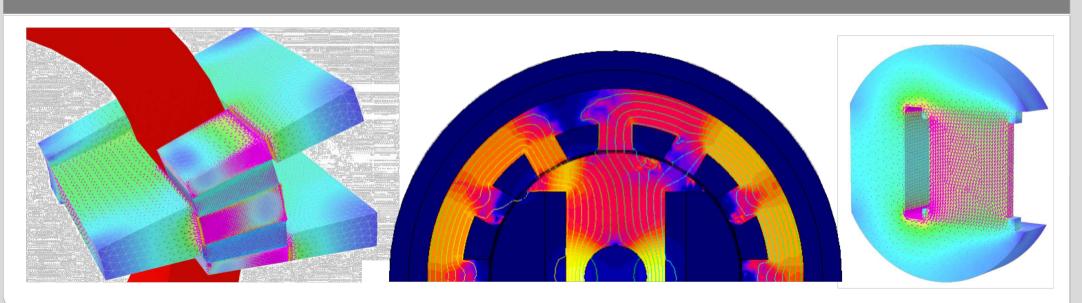




Vorlesung Elektrische und magnetische Felder (EMF) ss 2019

Kapitel 7: Quasistationäre Felder

Elektrotechnisches Institut (ETI)



Gliederung

- 1. Einleitung
- 2. Induktionsgesetz
- 3. Eigenschaften von Wirbelfeldern
- 4. Rückwirkung der Induktion auf den magnetischen Fluss
- 5. Rückwirkung des Magnetfeldes auf elektrische Wechselfelder
- 6. Diffusionsgleichung für die Stromdichte
- 7. Skin-Effekt





1. Einleitung I

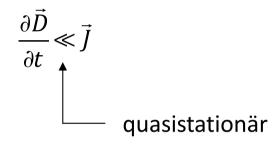
Maxwell-Gleichungen

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \qquad \qquad \oiint \vec{D} \cdot d\vec{f} = \iiint \rho \cdot dv$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \qquad \oiint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \iint \vec{B} \cdot d\vec{f}$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} \qquad \qquad \oiint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \iiint \vec{J} \cdot d\vec{f}$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \qquad \qquad \oiint \vec{B} \cdot d\vec{f} = 0$$



Zeitliche Änderungen der Feldgrößen wirken sich <u>sofort</u> im gesamten betrachteten Gebiet aus (endliche Ausbreitung mit Lichtgeschwindigkeit vernachlässigt)

1. Einleitung II

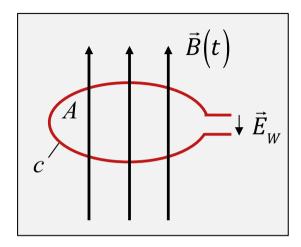
$$\operatorname{rot} \vec{E}_{w} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \text{Wirbelfeld, erzeugt durch } \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \\ \operatorname{div} \left(\varepsilon \vec{E}_{Q} \right) = \rho \qquad \text{Quellenfeld, erzeugt durch } \rho \\ \\ \vec{E}_{Q} = -\operatorname{grad} \Phi \quad \operatorname{Definition von} \Phi \\ \\ \qquad \qquad \operatorname{rot} \vec{E}_{Q} = -\operatorname{rot} \operatorname{grad} \Phi = 0 \qquad \\ \\ \end{array}$$

Unterschied Quellen- und Wirbelfeld

$$\vec{E} = \vec{E}_Q + \vec{E}_W$$

2. Induktionsgesetz für zeitlich verändernde Felder I

Zeitlich variables B-Feld, konstante Fläche A bzw. Randkurve C



Maxwell:

$$\cot \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Ändert sich die magnetische Flussdichte an einem Punkt, so entstehen dort wirbelartige elektrische Felder.

