

0 Einführung

0.1 komplexe Wechselstromrechnung

a) Zeigerdiagramm

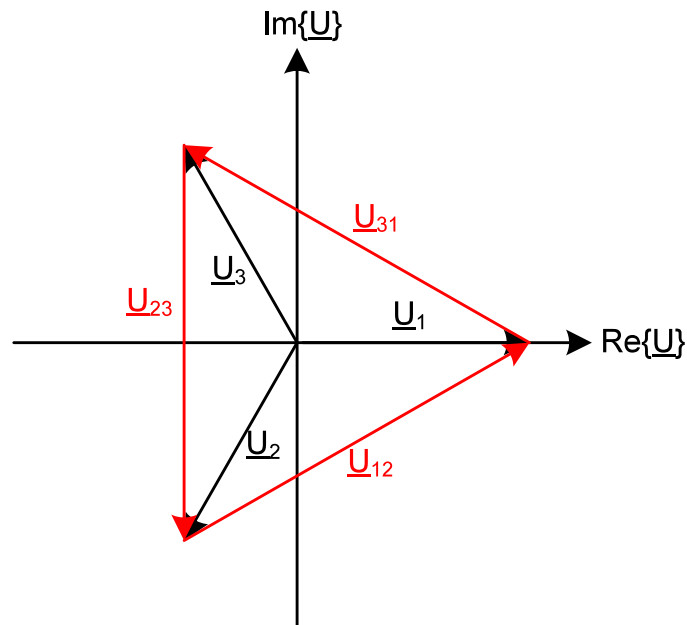


Abbildung 1: Zeigerdiagramm

Die rein reelle Größe $\underline{U}_1 = U_0 = 230 \text{ V}$ kann sofort eingezeichnet werden. Die komplexe Exponentialfunktion dreht den Zeiger um 120° bzw. 240° in der komplexen Ebene. Die Leiterspannungen entsprechen den Verbindungsvektoren der einzelnen Strangspannungen.

b) Gegeben

- $U_0 = 230 \text{ V}$ (Effektivwert der Strangspannung)
- $\underline{U}_1 = U_0$
- $\underline{U}_2 = U_0 \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}}$
- $\underline{U}_3 = U_0 \cdot e^{-j \cdot \frac{4\pi}{3}}$

$\underline{U}_{12}$ ausrechnen:

Die Leiterspannung entspricht der Differenz der beiden zugehörigen Strangspannungen. Durch Anwenden der Euler'schen Formel kann die Exponentialfunktion vereinfacht werden.

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_1 - \underline{U}_2 \quad (0.1)$$

$$= U_0 - U_0 \cdot e^{-j \frac{2\pi}{3}} \quad (0.2)$$

$$= U_0 \cdot \underbrace{\left[1 - \left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + j \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right)\right]}_{\text{Euler}} \quad (0.3)$$

$$= U_0 \cdot \left(\frac{3}{2} + j \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) \quad (0.4)$$

Nun müssen Betrag und Phase des komplexen Zeigers berechnet werden

$$|\underline{U}_{12}| = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} \cdot U_0 \quad (0.5)$$

$$= \sqrt{3} \cdot U_0 \quad (0.6)$$

$$\angle \underline{U}_{12} = \arctan\left(\frac{\text{Im}[\underline{U}_{12}]}{\text{Re}[\underline{U}_{12}]}\right) \quad (0.7)$$

$$= \frac{\pi}{6} \quad (0.8)$$

$$\underline{U}_{12} = \sqrt{3} \cdot U_0 \cdot e^{j \cdot \frac{\pi}{6}} \quad (0.9)$$

$$\approx 398 \text{ V} \cdot e^{j \cdot \frac{\pi}{6}} \quad (0.10)$$

$\underline{U}_{31}$ ausrechnen:

$$\underline{U}_{31} = \underline{U}_3 - \underline{U}_1 \quad (0.11)$$

$$= U_0 \cdot e^{-j \frac{4\pi}{3}} - U_0 \quad (0.12)$$

$$= U_0 \cdot \left(-\frac{3}{2} + j \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) \quad (0.13)$$

In polaren Koordinaten:

$$\underline{U}_{31} = \sqrt{3} \cdot U_0 \cdot e^{j \cdot \frac{5\pi}{6}} \quad (0.14)$$

$$\approx 398 \text{ V} \cdot e^{j \cdot \frac{5\pi}{6}} \quad (0.15)$$

c) Gegeben

- $U_0 = 230 \text{ V}$
- $\underline{U}_1 = U_0$
- $\underline{Z} = 115 \Omega + j \cdot 115 \Omega$

Zur Bestimmung des Stroms reicht es, das einphasige Ersatzschaltbild des Systems zu betrachten. Der Strom $\underline{I}_1$ lässt sich dann mit Hilfe der Maschenregel berechnen.

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}} \quad (0.16)$$

$$= \frac{U_0}{\underline{Z}} \quad (0.17)$$

$$= \frac{230 \text{ V}}{115 \Omega + j \cdot 115 \Omega} \cdot \underbrace{\frac{115 \Omega - j \cdot 115 \Omega}{115 \Omega - j \cdot 115 \Omega}}_{\text{komplex konjugiert Erweitern}} \quad (0.18)$$

$$= (1 - j) \text{ A} \quad (0.19)$$

d) Gegeben / bereits berechnet

- $U_0 = 230 \text{ V}$
- $\underline{U}_{12} = U_0 \cdot \left(\frac{3}{2} + j \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3}\right)$
- $\underline{U}_{31} = U_0 \cdot \left(-\frac{3}{2} + j \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3}\right)$
- $\underline{Z} = 115 \Omega + j \cdot 115 \Omega$

Zur Berechnung des Stroms $\underline{I}_1$ gibt es 2 Möglichkeiten. Entweder wird die Schaltung mit den Kirchhoff'schen Gleichungen analysiert oder der bekannte Zusammenhang zwischen Stern- und Dreiecksschaltung wird angewendet.

Analyse der Schaltung

Im Schaltbild ist zu erkennen, dass $\underline{I}_1$ sich aus den Strömen $\underline{I}_{11}$ und $\underline{I}_{12}$ zusammensetzt. Diese beiden Ströme lassen sich aus den bekannten bzw. berechneten Größen ermitteln.

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{11} + \underline{I}_{12} \quad (0.20)$$

$$= \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}} - \frac{\underline{U}_{31}}{\underline{Z}} \quad (0.21)$$

$$= \frac{U_0 \cdot \left(\frac{3}{2} + j \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) - U_0 \cdot \left(-\frac{3}{2} + j \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3}\right)}{\underline{Z}} \quad (0.22)$$

$$= \frac{3 \cdot U_0}{\underline{Z}} \quad (0.23)$$

$$= 3 \cdot (1 - j) \text{ A} \quad (0.24)$$

Alternativ: Stern-Dreieck-Umformung

Allgemein gilt der aus LEN bekannte Zusammenhang: $\underline{Z}_{\Delta} = 3 \cdot \underline{Z}_*$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{\Delta}} \quad (0.25)$$

$$= \frac{230V}{3 \cdot \underline{Z}_*} \quad (0.26)$$

$$= 3 \cdot (1 - j) \text{ A} \quad (0.27)$$

e) Hinweis

In der Fachliteratur findet sich sowohl die Definition

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t + \varphi_U) \quad (0.28)$$

als auch die Definition

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos(\omega t + \varphi_U) \quad (0.29)$$

In der Energietechnik ist hauptsächlich die zweite Variante verbreitet. In EMS wird daher auch die Darstellung $u(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos(\omega t + \varphi_U)$ gewählt.

Wir erhalten damit:

$$\underline{U} = U \cdot e^{j \cdot \varphi_U} \quad u(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos(\omega t + \varphi_U) \quad (0.30)$$

$$\underline{I} = I \cdot e^{j \cdot \varphi_I} \quad i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega t + \varphi_I) \quad (0.31)$$

$$\varphi = \varphi_U - \varphi_I \quad (0.32)$$

Aus der Formelsammlung: $\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{1}{2} \cdot [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$

Zeitlicher Verlauf der Leistung:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \quad (0.33)$$

$$= 2 \cdot U \cdot I \cdot \cos(\omega t + \varphi_U) \cdot \cos(\omega t + \varphi_I) \quad (0.34)$$

$$= U \cdot I \cdot [\cos(\varphi_U - \varphi_I) + \cos(2\omega t + \varphi_U + \varphi_I)] \quad (0.35)$$

$$(0.36)$$

Aus Aufgabenteil c) ist der Strom $\underline{I}_1$ bekannt. Die Spannung $\underline{U}_1$ ist gegeben. Für Betrag und Phase des Stroms erhalten wir:

$$\angle \underline{I}_1 = \arctan\left(\frac{\text{Im}[\underline{I}_1]}{\text{Re}[\underline{I}_1]}\right) = -\frac{\pi}{4} = +\frac{7\pi}{4} \quad (0.37)$$

$$|\underline{I}_1| = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2} \text{ A} = \sqrt{2} \text{ A} \quad (0.38)$$

$$p_1(t) = 230 \text{ V} \cdot \sqrt{2} \text{ A} \cdot \left[\cos\left(-\frac{7\pi}{4}\right) + \cos\left(2\omega t + \frac{7\pi}{4}\right) \right] \quad (0.39)$$

Mittelwert der Leistung:

Durch die Substitution von $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$ lässt sich das Integral berechnen:

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T p(t) dt \quad (0.40)$$

$$= \frac{\omega}{2\pi} \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} p(t) dt \quad (0.41)$$

$$= \frac{\omega}{2\pi} \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} U \cdot I \cdot [\cos(\varphi_U - \varphi_I) + \cos(2\omega t + \varphi_U + \varphi_I)] dt \quad (0.42)$$

$$= U \cdot I \cdot \cos(\varphi_U - \varphi_I) \quad (0.43)$$

$$P_1 = 230 \text{ V} \cdot \sqrt{2} A \cdot \cos\left(0 - \frac{7\pi}{4}\right) \quad (0.44)$$

$$= 230 \text{ W} \quad (0.45)$$

f) Scheinleistung

$$S_1 = U_1 \cdot I_1 \quad (0.46)$$

$$= 230 \text{ V} \cdot \sqrt{2} A \quad (0.47)$$

$$\approx 325 \text{ VA} \quad (0.48)$$

Blindleistung:

$$Q_1 = \sqrt{S_1^2 - P_1^2} \quad (0.49)$$

$$= \sqrt{(325 \text{ VA})^2 - (230 \text{ W})^2} \quad (0.50)$$

$$= 230 \text{ var} \quad (0.51)$$

Hinweis: In der Energietechnik wird die Wirkleistung mit der Einheit Watt [W], die Scheinleistung mit Voltampere [VA] und die Blindleistung mit Var [var] bezeichnet.

g) symmetrisches Drehspannungssystem, symmetrischer Verbraucher

Durch Einsetzen der gegebenen Größen $\underline{U}_1$, $\underline{U}_2$ und $\underline{U}_3$ in die bekannte Definition der zeitabhängigen Spannung $u(t)$ (bzw. $i(t)$ für den zeitabhängigen Strom) aus Aufgabenteil e) erhält man:

$$u_1(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos(\omega t) \quad (0.52)$$

$$u_2(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (0.53)$$

$$u_3(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \quad (0.54)$$

$$i_1(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega t - \varphi) \quad (0.55)$$

$$i_2(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) \quad (0.56)$$

$$i_3(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) \quad (0.57)$$

Zeitlicher Verlauf der Leistung:

Den zeitlichen Verlauf der Gesamtleistung erhält man durch Addition der Einzelverläufe:

$$p(t) = u_1(t) \cdot i_1(t) + u_2(t) \cdot i_2(t) + u_3(t) \cdot i_3(t) \quad (0.58)$$

$$= 2 \cdot U \cdot I \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(\omega t - \varphi) \quad (0.59)$$

$$+ 2 \cdot U \cdot I \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) \quad (0.60)$$

$$+ 2 \cdot U \cdot I \cdot \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) \quad (0.61)$$

$$= U \cdot I \cdot [\cos(\varphi) + \cos(2\omega t - \varphi)] \quad (0.62)$$

$$+ U \cdot I \cdot \left[\cos(\varphi) + \cos\left(2\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) \right] \quad (0.63)$$

$$+ U \cdot I \cdot \left[\cos(\varphi) + \cos\left(2\omega t - \frac{8\pi}{3} - \varphi\right) \right] \quad (0.64)$$

$$(0.65)$$

Aus der Formelsammlung: $\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2 \cdot \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$

$$p(t) = U \cdot I \cdot \left[3 \cdot \cos(\varphi) + \cos(2\omega t - \varphi) + 2 \cdot \cos\left(\frac{4\omega t - \frac{12\pi}{3} - 2\varphi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\frac{4\pi}{3}}{2}\right) \right] \quad (0.66)$$

$$= U \cdot I \cdot [3 \cdot \cos(\varphi) + \cos(2\omega t - \varphi) - \cos(2\omega t - \varphi - 2\pi)] \quad (0.67)$$

$$= 3 \cdot U \cdot I \cdot \cos(\varphi) \quad (0.68)$$

Zahlenwerte einsetzen:

$$p(t) = 3 \cdot 230 \text{ V} \cdot \sqrt{2} A \cdot \cos\left(-\frac{7\pi}{4}\right) \quad (0.69)$$

$$= 690 \text{ W} \quad (0.70)$$

0.2 Drehstrommotor

a) Drehmoment ausrechnen

Da die Nennleistung des Motors der mechanischen Leistung entspricht und die Nenndrehzahl gegeben ist, lässt sich die Gleichung $P_{\text{mech}} = P_{\text{N}} = M_{\text{N}} \cdot \Omega_{\text{N}}$ aus der Formelsammlung nach dem Nennmoment umstellen.

$$M_{\text{N}} = \frac{P_{\text{N}}}{\Omega_{\text{N}}} \quad (0.71)$$

$$= \frac{3 \text{ kW}}{2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}} \cdot 2890 \text{ min}^{-1}} \quad (0.72)$$

$$= 9,91 \text{ Nm} \quad (0.73)$$

b) Wirkungsgrad ausrechnen

Der Wirkungsgrad eines Systems ist definiert als die abgegebene Leistung geteilt durch die zugeführte Leistung:

$$P_{\text{zu}} = \sqrt{3} \cdot U_{\text{N}} \cdot I_{\text{N}} \cdot \cos(\varphi) \quad (0.74)$$

$$\eta = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{zu}}} \quad (0.75)$$

$$= \frac{P_{\text{N}}}{\sqrt{3} \cdot U_{\text{N}} \cdot I_{\text{N}} \cdot \cos(\varphi)} \quad (0.76)$$

$$= \frac{3 \text{ kW}}{\sqrt{3} \cdot 400 \text{ V} \cdot 6 \text{ A} \cdot 0,85} \quad (0.77)$$

$$= 0,85 \quad (0.78)$$

1 Gleichstrommaschine

1.1 Fremderregte, kompensierte Gleichstrommaschine

a) $c\phi_N$ aus Leerlaufdrehzahl

Bei der fremderregten Gleichstrommaschine ist die Erregung $c\phi$ konstant. Im Leerlauf ist der Ankerstrom $I_A = 0$. Die Ankerspannungsgleichung liefert dann

$$U_{AN} = \underbrace{I_A \cdot R}_{=0} + c\phi_N \Omega_{0N} \quad (1.1)$$

$$\Omega_{0N} = 2\pi \cdot n_{0N} = 157,08 \text{ s}^{-1} \quad (1.2)$$

$$c\phi_N = \frac{U_{AN}}{\Omega_{0N}} = 1,5915 \text{ V s} \quad (1.3)$$

b) Ankerwiderstand aus Nennbetrieb

Aus den gegebenen Daten zum Nennbetrieb und $c\phi_N$ (=const) aus Teilaufgabe a) kann der Ankerwiderstand berechnet werden.

$$U_{AN} = R_A I_{AN} + c\phi_N \Omega_N \quad (1.4)$$

$$\Omega_N = 2\pi \cdot n_N = 151,84 \text{ s}^{-1} \quad (1.5)$$

$$R_A = \frac{U_{AN} - c\phi_N \Omega_N}{I_{AN}} = 104,17 \text{ m}\Omega \quad (1.6)$$

c) Mechanische Leistung und Wirkungsgrad im Nennpunkt

Die elektrische Leistung im Nennpunkt kann durch die Nennspannung und den Nennstrom berechnet werden. Da Eisen- und Reibungsverluste laut Aufgabenstellung vernachlässigt werden können, unterscheiden sich elektrische - und mechanische Leistung nur durch die ohm'schen Verluste am Ankerwiderstand.

$$P_{el,N} = U_{AN} I_{AN} = 20 \text{ kW} \quad (1.7)$$

$$P_V = R_A I_{AN}^2 = 666,67 \text{ W} \quad (1.8)$$

$$P_{mech,N} = P_{el,N} - P_V = 19,333 \text{ kW} \quad (1.9)$$

Alternative:

$$P_{mech,i} = U_i \cdot I_A = c\phi_N \cdot \Omega_N \cdot I_A = 19,333 \text{ kW} \quad (1.10)$$

Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{P_{mech,N}}{P_{el,N}} = 96,67 \% \quad (1.11)$$

d) Ankerstrom und Ankerspannung im angegebenen Betriebspunkt

Laut Aufgabenstellung entspricht die Drehzahl im Betriebspunkt der Nenndrehzahl. Das innere Moment der Gleichstrommaschine hängt vom Ankerstrom und $c\phi$ ab, woraus sich der benötigte Ankerstrom berechnen lässt.

$$M_L = \frac{M_N}{3} = \frac{c\phi_N \cdot I_{AN}}{3} = c\phi_N \cdot \underbrace{\frac{I_{AN}}{3}}_{=I_{A1}} \quad (1.12)$$

$$I_{A1} = \frac{I_{AN}}{3} = 26,67 \text{ A} \quad (1.13)$$

$$U_{A1} = R_A I_{A1} + c\Phi_N \Omega_N = 244,44 \text{ V} \quad (1.14)$$

e) Anfahren an Nennspannung mit Vorwiderstand

Durch den vorgeschalteten Ankervorwiderstand ändert sich die Ankerspannungsgleichung zu:

$$U_{AN} = (R_A + R_V) I_A + c\Phi_N \Omega \quad (1.15)$$

Der Ankerstrom soll im Bereich $0,5I_{AN} \leq I_A \leq 1,5I_{AN}$ liegen. Der Ankervorwiderstand dient dazu, den Ankerstrom nach oben zu begrenzen, wohingegen die untere Grenze durch die Drehzahl bestimmt wird. Dazu muss Gleichung 1.15 nach R_V bzw. Ω umgestellt werden.

Zuschalten der nächsten Widerstandsstufe, wenn: $I_A = 1,5 \cdot I_{AN} = I_{A,\max} = 120 \text{ A}$

$$R_{Vx} \geq \frac{U_{AN} - c\Phi_N \Omega_u}{1,5 \cdot I_{AN}} - R_A \quad (1.16)$$

Umschalten auf die nächste Stufe, wenn $I_A = 0,5 \cdot I_{AN} = I_{A,\min} = 40 \text{ A}$

$$\Omega_{u,x+1} = \frac{U_{AN} - (R_A + R_{Vx}) 0,5 \cdot I_{AN}}{c\Phi_N} \quad (1.17)$$

1. Stufe:

Zu Beginn steht die Maschine still, dadurch kann die erste Widerstandsstufe berechnet werden:

$$\Omega_{u1} = 0 \text{ s}^{-1} \quad (1.18)$$

$$R_{V1} = \frac{U_{AN}}{1,5 \cdot I_{AN}} - R_A = 1,9792 \Omega \quad (1.19)$$

2. Stufe:

Die Umschaltzahl auf zweite Stufe erhält man, durch Einsetzen der ersten Widerstandsstufe:

$$\Omega_{u2} = \frac{U_{AN} - (R_A + R_{V1}) 0,5 \cdot I_{AN}}{c\Phi_N} = 104,72 \text{ s}^{-1} \quad (1.20)$$

Mit dieser Drehzahl kann der zugehörige Widerstandswert bestimmt werden:

$$R_{V2} = 590,3 \text{ m}\Omega \quad (1.21)$$

3. Stufe:

$$\Omega_{u3} = 139,63 \text{ s}^{-1} \quad (1.22)$$

$$R_{V3} = 127,3 \text{ m}\Omega \quad (1.23)$$

4. Stufe:

$$\Omega_{u4} = 151,26 \text{ s}^{-1} \quad (1.24)$$

Wird der Vorwiderstand jetzt überbrückt, so wird Ω_N erreicht:

$$R_{V4} = 0 \Omega \quad (1.25)$$

Es bleibt zu prüfen, ob der maximale Ankerstrom nicht überschritten wird.

$$I_{4,\max} = \frac{U_{AN} - c\Phi_N\Omega_{u4}}{R_A} = 88,89 \text{ A} \leq I_{A,\max} \quad (1.26)$$

