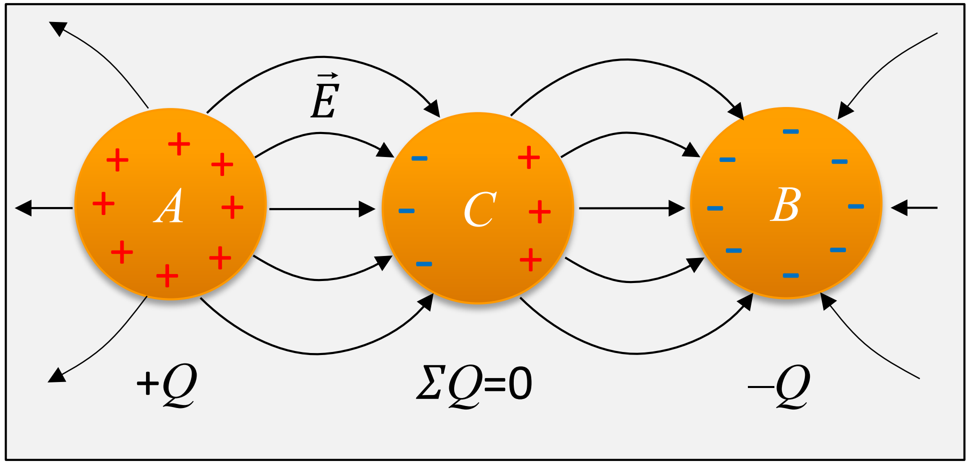
quasineutrales, leitfähiges Metall

Freie Überschussladungen:



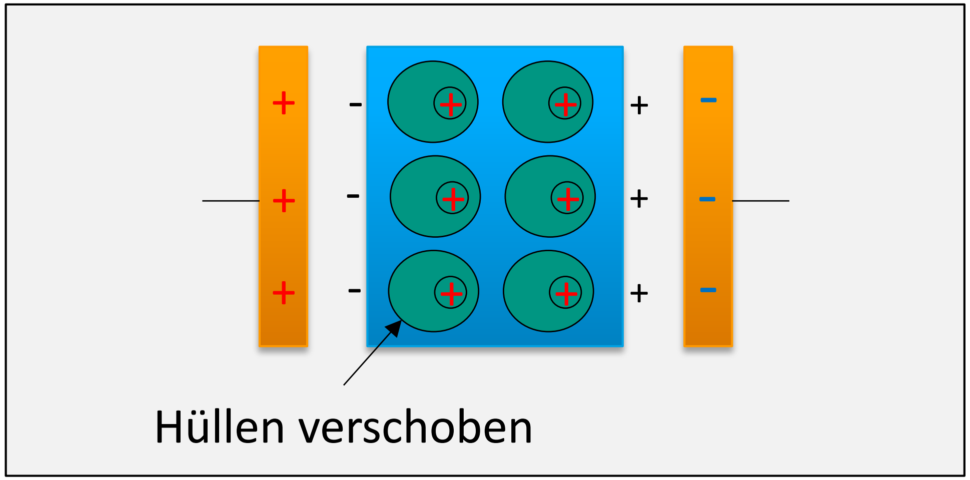
z.B. die geladenen Platten eines Kondensators

Influenz-Ladungen:



Verschiebung frei beweglicher Ladungsträger in einem Leiter: Kugel C (neutral) wird zwischen das Feld der Kugeln A (+Q) und B (-Q) gebracht. Die Elektronen wandern auf die linke Seite.
Leiter ziehen also die Feldlinien zu sich hin. Im Inneren von C ist das elektrische Feld Null (➞ Abschirmung, Faraday-Käfig)

Gebundene Ladungen:
(Polarisation)