In einer leitfähigen Leiterschleife mit geöffneten Enden passiert folgendes:

$$\vec{E}_{w}$$

$$\rightarrow \rho_+, \rho_-$$

 $ec{E}_{\scriptscriptstyle W}$ erzeugt Ladungstrennung in der Drahtschleife

$$ho_{\scriptscriptstyle +}$$
 , $ho_{\scriptscriptstyle -}$

$$\rightarrow E_Q$$

 $ho_{ ext{+}}$, $ho_{ ext{-}}$ erzeugen elektrisches Quellenfeld

$$\vec{E}_{o}$$

$$\rightarrow \Phi_1$$
 , Φ_2

 $ec{E}_{_{O}}$ Lässt sich durch ein elektrisches Potential beschreiben

$$\Phi_{ exttt{1}}$$
 , $\Phi_{ exttt{2}}$

$$\rightarrow U_{\text{ind}}$$

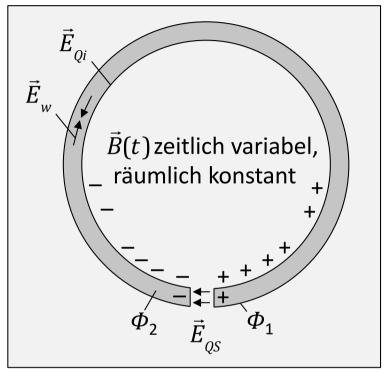
Potentialdifferenz lässt sich als elektrische Induktionsspannung messen

$$\rightarrow U_{ind} = -\frac{d}{dt}\Phi_m$$
 wobei $A = \text{const.}$

Ändert sich zeitlich die magnetische Flussdichte bzw. der magnetische Fluss, so wird in einer offenen Leiterschleife eine elektrische Spannung induziert.

2. Induktionsgesetz für zeitlich veränderliche Felder II

Offene Leiterschleife mit Luftspalt



$$U_{ind} = \Phi_2 - \Phi_1 = -\int_1^2 \vec{E}_{QS} \cdot d\vec{s}$$

$$\cot \vec{E}_{w} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\iint \operatorname{rot} \vec{E}_{w} \cdot d\vec{f} = -\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{f}$$

$$\oint \vec{E}_w \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$\vec{E}_{w} \rightarrow \rho_{+}, \rho_{-} \rightarrow \vec{E}_{Q}$$

$$\vec{J} = \kappa_{i} \cdot (\vec{E}_{Qi} + \vec{E}_{w}) = 0 \rightarrow \vec{E}_{Qi} = -\vec{E}_{w}$$

Stromdichte ist durch gegenläufige Felder Null

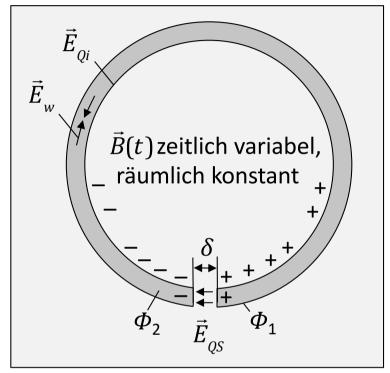
 $E_{\rm QS}$ ist im Spalt unbekannt, aber in der Drahtschleife bekannt ($\vec{E}_{\it Qi} = -\vec{E}_{\it w}$). Das Integral ist wegunabhängig \rightarrow Integration über Drahtschleife statt über Spalt.

$$\longrightarrow U_{ind} = -\int_{1}^{2} \vec{E}_{QS} \cdot d\vec{s} = -\int_{1}^{2} \vec{E}_{Qi} \cdot d\vec{s} = +\int_{1}^{2} \vec{E}_{W} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_{m}}{dt}$$

$$\longrightarrow U_{ind} = -\frac{d}{dt}\Phi_{m}$$

2. Induktionsgesetz für zeitlich veränderliche Felder III

Offene Leiterschleife mit Luftspalt



$$U_{ind} = -\int_{1}^{2} \vec{E}_{Qi} \cdot d\vec{s} = +\int_{1}^{2} \vec{E}_{W} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_{m}}{dt}$$

$$\vec{E}_{QS} \cong \frac{U_{ind}}{\delta} \vec{e}_{s} = -\frac{d\Phi_{m}}{dt} \frac{1}{\delta} \vec{e}_{s}$$