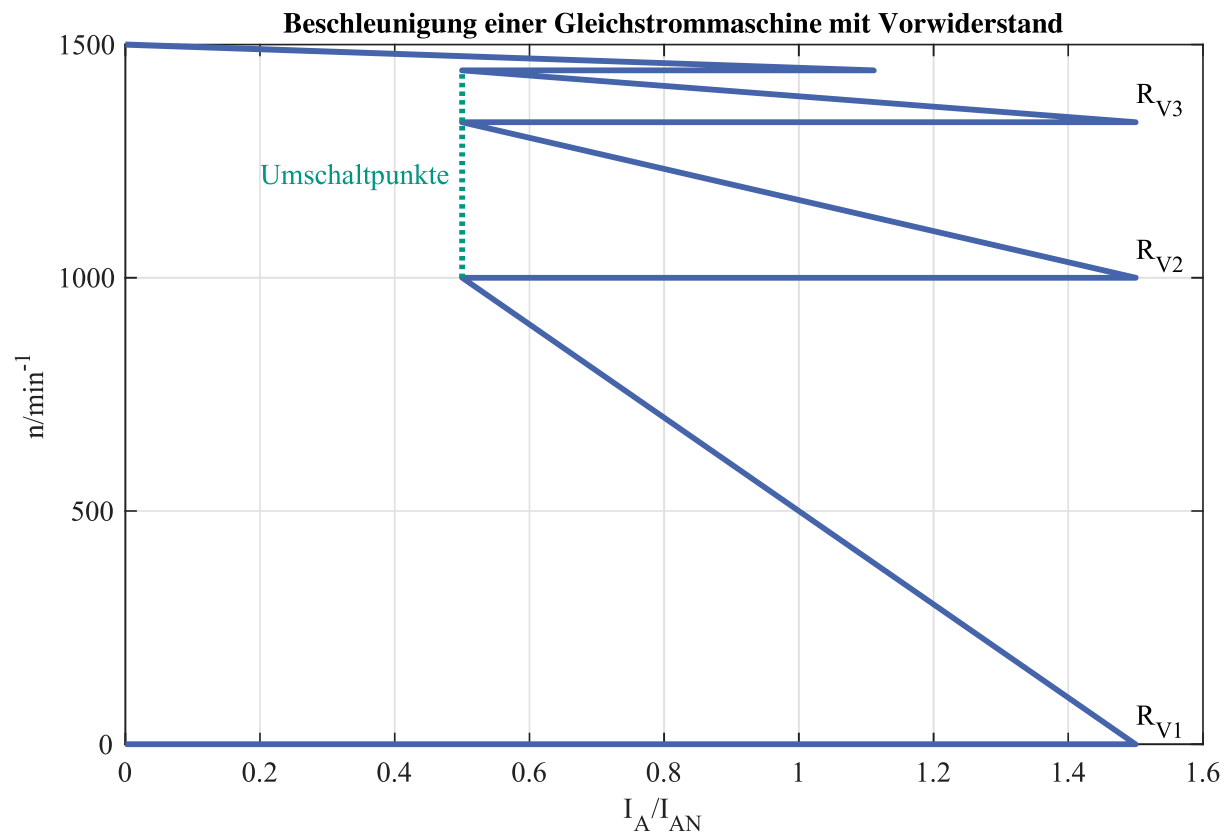


Abbildung 2: Hochfahren der Gleichstrommaschine mit Vorwiderständen

1.2 Stellantrieb mit einer fremderregten Gleichstrommaschine

a) Zeit des Verstellvorgangs

Als Ansatz für diese Aufgabe dient der physikalische Zusammenhang zwischen dem Winkel φ und der Winkelbeschleunigung $\dot{\Omega}$.

$$\dot{\Omega} = \frac{M_i - M_L}{J} = \underbrace{\frac{M_i}{J}}_{M_L=0} \quad (1.27)$$

Da das innere Moment M_i und das Trägheitsmoment J konstant sind, kann die Winkelgeschwindigkeit durch Integration bestimmt werden. Dabei gilt für die Integrationsgrenzen: $\Omega_0 = 0$ (Anfangsdrehzahl) und $t_0 = 0$ (Startzeit) aus physikalischen Gründen.

$$\Omega - \Omega_0 = \frac{M_i}{J} (t - t_0) \quad (1.28)$$

$$\dot{\varphi} = \Omega = \frac{M_i}{J} \cdot t \quad (1.29)$$

Den Winkel φ erhält man durch erneute Integration nach der Zeit.

$$\varphi = \frac{M_i t^2}{2J} \quad (1.30)$$

Es sollen $z = 20$ Umdrehungen in möglichst kurzer Zeit durchgeführt werden. Bis $\frac{z}{2}$ wird mit maximalen Moment beschleunigt, und anschließend mit maximalem Moment verzögert.

Daraus kann auf den Winkel φ_1 geschlossen werden, bis zu dem beschleunigt wird:

$$\varphi_1 = 2\pi \cdot \frac{z}{2} = 20\pi \quad (1.31)$$

Die Ankernennspannung lässt sich aus den angegebenen Leerlaufdaten bestimmen:

$$U_{AN} = c\phi_N \Omega_{0N} = c\phi_N \cdot 2\pi \cdot n_{0N} \quad (1.32)$$

$$= 439,82 \text{ V} \quad (1.33)$$

Aus der Leistungsgleichung kann der Ankernennstrom ermittelt werden:

$$I_{AN} = \frac{P_{el}}{U_{AN}} = 11,368 \text{ A} \quad (1.34)$$

$$I_{A,\max} = 1,5 \cdot I_{AN} = 17,052 \text{ A} \quad (1.35)$$

Nun sind alle Größen bekannt, die zum Ermitteln der Zeit t benötigt werden. Gleichung 1.30 für den Winkel φ kann nach t umgestellt werden, wodurch man die Zeitdauer des Beschleunigungsvorgangs erhält.

$$t_{1v} = \sqrt{\frac{2J}{M_i}} \varphi = \sqrt{\frac{2J}{\underbrace{c\phi_N I_{A,\max}}_{\text{maximales Moment}}}} \varphi_1 = 1,3246 \text{ s} \quad (1.36)$$

Da anschließend mit maximalem Moment verzögert wird, gilt für die Zeitdauer:

$$t_v = 2 \cdot t_{1v} = 2,6492 \text{ s} \quad (1.37)$$

b) Verläufe von Winkelgeschwindigkeit, Ankerstrom und Ankerspannung

Bei dieser Aufgabe müssen die gesuchten Größen jeweils in Beschleunigungs- und Bremsvorgang getrennt betrachtet werden.

Beschleunigungsvorgang: $0 \leq t \leq t_{1v}$

$$\Omega_1(t) = \frac{M_i}{J} t \quad (1.38)$$

$$i_A(t) = I_{A,\max} \quad (1.39)$$

$$U_A(t) = R_A I_{A,\max} + c\phi_N \Omega_1(t) \quad (1.40)$$

$$(1.41)$$

Verzögerungsvorgang: $t_{1v} \leq t \leq t_v$

$$\Omega_2(t) = \frac{M_i}{J} t_{1v} - \frac{M_i}{J} (t - t_{1v}) \quad (1.42)$$

$$i_A(t) = -I_{A,\max} \quad (1.43)$$

$$U_A(t) = -R_A I_{A,\max} + c\phi_N \Omega_2(t) \quad (1.44)$$

$$(1.45)$$

c) Reduzieren des Hauptfluss

Eine Änderung des Hauptfluss wirkt sich auf das maximale Drehmoment aus:

$$M_i = \underbrace{\frac{c\phi_N}{2}}_{\text{Drehmoment halbiert sich}} \cdot I_{A,\max} \quad (1.46)$$

Das Drehmoment wirkt sich direkt auf die Zeitdauer und die maximale Winkelgeschwindigkeit aus:

$$t = \sqrt{\frac{2J}{M_i}} \varphi \quad \Omega = \frac{M_i}{J} \cdot t \quad (1.47)$$

Also wird die Zeitdauer um den Faktor $\sqrt{2}$ größer, die Winkelgeschwindigkeit wird um den Faktor $\sqrt{2}$ kleiner.

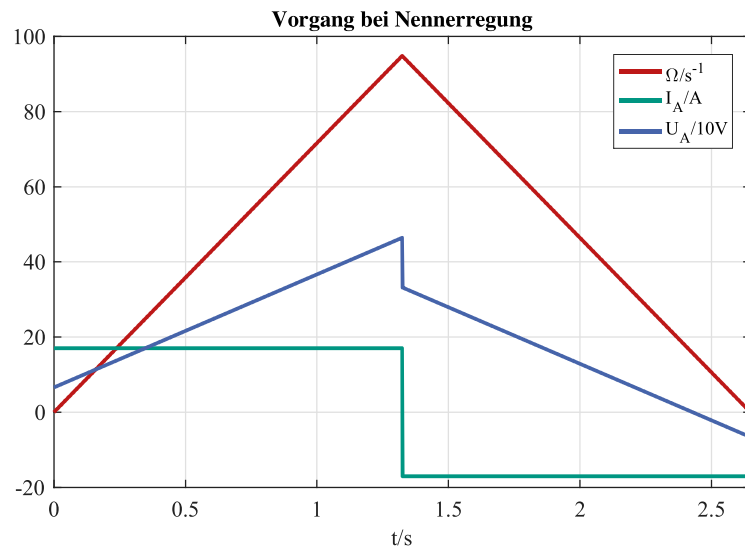


Abbildung 3: Vorgang bei Nennerregung ϕ_N

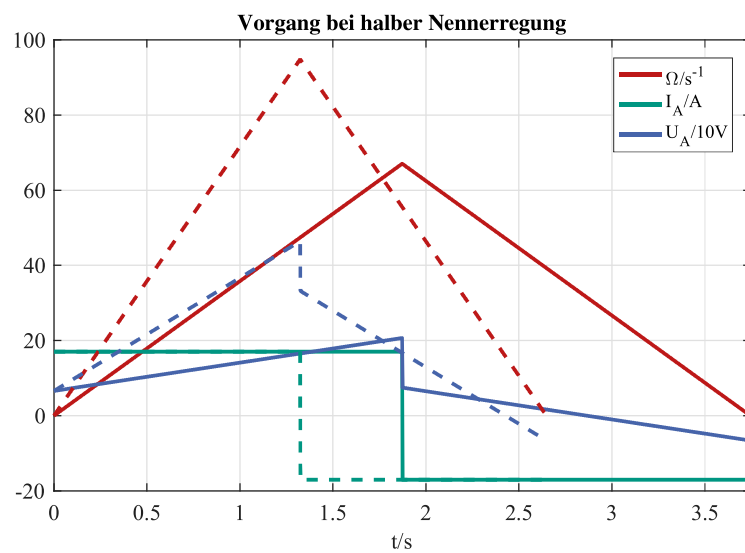


Abbildung 4: Vergleich des Verhaltens bei Erregung ϕ_N und $\frac{\phi_N}{2}$

1.3 Fremderregte, kompensierte Gleichstrommaschine im Parallelbetrieb

a) Bedingungen für die inneren Momente

Die beiden Motoren sind mit derselben Drehrichtung zusammen gekoppelt. Das von beiden Maschinen gemeinsam abgegebene Drehmoment ist die Summe der Einzeldrehmomente der beiden Maschinen. Der Maschinensatz ist unbelastet.

Die beiden Maschinen befinden sich im quasi-stationären Betrieb, das heißt ihre Drehzahl ändert sich nicht.

$$\dot{\Omega} = \frac{M_i - M_L}{J} = 0 \text{ s}^{-2} \quad \rightarrow \quad M_i = M_1 + M_2 = 0 \text{ Nm} \quad (1.48)$$

Also gilt für die inneren Momente der Maschinen:

$$M_1 = -M_2 \quad (1.49)$$

b) Bestimmen der Ankerströme

Setzt man in die Bedingung der inneren Momente aus Aufgabenteil a) ein, erhält man für das Verhältnis der Ankerströme:

$$c\phi_1 I_{A1} = -c\phi_2 I_{A2} \quad (1.50)$$

$$I_{A2} = -\frac{c\phi_1}{c\phi_2} I_{A1} \quad (1.51)$$

Da es sich um 2 baugleiche Maschinen handelt, sind die Ankerwiderstände und die Ankernennspannung gleich. Aufgrund der mechanischen Kopplung, muss die Drehzahl der Maschinen identisch sein:

$$U_{AN} = R_A I_{A1} + c\phi_1 \Omega \quad (1.52)$$

$$U_{AN} = R_A I_{A2} + c\phi_2 \Omega \quad (1.53)$$

Durch Umstellen und Gleichsetzen beider Gleichungen nach der Winkelgeschwindigkeit Ω erhält man:

$$U_{AN} \cdot c\phi_2 - R_A I_{A1} c\phi_2 = U_{AN} \cdot c\phi_1 - R_A I_{A2} c\phi_1 \quad (1.54)$$

Setzt man den gefundenen Zusammenhang zwischen I_{A1} und I_{A2} ein, lässt sich die Gleichung nach I_{A1} auflösen. Als Unbekannte bleiben noch die beiden Hauptflüsse $c\phi_1$ und $c\phi_2$.

$$I_{A1} = \frac{U_{AN}}{R_A} \frac{1 - \frac{c\phi_1}{c\phi_2}}{1 + \left(\frac{c\phi_1}{c\phi_2}\right)^2} \quad (1.55)$$

$c\Phi_1$ und $c\Phi_2$ lassen sich mit der Ankernennspannung und den jeweiligen Leerlaufdrehzahlen berechnen. Im Leerlauf ($I_A = 0$) gilt:

$$U_{AN} = c\phi \Omega_0 \quad (1.56)$$

$$c\phi_1 = \frac{U_{AN}}{\Omega_{01}} = 1,3467 \text{ V s} \quad (1.57)$$

$$c\phi_2 = \frac{U_{AN}}{\Omega_{02}} = 1,2505 \text{ V s} \quad (1.58)$$

Mit den bekannten Größen lassen sich jetzt die Ankerströme ermitteln:

$$I_{A1} = \frac{U_{AN}}{R} \frac{1 - \frac{c\phi_1}{c\phi_2}}{1 + \left(\frac{c\phi_1}{c\phi_2}\right)^2} = -52,241 \text{ A} \quad (1.59)$$

$$I_{A2} = -\frac{c\phi_1}{c\phi_2} I_{A1} = 56,26 \text{ A} \quad (1.60)$$

c) Bestimmen der Drehzahl

$$\Omega_{AP} = \frac{U_{AN} - R I_{A1}}{c\phi_1} = 169,18 \text{ s}^{-1} \quad (1.61)$$

$$n = \frac{\Omega_{AP}}{2\pi} \cdot 60 \frac{\text{s}}{\text{min}} = 1616 \text{ min}^{-1} \quad (1.62)$$

d) Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie

Die Gleichung $M(n)$ kann aus den beiden Grundgleichungen, analog zum Skript hergeleitet werden.

$$U_A = R_A \cdot I_A + c\phi \Omega \quad (1.63)$$

$$M_i = c\phi I_A \quad (1.64)$$

$$M_{i1}(\Omega) = \left(\frac{c\phi_1 U_{AN}}{R} - \frac{(c\phi_1)^2}{R} \Omega \right) \quad (1.65)$$

$$M_{i2}(\Omega) = \left(\frac{c\phi_2 U_{AN}}{R} - \frac{(c\phi_2)^2}{R} \Omega \right) \quad (1.66)$$

Charakteristische Werte:

$$M_{i1}(0) = 1,975 \text{ kNm} \quad (1.67)$$

$$M_{i2}(0) = 1,834 \text{ kNm} \quad (1.68)$$

$$n_{01} = 1560 \text{ min}^{-1} \quad (1.69)$$

$$n_{02} = 1680 \text{ min}^{-1} \quad (1.70)$$

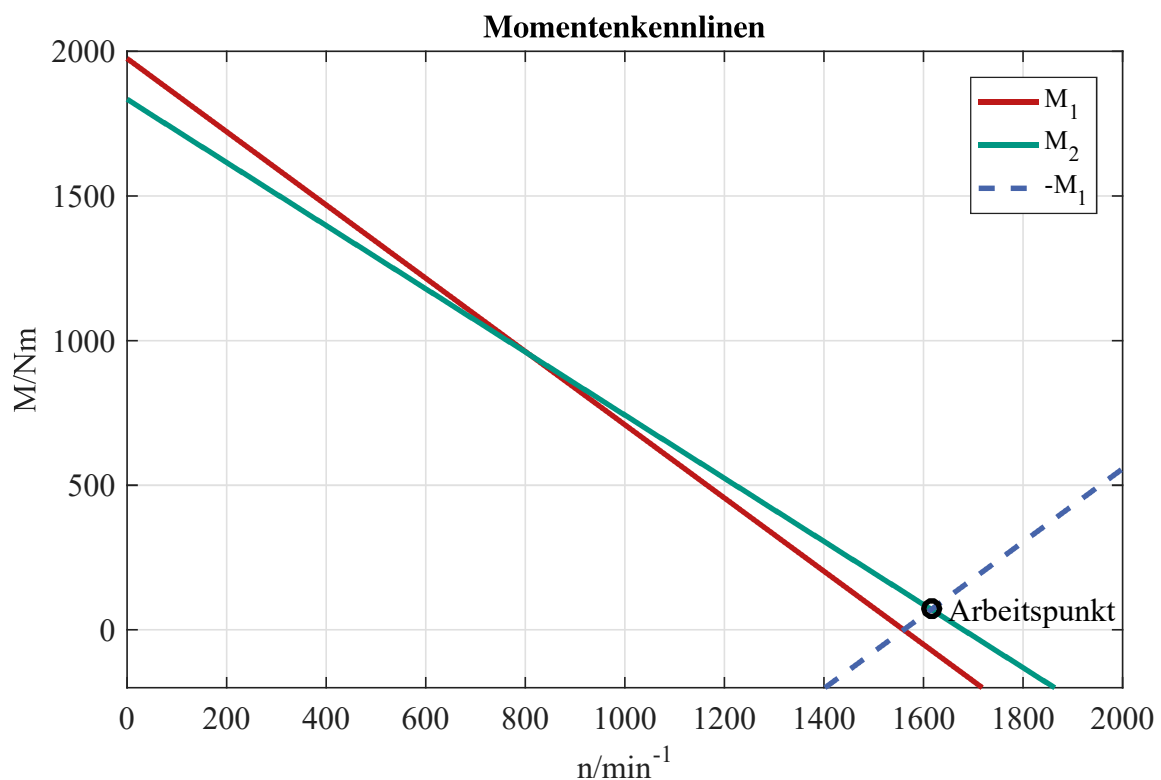


Abbildung 5: Kennlinien der Gleichstrommaschinen

e) Aufgenommene Leistung

Die aufgenommene Leistung ist gleich der Summe der Verlustleistungen an den Ankerwiderständen, da die Reibung vernachlässigt wird und keine Last anliegt.

$$P = R_A I_{A1}^2 + R_A I_{A2}^2 = 884,15 \text{ W}$$

1.4 Fremderregte, kompensierte Gleichstrommaschine in Serienschaltung

Vorüberlegungen:

Da die beiden Ankerkreise der Maschinen in Serie geschaltet sind, gelten für die gesamte Aufgabe folgende Zusammenhänge:

$$U_q = U_{A1} + U_{A2} \quad (1.71)$$

$$I_A = I_{A1} = I_{A2} \quad (1.72)$$

$$\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_{AP} \quad (1.73)$$

a) Drehzahl bei unbelastetem Maschinensatz

Die Maschengleichung des Systems liefert

$$\begin{aligned} U_q &= U_{A1} + U_{A2} \\ &= R_A I_A + c\Phi_1 \Omega_{AP,1} + R_A I_A + c\Phi_2 \Omega_{AP,1} \\ &= 2 R_A I_A + \Omega_{AP,1} (c\Phi_1 + c\Phi_2) \end{aligned} \quad (1.74)$$

Berechnen der Erregungen aus den Leerlaufdrehzahlen der Einzelmaschinen (im Leerlauf gilt $I_A = 0A$):

$$\Omega_{01} = \frac{n_{01}}{60 \frac{s}{min}} \cdot 2\pi = 190,59 s^{-1} \quad (1.75)$$

$$\Omega_{02} = \frac{n_{02}}{60 \frac{s}{min}} \cdot 2\pi = 219,91 s^{-1} \quad (1.76)$$

$$c\phi_1 = \frac{U_{AN}}{\Omega_{01}} = 1,3117 V s \quad (1.77)$$

$$c\phi_2 = \frac{U_{AN}}{\Omega_{02}} = 1,1368 V s \quad (1.78)$$

Um Gleichung 1.74 nach $\Omega_{AP,1}$ auflösen zu können, muss der Ankerstrom berechnet werden. Der Maschinensatz befindet sich in stationärem Zustand. Es tritt also kein Beschleunigungsmoment auf.

$$J \dot{\Omega} = M_B = (M_{i1} + M_{i2}) - M_L = 0 \quad (1.79)$$

In Aufgabenteil a) ist der Maschinensatz unbelastet. Die Reibung wird vernachlässigt. Es gilt also:

$$M_L = 0 \quad (1.80)$$

$$(M_{i1} + M_{i2}) = 0 \quad (1.81)$$

$$I_A (c\Phi_1 + c\Phi_2) = 0 \quad (1.82)$$

Für den Ankerstrom erhält man daraus:

$$I_A = 0A \quad (1.83)$$

Damit vereinfacht sich Gleichung 1.74 zu:

$$U_q = (c\phi_1 + c\phi_2) \Omega_{AP,1} \quad (1.84)$$

Und die Drehzahl kann berechnet werden.

$$\Omega_{AP,1} = \frac{U_q}{c\phi_1 + c\phi_2} = 204,21 \text{ s}^{-1} \quad (1.85)$$

$$n_{AP,1} = 1950 \text{ min}^{-1} \quad (1.86)$$

b) Ankerspannung beider Maschinen

Allgemein gilt für die Ankerspannung bei der Gleichstrommaschine der Zusammenhang:

$$U_A = R_A I_A + c\phi\Omega \quad (1.87)$$

mit dem Ankerstrom $I_A = 0 \text{ A}$ aus Teilaufgabe a) gilt für die beiden Maschinen:

$$U_{A1} = c\phi_1\Omega = 267,86 \text{ V} \quad (1.88)$$

$$U_{A2} = c\phi_2\Omega = 232,14 \text{ V} \quad (1.89)$$

c) Verhältnis der Ankerverlustleistungen

Die ohm'schen Verluste an den Ankerwiderständen werden berechnet durch:

$$P_{V1} = R I_A^2 \quad (1.90)$$

$$P_{V2} = R I_A^2 \quad (1.91)$$

Da $I_A = 0 \text{ A}$, ist die Verlustleistung leicht zu bestimmen.

$$P_{V1} = P_{V2} = 0 \text{ W} \quad (1.92)$$

Und für das Verhältnis ist:

$$P_{V1} : P_{V2} = 1 : 1 \quad (1.93)$$

d) Ankerströme für den belasteten Maschinensatz

Nun muss das gemeinsame innere Moment des Maschinensatzes dem Lastmoment entsprechen. Das gemeinsame innere Moment setzt sich aus den inneren Momenten der Einzelmaschinen zusammen.

$$M_i = M_{i1} + M_{i2} = M_L \quad (1.94)$$

$$M_{i1} + M_{i2} = (c\phi_1 + c\phi_2) I_A \quad (1.95)$$

$$I_A = \frac{M_L}{(c\phi_1 + c\phi_2)} = 40,841 \text{ A} \quad (1.96)$$

e) Entnommene Leistung

Die benötigte Leistung kann mit der bekannten Leistungsgleichung berechnet werden:

$$P_{\text{el}} = U_q I_A = 20,421 \text{ kW} \quad (1.97)$$

f) Verlustleistung

Durch die Serienschaltung fließt durch die identischen Ankerwiderstände der gleiche Strom

$$P_V = P_{V1} + P_{V2} = 2 R I_A^2 = 1001 \text{ W} \quad (1.98)$$

g) Drehzahl des Maschinensatzes

Um die sich einstellende Drehzahl zu berechnen kann wie bei Teilaufgabe a) vorgegangen werden. Allerdings muss beachtet werden dass in 1.74 $I_A \neq 0$ ist.

$$U_q = R I_A + c\phi_1 \Omega + R I_A + c\phi_2 \Omega \quad (1.99)$$

Umstellen nach Ω liefert:

$$\Omega = \frac{U_q - 2 R I_A}{c\phi_1 + c\phi_2} = 194,2 \text{ s}^{-1} \rightarrow 1855 \text{ min}^{-1} \quad (1.100)$$

h) Ankerspannungen

Durch Einsetzen aller bekannten bzw. berechneten Größen in die Ankerspannungsgleichung erhält man:

$$U_{A1} = R I_A + c\phi_1 \Omega = 266,98 \text{ V} \quad (1.101)$$

$$U_{A2} = R I_A + c\phi_2 \Omega = 233,02 \text{ V} \quad (1.102)$$

1.5 Drehmomentensprung an einer fremderregten, kompensierten Gleichstrommaschine

a) Bestimmen des Grenzwerts

Gesucht wird der Ankerstrom ab dem Zeitpunkt, in dem sich die Gleichstrommaschine wieder in einem quasi-stationären Zustand befindet, das heißt, dass sich die Drehzahl nicht mehr ändert.