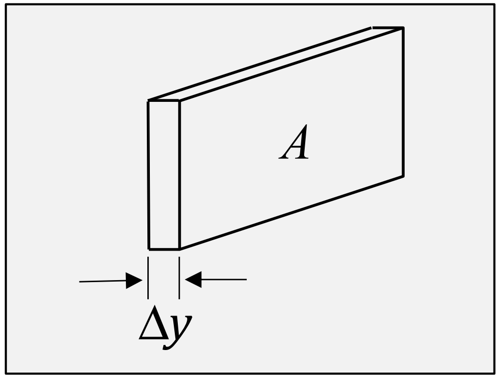
Dielektrikum,
z.B. Öltröpfchen in der Luft zwischen den Platten eines Kondensators

$$\underline{\rho} = \frac{d^3Q}{dx\ dy\ dz} \quad \left(\hat{=} \frac{Q}{V} \right)$$

Raumladungsdichte

$$\underline{\sigma} \overset{Def.}{=} \rho \cdot dy = \frac{d^2Q}{dx\ dz} \quad \left(\hat{=} \frac{Q}{A} \right)$$

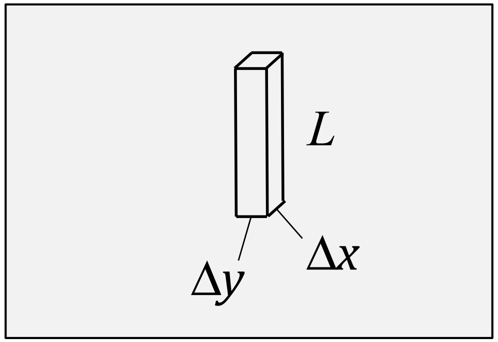
Flächenladungsdichte



$$\lim_{\Delta y \to 0} \rho\ dy = \sigma \quad (\neq 0)$$

$$\underline{\lambda} \overset{Def.}{=} \rho \cdot dx = \frac{dQ}{dz} \quad \left(\hat{=} \frac{Q}{L} \right)$$

Linienladungsdichte

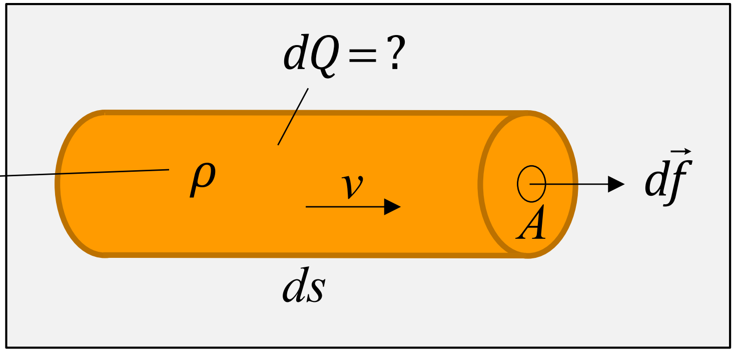


$$\lim_{\Delta x \to 0} \sigma\ dy = \lambda \quad (\neq 0)$$

Strom von freien Ladungen dQ/dt durch die Fläche A

$$\vec{J} = \rho \cdot \vec{v} \quad \Longleftrightarrow \quad I = \frac{dQ}{dt}$$

bewegte Raum-ladungs-dichte



Definition der Länge ds:

$$ds = v \cdot dt$$

ds ist so lang gewählt, wie sich Ladungsträger der Geschwindigkeit v im Zeitintervall dt fortbewegen.

$$\vec{J} = J \cdot \vec{e}_z = const. \quad \Longrightarrow \quad dQ = \rho \cdot A \cdot ds$$