Im Inneren des Leiters

Das elektrische Feld im Inneren des Leiters ist Null, da sich Quellenfeld und Wirbelfeld gegenseitig auslöschen:

$$\vec{E}_{ges} = \vec{E}_Q + \vec{E}_w = 0$$

<u>Luftspalt</u>

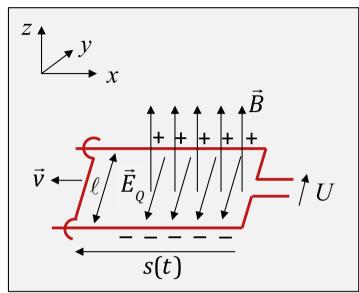
Das elektrische Feld im Luftspalt ist abhängig von der Länge des Luftspaltes δ .

Bei sehr kleinem δ wird es sehr groß und übersteigt die Größenordnung des Wirbelfeldes.

Die Induktionsspannung ist unabhängig von δ .

2. Induktionsgesetz für zeitlich veränderliche Felder IV

Zeitlich konstantes B-Feld, zeitlich variable Fläche A(t) bzw. Randkurve C(t)



$$\begin{split} U &= E_{y} \cdot \ell = -v_{x} \cdot B_{z} \cdot \ell \\ &= -\ell \cdot \frac{ds(t)}{dt} \cdot B_{z} \quad und \quad \ell \cdot s(t) = A(t) \\ &= -\frac{dA(t)}{dt} \cdot B_{z} = -\frac{d}{dt} A(t) \cdot B_{z} \end{split}$$

$$\rightarrow U = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

Magnetische Kräfte auf bewegte Ladungen wirken gegen elektrostatische Kräfte. Im Kräftegleichgewicht gilt:

$$q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) + q \cdot \vec{E}_{Q} = 0$$
$$\vec{E}_{Q} = -(\vec{v} \times \vec{B})$$

Für bewegte Medien gilt nicht mehr $\vec{J} = \kappa \cdot \vec{E}$

sondern
$$\vec{J} = \kappa \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

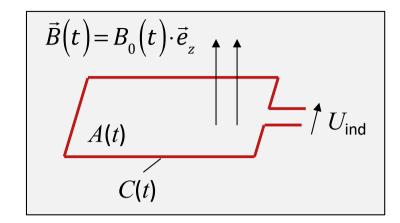
Ändert sich die Fläche oder Richtung der Leiterschleife, so entsteht durch $v \times B$ Kräfte ein elektrisches Feld und damit eine elektrische Spannung U.

2. Induktionsgesetz für zeitlich veränderliche Felder V

Zusammenfassung

$$\Phi_{m}(t) = \iint_{A(t)} \vec{B} \cdot d\vec{f} = B_{0}(t)A(t)$$

hier ist B <u>räumlich</u> konstant



Effekt A: $\vec{B} = \vec{B}(t)$ zeitlich variabel

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}(t)}{\partial t} \rightarrow \oint_{c(t)} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\iint_{A(t)} \frac{\partial \vec{B}(t)}{\partial t} \cdot d\vec{f}$$

$$U_{indA} = -\frac{\partial \vec{B}_0(t)}{\partial t} \cdot A(t)$$

Effekt B: A = A(t) zeitlich variabel

$$\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B}) = 0 \rightarrow \vec{E}(t) = -v_x B_0 \vec{e}_y$$

$$U_{B} = -\frac{\partial A(t)}{\partial t} \cdot B_{0}(t)$$

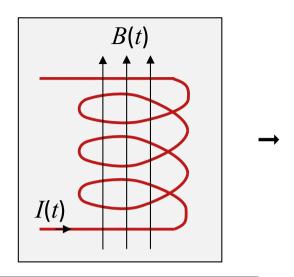
Gesamtwirkung der beiden Effekte:

$$U_{ind} = -\frac{\partial \vec{B}_{0}(t)}{\partial t} \cdot A(t) - \frac{\partial A(t)}{\partial t} \cdot B_{0}(t) = -\frac{d\Phi_{m}(t)}{dt}$$

Die Induktionsspannung wird durch eine effektive Änderung des Flusses erzeugt, hervorgerufen durch zwei ganz unterschiedliche Prozesse.