Die mechanische Gleichung liefert:

$$J \cdot \dot{\Omega} = M_B = M_i - M_L \stackrel{!}{=} 0 \quad (1.103)$$

Das Lastmoment entspricht nach dem Drehmomentensprung genau dem negativen Nennmoment der Maschine.

$$M_L = -M_N = M_i \quad (1.104)$$

Da die Erregung konstant bleibt, muss für den stationären Endwert des Ankerstroms gelten:

$$M_i = c\Phi \lim_{t \rightarrow \infty} i_A(t) \stackrel{!}{=} -M_N = -c\phi I_{AN} \quad (1.105)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} i_A(t) = I_A = -I_{AN} = -68 \text{ A} \quad (1.106)$$

b) Nenndrehzahl aus Nenndaten

Die Nenndrehzahl kann aus der Ankerspannungsgleichung ermittelt werden.

$$U_{AN} = R I_{AN} + c\phi_N \Omega_N \quad (1.107)$$

Die Erregung $c\phi_N$ wird aus der Leerlaufdrehzahl berechnet:

$$c\phi_N = \frac{U_{AN}}{\Omega_{0N}} = 1,0961 \text{ V s} \quad (1.108)$$

$$\Omega_N = \frac{U_{AN} - R I_{AN}}{c\phi_N} = 209,47 \text{ s}^{-1} \quad (1.109)$$

$$n_N = 2000 \text{ min}^{-1} \quad (1.110)$$

c) Drehzahlverlauf

Die Maschine wird an Nennspannung betrieben. Die Ankerspannung bleibt demnach konstant, zeitabhängig sind der Strom und die Drehzahl:

$$U_{AN} = R i_A(t) + c\phi_N \Omega(t) \quad (1.111)$$

Gesucht wird eine Gleichung für $i_A(t)$. Die mechanische Gleichung liefert

$$J \cdot \dot{\Omega}(t) = M_B = \underbrace{M_i}_{c\Phi_N i_A(t)} - M_L \quad (1.112)$$

$$i_A(t) = \frac{J \cdot \dot{\Omega}(t) + M_L}{c\Phi_N} \quad (1.113)$$

eingesetzt in Gleichung 1.111 ergibt sich

$$\dot{\Omega}(t) + \frac{(c\phi_N)^2}{R_A J} \Omega(t) = \frac{c\phi_N}{R_A J} U_{AN} - \frac{1}{J} M_L \quad (1.114)$$

Die Gleichung 1.114 ist eine inhomogene Differentialgleichung 1. Ordnung der Form

$$y' + a \cdot y = b \quad (1.115)$$

Die Lösung einer solchen Differentialgleichung setzt sich zusammen aus der Lösung der homogenen Gleichung ($b = 0$) y_h und einer partikulären Lösung y_p . Für die Lösung gilt damit: $y = y_h + y_p$.

Ansatz für die partikuläre Lösung Der Ansatz für die partikuläre Lösung kann allgemein bei konstanten Koeffizienten mit $y_p(x) = \frac{b}{a}$ gewählt werden. Der Ansatz liefert hier

$$\Omega_p(t) = \frac{c\phi_N U_{AN} - M_L R_A}{c\Phi_N^2} \quad (1.116)$$

$$= \frac{c\phi_N U_{AN} - c\phi_N I_A R_A}{c\Phi_N^2} \text{ mit } I_A = -I_{AN} \quad (1.117)$$

$$= \frac{U_{AN} + I_{AN} R_A}{c\Phi_N} \quad (1.118)$$

Lösung der homogenen Gleichung Die Lösung der homogenen Gleichung $y' + a \cdot y = 0$ liefert den zweiten Teil der Gesamtlösung.

$$\dot{\Omega}_h(t) + \frac{c\Phi_N^2}{R_A J} \Omega_h(t) = 0 \quad (1.119)$$

Als Ansatz wird

$$\Omega_h(t) = C e^{-\frac{c\Phi_N^2}{R_A J} t} \quad (1.120)$$

gewählt.

Die Gesamtlösung Die Gesamtlösung setzt sich aus den Teillösungen zusammen:

$$\Omega(t) = \Omega_h(t) + \Omega_p(t) = C e^{-\frac{c\Phi_N^2}{R_A J} t} + \underbrace{\frac{U_{AN} + I_{AN} R_A}{c\Phi_N}}_{\Omega_\infty} \quad (1.121)$$

Die Konstante C wird durch Einsetzen der Randbedingungen errechnet. Zum Zeitpunkt $t = 0$ s dreht sich die Maschine mit Nenndrehzahl

$$\Omega(t = 0) = C + \Omega_\infty = \Omega_N \quad (1.122)$$

$$C = \Omega_N - \Omega_\infty \quad (1.123)$$

Definiert man die Zeitkonstante τ zu

$$\tau := \frac{R_A J}{c \Phi_N^2} \quad (1.124)$$

so gilt für den zeitlichen Verlauf der Drehzahl nach dem Drehmomentensprung

$$\Omega(t) = \Omega_\infty - (\Omega_\infty - \Omega_N) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1.125)$$

$$n(t) = \frac{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}}{2 \pi} \cdot \left[\Omega_\infty - (\Omega_\infty - \Omega_N) e^{-\frac{t}{\tau}} \right] \quad (1.126)$$

$$= n_\infty - (n_\infty - n_N) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1.127)$$

mit

$$n_N = 2000 \text{ min}^{-1} \quad (1.128)$$

$$n_\infty = 2356 \text{ min}^{-1} \quad (1.129)$$

$$\tau = 3,0 \text{ s} \quad (1.130)$$

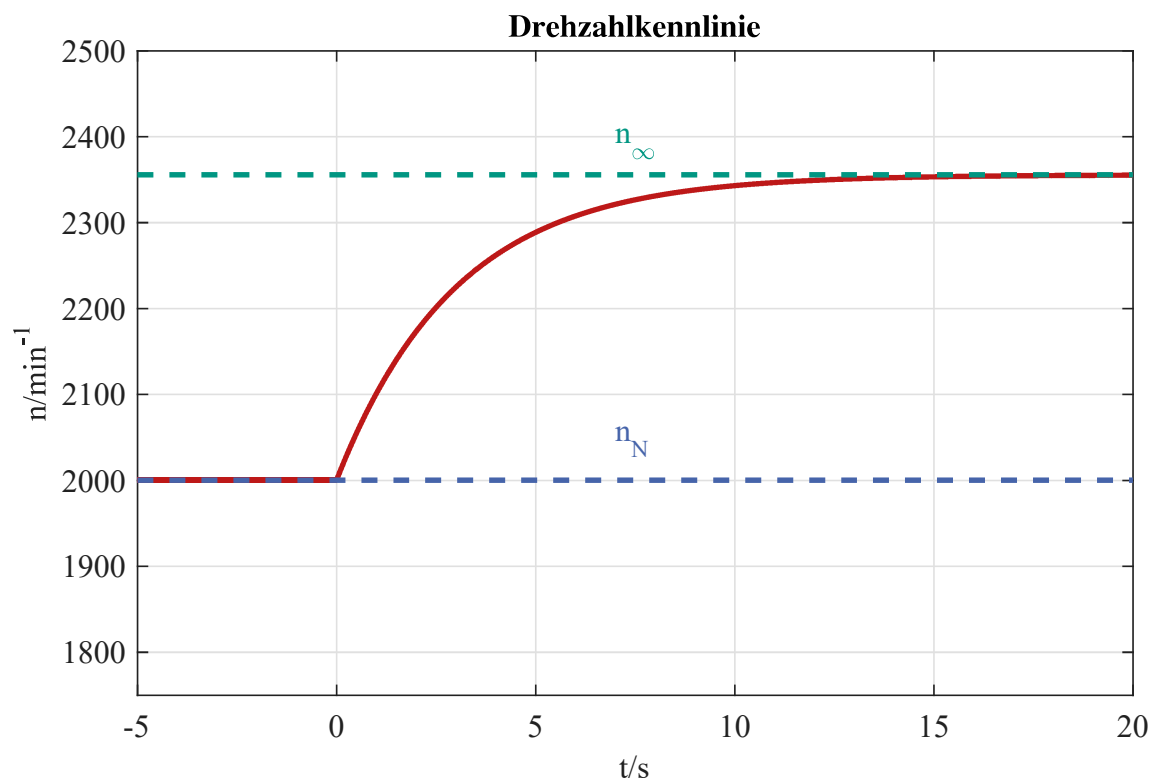


Abbildung 6: Zeitverlauf der Drehzahl beim Momentensprung

1.6 Gleichstromreihenschlussmaschine

a) Widerstand der Ankerwicklung

Der Ankerwiderstand kann über die Verlustleistung berechnet werden, da der Strom im Nennpunkt bekannt ist. Bei dieser Aufgabe ist der Widerstand der Feldwicklung nicht vernachlässigbar!

Für die Verlustleistung gilt:

$$P_{\text{Verlust}} = (R_A + R_F) I_M^2 \quad (1.131)$$

$$P_{\text{Verlust}} = P_{\text{el}} - P_{\text{mech}} = U_M \cdot I_M - P_{\text{mech}} \quad (1.132)$$

Gleichsetzen und Umstellen nach dem Ankerwiderstand liefert:

$$R_A = \frac{U_{\text{MN}} \cdot I_{\text{MN}} - P_{\text{mechN}}}{I_{\text{MN}}^2} - R_F = 2,21 \, \Omega \quad (1.133)$$

b) Nennmoment berechnen

Da keine Sättigungseffekte auftreten, ist die Erregung proportional zum fließenden Strom $\Rightarrow c\Phi \sim I_M$. Aus diesem Grund muss zunächst die Erregung im gegebenen Arbeitspunkt bestimmt werden. Die Ankerspannungsgleichung liefert

$$c\Phi_1 = \frac{U_{M1} - (R_A + R_F) I_{M1}}{2\pi \cdot n_1} = 0,158 \, \text{V s} \quad (1.134)$$

Anschließend kann die Nennererregung über das Verhältnis der Motorströme ermittelt werden

$$c\Phi_N = \frac{I_{\text{MN}}}{I_{M1}} c\Phi_1 = 0,232 \, \text{V s} \quad (1.135)$$

Für das Drehmoment gilt

$$M_N = c\Phi_N I_{\text{MN}} = 2,02 \, \text{N m} \quad (1.136)$$

c) Nenndrehzahl

Für die mechanische Leistung gilt allgemein: $P_{\text{mech}} = \Omega \cdot M$. Durch Umstellen und Umrechnen der Winkelgeschwindigkeit kann die Drehzahl bestimmt werden.

$$n_N = \frac{P_{\text{mechN}}}{2\pi \cdot M_N} = 8509 \, \text{min}^{-1} \quad (1.137)$$

d) Drehzahl bei geändertem Moment

Für das Moment gilt:

$$M_2 = c\Phi_2 \cdot I_{M2} \quad \text{mit } c\Phi_2 = \frac{c\Phi_N}{I_{\text{MN}}} I_{M2} \text{ und } M_2 = 0,3 \cdot M_N \quad (1.138)$$

Einsetzten und Umstellen liefert den Strom, mit dessen Verhältnis zum Nennstrom die Erregung im neuen Betriebspunkt bestimmt werden kann.

$$I_{M2} = \sqrt{0,3 \cdot M_N \frac{I_{MN}}{c\Phi_N}} = 4,77 \text{ A} \Rightarrow c\Phi_2 = 0,127 \text{ V s} \quad (1.139)$$

Mit Gleichung 1.134 aus Teilaufgabe:

$$n_2 = \frac{U_{MN} - (R_A + R_F) I_{M2}}{2\pi \cdot c\Phi_2} = 16\,339,96 \text{ min}^{-1} \quad (1.140)$$

2 Synchronmaschine

2.1 Synchrongenerator

a) Einphasiges Ersatzschaltbild

Bei einem Turboläufer ist die Luftspaltbreite zwischen Stator und Läufer richtungsunabhängig. Für die wirksame Synchronreaktanz gilt: $L_S = L_d = L_q$

Außerdem kann der Wicklungswiderstand vernachlässigt werden, da es sich um eine verlustfreie Maschine handelt.

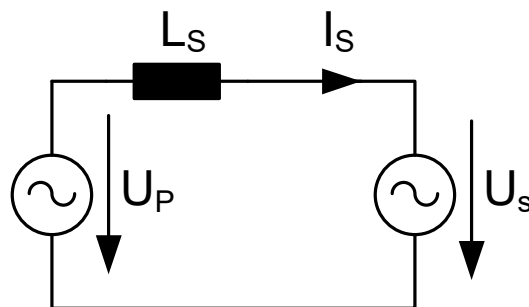


Abbildung 7: Generatorersatzschaltbild

b) Nennstrom und Nennmoment

Der Nennstrom lässt sich bei gegebener Nennscheinleistung und Nennspannung ermitteln.

$$S_N = 3 \cdot U_S I_N = \sqrt{3} \cdot U_N I_N \quad (2.1)$$

$$I_N = \frac{S_N}{\sqrt{3} U_N} = 72,169 \text{ A} \quad (2.2)$$

Die Synchronmaschine ist verlustlos. Elektrische Wirkleistung und mechanische Leistung sind gleich.

$$P_{el} = P_{mech} = P_N = S_N \cos(\varphi) = 45 \text{ kW} \quad (2.3)$$

Aus der mechanischen Leistung kann das Drehmoment bestimmt werden.

$$P_{mech} = M \cdot \Omega \quad (2.4)$$

$$f_N = 50 \text{ Hz} \quad \rightarrow \quad \Omega = \frac{2\pi f_N}{p} = 314,16 \text{ s}^{-1} \quad (2.5)$$

$$M_N = \frac{P_N}{\Omega} = 143,24 \text{ N m} \quad (2.6)$$

c) Zeigerdiagramm im Nennbetrieb

Bevor das Zeigerdiagramm gezeichnet werden kann, müssen Strangspannung und der Winkel zwischen Strom und Spannung berechnet werden. Der Polradwinkel ϑ ist gegeben.

$$U_S = \frac{U_N}{\sqrt{3}} = 230,94 \text{ V} \quad (2.7)$$

Da $\cos(\varphi)$ gegeben ist, lässt sich mit dem arccos der Winkel bestimmen:

$$\varphi = \arccos(0,9) = 25,842^\circ \quad (2.8)$$

Der Polradwinkel $\vartheta = 34^\circ$ ist der Winkel zwischen Strang- und Polradspannung.

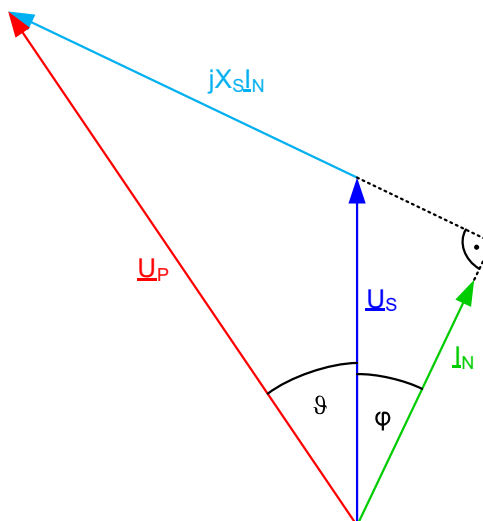


Abbildung 8: Zeigerdiagramm

d) Synchroninduktivität

Die Spannung über der Synchronreaktanz lässt sich aus den Winkelbeziehungen im Zeigerdiagramm herleiten. Mit den zusätzlich definierten Hilfswinkeln α und α' (siehe Abbildung 9) lässt sich der Sinussatz anwenden:

Bestimmen der Hilfswinkel:

$$\alpha' = \pi - \frac{\pi}{2} - \varphi \quad (2.9)$$

$$\alpha = \pi - \alpha' \quad (2.10)$$

$$= \frac{\pi}{2} + \varphi \quad (2.11)$$

$$\frac{jI_N X_S}{\sin(\vartheta)} = \frac{U_S}{\sin(180^\circ - (90^\circ + \varphi) - \vartheta)} \quad (2.12)$$

$$jI_N X_S = \sin(\vartheta) \frac{U_S}{\sin(90^\circ - \varphi - \vartheta)} = 257,04 \text{ V} \quad (2.13)$$

$$jX_S = \frac{I_N X_S}{I_N} = 3,5616 \Omega \quad (2.14)$$

$$jX_S = j\omega L_S \quad (2.15)$$

$$L_S = \frac{X_S}{2\pi f_N} = 11,337 \text{ mH} \quad (2.16)$$

2.2 Synchrongenerator als Turboläufer

a) Strangstrom bestimmen

Da Nennspannung, elektrische Wirkleistung und der Leistungsfaktor $\cos(\varphi)$ gegeben sind, lässt sich der Nennstrangstrom durch Umstellen der Leistungsbilanz bestimmen:

$$P_{\text{elN}} = \sqrt{3} U_N I_N \cos(\varphi) \quad (2.17)$$

$$I_{\text{SN}} = I_N = \frac{P_{\text{elN}}}{\sqrt{3} U_N \cos(\varphi)} = 54,339 \text{ A} \quad (2.18)$$

b) Polradspannung

Die Polradspannung ist proportional zum Erregerstrom. Im Leerlauf gibt es keinen Spannungsabfall über der Synchronreaktanz (da $I_S = 0 \text{ A}$) und die Polradspannung ist gleich der Strangspannung $U_{\text{P0}} = U_S$

$$U_S = \frac{U_N}{\sqrt{3}} = 230,94 \text{ V} \quad (2.19)$$

$$\frac{U_P}{U_S} = \frac{I_f}{I_{f0}} \quad (2.20)$$

$$U_P = \frac{I_f}{I_{f0}} \cdot U_S = 346,41 \text{ V} \quad (2.21)$$

c) Synchronreaktanz

Über die geometrischen Beziehungen aus Abbildung 9 lassen sich die Winkel α' und α bestimmen.

$$\alpha' = \pi - \frac{\pi}{2} - \varphi \quad (2.22)$$

$$\alpha = \pi - \alpha' \quad (2.23)$$

$$= \frac{\pi}{2} + \varphi \quad (2.24)$$

Den Ansatz zur Bestimmung des Spannungsabfalls über der Synchronreaktanz liefert der Cosinussatz $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$

$$U_P^2 = U_S^2 + (X_S I_N)^2 - 2X_S I_N U_S \cos(90^\circ + \varphi) \quad (2.25)$$

$$(X_S I_N)^2 + 2X_S I_N U_S \sin(\varphi) - U_P^2 + U_S^2 = 0 \quad (2.26)$$

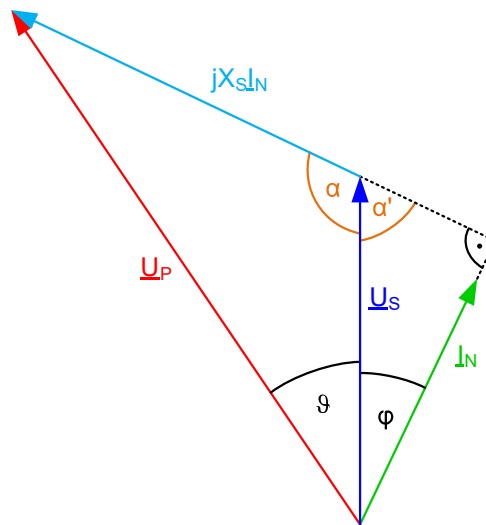


Abbildung 9: Skizze des Zeigerdiagramms

$$(X_S I_N)_{1,2} = \frac{-2U_S \sin(\varphi) \pm \sqrt{(2U_S \sin(\varphi))^2 - 4(U_S^2 - U_P^2)}}{2} \quad (2.27)$$

$$(X_S I_N)_1 = \frac{-2U_S \sin(\varphi) + \sqrt{(2U_S \sin(\varphi))^2 - 4(U_S^2 - U_P^2)}}{2} \quad (2.28)$$

$$(X_S I_N)_1 = -U_S \sin(\varphi) + \sqrt{(U_S \sin(\varphi))^2 - (U_S^2 - U_P^2)} = 163,77 \text{ V} \quad (2.29)$$

$$X_S = \frac{X_S I_N}{I_N} = 3,0138 \Omega \quad (2.30)$$

d) Polradwinkel

Der Polradwinkel kann über den Sinussatz berechnet werden

$$\frac{\sin(\vartheta)}{X_S I_N} = \frac{\sin(90^\circ + \varphi)}{U_P} \quad (2.31)$$

$$\vartheta = \sin^{-1} \left(\frac{\cos(\varphi)}{U_P} X_S I_N \right) = 23,694^\circ \quad (2.32)$$

e) Polradwinkel bei verringerter Last

Der Polradwinkel ist proportional zum inneren Drehmoment der Maschine und dadurch auch zum Lastmoment.

$$\sin(\vartheta) \sim M_i \quad (2.33)$$

$$M_{\text{el}} = 3 \cdot p \cdot \frac{U_S \cdot U_P \cdot \sin \vartheta}{\omega_{\text{Netz}} \cdot X_S} \quad (2.34)$$

$$\sin(\vartheta_2) = \sin(\vartheta_1) \frac{70}{100} \quad (2.35)$$

$$\vartheta_2 = \sin^{-1} \left(\sin(\vartheta_1) \frac{70}{100} \right) = 16,338^\circ \quad (2.36)$$

2.3 Synchrongenerator am starren Netz

a) Nennerregerstrom

Das Verhältnis von Nennerregerstrom zu Leerläuferregerstrom ist das Verhältnis zwischen Polradspannung und Strangspannung. Die Polradspannung kann durch die Winkelbeziehungen am Zeigerdiagramm bestimmt werden.