$$d\vec{f} = df \cdot \vec{e}_z \qquad\qquad = \rho \cdot A \cdot v \cdot dt$$

$$\boxed{\frac{dQ}{dt} = \rho \cdot v \cdot A}$$

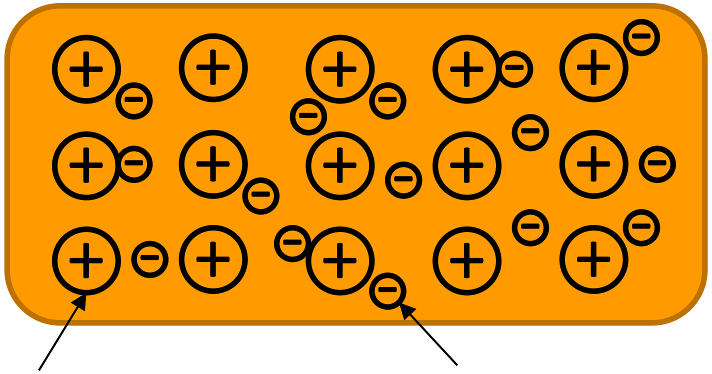
$$I = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{f} = J \cdot A \qquad \boxed{I = J \cdot A} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\vec{J} = \rho \cdot \vec{v}}$$

Definition der Stromrichtung:

Positive Flussrichtung = Richtung der positiven Ladungsträger (Ionenleitung)

Negative Flussrichtung = Richtung der negativen Ladungsträger (Elektronenleitung = Metalle)

$\vec{J} = \rho \cdot \vec{v}$



Feste Cu-Ionen im Kristallgitter ρ_+

Frei bewegliche Elektronen ρ_-

neutral: $\rho = \rho_+ + \rho_- = 0$

$\rho_- = -\rho_+$

geladen: $\rho = \rho_+ + \rho_- + \rho_{Zusatz}$

$\rho = \rho_{Zusatz}$

Stromdichte: $\vec{J} = \rho \cdot \vec{v}$

$\rho = \rho_+ + \rho_- = 0 \longrightarrow \rho = 0 \rightarrow \vec{J} = 0$?????

$\vec{J} = \rho_- \cdot \vec{v}_- + \rho_+ \cdot \vec{v}_+ \longrightarrow \vec{v}_+ = 0$!

$\vec{J} = \rho_- \cdot \vec{v}_-$

Wirkung ⟵ Ursache

$\operatorname{div}\vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$	Elektrisches Quellenfeld, erzeugt durch alle $\rho = \rho_+ + \rho_-$
$\operatorname{rot}\vec{E} = -\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$	Elektrisches Wirbelfeld, erzeugt durch $\partial\vec{B} / \partial t$
$\operatorname{rot}\vec{B} = \mu_0\left(\rho_- \cdot \vec{v}_- + \rho_+ \cdot \vec{v}_+\right) + \varepsilon_0\mu_0\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}$	Magnetisches Wirbelfeld, erzeugt durch Ströme und durch $\partial\vec{E} / \partial t$
$\operatorname{div}\vec{B} = 0$	Quellenfreiheit des magnetischen Feldes
$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$	Kraftgleichung, messbare Wirkung von $\vec{E}$ und $\vec{B}$ auf Ladungen

Physikalisch reale, messbare Größen sind: ρ, q, $\vec{v}$, $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{F}$.
Alle später neu dazukommenden Größen sind nur Abkürzungen per Definition für makroskopisch gemittelte Eigenschaften dieser ersten, fundamentalen Größen.

Berücksichtigung gemittelter, makroskopischer Materialeffekte:

$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ Polarisation durch Ladungsverschiebung in Festkörpern (Dielektrikum)

$= \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$ für $\vec{P} = \chi_{el} \varepsilon_0 \vec{E}$ mit $\varepsilon_r = (1 + \chi_{el})$

$\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{M}\right)$ Magnetisierung durch atomare Ringströme (Ferromagnetismus)

$= \mu_0 \mu_r H$ für $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ mit $\mu_r = (1 + \chi_m)$

$$\operatorname{div}\left(\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}\right) = \rho_{frei}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{J}_{frei} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$\longrightarrow$

$$\boxed{\begin{aligned} &\operatorname{div} \vec{D} = \rho_{frei} \\ &\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ &\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J}_{frei} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ &\operatorname{div} \vec{B} = 0 \end{aligned}}$$