3. Eigenschaften von Wirbelfeldern I



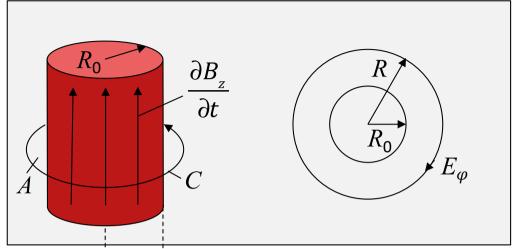
$$\iint_{A(R)} \operatorname{rot} \vec{E} \cdot d\vec{f} = \oint_{C(R)} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\iint_{A(R)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{f}$$

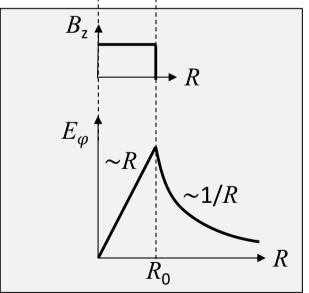
$$R < R_{0} \qquad E_{\varphi}(R) \cdot 2\pi R = -\frac{\partial B_{z}}{\partial t} \cdot R^{2}\pi$$

$$\rightarrow E_{\varphi}(R) = -\frac{\partial B_{z}}{\partial t} \cdot \frac{R}{2}$$

$$R > R_{0} \qquad E_{\varphi}(R) \cdot 2\pi R = -\frac{\partial B_{z}}{\partial t} \cdot R_{0}^{2}\pi$$

$$\rightarrow E_{\varphi}(R) = -\frac{\partial B_{z}}{\partial t} \cdot \frac{R_{0}^{2}}{2R}$$





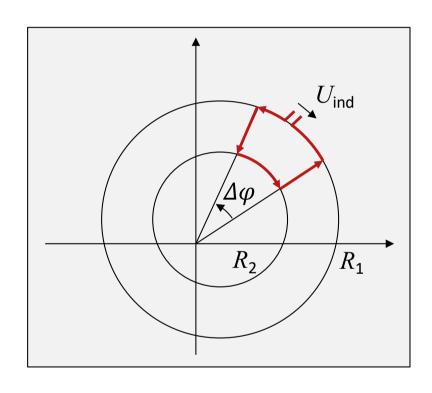
Berechnung des Wirbelfeldes E_{W}

- $\rightarrow E_{\varphi} = ?$
- → Einfluss der Lage der Sekundärwicklung?

Das elektrische Wirbelfeld befindet sich innerhalb sowie außerhalb des Magnetfeldes

3. Eigenschaften von Wirbelfeldern II

Offene Drahtschleife, nicht zentrisch, zwischen R_1 , R_2 und $\Delta \varphi$



$$\begin{split} U_{ind} &= \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} \\ &= \int_{\Delta \varphi} E_{\varphi} \left(R_{1} \right) \cdot \vec{e}_{\varphi} \cdot R_{1} \cdot d\varphi \cdot \vec{e}_{\varphi} \\ &+ \int_{\Delta R} E_{\varphi} \left(R \right) \cdot \vec{e}_{\varphi} \cdot \left(-dR \cdot \vec{e}_{R} \right) \\ &+ \int_{\Delta Q} E_{\varphi} \left(R_{2} \right) \cdot \vec{e}_{\varphi} \cdot \left(-R_{2} \cdot d\varphi \cdot \vec{e}_{\varphi} \right) \\ &+ \int_{\Delta R} E_{\varphi} \left(R \right) \cdot \vec{e}_{\varphi} \cdot \left(dR \cdot \vec{e}_{R} \right) \end{split}$$

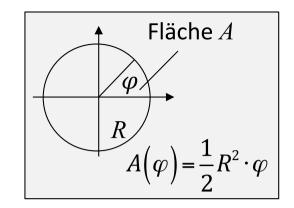
$$U_{ind} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = E_{\varphi}(R_1) \cdot R_1 \cdot \Delta \varphi - E_{\varphi}(R_2) \cdot R_2 \cdot \Delta \varphi$$