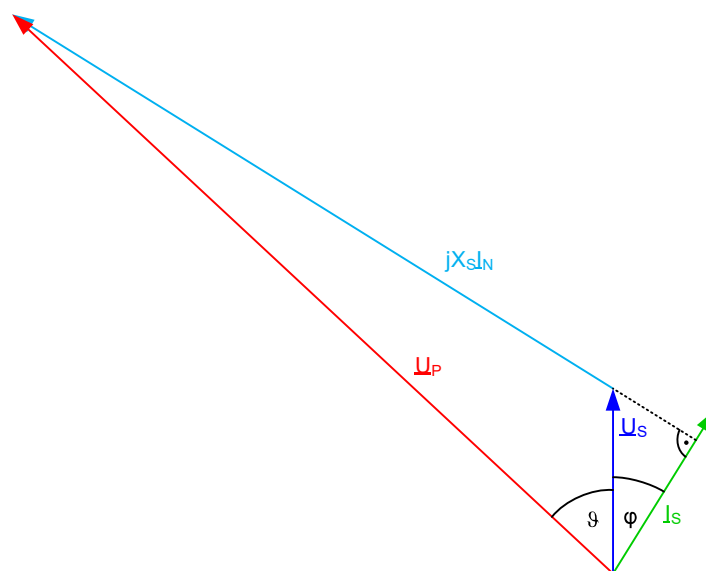


Abbildung 10: Zeigerdiagramm

$$\frac{I_{fN}}{I_{f0}} = \frac{U_{PN}}{U_{SN}} \quad (2.37)$$

$$U_{SN} = \frac{U_N}{\sqrt{3}} = 288,68 \text{ V} \quad (2.38)$$

$$\varphi = \arccos 0,85 = 31,788^\circ \quad (2.39)$$

Cosinussatz

$$U_{PN}^2 = U_S^2 + (X_{SN}I_N)^2 - 2U_SX_{SN}I_N \cos(90^\circ + \varphi) \quad (2.40)$$

$$U_{PN}^2 = U_S^2 + (X_{SN}I_N)^2 + 2U_SX_{SN}I_N \sin(\varphi) \quad (2.41)$$

$$U_{\text{PN}} = \sqrt{U_{\text{S}}^2 + (X_{\text{SN}} I_{\text{N}})^2 + 2U_{\text{S}}X_{\text{SN}}I_{\text{N}}\sin(\varphi)} = 1276,9 \text{ V} \quad (2.42)$$

$$\frac{I_{\text{fN}}}{I_{\text{f0}}} = \frac{U_{\text{PN}}}{U_{\text{SN}}} = 4,423 \quad (2.43)$$

b) Polradwinkel

Den Polradwinkel erhält man aus dem Zeigerdiagramm mit Hilfe des Sinussatzes.

$$\frac{\sin(90^\circ + \varphi)}{U_{\text{P}}} = \frac{\sin(\vartheta)}{X_{\text{SN}}I_{\text{N}}} \quad (2.44)$$

$$\sin(\vartheta) = \cos(\varphi) \frac{X_{\text{SN}}I_{\text{N}}}{U_{\text{P}}} \quad (2.45)$$

$$\vartheta = 47,131^\circ \quad (2.46)$$

c) Betriebszustand

Da die Polradspannung proportional zum Erregerstrom ist, gilt nun: $U_{\text{P}} = 0,2 U_{\text{SN}}$. Die Maschine ist untererregt. ($\varphi = \frac{-\pi}{2}$)

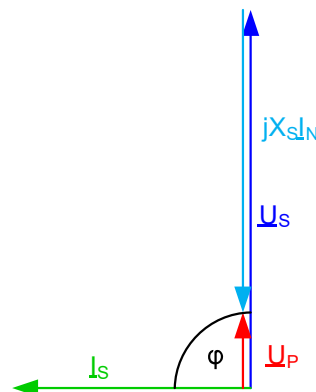


Abbildung 11: Zeigerdiagramm zu Aufgabe 2.3 c) (anderer Maßstab als in a)

d) Abgegebene Blindleistung

Für $\cos(\varphi) = 0$ gibt die Maschine keine Wirkleistung sondern nur Blindleistung ab. Man spricht bei diesem Betriebszustand vom Phasenschieberbetrieb. Da die Maschine untererregt wird, ist der Winkel $\varphi = -90^\circ$.

$$Q = \sqrt{3} \cdot I_S U_N \cdot \sin(-90^\circ) \quad (2.47)$$

Zunächst muss der Strom berechnet werden:

$$X_{SN} \cdot I_S = U_{SN} - U_P = 0,8 U_{SN} = 230,94 \text{ V} \quad (2.48)$$

$$I_S = \frac{X_{SN} I_S}{X_{SN}} = 62,926 \text{ A} \quad (2.49)$$

$$Q = -\sqrt{3} \cdot I_S U_N = -54,496 \text{ kvar} \quad (2.50)$$

2.4 Synchronmaschine

a) Zeigerdiagramme für den generatorischen Betrieb

Im generatorischen Betrieb wird Leistung an das speisende Netz abgegeben (positives Vorzeichen). Der Winkel ϑ ist größer als 0° .

$$U_S = \frac{U_N}{\sqrt{3}} = 230,94 \text{ V} \quad (2.51)$$

$$\varphi = \arccos(0,9) = \pm 25,842^\circ \quad (2.52)$$

$$X_{SN} I_N = 2\pi f L_{SN} I_N = 125,66 \text{ V} \quad (2.53)$$

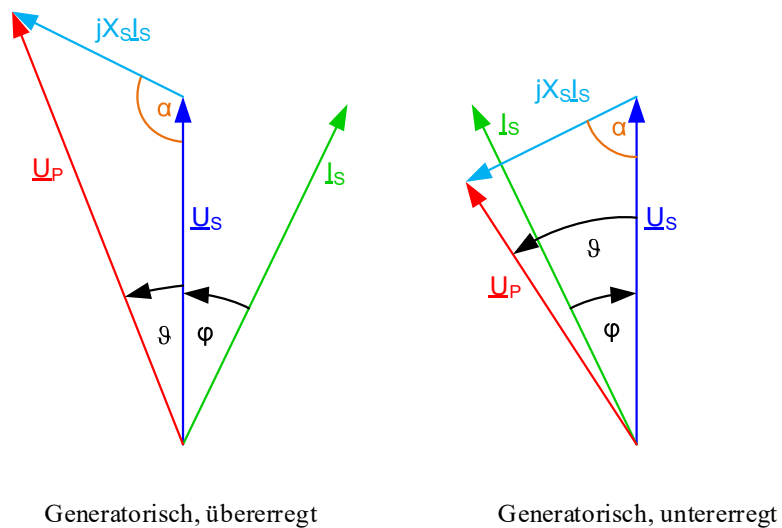


Abbildung 12: Zeigerdiagramm zu Aufgabe 2.4 a)

b) Zeigerdiagramme für den motorischen Betrieb

Motorischer Betrieb bedeutet negative Leistung im Erzeugerzählpeilsystem. ϑ ist dabei kleiner als 0° .

$$\varphi = \arccos(-0,85) = \pm 148,21^\circ \quad (2.54)$$

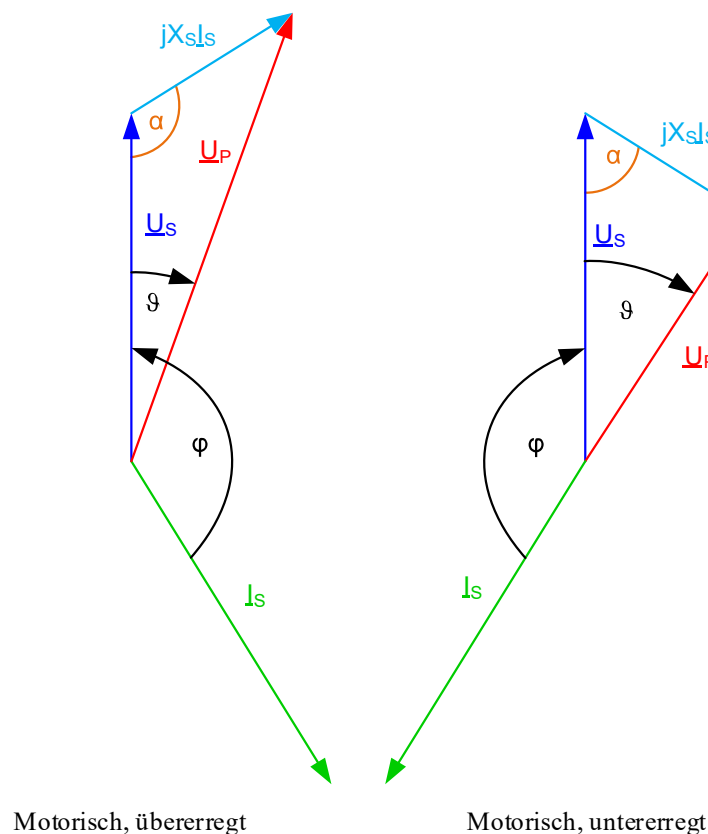


Abbildung 13: Zeigerdiagramm zu Aufgabe 2.4 b)

c) Polradwinkel

Im generatorischen Fall ist der Polradwinkel ϑ positiv, im motorischen Fall negativ. Um den jeweiligen Polradwinkel zu berechnen, können Cosinussatz und Sinussatz herangezogen werden. Für alle Zeigerdiagramme muss der Hilfswinkel α bestimmt werden. Über den Cosinussatz kann die Polradspannung berechnet werden. Der Sinussatz liefert anschließend den Polradwinkel ϑ . Die Vorzeichen können aus den Diagrammen abgelesen werden. Allgemein gilt:

$$U_P = \sqrt{U_S^2 + (X_{SN} I_N)^2 - 2U_S X_{SN} I_N \cos(\alpha)} \quad (2.55)$$

$$\vartheta = \arcsin\left(\frac{(X_{SN} I_N)}{U_P} \sin \alpha\right) \quad (2.56)$$

Damit ergeben sich folgende Polradspannungen und Polradwinkel:

- Generatorisch, übererregt, $|\cos(\varphi)| = 0,9$:

$$\varphi_{a1} = 25,94^\circ \quad (2.57)$$

$$\vartheta_{a1} > 0 \quad (2.58)$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} + \varphi \quad (2.59)$$

und damit

$$U_{P,a1} = 307,29 \text{ V} \quad (2.60)$$

$$\vartheta_{a1} = 21,1^\circ \quad (2.61)$$

- Generatorisch, untererregt, $|\cos(\varphi)| = 0,9$:

$$\varphi_{a2} = -25,94^\circ \quad (2.62)$$

$$\vartheta_{a2} > 0 \quad (2.63)$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi \quad (2.64)$$

und damit

$$U_{P,a2} = 209,34 \text{ V} \quad (2.65)$$

$$\vartheta_{a2} = 31,9^\circ \quad (2.66)$$

- Motorisch, übererregt, $|\cos(\varphi)| = 0,85$:

$$\varphi_{b1} = 148,21^\circ \quad (2.67)$$

$$\vartheta_{b1} < 0 \quad (2.68)$$

$$\alpha = \frac{3\pi}{2} - \varphi \quad (2.69)$$

und damit

$$U_{P,b1} = 315,75 \text{ V} \quad (2.70)$$

$$\vartheta_{b1} = -19,4^\circ \quad (2.71)$$

- Motorisch, untererregt, $|\cos(\varphi)| = 0,85$:

$$\varphi_{b2} = -148,21^\circ \quad (2.72)$$

$$\vartheta_{b2} < 0 \quad (2.73)$$

$$\alpha = -\frac{\pi}{2} + \varphi \quad (2.74)$$

und damit

$$U_{P,b2} = 196,34 \text{ V} \quad (2.75)$$

$$\vartheta_{b2} = -31,2^\circ \quad (2.76)$$

2.5 Synchrongenerator mit X_d ungleich X_q

a) Polradwinkel

Die wirksame Reaktanz einer Synchronmaschine mit X_d ungleich X_q ist Abhängig von deren Richtung. Die Richtung der Polradspannung kann bei unsymmetrischen Maschinen über die Hilfsgröße j ($X_q I_N$) bestimmt werden. U'_P ist dabei eine weitere notwendige Hilfsgröße, die mit Hilfe des Cosinus-Satzes ermittelt wird. Dadurch kann der Polradwinkel ϑ mit dem Sinussatz berechnet werden.

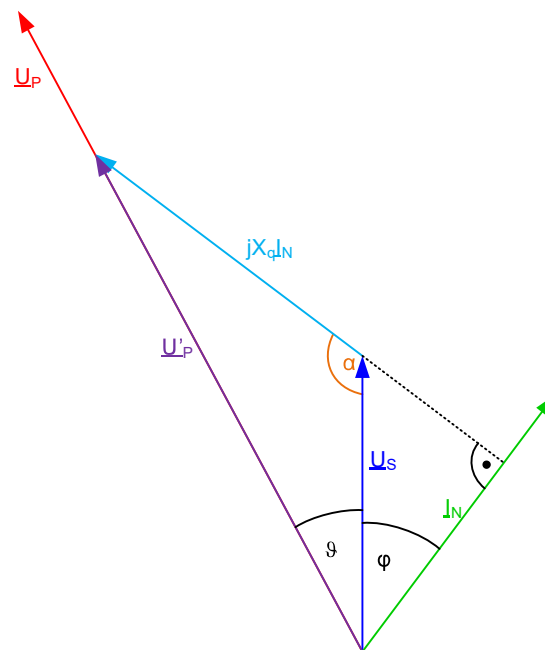


Abbildung 14: Zeigerdiagramm zur Bestimmung des Polradwinkels

$$U_S = \frac{U_N}{\sqrt{3}} = 230,94 \text{ V} \quad (2.77)$$

$$\varphi = \arccos(0,8) = 36,87^\circ \quad (2.78)$$

Cosinus-Satz

$$U_P'^2 = U_S^2 + (X_q I_N)^2 - 2U_S X_q I_N \cos(90^\circ + \varphi) \quad (2.79)$$

$$U_P'^2 = U_S^2 + (X_q I_N)^2 + 2U_S X_q I_N \sin(\varphi) \quad (2.80)$$

$$U_P' = \sqrt{U_S^2 + (X_q I_N)^2 + 2U_S X_q I_N \sin(\varphi)} = 439,3 \text{ V} \quad (2.81)$$

Sinus-Satz

$$\frac{\sin(90^\circ + \varphi)}{U'_P} = \frac{\sin(\vartheta)}{X_q I_N} \quad (2.82)$$

$$\sin(\vartheta) = \cos(\varphi) \frac{X_q I_N}{U'_P} \quad (2.83)$$

$$\vartheta = 28,26^\circ \quad (2.84)$$

b) Verhältnis von Nennerregnerstrom zu Leerlauferregnerstrom

Leerlauferregung liegt vor, wenn bei Nenndrehzahl die Erregung so eingestellt wird, dass kein Strom fließt: ($U_{P0} = U_{SN}$).

$$\frac{U_{PN}}{U_{P0}} = \frac{U_{PN}}{U_{SN}} = \frac{I_{fN}}{I_{f0}} \quad (2.85)$$

Um das Verhältnis zu berechnen, muss die Polradspannung im Nennbetrieb ermittelt werden. Dazu kann das Zeigerdiagramm aus a) ergänzt werden. Die q-Achse der Maschine liegt genau in Richtung der Polradspannung, die d-Achse senkrecht dazu. Damit können die Stromanteile I_d und I_q über geometrische Verhältnisse im rechtwinkligen Dreieck berechnet werden.

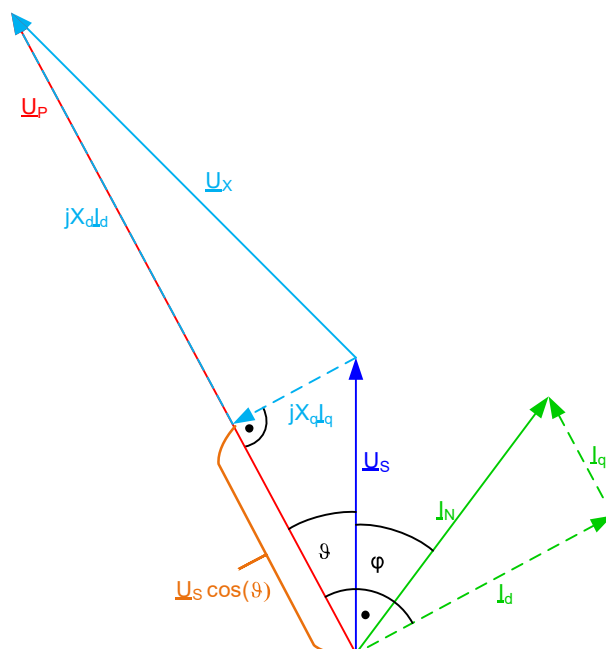


Abbildung 15: Zeigerdiagramm zur Bestimmung der Polradspannung

$$U_{\text{PN}} = U_{\text{SN}} \cos(\vartheta) + X_{\text{d}} I_{\text{d}} \quad (2.86)$$

$$I_{\text{d}} = I_{\text{N}} \cdot \cos(90^\circ - (\varphi + \vartheta)) = 90,726 \text{ A} \quad (2.87)$$

$$U_{\text{PN}} = U_{\text{SN}} \cos(\vartheta) + X_{\text{d}} I_{\text{d}} = 566,32 \text{ V} \quad (2.88)$$

$$\frac{I_{\text{fN}}}{I_{\text{f0}}} = \frac{U_{\text{PN}}}{U_{\text{SN}}} = 2,45 \quad (2.89)$$

c) Spannung bei $I_{\text{S}} = 0$

Die Spannung an den Klemmen bei vollkommener Entlastung ist durch die Polradspannung U_{P} bestimmt, welche von der Erregung I_{F} abhängt. Die Polradspannung muss auf die, an einer Klemme anliegende, Strangspannung umgerechnet werden.

$$U_{\text{L}} = \sqrt{3} \cdot U_{\text{P}} \quad (2.90)$$

d) Nenndrehmoment

Durch den Ansatz einer verlustfreien Maschine sind mechanische und elektrische Leistung gleich.

$$P_{\text{V}} = 0 \text{ W} \Rightarrow P_{\text{el}} = P_{\text{mech}}$$

$$P_{\text{elN}} = 3U_{\text{SN}}I_{\text{N}}\cos\varphi_{\text{N}} = \sqrt{3}U_{\text{N}}I_{\text{N}}\cos\varphi_{\text{N}} = M_{\text{N}}\Omega_{\text{N}} \quad (2.91)$$

$$M_{\text{N}} = \frac{\sqrt{3}U_{\text{N}}I_{\text{N}}\cos\varphi_{\text{N}} \cdot p}{2\pi f_{\text{N}}} = 1058,55 \text{ N m} \quad (2.92)$$

2.6 Synchronmotor in Schenkelpolbauweise

a) Nenndrehzahl

$$f_N = \frac{f_{\text{Netz}}}{p} = 12,5 \text{ Hz} \rightarrow n_N = 750 \text{ /min} \quad (2.93)$$

b) Polradwinkel

Zur Bestimmung des Polradwinkels können die Winkelbeziehungen im Zeigerdiagramm genutzt werden. Im motorischen Betrieb ist der Winkel ϑ kleiner als 0° . Die Richtung der Polradspannung und damit der Winkel ϑ wird durch die Hilfsgröße $j(X_q I_N)$ festgelegt.