3. Eigenschaften von Wirbelfeldern III

Drahtschleife innerhalb des Magnetfeldes

$$E_{\varphi}(R) = -\frac{\partial B_{z}}{\partial t} \frac{R}{2}$$

$$\rightarrow U_{ind} = E_{\varphi}(R_1) \cdot R_1 \cdot \Delta \varphi - E_{\varphi}(R_2) \cdot R_2 \cdot \Delta \varphi = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \left(\frac{R_1^2 - R_2^2}{2} \right) \cdot \Delta \varphi = -\frac{\partial \Phi_{Schleife}}{\partial t}$$



Spannung wird induziert

Drahtschleife außerhalb des Magnetfeldes

$$E_{\varphi}(R) = -\frac{\partial B_{z}}{\partial t} \frac{R_{0}^{2}}{2R} \neq 0$$

$$\rightarrow U_{ind} = E_{\varphi}(R_1) \cdot R_1 \cdot \Delta \varphi - E_{\varphi}(R_2) \cdot R_2 \cdot \Delta \varphi = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \left(\frac{R_0^2}{2R_1} R_1 - \frac{R_0^2}{2R_2} R_2 \right) \cdot \Delta \varphi = 0$$

Es wird keine Spannung induziert

Drahtschleife außerhalb des Magnetfeldes, aber dieses umhüllend

$$\begin{split} U_{ind} &= \oint\limits_{C(R)} \vec{E} \cdot d\vec{s} = E_{\varphi} \left(R_1 \right) \cdot 2\pi R_1 \\ &= -\frac{\partial B_z}{\partial t} \frac{R_0^2}{2R_1} \cdot 2\pi R_1 = -\frac{\partial B_z}{\partial t} R_0^2 \pi = -\frac{\partial \Phi_{Schleife}}{\partial t} \quad \text{Spannung wird induziert} \end{split}$$





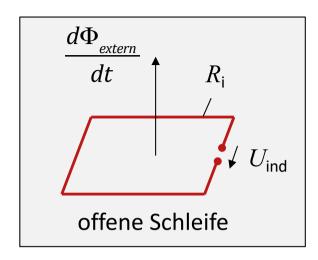
3. Eigenschaften von Wirbelfeldern IV

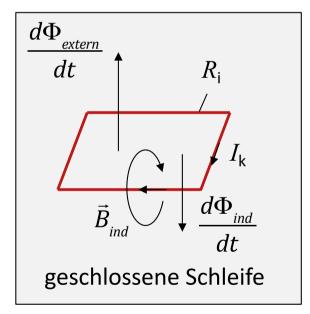
Lokale Wirbel von E

$$\begin{split} \operatorname{rot}\vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot}\left(E_{\varphi}\left(R\right) \cdot \vec{e}_{\varphi}\right) &= \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \Big(R \cdot E_{\varphi}\left(R\right)\Big) \cdot \vec{e}_{z} \\ \operatorname{innen:} &= \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(-\frac{\partial B_{z}}{\partial t} \frac{R^{2}}{2}\right) \cdot \vec{e}_{z} \\ &= \frac{1}{R} \left(-\frac{\partial B_{z}}{\partial t} \frac{2R}{2}\right) \cdot \vec{e}_{z} = -\frac{\partial B_{z}}{\partial t} \cdot \vec{e}_{z} \\ \operatorname{außen:} &= \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(-\frac{\partial B_{z}}{\partial t} \frac{R_{0}^{2}}{2R} R\right) \cdot \vec{e}_{z} = 0 \end{split}$$

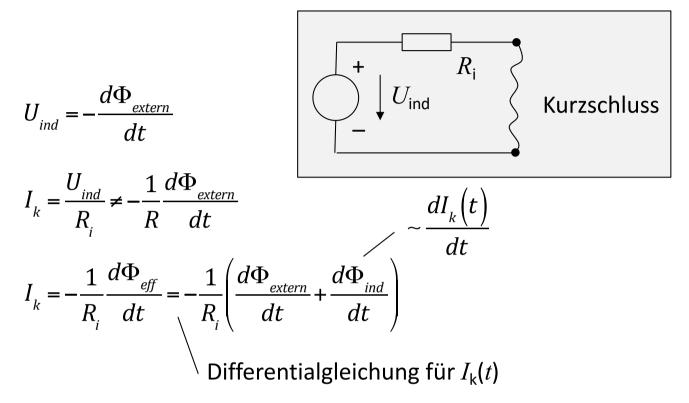
 \rightarrow Induktionsspannungen entstehen nur in Leiterschleifen, in denen es lokale Wirbel gibt, also geschlossene Feldlinien von E: rot $\vec{E} \neq 0$

4. Rückwirkung der Induktion auf den magnetischen Fluss I





$$\Phi_{eff} = \Phi_{extern} + \Phi_{ind}$$



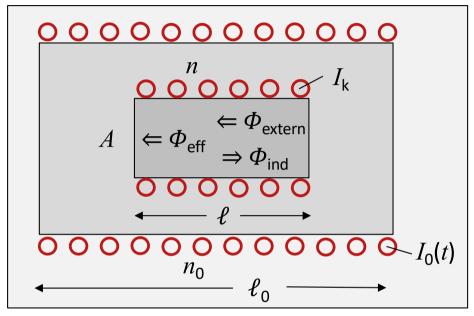
Der effektive Fluss, der bei zeitlicher Variation ein elektrisches Wirbelfeld und dadurch eine Induktionsspannung erzeugt, setzt sich aus der Überlagerung von

- dem Fluss vom externen Magnetfeld und
- dem Fluss vom Magnetfeld des Kurzschlussstroms der Leiterschleife aufgrund der induzierten Spannung zusammen.



4. Rückwirkung der Induktion auf den magnetischen Fluss II

Beispiel: Kleine supraleitende Spule innerhalb einer großen, normalleitenden Spule



Kleine Spule:

- Querschnitt A
- Windungszahl n
- Innenwiderstand R_i

Große Spule:

• Windungszahl n_0

$$\rightarrow \vec{B} = B_0(t) \cdot \vec{e}_z = \frac{\mu_0 \mu_r \cdot n_0}{\ell_0} \cdot I_0(t) \cdot \vec{e}_z$$

Kleine Spule offen:
$$U_{ind} = -n \frac{d\Phi_{extern}(t)}{dt} = -n \cdot A \cdot \frac{dB_0(t)}{dt}$$

Kleine Spule kurzgeschlossen:
$$I_k = -\frac{1}{R_i} n \frac{d\Phi_{eff}(t)}{dt} = -\frac{1}{R_i} n \cdot \left(\frac{d\Phi_{extern}(t)}{dt} + \frac{d\Phi_{ind}(t)}{dt} \right)$$

$$\frac{d\Phi_{ind}(I_k)}{dt} = nA\frac{\mu}{\ell}\frac{dI_k}{dt} \rightarrow DGL$$

4. Rückwirkung der Induktion auf den magnetischen Fluss III

Supraleitung: $R_i = 0$

Damit
$$I_{k} \neq \infty \rightarrow \frac{d\Phi_{ind}(t)}{dt} = \frac{d\Phi_{extern}(t)}{dt}$$

Der Kurzschlussstrom im Supraleiter kann nicht unendlich groß werden, also muss der Klammerausdruck Null sein.

$$nA\frac{\mu}{\ell}\frac{dI_{k}(t)}{dt} = -A\frac{dB_{0}(t)}{dt} \implies \frac{dI_{k}(t)}{dt} = -\frac{\ell}{\mu n}\frac{dB_{0}(t)}{dt}$$

$$I_{k}(t) = I_{0} - \frac{\ell}{\mu n} B_{0}(t)$$

Der Kurzschlussstrom im Supraleiter folgt der Änderung des äußeren Magnetfeldes $B_0(t)$

$$\frac{d\Phi_{ind}(t)!}{dt} = -\frac{d\Phi_{extern}(t)}{dt}$$

Anfangswert (Integrationskonstante)

$$\Phi_{ind}(t) = \Phi_0 - \Phi_{extern}(t)$$
Anfangswert (Integrationskonstante)