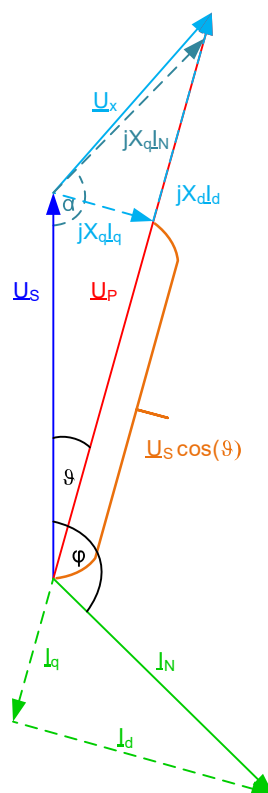


Abbildung 16: Zeigerdiagramm eines übererregten Schenkelpolmotors

$$U_S = \frac{U_N}{\sqrt{3}} = 3,00 \text{ kV} \quad (2.94)$$

$$\varphi = \cos^{-1}(-0,7) = 134,43^\circ \quad (2.95)$$

Bestimmen von U'_p durch den Cosinussatz:

$$U'_p{}^2 = U_S^2 + (X_q I_N)^2 - 2U_S X_q I_N \cos(180^\circ - \varphi + 90^\circ) \quad (2.96)$$

$$U_P'^2 = U_S^2 + (X_q I_N)^2 - 2U_S X_q I_N \cos(270^\circ - \varphi) \quad (2.97)$$

$$U_P'^2 = U_S^2 + (X_q I_N)^2 + 2U_S X_q I_N \sin(\varphi) \quad (2.98)$$

$$U_P' = \sqrt{U_S^2 + (X_q I_N)^2 + 2U_S X_q I_N \sin(\varphi)} = 4,3613 \text{ kV} \quad (2.99)$$

Durch Anwenden des Sinussatzes erhält man den Winkel ϑ :

$$\frac{\sin(\vartheta)}{X_q I_N} = \frac{\sin(180^\circ - \varphi + 90^\circ)}{U_P'} \quad (2.100)$$

$$\vartheta = \sin^{-1} \left(\frac{\sin(180^\circ - \varphi + 90^\circ)}{U_P'} X_d I_N \right) = 15,644^\circ \text{ motorisch} \quad (2.101)$$

c) Berechnen der Stromanteile in q- und d-Richtung

Wird der Nennstrom im Zeigerdiagramm in seine Anteile aufgetrennt, können diese über die auftretenden Winkel ermittelt werden.

$$I_q = I_N \cos(180^\circ - (\varphi - \vartheta)) = 57,785 \text{ A} \quad (2.102)$$

$$I_d = I_N \sin(180^\circ - (\varphi - \vartheta)) = 105,17 \text{ A} \quad (2.103)$$

d) Polradspannung

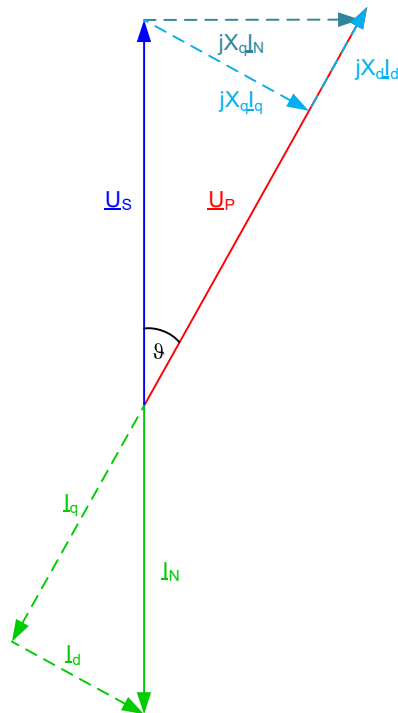
Auch die Polradspannung kann durch das Zeigerdiagramm berechnet werden.

$$U_P = U_S \cos(\vartheta) + I_d X_d = 4,5716 \text{ kV} \quad (2.104)$$

$$\frac{I_F}{I_{F0}} = \frac{U_P}{U_S} = 1,5239 \quad (2.105)$$

e) Polradspannung bei reiner Wirkleistungsaufnahme

Soll nur Wirkleistung aufgenommen werden, muss der Leistungsfaktor $\cos(\varphi) = 1$ sein. Dies ist bei einem Winkel von $\varphi = 0^\circ$ oder $\varphi = 180^\circ$ der Fall. Da es sich um einen Motor handelt muss $|\cos(\varphi)|$ größer als 90° sein. Damit ist: $\varphi = 180^\circ$. Durch $j(X_q I_N)$ ist der


 Abbildung 17: Zeigerdiagramm für $\cos(\varphi) = 1$

Winkel ϑ festgelegt.

$$\tan(\vartheta) = \frac{I_N X_q}{U_S} \rightarrow \vartheta = 29,249^\circ \text{ motorisch} \quad (2.106)$$

$$\frac{I_d}{I_N} = \sin(\vartheta) \rightarrow I_d = \sin(\vartheta) I_N = 58,633 \text{ A} \quad (2.107)$$

$$U_P = U_S \cos(\vartheta) + I_d X_d = 3,5556 \text{ kV} \quad (2.108)$$

$$\frac{I_F}{I_{F0}} = \frac{U_P}{U_S} = 1,1852 \quad (2.109)$$

f) Drehmoment bei reiner Wirkleistungsaufnahme

Das abgegebene Drehmoment kann durch den Ansatz eines verlustfreien Synchronmotors über die elektrische Leistung bestimmt werden:

$$P = 3U_S I_N \cos(\varphi) = \sqrt{3}U_N I_N \underbrace{\cos(\varphi)}_{\cos(\varphi)=1} = 1,08 \text{ MW (motorisch)} \quad (2.110)$$

$$M = \frac{P}{\Omega} \quad (2.111)$$

$$\Omega = 2\pi n = 78,54 \text{ s}^{-1} \quad (2.112)$$

$$M = \frac{P}{\Omega} = 13,751 \text{ kN m} \quad (2.113)$$

g) Zeigerdiagramm für den neuen Betriebszustand

Liegen Strom und Polradspannung stets in Phase, ist der Anteil des Ständerstroms in d-Richtung verschwindend ($I_d = 0$). Der Nennstrom liegt also in q-Richtung ($I_N = I_q$).

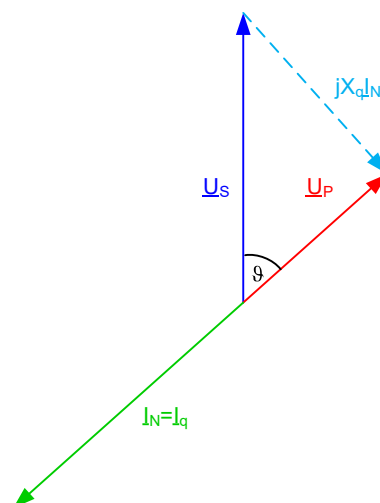


Abbildung 18: Zeigerdiagramm für $I_d = 0$

Alle in den folgenden Teilaufgaben gesuchten Größen lassen sich aus den Winkelbeziehungen im Zeigerdiagramm ermitteln:

h) Polradwinkel

$$\tan(\vartheta) = \frac{I_N X_q}{\underbrace{U_P}_{= \frac{U_S}{2}}} \Rightarrow \vartheta = 48,22^\circ \text{ motorisch} \quad (2.114)$$

i) Leistungsfaktor

$$\varphi = 180^\circ + \vartheta \quad (2.115)$$

$$|\cos(\varphi)| = 0,666 \quad (2.116)$$

j) Strangspannung

$$U_S = \frac{U_P}{\cos(\vartheta)} = 2252,94 \text{ V} \quad (2.117)$$

k) Drehmoment

Das Drehmoment kann mit dem Ansatz aus Teilaufgabe f) berechnet werden.

$$P = 3U_S I_N \cos(\varphi) = \sqrt{3}U_N I_N \underbrace{\cos(\varphi)}_{\cos(\varphi)=0,666} = 540,16 \text{ kW} \quad (2.118)$$

$$P = M\Omega \quad (2.119)$$

$$M = \frac{P}{\Omega} = 6,88 \text{ kN m} \quad (2.120)$$

2.7 Synchrongenerator am starren Netz (F2016, A2)

a) Polradwinkel im Nennbetrieb

Zeigerdiagramm (Zeichnung nicht gefordert):

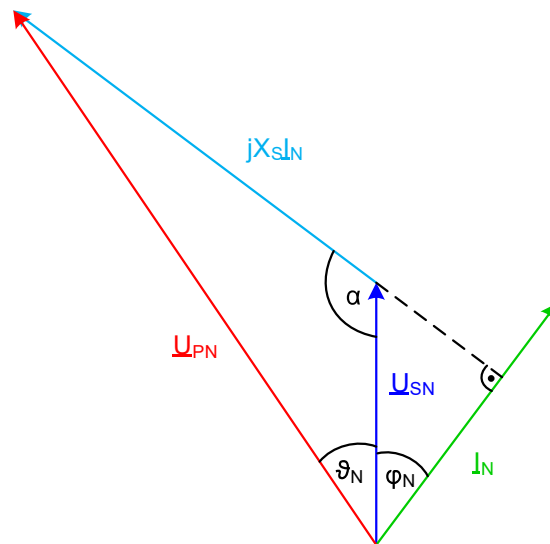


Abbildung 19: Zeigerdiagramm des Synchrongenerators im Nennbetrieb

Durch die geometrischen Beziehungen im Zeigerdiagramm aus Abbildung 19 lässt sich der Hilfswinkel $\alpha = 90^\circ + \varphi_N = 126,8699^\circ$ bestimmen. Über den Cosinus-Satz lässt sich der Betrag der Polradspannung $\underline{U}_{PN}$ bestimmen:

$$U_{PN}^2 = U_{SN}^2 + (X_S I_N)^2 - 2U_{SN}X_S I_N \cdot \cos(\alpha) \quad (2.121)$$

$$U_{PN} = \sqrt{\left(\frac{U_N}{\sqrt{3}}\right)^2 + (X_S I_N)^2 - 2U_{SN}X_S I_N \cdot \cos(90^\circ + \varphi_N)} = 42,7029 \text{ kV} \quad (2.122)$$

Mit Hilfe des Sinussatzes lässt sich der Polradwinkel ϑ_N bestimmen:

$$\frac{\sin \vartheta_N}{X_S I_N} = \frac{\sin \alpha}{U_{PN}} \quad (2.123)$$

$$\vartheta_N = \arcsin\left(\frac{X_S I_N}{U_{PN}} \cdot \sin(\alpha)\right) = 0,5968 \text{ rad} = 34,1958^\circ \quad (2.124)$$

b) Verluste in der Erregerwicklung

Die Verluste der Erregerwicklung werden über die elektrische Leistung errechnet. Bei Synchronmaschinen ist die Erregerwicklung stets eine Gleichspannungswicklung.

$$P_V = U_{fN} \cdot I_{fN} = 4,5 \text{ MW} \quad (2.125)$$

c) Nenn- und Kippmoment

Da der Synchrongenerator als verlustfrei angenommen wird, gilt $P_{\text{mechN}} = P_{\text{elN}}$

$$P_{\text{mechN}} = P_{\text{elN}} = \sqrt{3} U_N I_N \cdot \cos(\varphi_N) = M_N \cdot \Omega_N = M_N \cdot \frac{2\pi f_N}{p} \quad (2.126)$$

$$M_N = \sqrt{3} U_N \cdot I_N \cdot \cos(\varphi_N) \cdot \frac{p}{2\pi f_N} = 2,6464 \text{ MN m} \quad (2.127)$$

Das Kippmoment wird genau dann erreicht, wenn für den Polradwinkel gilt $\vartheta_K = 90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$. Die Maschine wird am starren Netz betrieben. Der Generator ist fremderregt. Es gilt $\underline{U}_{SK} = \underline{U}_{SN}$ und $\underline{U}_{PK} = \underline{U}_{PN}$. Für das resultierende Moment M_K gilt (Formel aus Formelsammlung):

$$M_K = 3p \cdot \frac{U_S \cdot U_{PN} \cdot \sin(\vartheta_K)}{\omega_N \cdot X_S} \quad (2.128)$$

$$M_K = 3p \cdot \frac{U_N \cdot U_{PN} \cdot \sin(\frac{\pi}{2})}{\sqrt{3} \cdot 2\pi \cdot f_N \cdot X_S} = 4,7087 \text{ MN m} \quad (2.129)$$

d) Zeigerdiagramm an der Kippgrenze

Mit den Bedingungen $\underline{U}_{SK} = \underline{U}_{SN}$ und $\underline{U}_{PK} = \underline{U}_{PN}$ lässt sich unter Verwendung des Satz des Pythagoras der Spannungsabfall $I_K X_S$ über der Reaktanz berechnen:

$$I_K X_S = \sqrt{U_S^2 + U_{PN}^2} = \sqrt{\left(\frac{U_N}{\sqrt{3}}\right)^2 + U_{PN}^2} = 46,0819 \text{ kV} \quad (2.130)$$

Das resultierende Zeigerdiagramm:

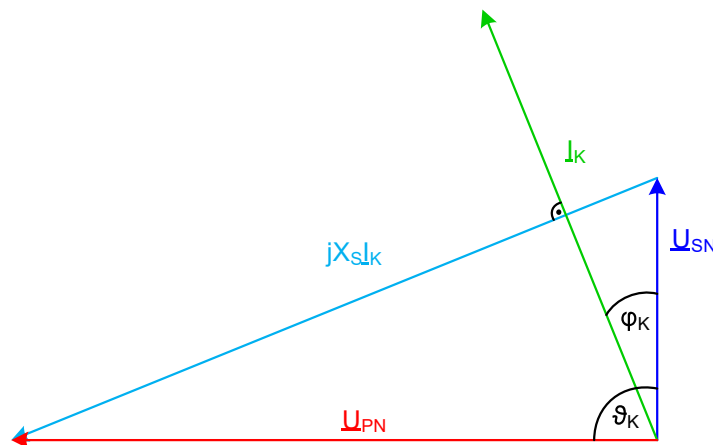


Abbildung 20: Zeigerdiagramm des Synchrongenerators bei Nennerregung und Belastung mit Kippmoment

e) Effektivwert des Netzstroms

Mit Gleichung (2.130) lässt sich der Maschinenstrom $\underline{I}_{SK}$ bei Belastung mit Kippmoment berechnen und in Abbildung 20 einzeichnen.

$$I_K = \frac{I_K X_S}{X_S} \quad (2.131)$$

$$= 30,7212 \text{ kA} \quad (2.132)$$

f) Betriebspunkt durch Erregerstrom stabilisieren

Vom Kippunkt aus gesehen, muss der Erregerstrom vergrößert werden, um den Arbeitspunkt des Synchrongenerators in den stabilen Bereich zu verschieben (vgl. Gleichung (2.128)).

3 Asynchronmaschine

3.1 Drehstromasynchronmotor

a) Stabiler Arbeitspunkt

Bei einem stabilen Arbeitspunkt darf das Drehmoment durch eine Erhöhung der Drehzahl nicht niedriger werden, da sonst die Maschine aus dem Arbeitspunkt beschleunigt wird. Das heißt, die Ableitung des Drehmoments nach der Drehzahl muss negativ sein.

$$M_B = M_i - M_L \quad (3.1)$$

$$\frac{dM_B}{d\Omega} < 0 \quad (3.2)$$

b) Diagramm

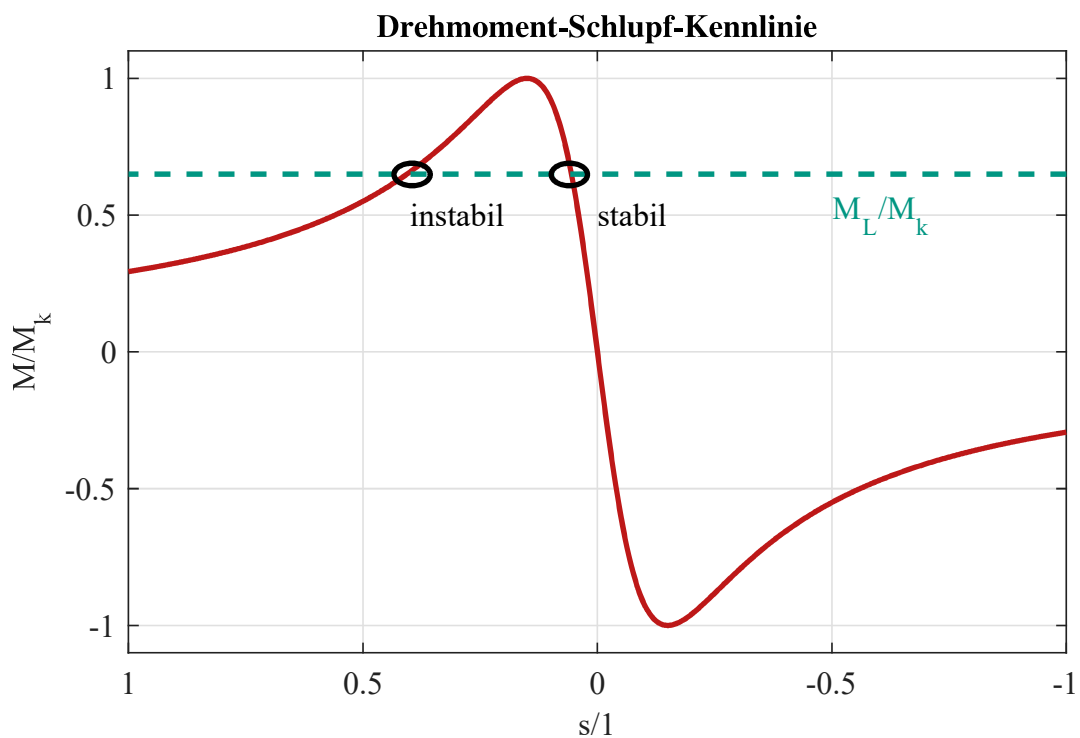


Abbildung 21: Stabilität

c) Anlauf

Der Motor läuft nicht selber an, da das Lastmoment im Stillstand ($s=1$) größer ist als das Antriebsmoment des Motors. Daraus folgt, dass das Beschleunigungsmoment kleiner Null ist.

3.2 Drehstromasynchronmaschine mit Kurzschlussläufer

a) Nennleistung, Nennverlustleistung und Wirkungsgrad

Elektrische Nennleistung:

$$P_{\text{el,N}} = \sqrt{3} U_N I_N \cos(\varphi) = 6,7723 \text{ kW} \quad (3.3)$$

Die Nennverlustleistung ergibt sich aus der Differenz zwischen elektrischer und mechanischer Nennleistung:

$$P_{\text{V,N}} = P_{\text{el,N}} - P_N = 1,2723 \text{ kW} \quad (3.4)$$

Der Wirkungsgrad ist definiert als Quotient der abgeführten zur zugeführten Leistung:

$$\eta = \frac{P_N}{P_{\text{el,N}}} = 81,213 \% \quad (3.5)$$

b) Polpaarzahl

Die Synchron Drehzahl lässt sich allgemein bestimmen durch:

$$n_{\text{syn}} = \frac{f_s}{p} \quad (3.6)$$

Mögliche Synchron Drehzahlen bei 50 Hz sind damit:

p	n_{syn}
1	3000 min^{-1}
2	1500 min^{-1}
3	1000 min^{-1}
4	750 min^{-1}

Aus der gegebenen Nenndrehzahl von $n = 1440 \frac{1}{\text{min}}$ kann die Polpaarzahl anhand der Tabelle abgelesen werden:

$$\Rightarrow p = 2 \quad (3.7)$$

c) Nennschlupf und Rotorfrequenz im Nennpunkt

Aus der vorherigen Teilaufgabe sind Nenndrehzahl und Synchron Drehzahl bekannt, somit kann der Schlupf berechnet werden:

$$s_N = \frac{n_{\text{syn}} - n_N}{n_{\text{syn}}} = 0,04 \quad (3.8)$$

Da der Rotor mit einer anderen Drehzahl als das umlaufende Statordrehfeld rotiert, werden in den Rotorsträngen Ströme induziert. Die Frequenz kann mit dem Schlupf im Nennpunkt berechnet werden:

$$f_{\text{R,N}} = s_N f_N = 2 \text{ Hz} \quad (3.9)$$

d) Nennmoment

Durch umstellen der Leistungsgleichung erhält man:

$$M_N = \frac{P_N}{\Omega_N} \quad (3.10)$$

Die mechanische Winkelgeschwindigkeit erhält man aus der gegebenen Nenndrehzahl:

$$\Omega_N = \frac{n_N}{60 \frac{s}{\min}} \cdot 2\pi = 150,8 \text{ s}^{-1} \quad (3.11)$$

Damit ergibt sich das Drehmoment im Nennpunkt zu:

$$M_N = \frac{P_N}{\Omega_N} = 36,473 \text{ N m} \quad (3.12)$$

e) Kipp- und Anlaufmoment

Der Ansatz für diese Aufgabe ist die Kloss'sche Formel:

$$\frac{M}{M_K} = \frac{2}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}} \quad (3.13)$$

$$\frac{M_N}{M_K} = \frac{2}{\frac{s_N}{s_K} + \frac{s_K}{s_N}} \quad (3.14)$$

Stellt man die Gleichung nach dem Kippmoment um, sind alle Größen zu dessen Berechnung bereits bekannt:

$$M_K = \frac{\frac{s_N}{s_K} + \frac{s_K}{s_N}}{2} M_N = 73,25 \text{ N m} \quad (3.15)$$

Beim Anlaufen des Motors ist die Drehzahl $n_A = 0$ und damit der Schlupf $s_A = 1$. Durch Umstellen lässt sich das Anlaufmoment bestimmen:

$$M_A = \frac{2}{\frac{1}{s_K} + \frac{s_K}{1}} M_K = 21,491 \text{ N m} \quad (3.16)$$

3.3 Polumschaltbare Drehstromasynchronmaschine

a) Drehzahl vor der Polumschaltung

Der Motor befindet sich im Leerlauf und rotiert dadurch synchron zum Drehfeld.

$$n_{p_1} = \frac{f_N}{p_1} = 1500 \text{ min}^{-1} \quad (3.17)$$

b) Drehzahl nach der Polumschaltung

Die Drehzahl nach der Umschaltung lässt sich mit der neuen Polpaarzahl berechnen.

$$n_{p_2} = \frac{f_N}{p_2} = 750 \text{ min}^{-1} \quad (3.18)$$

c) Kennlinien vor und nach dem Umschaltvorgang

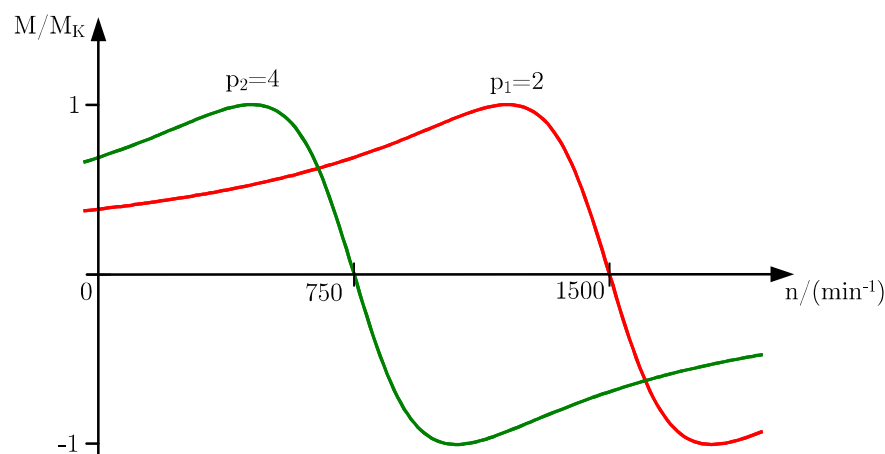


Abbildung 22: Momentenverläufe

d) Ausgetauschte Energie

Die ausgetauschte Energie ist das Zeitintegral über der Leistung:

$$W_{\text{Netz}} = \int_{t_1}^{t_2} P_S(t) dt \quad (3.19)$$

Die Leistung setzt sich aus der Drehfeldleistung und der Verlustleistung im Stator zusammen. Da laut Aufgabenstellung der Statorwiderstand vernachlässigt werden kann, muss nur die Drehfeldleistung berücksichtigt werden.

$$P_S = P_D + P_{VS} = P_D + 3 \underbrace{R_S}_{=0 \Omega} I_S^2 \quad (3.20)$$

Für die Leistung gilt damit:

$$P_S = P_D = M_i \underbrace{\Omega_{\text{syn}}}_{=\Omega_2} \quad (3.21)$$

Das innere Moment der Maschine ist das Produkt aus Trägheit und der Änderung der mechanischen Winkelgeschwindigkeit:

$$M_i = J \cdot \dot{\Omega} \quad (3.22)$$

Das Integral ist damit:

$$W_{\text{Netz}} = \int_{t_1}^{t_2} J \cdot \Omega_2 \cdot \dot{\Omega}(t) dt \quad (3.23)$$

Substitutionsregel: Um das Integral zu lösen, müssen die Integrationsgrenzen und die Integrationsvariable von der Zeit auf die Winkelgeschwindigkeit umgestellt werden:

$$a = u(b) \quad (3.24)$$

Allgemein gilt bei der Substitutionsregel:

$$\int f(a) da = \int f(u(b)) \cdot u'(b) db \quad (3.25)$$

Also:

$$\int f(\Omega) d\Omega = \int f(\Omega(t)) \cdot \dot{\Omega}(t) dt \quad (3.26)$$

Damit ergibt sich:

$$W_{\text{Netz}} = \int_{t_1}^{t_2} \underbrace{J \cdot \Omega_2}_{f(\Omega(t))} \cdot \dot{\Omega}(t) dt \quad (3.27)$$

$$= \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} J \cdot \Omega_2 d\Omega \quad (3.28)$$

Mit den Integrationsgrenzen:

$$\Omega_1 = 157,08 \text{ s}^{-1} \quad (3.29)$$

$$\Omega_2 = 78,54 \text{ s}^{-1} \quad (3.30)$$

Die mit dem Netz ausgetauschte Energie ist negativ, es wird beim Umschaltvorgang Energie an das Netz abgegeben.

$$W_{\text{Netz}} = J\Omega_2 (\Omega_2 - \Omega_1) = -308,43 J \quad (3.31)$$

e) Verluste

Verlustenergie beim Umschalten Es treten keine Verluste im Stator der Maschine auf. Für die Verlustleistung des Rotors gilt:

$$P_{VR} = s \cdot P_D \quad (3.32)$$

Während des Umschaltvorgangs ändert sich die Drehzahl mit der Zeit. Der Schlupf ist dadurch zeitabhängig:

$$s = \frac{\Omega_2 - \Omega(t)}{\Omega_2} \quad (3.33)$$

Die Drehfeldleistung wurde in der vorherigen Teilaufgabe schon bestimmt:

$$P_D = M_i \cdot \Omega_2 = J \cdot \Omega_2 \cdot \dot{\Omega}(t) \quad (3.34)$$

Die Verlustenergie ergibt sich erneut aus dem Integral über die Rotorverlustleistung:

$$W_{VR} = \int_{t_1}^{t_2} \underbrace{(\Omega_2 - \Omega(t)) \cdot J \cdot \dot{\Omega}(t)}_{f(\Omega(t))} dt \quad (3.35)$$

Das Integral lässt sich analog lösen. Nach Substitution erhält man:

$$W_{VR} = J \cdot \left(\Omega_2^2 - \frac{1}{2} \Omega_2^2 - \Omega_1 \Omega_2 + \frac{1}{2} \Omega_1^2 \right) \quad (3.36)$$

$$= \frac{1}{2} J (\Omega_1 - \Omega_2)^2 \quad (3.37)$$

$$= 154,2J \quad (3.38)$$

f) Änderung der gespeicherten kin. Energie

Die kinetische Energie eines rotierenden Körpers ist:

$$W = \frac{1}{2} J \Omega^2 \quad (3.39)$$

Die Änderung der gespeicherten Energie ergibt sich aus der Differenz der kinetischen Energien vor und nach der Polumschaltung:

$$\Delta W_{\text{kin}} = W_{\text{kin},2} - W_{\text{kin},1} \quad (3.40)$$

$$= -462,6J \quad (3.41)$$

3.4 Drehstromasynchronmaschine als Lüfterantrieb

a) Polpaarzahl

$$p = \frac{f_N}{n_N} = 2,069 \longrightarrow p = 2 \quad (3.42)$$

b) Nennmoment

Umstellen der mechanischen Leistungsgleichung

$$M_N = \frac{P_N}{\Omega_N} \quad (3.43)$$

Bestimmen der mechanischen Winkelgeschwindigkeit

$$\Omega_N = 2\pi \cdot n_N = 151,84 \text{ s}^{-1} \quad (3.44)$$

Einsetzen liefert das Nennmoment des Motors

$$M_N = \frac{P_N}{\Omega_N} = 9,8786 \text{ N m} \quad (3.45)$$

c) Kippmoment

Das Kippmoment ist in der Aufgabenstellung bereits gegeben, das benötigte Nennmoment wurde in der vorherigen Teilaufgabe bestimmt

$$M_K = 2,8 M_N = 27,66 \text{ N m} \quad (3.46)$$

d) Nenn- und Kippschlupf

Aus der in Teilaufgabe a) bestimmten Polpaarzahl und der gegebenen Frequenz lässt sich die Synchrdrehzahl berechnen:

$$n_{\text{Syn}} = \frac{f_N}{p} = 1500 \text{ min}^{-1} \quad (3.47)$$

Damit ist der Schlupf im Nennpunkt:

$$s_N = \frac{n_{\text{syn}} - n_N}{n_{\text{syn}}} = 0,03333 \quad (3.48)$$

Der Kippschlupf lässt sich bei bekanntem Nenn- und Kippmoment durch Umstellen der Kloss'schen Formel ermitteln.

$$\frac{M_N}{M_K} = \frac{2}{\frac{s_N}{s_K} + \frac{s_K}{s_N}} \quad (3.49)$$

$$\frac{s_N}{s_K} + \frac{s_K}{s_N} = \frac{2}{\frac{M_N}{M_K}} \quad (3.50)$$

$$s_K^2 - \frac{2M_K}{M_N} s_N s_K + s_N^2 = 0 \quad (3.51)$$

Da es sich um eine quadratische Gleichung handelt, erhält man 2 Lösungen:

$$s_{K1,2} = \frac{M_K}{M_N} s_N \pm s_N \sqrt{\left(\frac{M_K}{M_N}\right)^2 - 1} = 0,180\,49; \quad 0,006\,154\,7 \quad (3.52)$$

Bei der zweiten Lösung wäre der Kippschlupf kleiner als der Nennschlupf. Dies ist nicht sinnvoll. Siehe Verlauf des Drehmoments.

$$s_K = 0,180\,49 \quad (3.53)$$

e) Schlupf-Drehmoment-Kennlinien

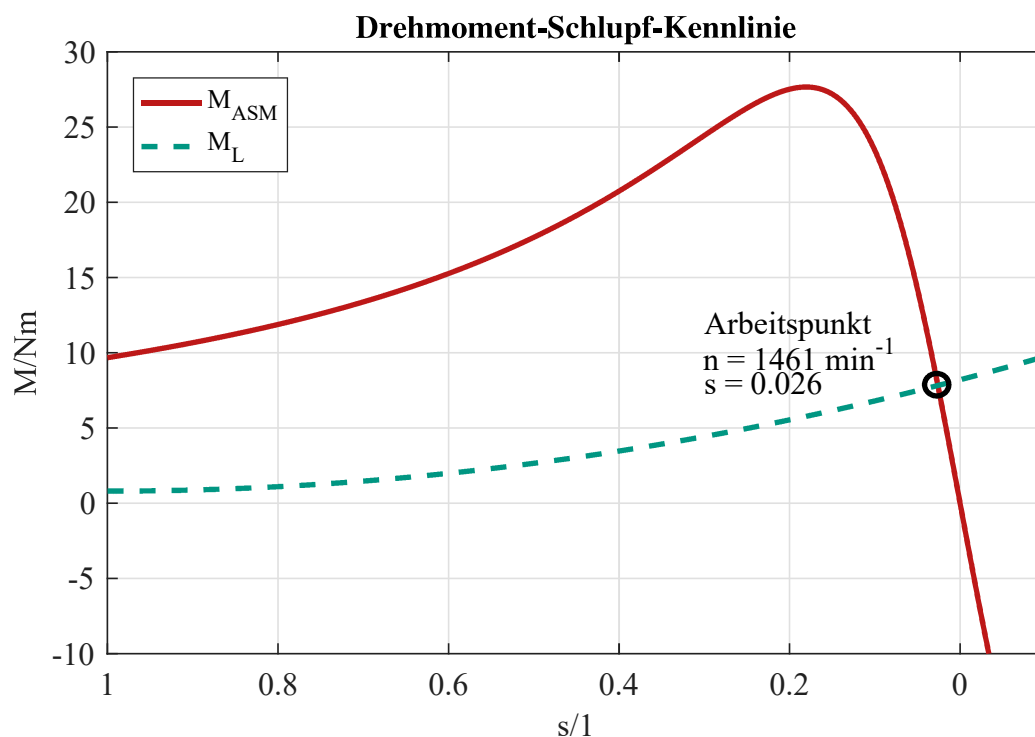


Abbildung 23: Kennlinien des inneren Moments und Lastmoments

f) Berechnen des neuen Arbeitspunkts

Durch den veränderten k-Faktor und das Reibmoment wird der Asynchronmotor durch ein jetzt konstantes Lastmoment belastet.

$$M_L = 0 \cdot \Omega^2 + M_R = 2,8 \text{ Nm} = \text{const.} \quad (3.54)$$

Im Arbeitspunkt muss das abgegebene Moment der Maschine dem Lastmoment entsprechen. Den zugehörigen Schlupf im Arbeitspunkt erhält man aus der Kloss'schen Formel.

$$\frac{M_R}{M_K} = \frac{2}{\frac{s_R}{s_K} + \frac{s_K}{s_R}} \quad (3.55)$$

$$\frac{s_R}{s_K} + \frac{s_K}{s_R} = \frac{2}{\frac{M_R}{M_K}} \quad (3.56)$$

$$s_R^2 - \frac{2M_K}{M_R} s_K s_R + s_K^2 = 0 \quad (3.57)$$

$$s_{R1,2} = \frac{M_K}{M_R} s_K \pm s_K \sqrt{\left(\frac{M_K}{M_R}\right)^2 - 1} = 0,009\,158\,954\,33, \quad 3,555\,68 \quad (3.58)$$

Ein Schlupf größer als 1 wäre instabil, daher ist:

$$s_R = 0,009\,158\,954\,33 \quad (3.59)$$

Die zugehörige Drehzahl beträgt

$$n_R = n_{\text{syn}} \cdot (1 - s_R) = 1486,3 \text{ min}^{-1} \quad (3.60)$$

Damit ist der Arbeitspunkt vollständig bestimmt.

3.5 Drehstromasynchronmaschine mit Schleifringläufer

a) Vorwiderstand

Zunächst wird die Synchrohdrehzahl ermittelt.

$$n_{\text{Syn}} = \frac{f_N}{p} = 1000 \text{ min}^{-1} \quad (3.61)$$

Der Schlupf ist damit:

$$s_{\text{NV}} = \frac{n_{\text{Syn}} + \frac{1}{2}n_{\text{Syn}}}{n_{\text{Syn}}} = 1,5 \quad (3.62)$$

Den Nennschlupf erhält man aus der Kloss'schen Formel

$$\frac{M}{M_K} = \frac{2}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}} \quad (3.63)$$

$$\frac{M_N}{M_K} = \frac{2}{\frac{s_N}{s_K} + \frac{s_K}{s_N}} \quad (3.64)$$

$$s_N^2 - 2\frac{M_K}{M_N}s_Ks_N + s_K^2 = 0 \quad (3.65)$$

$$s_N = \left(\frac{M_K}{M_N} \pm \sqrt{\left(\frac{M_K}{M_N} \right)^2 - 1} \right) s_K \quad (3.66)$$

Der größere Wert scheidet aus, da dieser Betriebszustand instabil wäre.

$$s_N = 0,04019 \quad (3.67)$$

Das Verhältnis zwischen Gesamtwiderstand der Rotorwicklung mit Vorwiderstand und Rotorwicklung ohne zusätzlichen Widerstand ist gleich dem Verhältnis von s_{NV} und s_N (aus der Formelsammlung)

$$\frac{s_N}{s_{\text{NV}}} = \frac{R_R}{R_R + R_V} \quad (3.68)$$

$$R_V = R_R \left(\frac{s_{\text{NV}}}{s_N} - 1 \right) \quad (3.69)$$

Einsetzen liefert für das Verhältnis

$$\frac{R_V}{R_R} = \frac{s_{\text{NV}}}{s_N} - 1 = 36,5 \quad (3.70)$$

b) Verlustleistungen in Rotor und Vorwiderstand

Die Verluste im Rotor ergeben sich aus der Drehfeldleistung multipliziert mit dem Schlupf. Die Drehfeldleistung der Maschine erhält man aus dem Nennmoment und der synchronen Winkelgeschwindigkeit.

$$P_{VR} = sP_D \quad P_D = M\Omega_{\text{syn}} \quad \text{mit} \quad M = M_N \quad (3.71)$$

Einsetzen in die Rotorverlustleistung:

$$P_{VR} = sM_N\Omega_{\text{syn}} \quad (3.72)$$

Aus der Leistungsgleichung lässt sich das Nennmoment bestimmen.

$$P_{\text{mechN}} = P_N = M_N\Omega_N \Rightarrow M_N = \frac{P_N}{\Omega_N} = \frac{P_N}{(1 - s_N)\Omega_{\text{syn}}} = 497,36 \text{ N m} \quad (3.73)$$

Der Schlupf ist aus der vorherigen Teilaufgabe bekannt. Damit ist die Rotorverlustleistung:

$$P_{VR} = 78,125 \text{ kW} \quad (3.74)$$

Die Verluste im Rotor setzen sich aus den Verlusten im Vorwiderstand und den Verlusten am Wicklungswiderstand zusammen.

$$P_{VR} = P_V + P_R \quad (3.75)$$

Das Verhältnis der Leistungen ist gleich dem Verhältnis der Widerstände. (Reihenschaltung)

$$\frac{R_V}{R_R} = \frac{P_V}{P_R} = 36,5 \Rightarrow P_V = 36,5P_R \quad (3.76)$$

$$P_R = \frac{P_{VR}}{37,5} = 2,083 \text{ kW} \quad (3.77)$$

$$P_V = P_{VR} - P_R = 76,042 \text{ kW} \quad (3.78)$$

c) Vorwiderstand für Stillstand

$$\frac{s_N}{s_{NV}} = \frac{R_R}{R_R + R_V} \quad (3.79)$$

Für Stillstand gilt: $s_{NV} = 1$.

$$\frac{R_V}{R_R} = \frac{s_{NV}}{s_N} - 1 = 24 \quad (3.80)$$

3.6 Frequenzgesteuerte Drehstromasynchronmaschine

a) Zusammenhang zwischen Spannung und Frequenz

Der Hauptfluss ψ_h soll konstant gehalten werden. Es gilt: $\psi_h \sim I_\mu$. Damit ist die Spannung $U_h = I_\mu \omega_s L_{Sh}$. Die Streuinduktivität $L_{S\sigma}$ ist viel kleiner als L_{Sh} , dadurch kann sie vernachlässigt werden.

$$\frac{U_S}{\omega_s} = \text{konstant} \quad (3.81)$$

Dies ist die Grundlage für die Spannungsfrequenzsteuerung.

b) Frequenz für stabilen Drehzahlwert

Für die Statorleistung gilt:

$$P_S = P_D + 3R_S I_S^2 = P_{el} = 3U_S I_S \cos(\varphi) \quad (3.82)$$

Der Statorwiderstand kann vernachlässigt werden. Die Wirkleistung fällt im Rotor am Widerstand R'_R/s ab. Dieser setzt sich aus den Verlusten R'_R und dem Ersatzwiderstand $\frac{1-s}{s}R'_R$ für die mechanische Leistung zusammen.

Laut Aufgabenstellung sei der Stator verlustfrei. Damit ist:

$$P_D = P_{el} \quad (3.83)$$

$$P_D = 3 \frac{R'_R}{s} I_R'^2 \quad (3.84)$$

Die mechanische Leistung ergibt sich aus:

$$P_{\text{mech}} = M_i \Omega = P_D (1 - s) = 3 \frac{(1 - s) R'_R}{s} I_R'^2 \quad (3.85)$$

$$P_{\text{mech}} = P_D (1 - s) \quad (3.86)$$

Ersetzen der Winkelgeschwindigkeit durch die synchrone Winkelgeschwindigkeit mal $(1 - s)$

$$P_{\text{mech}} = M_i \Omega = M_i \Omega_S (1 - s) = P_D (1 - s) \quad (3.87)$$

$$M_i \Omega_S = P_D \quad (3.88)$$

$$M_i = \frac{P_D}{\Omega_S} \quad (3.89)$$

Einsetzen der Drehfeldleistung:

$$M_i = \frac{3 \frac{R'_R}{s} I_R'^2}{\Omega_S} \quad (3.90)$$

$$\Omega_S = \frac{\omega_s}{p} \quad (3.91)$$

$$M_i = 3p \frac{\frac{R'_R}{s} I_R'^2}{\omega_S} \quad (3.92)$$

Für den Stillstand der Maschine gilt: $s=1$

$$M_i = 3p \frac{R'_R I_R'^2}{\omega_S} \quad (3.93)$$

Nun muss noch der Strom I'_R bzw. dessen Quadrat bestimmt werden:

$$I_\mu L_{Sh} \omega_S = I'_R \sqrt{(\omega_S L'_{R\sigma})^2 + R_R'^2} \quad (3.94)$$

$$I_R'^2 = \frac{(I_\mu L_{Sh} \omega_S)^2}{(\omega_S L'_{R\sigma})^2 + R_R'^2} \quad (3.95)$$

Setzt man den Strom in die Gleichung für das innere Moment ein, erhält man den Ausdruck:

$$M_i = 3p \frac{R'_R \omega_S (I_\mu L_{Sh})^2}{(\omega_S L'_{R\sigma})^2 + R_R'^2} \quad (3.96)$$

Durch Umstellen erhält man eine quadratische Gleichung und damit zwei Lösungen für die gesuchte Frequenz.

$$\omega_S^2 - \frac{3p R'_R}{M_i} \left(I_\mu \frac{L_{Sh}}{L'_{R\sigma}} \right)^2 \omega_S + \left(\frac{R'_R}{L'_{R\sigma}} \right)^2 = 0 \quad (3.97)$$

$$\omega_1 = 693,8 \text{ s}^{-1} \rightarrow f_1 = 110,42 \text{ Hz} \quad (3.98)$$

dies wäre jedoch kein stabiler Betriebspunkt, es muss deshalb

$$\omega_2 = 30,7 \text{ s}^{-1} \rightarrow f_2 = 4,89 \text{ Hz} \quad (3.99)$$

eingestellt werden.

4 Transformator

4.1 Wechselstromtransformator

a) Ohm'sche Last

Kurzschlussersatzschaltbild:

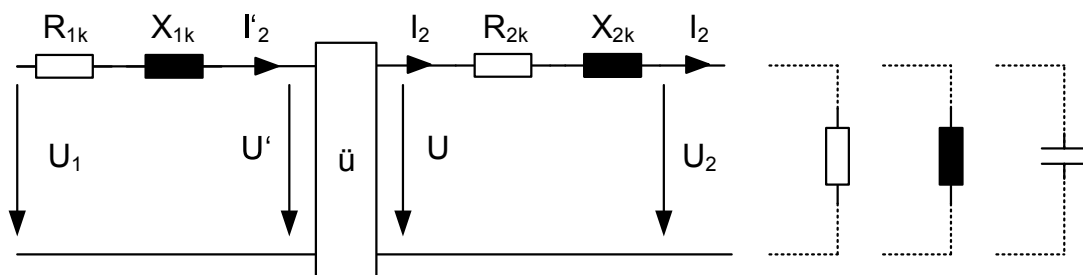


Abbildung 24: Kurzschlussersatzschaltbild des einphasigen Transformators

Das Übersetzungsverhältnis $\ddot{u}$ ist laut Aufgabenstellung gleich 1:1, da $w_1 = w_2$. Damit kann der Übertrager im Ersatzschaltbild entfallen. Außerdem ist $R_{1k} = R_1 + R'_2 = 0$. Damit entfällt R_{1k} und $u_x = u_k$.