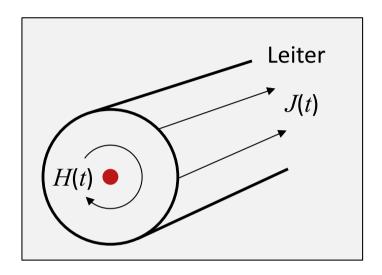
$$\rightarrow \boxed{\Phi_{eff}(t) = \Phi_{extern}(t) + \Phi_{ind}(t) = \Phi_{0} = const}$$

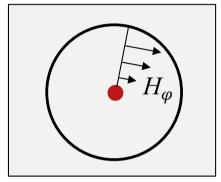
Der effektive Fluss im Supraleiter bleibt unabhängig vom äußeren Magnetfeld konstant auf seinem ursprünglichen Wert Φ_0 eingefroren.

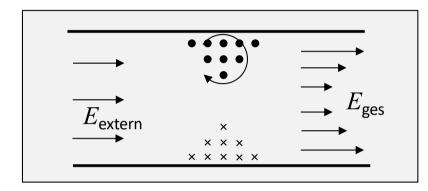


5. Rückwirkung des Magnetfeldes auf elektrische Wechselfelder

Problem:







 E_{ex} -Feld erzeugt Strom, Strom erzeugt H-Feld, $\partial H/\delta t$ erzeugt E_{ind} -Feld verändert E-Feld

6. Diffusionsgleichung für die Stromdichte

$$\frac{\vec{J} = \kappa \cdot \vec{E}}{\vec{I}} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{1}{\kappa} \cdot \operatorname{rot} \vec{J} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\kappa \mu} \operatorname{rot} \vec{J}$$

Ziel: Suche eine Bestimmungsgleichung für ${\cal J}$

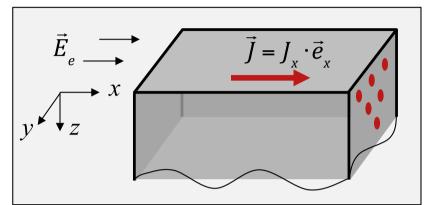
$$\rightarrow \operatorname{rot} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \operatorname{rot} \left(-\frac{1}{\kappa \mu} \operatorname{rot} \vec{J} \right) = -\frac{1}{\kappa \mu} \operatorname{rotrot} \vec{J} = -\frac{1}{\kappa \mu} \left(\operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{J} - \Delta \vec{J} \right) = \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}$$

$$\operatorname{divrot} \vec{H} = \operatorname{div} \vec{J} \quad \rightarrow \quad \operatorname{div} \vec{J} = 0$$

$$\rightarrow \left| \Delta \vec{J} = \kappa \mu \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} \right| \quad \text{Diffusionsgleichung für die Stromdichte}$$

7. Skin-Effekt I

Ebener Fall: Strom im Inneren eines dicken Leiters



$$\Delta \vec{J} = \kappa \mu \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}$$

 $\left| \Delta \vec{J} = \kappa \mu \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} \right|$ Variable in der Tiefe in z-Richtung

$$\frac{\partial^2 J_x}{\partial z^2} = \kappa \mu \frac{\partial J_x}{\partial t}$$

 $\frac{\partial^2 J_x}{\partial z^2} = \kappa \mu \frac{\partial J_x}{\partial t} \qquad \text{Ansatz:} \qquad \vec{J}(z, t) = J_x(z) \cdot e^{j\omega t} \cdot \vec{e}_x$

$$\rightarrow \frac{\partial^2 J_x(z)}{\partial z^2} = j\omega \kappa \mu \cdot J_x(z)$$

$$ightharpoonup$$
 Allgemeine Lösung $J_x(z) = c_1 \cdot e^{+\sqrt{j\omega\kappa\mu}\cdot z} + c_2 \cdot e^{-\sqrt{j\omega\kappa\mu}\cdot z}$