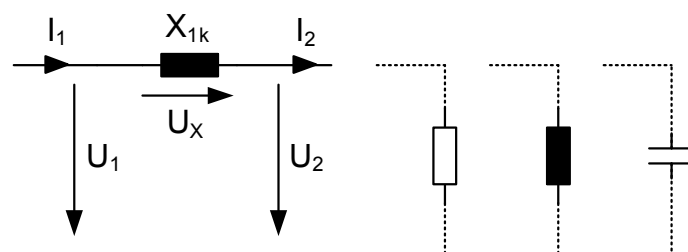


Abbildung 25: vereinfachtes Ersatzschaltbild

$X_{1\sigma}$ und $X'_{2\sigma}$ werden zusammengefasst:

$$X_{1k} = X_{1\sigma} + X'_{2\sigma} \quad (4.1)$$

Gesucht ist der Spannungsabfall U_x . Die relative Kurzschlussspannung ist definiert als:

$$u_x = \frac{X_{1k}}{Z_{1N}} = \frac{X_{1k} \cdot I_{1N}}{U_{1N}} \quad (4.2)$$

Durch Umstellen nach $X_{1\sigma}$ lässt sich die Spannung durch einsetzen berechnen

$$X_{1k} = u_x \cdot \frac{U_{1N}}{I_{1N}} \quad (4.3)$$

$$U_X = X_{1k} \cdot I_{1N} = u_x \cdot U_{1N} = u_x \cdot U_{2N} \quad (4.4)$$

$$U_1^2 = U_X^2 + U_2^2 = U_X^2 + U_{2N}^2 \quad (4.5)$$

$$U_1 = \sqrt{U_X^2 + U_{2N}^2} = \sqrt{u_x^2 \cdot U_{2N}^2 + U_{2N}^2} \quad (4.6)$$

$$U_1 = U_{2N} \sqrt{1 + u_x^2} = 401,995 \text{ V} \quad (4.7)$$

b) Induktive Belastung

Die Spannungen U_X und U_2 sind gleichphasig und werden addiert.

$$U_1 = U_{2N} (1 + u_x) = 440 \text{ V} \quad (4.8)$$

c) Kapazitive Belastung

Die Spannungen U_X und U_2 sind gegenphasig und werden voneinander subtrahiert.

$$U_1 = U_{2N} (1 - u_x) = 360 \text{ V} \quad (4.9)$$

4.2 Einphasentransformator

a) Primärseitiges Ersatzschaltbild

Der ohm'sche Widerstand und die Streuinduktivität der Sekundärseite werden auf die Primärseite übertragen.

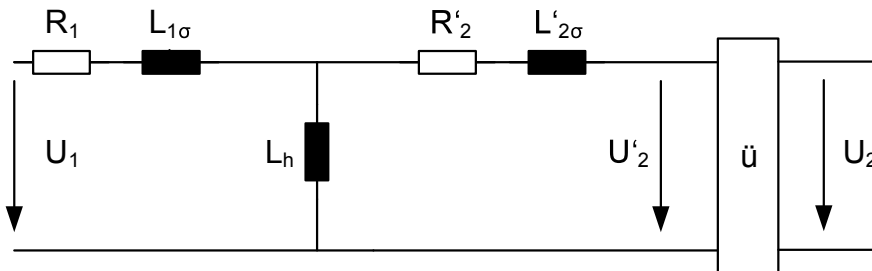


Abbildung 26: Ersatzschaltbild

b) Berechnen der gesuchten Größen

Mit der gegebenen Frequenz lässt sich der Widerstand der primärseitigen Streuinduktivität bestimmen.

$$X_{1\sigma} = 2\pi f L_{1\sigma} = 9,42 \, \Omega \quad (4.10)$$

Die, auf die Primärseite bezogenen Bauelemente müssen mit dem Faktor $\ddot{u}^2$ übertragen werden.

$$R'_2 = \ddot{u}^2 R_2 = 8 \, \Omega \quad (4.11)$$

$$X'_{2\sigma} = \ddot{u}^2 2\pi f L_{2\sigma} = 12 \, \Omega \quad (4.12)$$

Die übertragene Spannung wird mit dem Faktor $\ddot{u}$ berechnet.

$$U'_{2N} = U_{1N} = \ddot{u} U_{2N} = 230 \, \text{V} \quad (4.13)$$

c) Induktive Belastung

Da der Transformator mit sekundärseitiger Nennspannung betrieben wird, kann der Laststrom aus dem ohm'schen Gesetz ermittelt werden.

$$I_L = \frac{U_{2N}}{Z_L} = 2,5 \, \text{A} \quad (4.14)$$

Übertragen auf die Primärseite mit dem Faktor $\ddot{u}$ bzw. $\ddot{u}^2$

$$I'_L = \frac{I_L}{\ddot{u}} = 5 \, \text{A} \quad (4.15)$$

$$Z'_L = \ddot{u}^2 Z_L = 46 \, \Omega \quad (4.16)$$

d) Zeigerdiagramm

Konstruktion:

- $\cos(\varphi) = 0,8 \Rightarrow \varphi = 36,87^\circ$
- $U'_{2N}, I'_L = I'_2$ eintragen
- Beträge von U'_{R2} und $U'_{L2\sigma}$ berechnen:
$$U'_{R2} = I'_L \cdot R'_2 = 40 \text{ V}$$
$$U'_{L2\sigma} = I'_L \cdot X_{2\sigma}' = 60 \text{ V}$$
- U'_{R2} parallel zu I_L einzeichnen
- $U'_{L2\sigma}$ senkrecht zu U'_{R2} einzeichnen
- U_h als geometrische Summe der Spannungen U'_{2N} , U'_{R2} und $U'_{L2\sigma}$ einzeichnen und Betrag ablesen
$$\Rightarrow U_h \approx 300 \text{ V}$$
- Betrag von I_h berechnen:
$$I_h = \frac{U_h}{X_h} = 2 \text{ A}$$
- I_h senkrecht zu U_h einzeichnen
- I_1 als geometrische Summe der Ströme I'_L und I_h einzeichnen und Betrag ablesen
$$\Rightarrow I_1 \approx 6,5 \text{ A}$$
- Beträge von U_{R1} und $U_{L1\sigma}$ berechnen:
$$U_{R1} = I_1 \cdot R_1 = 30,6 \text{ V}$$
$$U_{L1\sigma} = I_1 \cdot X_{1\sigma} = 61,2 \text{ V}$$
- U_{R1} parallel zu I_1 einzeichnen
- $U_{L1\sigma}$ senkrecht zu U_{R1} einzeichnen
- U_1 als geometrische Summe der Spannungen U_h , U_{R1} und $U_{L1\sigma}$ einzeichnen und Betrag ablesen
$$\Rightarrow U_1 \approx 360 \text{ V}$$

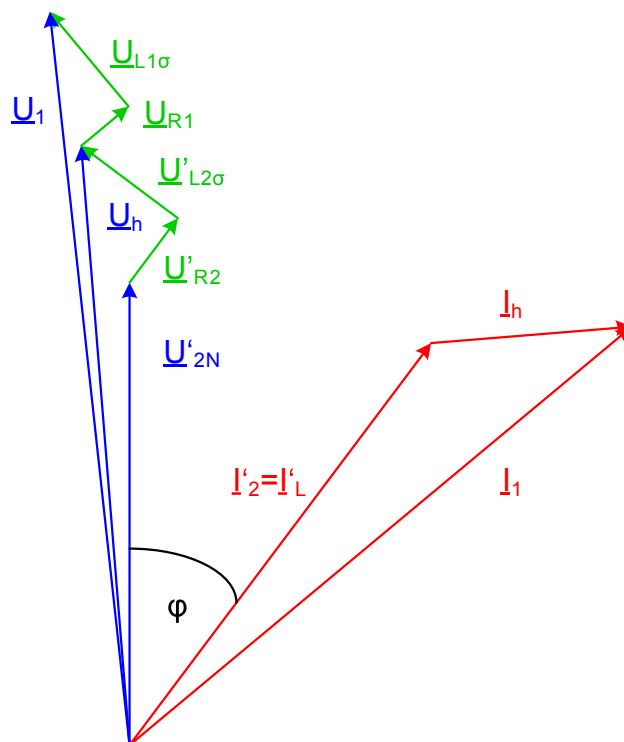


Abbildung 27: Zeigerdiagramm

4.3 Drehstromtransformator

a) Relative Kurzschlussspannungen

Die relative Kurzschlussspannung u_r berechnet sich zu $u_r = \frac{R_{1k} I_{1N}}{U_{1N}}$. Der Kurzschlusswiderstand R_{1k} kann aus der Verlustleistung im Kurzschlussversuch errechnet werden. Der Nennstrom wird über die Leistungsgleichung der elektrischen Leistung berechnet. Dabei muss beachtet werden, dass es sich um einen Drehstromtransformator handelt.

$$P_k = 3 R_{1k} I_k^2 = 3 (0,3 I_{1N})^2 R_{1k} = 3 (0,3)^2 I_{1N}^2 R_{1k} \quad (4.17)$$

Einsetzen in die Bestimmungsgleichung der relativen Kurzschlussspannung liefert

$$u_r = \frac{R_{1k} I_{1N}}{U_{1N}} = \frac{\frac{P_k}{3(0,3)^2 I_{1N}}}{U_{1N}} = \frac{P_k}{3 (0,3)^2 I_{1N} U_{1N}} \quad (4.18)$$

Der Nennstrom lässt sich aus der angegebenen Scheinleistung berechnen.

$$I_{1N} = \frac{S_N}{3 U_{1N}} \quad (4.19)$$

Damit ist:

$$u_r = \frac{P_k}{(0,3)^2 S_N} \approx 2,22 \% \quad (4.20)$$

Die relative Kurzschlussspannung u_k setzt sich aus den relativen induktiven und ohmschen Spannungen u_x und u_r zusammen

$$u_k^2 = u_x^2 + u_r^2 \quad (4.21)$$

$$u_x = \sqrt{u_k^2 - u_r^2} \approx 9,75 \% \quad (4.22)$$

b) Berechnen der gesuchten Größen für Ober- und Unterspannungsseite

Die Kurzschlussspannung der Primärseite kann direkt aus den gegebenen bzw. berechneten Daten berechnet werden.

$$U_{1k} = u_k U_{1N} = 577,35 \text{ V} \quad (4.23)$$

Mit der Scheinleistung kann der Gesamtwiderstand und damit die gesuchten Einzelwiderstände ermittelt werden.

$$S_N = 3 U_{1N} I_{1N} \quad (4.24)$$

$$\tilde{Z} := \frac{U_{1N}}{I_{1N}} = \frac{3 U_{1N}^2}{S_N} = 200 \Omega \quad (4.25)$$

folgt

$$R_{1k} = u_r \tilde{Z} \approx 4,44 \Omega \quad (4.26)$$

$$X_{1k} = u_x \tilde{Z} \approx 19,50 \Omega \quad (4.27)$$

$$Z_{1k} = u_k \tilde{Z} \approx 20,00 \Omega \quad (4.28)$$

Das Übersetzungsverhältnis ist aus den beiden Spannungen zu bestimmt werden: $u = \frac{U_{1N}}{U_{2N}} = 25$. Damit können die Widerstands- und Spannungswerte auf die Sekundärseite bezogen werden:

$$R_{2k} = \frac{1}{u^2} R_{1k} \approx 7,11 \text{ m}\Omega \quad (4.29)$$

$$X_{2k} = \frac{1}{u^2} X_{1k} \approx 31,20 \text{ m}\Omega \quad (4.30)$$

$$Z_{2k} = \frac{1}{u^2} Z_{1k} \approx 32,00 \text{ m}\Omega \quad (4.31)$$

$$U_{2k} = \frac{1}{u} U_{1k} \approx 23,09 \text{ V} \quad (4.32)$$

c) Klemmenspannung der ASM

Der von der Asynchronmaschine aufgenommene Strangstrom kann aus der Scheinleistung der Maschine berechnet werden.

$$I_L = \frac{S_{N,ASM}}{\sqrt{3} U_{N,ASM}} = 577,35 \text{ A} \quad (4.33)$$

Für den Spannungsabfall über der Impedanz des Transformators gilt

$$U_Z = I_L \cdot \sqrt{R_{2k}^2 + X_{2k}^2} = I_L \cdot Z_{2k} \approx 18,48 \text{ V} \quad (4.34)$$

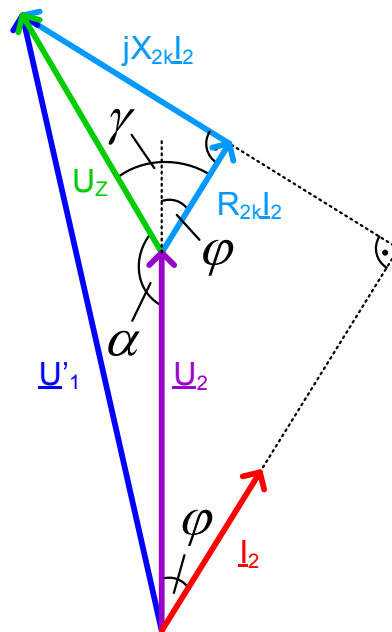


Abbildung 28: Zeigerdiagramm

Im Leerlauf des Trafos gilt:

$$U_2 = U_{2N} = U'_1 \quad (4.35)$$

Bei Belastung des Trafos:

$$U'_1 = U_{2N} \quad (4.36)$$

Für die Winkel im Zeigerdiagramm gilt der geometrische Zusammenhang:

$$\gamma = \arctan \left(\frac{X_{2k} \cdot I_2}{R_{2k} \cdot I_2} \right) = \arctan \left(\frac{X_{2k}}{R_{2k}} \right) \approx 77,16^\circ \quad (4.37)$$

$$\alpha = 180^\circ + \varphi - \gamma = 134,63^\circ \quad (4.38)$$

Durch Umstellen des Cosinussatzes kann die Spannung U_2 ermittelt werden.

$$U_1'^2 = U_Z^2 + U_2^2 - 2U_Z U_2 \cos(\alpha) \quad (4.39)$$

$$U_{21,2} = U_Z \cos(\alpha) \pm \sqrt{U_Z^2 \cos^2(\alpha) + U_1'^2 - U_Z^2} \quad (4.40)$$

$$U_{21} = 217,59 \text{ V}; \quad U_{22} = -243,54 \text{ V} \quad (4.41)$$

Die quadratische Gleichung hat 2 Lösungen, jedoch ist eine negative Spannung nicht sinnvoll.

Strangspannung am Motor:

$$U_{\text{MS}} = 217,59 \text{ V} \quad (4.42)$$

Leiterspannung am Motor:

$$U_{\text{ML}} = \sqrt{3} \cdot U_{\text{MS}} = 376,87 \text{ V} \quad (4.43)$$

d) Blindleistungskompensation

$$I_{\text{Wirk}} = I_{\text{N}} \cos(\varphi) = 490,75 \text{ A} \quad (4.44)$$

$$U_{2\text{X}} = X_{\text{k2}} I_{\text{Wirk}} = 15,31 \text{ V} \quad (4.45)$$

$$U_{2\text{R}} = R_{\text{k2}} I_{\text{Wirk}} = 3,49 \text{ V} \quad (4.46)$$

Da Laststrom und Klemmenspannung bei reiner Wirkleistungsaufnahme in Phase liegen, kann der Spannungsabfall direkt berechnet werden

$$U_{\text{MS}} = \sqrt{U_{2\text{N}}^2 - U_{2\text{X}}^2} - U_{2\text{R}} = 226,94 \text{ V} \quad (4.47)$$

$$U_{\text{ML}} = \sqrt{3} U_{\text{MS}} = 393,08 \text{ V} \quad (4.48)$$

Für die Blindleistungsaufnahme der Maschine gilt

$$Q = S \sin(\varphi) = 210,71 \text{ kVAr} \quad (4.49)$$

Der Blindstrom in den Kondensator (einphasiges ESB) beträgt

$$I_{\text{C}} = \frac{Q}{3U_{\text{MS}}} = 309,50 \text{ A} \quad (4.50)$$

$$X_{\text{C}} = \frac{U_{\text{MS}}}{I_{\text{C}}} = 733,26 \text{ m}\Omega \quad (4.51)$$

$$C = \frac{1}{\omega X_{\text{C}}} = 4,3410 \text{ mF} \quad (4.52)$$

e) Klemmenspannung bei reiner Wirkstromaufnahme

Siehe vorherige Teilaufgabe

$$U_{\text{ML}} = \sqrt{3} U_{\text{MS}} = 393,08 \text{ V} \quad (4.53)$$

5 Netzgeführte Stromrichter

5.1 Wechselstromsteller (Dimmer)

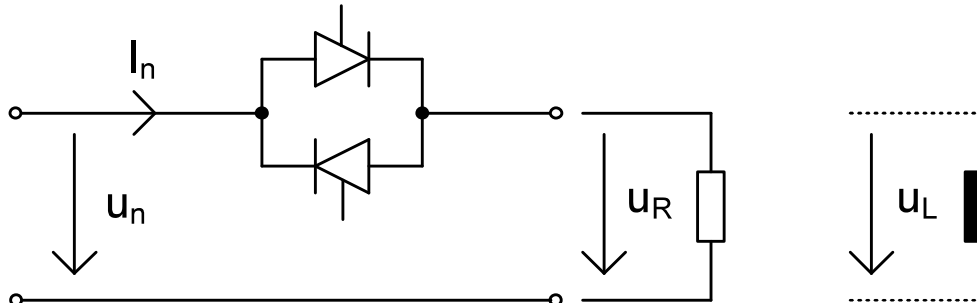
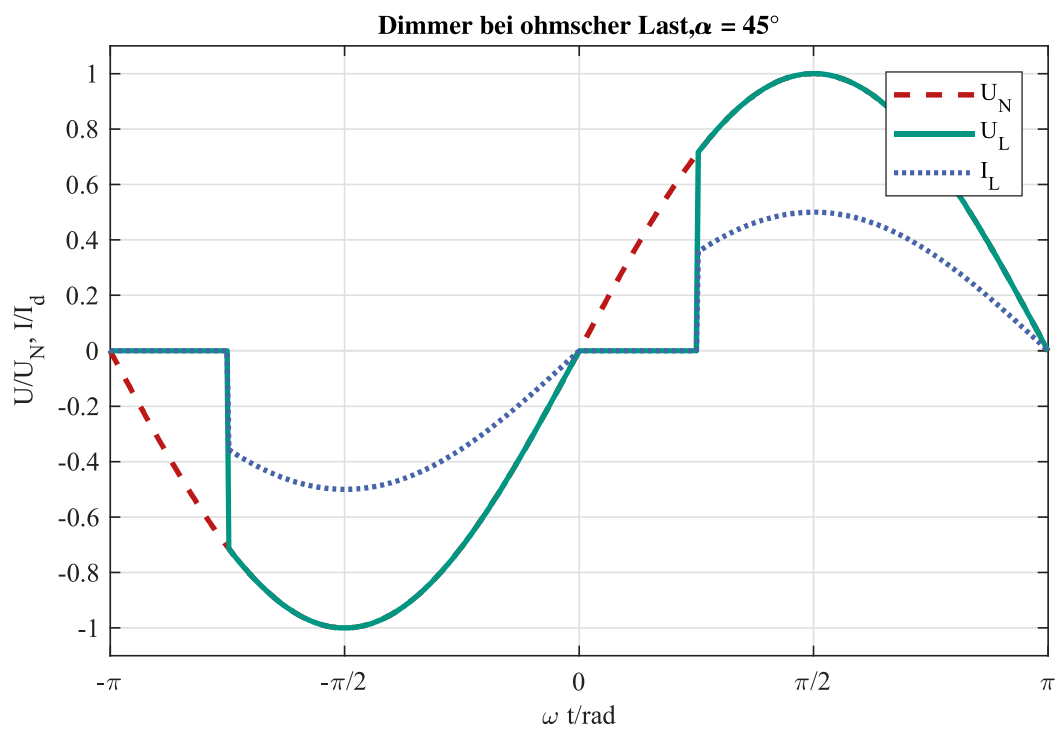


Abbildung 29: Schaltbild: Wechselstromsteller

a) Ohm'sche Belastung


 Abbildung 30: Zeitverläufe beim Wechselstromsteller mit ohmscher Belastung; Horizontale Achse: ωt ; Vertikale Achse blau: $u_n/\hat{U}_n$; Vertikale Achse rot: $i_n/2\hat{I}_n$

Aus der Formelsammlung erhalten wir für den Effektivwert die Formel:

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} \quad (5.1)$$

Aufgrund der Periodizität und der Symmetrie muss lediglich eine Halbschwingung betrachtet werden. Durch Einsetzen der Spannung lässt sich die Effektivspannung bestimmen

$$U_R = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \left(\sqrt{2} U_n \sin(\omega t) \right)^2 d\omega t} \quad (5.2)$$

$$= U_n \sqrt{\frac{2}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \sin^2(\omega t) d\omega t} \quad (5.3)$$

mit

$$\int_{\alpha}^{\pi} \sin^2(a \cdot x) dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4a} \sin(2ax) \quad (5.4)$$

folgt für die Spannung über der ohm'schen Belastung:

$$U_R = U_n \sqrt{\frac{2}{\pi} \left[\frac{1}{2} \omega t - \frac{1}{4} \sin(2\omega t) \right]_{\alpha}^{\pi}} \quad (5.5)$$

$$= U_n \sqrt{\frac{1}{\pi} \left(\pi - \alpha + \frac{1}{2} \sin(2\alpha) \right)} \quad (5.6)$$

für $0 \leq \alpha < \pi$

b) Induktive Belastung

Bei der induktiven Belastung kann mathematisch identisch vorgegangen werden, allerdings ist die Betrachtung einer Halbschwingung hier nicht zulässig!