Abkürzung: (d = Eindringtiefe)

$$d = \sqrt{\frac{2}{\omega \kappa \mu}}$$

 $\left| d = \sqrt{\frac{2}{\omega \kappa \mu}} \right| \quad \text{und Mathematik:} \quad \sqrt{j} = \frac{1+j}{\sqrt{2}}$

$$\sqrt{j} = \frac{1+j}{\sqrt{2}}$$

 $J_{x}(0)$ Stromdichte am Rand z=0

$$\rightarrow \int_{X} \left(z \right) = J_{X} \left(0 \right) \cdot e^{-jz/d} \cdot e^{-z/d}$$

Exponentieller Abfall mit der Eindringtiefe d

19

7. Skin-Effekt II

Beispiel: Zylindrischer Draht mit Wechselstrom

Zylinderkoordinaten
$$J_R = 0$$
 $J_{\varphi} = 0$ $J_z = J_z(R) \cdot e^{j\omega t}$

Laplace Operator für *z*-Komponente:

$$\Delta J_z = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \cdot \frac{\partial}{\partial R} J_z(R) \right) + \dots \frac{\partial}{\partial \varphi} + \dots \frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{R} \cdot \left(R \cdot \frac{\partial^2}{\partial R^2} J_z(R) + \frac{\partial}{\partial R} J_z(R) \right)$$
 Produktregel zur Ableitung des Klammerausdrucks

$$\rightarrow \left[\frac{\partial^2}{\partial R^2} J_z(R) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} J_z(R) = +j\omega \kappa \mu \cdot J_z(R) \right]$$

DGL für radiale Verteilung der Stromdichte

7. Skin-Effekt III

Lösung der DGL liefert:

$$d = \sqrt{\frac{2}{\omega \kappa \mu}}$$
 Eindringtiefe

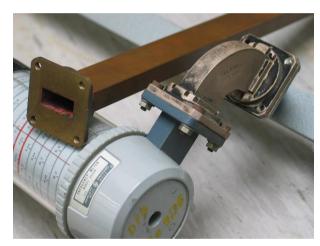
Gleiche Größe wie die Eindringtiefe in einem ebenen Leiter

Die Eindringtiefe d gibt an, nach welchem Abstand vom Rand die Stromdichte auf 1/e gegenüber dem Wert am Rand abgefallen ist.

Das Leitermaterial noch weiter im Inneren sieht kaum noch Strom und kann daher auch ganz weggelassen werden → Hohlleiter.

Zur widerstandsarmen Übertragung von Strömen hoher Frequenzen kann man auch Bündel von dünnen Leitern zusammenfassen

→ Litzenleiter.





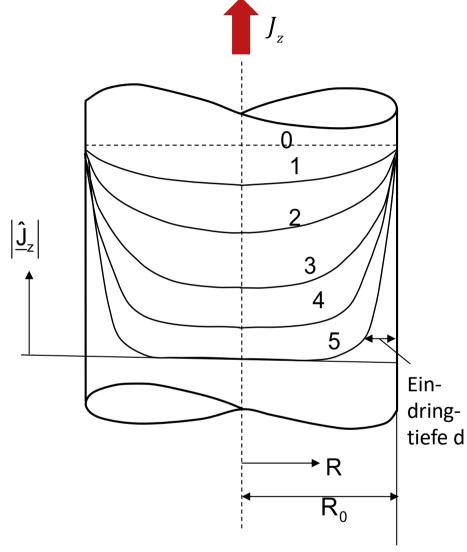
Zahlenbeispiel Kupferleiter

$$d = \sqrt{\frac{2}{\omega \kappa \mu}}$$

$$\kappa = 56 \cdot 10^6 \,\text{A/(Vm)}$$

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/(Am)}$$

$$f = 1 \text{ kHz}$$
 \rightarrow $d = 2.0 \text{ mm}$
 $f = 100 \text{ kHz}$ \rightarrow $d = 0.2 \text{ mm}$



0: Gleichstrom

1...5: Wachsende Frequenz