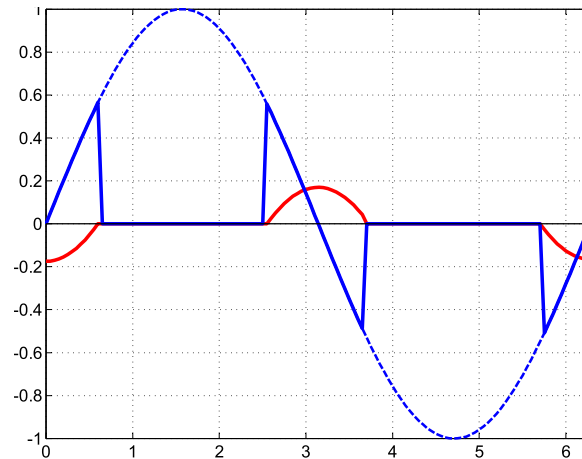


Abbildung 31: Zeitverläufe beim Wechselstromsteller mit induktiver Belastung; Horizontale Achse: ωt ; Vertikale Achse blau gestrichelt: $u_n/\hat{U}_n$; Vertikale Achse blau: $u_L/\hat{U}_n$; Vertikale Achse rot: $i_n/2\hat{I}_n$

$$U_L = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} \left(\sqrt{2} U_n \sin(\omega t) \right)^2 d\omega t} \quad (5.7)$$

$$= U_n \sqrt{\frac{2}{\pi} \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} \sin^2(\omega t) d\omega t} \quad (5.8)$$

$$= U_n \sqrt{\frac{2}{\pi} \left[\frac{1}{2} \omega t - \frac{1}{4} \sin(2\omega t) \right]_{\alpha}^{2\pi-\alpha}} \quad (5.9)$$

$$= U_n \sqrt{\frac{2}{\pi} \left[\frac{1}{2} (2\pi - \alpha) - \frac{1}{4} \sin(4\pi - 2\alpha) - \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{4} \sin(2\alpha) \right]} \quad (5.10)$$

$$= U_n \sqrt{\frac{1}{\pi} \left[2\pi - \alpha - \frac{1}{2} \sin(-2\alpha) - \alpha + \frac{1}{2} \sin(2\alpha) \right]} \quad (5.11)$$

$$= U_n \sqrt{\frac{1}{\pi} [2\pi - 2\alpha + \sin(2\alpha)]} \quad (5.12)$$

für $\pi/2 \leq \alpha < \pi$

5 Netzgeführte Stromrichter

5.1 Wechselstromsteller (Dimmer)

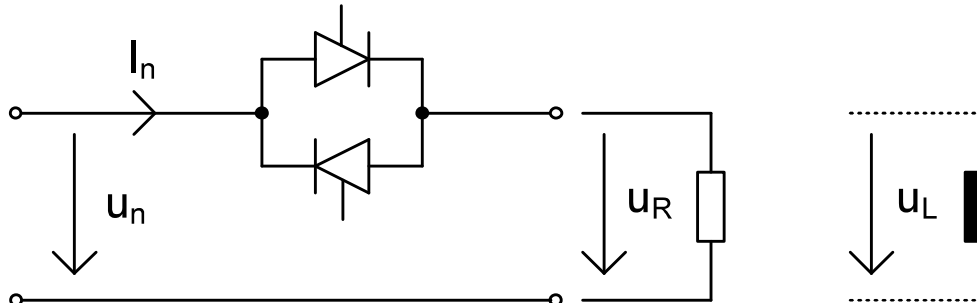
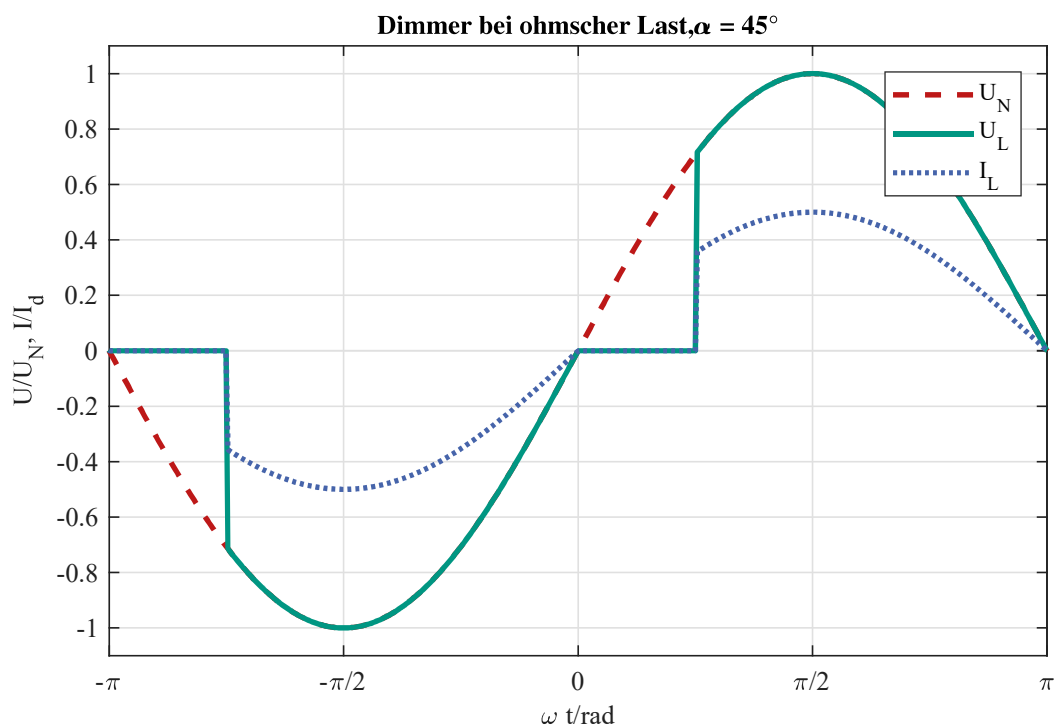


Abbildung 29: Schaltbild: Wechselstromsteller

a) Ohm'sche Belastung


 Abbildung 30: Zeitverläufe beim Wechselstromsteller mit ohmscher Belastung; Horizontale Achse: ωt ; Vertikale Achse blau: $u_n/\hat{U}_n$; Vertikale Achse rot: $i_n/2\hat{I}_n$

Aus der Formelsammlung erhalten wir für den Effektivwert die Formel:

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} \quad (5.1)$$

Aufgrund der Periodizität und der Symmetrie muss lediglich eine Halbschwingung betrachtet werden. Durch Einsetzen der Spannung lässt sich die Effektivspannung bestimmen

$$U_R = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \left(\sqrt{2} U_n \sin(\omega t) \right)^2 d\omega t} \quad (5.2)$$

$$= U_n \sqrt{\frac{2}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \sin^2(\omega t) d\omega t} \quad (5.3)$$

mit

$$\int_{\alpha}^{\pi} \sin^2(a \cdot x) dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4a} \sin(2ax) \quad (5.4)$$

folgt für die Spannung über der ohm'schen Belastung:

$$U_R = U_n \sqrt{\frac{2}{\pi} \left[\frac{1}{2} \omega t - \frac{1}{4} \sin(2\omega t) \right]_{\alpha}^{\pi}} \quad (5.5)$$

$$= U_n \sqrt{\frac{1}{\pi} \left(\pi - \alpha + \frac{1}{2} \sin(2\alpha) \right)} \quad (5.6)$$

für $0 \leq \alpha < \pi$

b) Induktive Belastung

Bei der induktiven Belastung kann mathematisch identisch vorgegangen werden, allerdings ist die Betrachtung einer Halbschwingung hier nicht zulässig!

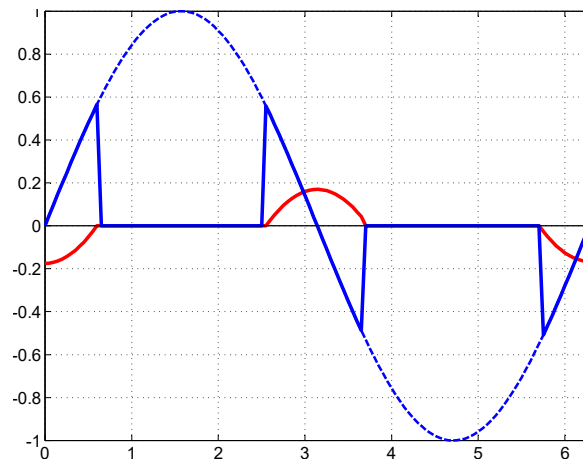


Abbildung 31: Zeitverläufe beim Wechselstromsteller mit induktiver Belastung; Horizontale Achse: ωt ; Vertikale Achse blau gestrichelt: $u_n/\hat{U}_n$; Vertikale Achse blau: $u_L/\hat{U}_n$; Vertikale Achse rot: $i_n/2\hat{I}_n$

$$U_L = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} \left(\sqrt{2} U_n \sin(\omega t) \right)^2 d\omega t} \quad (5.7)$$

$$= U_n \sqrt{\frac{2}{\pi} \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} \sin^2(\omega t) d\omega t} \quad (5.8)$$

$$= U_n \sqrt{\frac{2}{\pi} \left[\frac{1}{2} \omega t - \frac{1}{4} \sin(2\omega t) \right]_{\alpha}^{2\pi-\alpha}} \quad (5.9)$$

$$= U_n \sqrt{\frac{2}{\pi} \left[\frac{1}{2} (2\pi - \alpha) - \frac{1}{4} \sin(4\pi - 2\alpha) - \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{4} \sin(2\alpha) \right]} \quad (5.10)$$

$$= U_n \sqrt{\frac{1}{\pi} \left[2\pi - \alpha - \frac{1}{2} \sin(-2\alpha) - \alpha + \frac{1}{2} \sin(2\alpha) \right]} \quad (5.11)$$

$$= U_n \sqrt{\frac{1}{\pi} [2\pi - 2\alpha + \sin(2\alpha)]} \quad (5.12)$$

für $\pi/2 \leq \alpha < \pi$

5.2 Netzgeführte Wechselstrombrückenschaltung

a) Wirk-, Schein- und Blindleistung mit Leistungsfaktor der vollgesteuerten Brücke

Den Mittelwert der Gleichspannung am Ausgang erhält man mit den Zusammenhängen aus der Formelsammlung:

$$U_{\text{di}\alpha\text{a}} = U_{\text{di}} \cos(\alpha_{\text{a}}) \quad (5.13)$$

$$U_{\text{di}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_{\text{n}} = 207,07 \text{ V} \quad (5.14)$$

$$U_{\text{di}\alpha\text{a}} = 179,33 \text{ V} \quad (5.15)$$

Da die Brücke laut Aufgabenstellung als verlustlos angenommen werden kann, ist die Wirkleistung auf der Wechselspannungsseite gleich der auf der Gleichspannungsseite.

$$P = P_{\text{ein}} = P_{\text{aus}} = U_{\text{di}\alpha\text{a}} \cdot I_{\text{d}} = 2,69 \text{ kW} \quad (5.16)$$

Der Effektivwert einer Rechteckstromform ist gleich der Amplitude.

$$I_{\text{n,eff,a}} = \sqrt{\frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} I_{\text{d}}^2 dt} = I_{\text{d}} \quad (5.17)$$

Damit ergibt sich für die Scheinleistung:

$$S_{\text{a}} = U_{\text{n}} I_{\text{n,eff,a}} = 3,45 \text{ kVA} \quad (5.18)$$

Einsetzen der berechneten Werte in die Definition des Leistungsfaktors liefert:

$$\lambda_{\text{a}} = \frac{P}{S_{\text{a}}} = 0,78 \quad (5.19)$$

b) Wirk-,Schein- und Blindleistung der halbgesteuerten Brücke für gleiche Verbraucherspannung

Zunächst muss der einzustellende Steuerwinkel für die gleiche Ausgangsspannung ermittelt werden. Da es sich um eine halbgesteuerte Brücke handelt ist als obere Integrationsgrenze π zu wählen.

$$U_{\text{di}\alpha\text{b}} = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha_{\text{b}}}^{\pi} \sqrt{2} U_{\text{n}} \sin(\omega t) d\omega t \quad (5.20)$$

$$= \frac{\sqrt{2} U_{\text{n}}}{\pi} [-\cos(\omega t)]_{\alpha_{\text{b}}}^{\pi} \quad (5.21)$$

$$= \frac{\sqrt{2} U_{\text{n}}}{\pi} (1 + \cos(\alpha_{\text{b}})) \quad (5.22)$$

Bedingung: Gleiche Ausgangsspannung:

$$U_{\text{di}\alpha\text{a}} = U_{\text{di}\alpha\text{b}} \quad (5.23)$$

$$\frac{2\sqrt{2} U_{\text{n}}}{\pi} \cos(\alpha_{\text{a}}) = \frac{\sqrt{2} U_{\text{n}}}{\pi} \cdot (1 + \cos(\alpha_{\text{b}})) \quad (5.24)$$

Umstellen nach dem Steuerwinkel liefert:

$$\alpha_b = \arccos(2 \cos(\alpha_a) - 1) \quad (5.25)$$

$$= 42,94^\circ \quad (5.26)$$

Die Leistung P ist identisch, da Spannung und Strom auf der Gleichspannungsseite übereinstimmen.

$$P = 2,69 \text{ kW} \quad (5.27)$$

Effektivwert des Netzstroms:

$$I_{n,\text{eff},b} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\alpha_b}^{\pi} I_d^2 d\omega t} \quad (5.28)$$

$$= I_d \sqrt{\frac{1}{\pi} [\omega t]_{\alpha_b}^{\pi}} \quad (5.29)$$

$$= I_d \sqrt{1 - \frac{\alpha_b}{\pi}} \quad (5.30)$$

$$= 13,089 \text{ A} \quad (5.31)$$

Analog zur vorherigen Teilaufgabe:

$$S_b = U_n I_{n,\text{eff},b} = 3,01 \text{ kVA} \quad (5.32)$$

$$\lambda_b = 0,89 \quad (5.33)$$

Die Blindleistungsaufnahme der halbgesteuerten Brücke ist geringer als bei der vollgesteuerten Brücke.

c) Grundswingungsblindleistung am Stromrichtereingang

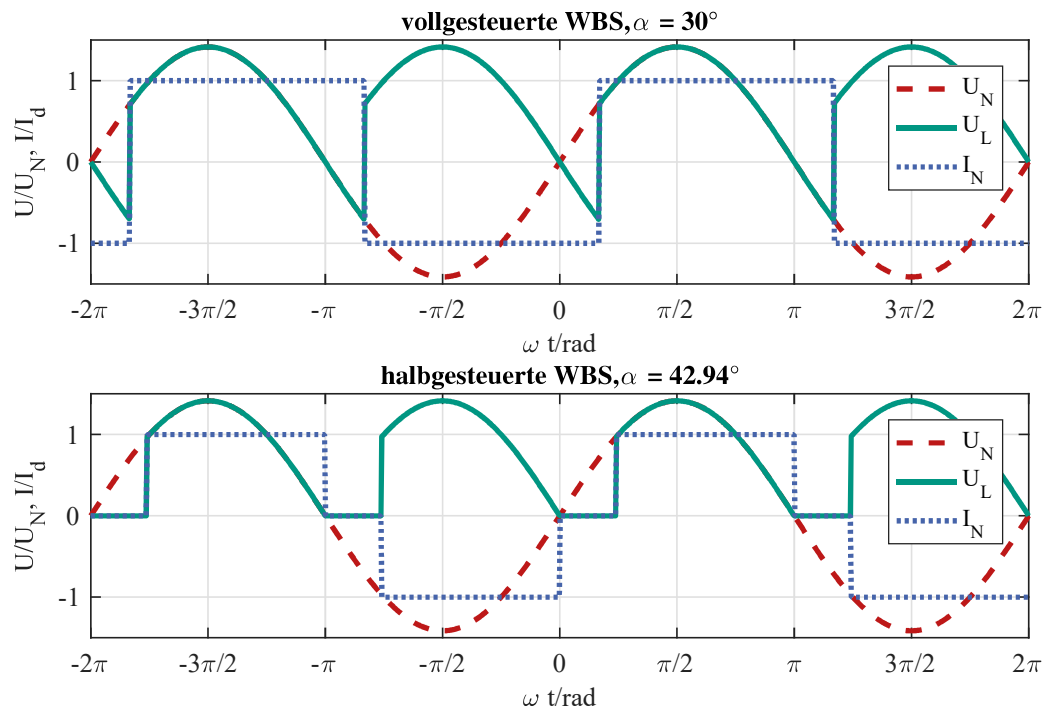


Abbildung 32: Zeitverläufe bei der voll- und halbgesteuerten WBS

Vollgesteuerte Brücke:

$$Q_{1a} = U_n I_{n1a} \sin(\varphi_{1a}) \quad (5.34)$$

$$\varphi_{1a} = \alpha_a \quad (5.35)$$

Aus dem Skript oder der Formelsammlung ist der Effektivwert der Stromgrundsungung bekannt.

$$I_{n1a} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot I_d \quad (5.36)$$

Damit kann die Blindleistung der Grundsungung berechnet werden:

$$Q_{1a} = U_n \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot I_d \cdot \sin(\alpha_a) \quad (5.37)$$

$$= 1,55 \text{ kvar} \quad (5.38)$$

Halbgesteuerte Brücke:

Fourierreihenentwicklung:

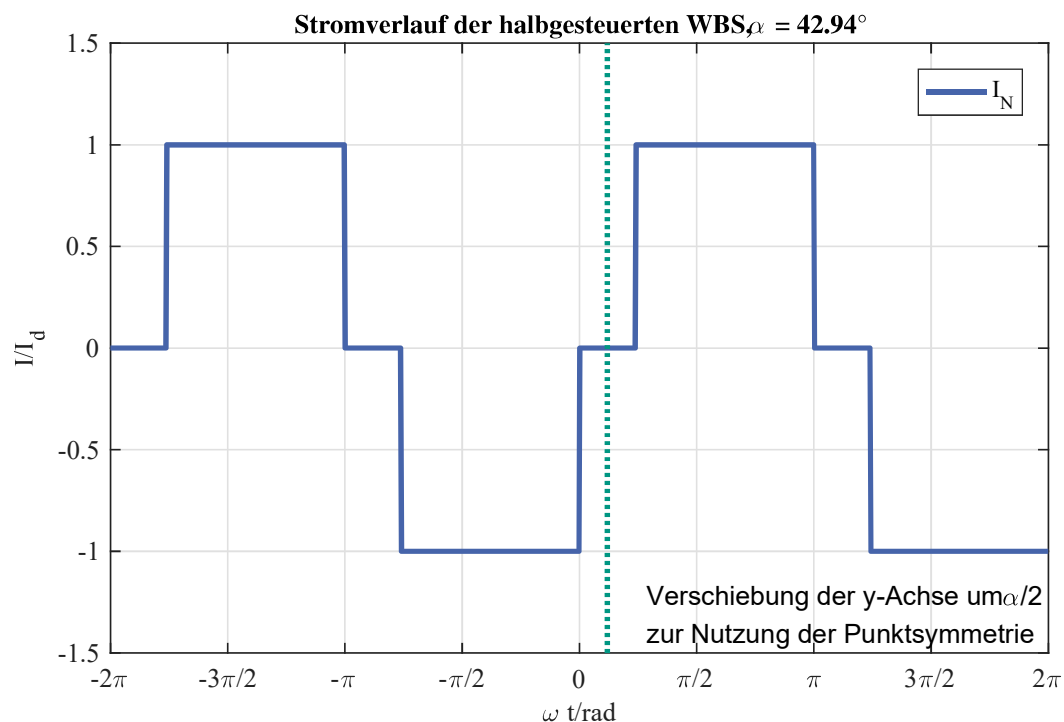


Abbildung 33: Ausnutzen der Punktsymmetrie durch Verschiebung der Bezugsachse

Der Effektivwert der Grundschwingung muss hier über die Fourierreihe berechnet werden. Durch eine Verschiebung um $\alpha/2$ nach links kann die Symmetrie ausgenutzt und damit die Berechnung vereinfacht werden.

$$s(\omega t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{\nu=1}^{\infty} A_{\nu} \cdot \cos(\nu \omega t) + \sum_{\nu=1}^{\infty} B_{\nu} \cdot \sin(\nu \omega t) \quad (5.39)$$

$$A_0 = 0 \text{ (Kein Gleichanteil)} \quad (5.40)$$

$$A_{\nu} = 0 \text{ (Punktsymmetrisches Signal)} \quad (5.41)$$

$$B_{\nu} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \cdot \sin(\nu \omega t) \cdot d\omega t \quad (5.42)$$

$$(5.43)$$

Bestimmen des ersten Fourier-Koeffizienten für die Grundschwingung

$$B_1 = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\int_{\frac{\alpha_b}{2}}^{\pi - \frac{\alpha_b}{2}} \sin(\omega t) d\omega t + \int_{\pi + \frac{\alpha_b}{2}}^{2\pi - \frac{\alpha_b}{2}} -\sin(\omega t) d\omega t \right) \quad (5.44)$$

$$= \frac{4}{\pi} \cdot \cos\left(\frac{\alpha_b}{2}\right) \quad (5.45)$$

Damit ist der Effektivwert der Grundschiwingung:

$$\hat{I}_{n1b} = \frac{4}{\pi} \cdot \cos\left(\frac{\alpha_b}{2}\right) \cdot I_d \quad (5.46)$$

$$I_{n1b} = \frac{\hat{I}_{n1b}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \cos\left(\frac{\alpha_b}{2}\right) \cdot I_d \quad (5.47)$$

Beim Winkel φ muss die Verschiebung berücksichtigt werden!

$$\varphi_{1b} = \frac{\alpha_b}{2} \quad (5.48)$$

Anschließend kann die Grundschiwingungsblindleistung ermittelt werden.

$$Q_{1b} = U_n \cdot I_{n1b} \cdot \sin(\varphi_{1b}) \quad (5.49)$$

$$= U_n \cdot I_{n1b} \cdot \sin\left(\frac{\alpha_b}{2}\right) \quad (5.50)$$

$$= \frac{2\sqrt{2}I_d U_n}{\pi} \cos\left(\frac{\alpha_b}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_b}{2}\right) \quad (5.51)$$

$$= \frac{2\sqrt{2}I_d U_n}{\pi} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin(\alpha_b) \quad (5.52)$$

$$= 1,058 \text{ kvar} \quad (5.53)$$

d) Bereich der Ausgangsspannungen

Bei idealen Schaltern und vernachlässigter Kommutierung kann sich der Steuerwinkel α im Bereich $0 \leq \alpha < \pi$ bewegen.

Vollgesteuert:

$$U_{d,\max,a} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_n \cdot \cos 0 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_n \quad (5.54)$$

$$U_{d,\min,a} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_n \cdot \cos \pi = -\frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_n \quad (5.55)$$

$$\Rightarrow -U_{di} < U_{d,a} \leq U_{di} \quad (5.56)$$

Halbgesteuert:

$$U_{d,\max,b} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} U_n \cdot (1 + \cos 0) = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_n \quad (5.57)$$

$$U_{d,\min,b} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} U_n \cdot (1 + \cos \pi) = 0 \text{ V} \quad (5.58)$$

$$\Rightarrow 0 < U_{d,b} \leq U_{di} \quad (5.59)$$

Die halbgesteuerte Brücke belastet das Netz mit weniger Blindleistung, kann aber nur positive Ausgangsspannungen stellen.

5.3 Netzgeführte Drehstrombrückenschaltung

a) Ideelle Gleichspannung

$$U_{\text{di}} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} U_{\text{L}} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} U_{\text{N}} = 540,19 \text{ V} \quad (5.60)$$

b) Steuerkennlinie für nicht lückenden Betrieb

Durch Umstellen der Formel für die Spannung $U_{\text{di}\alpha}$ erhält man die Steuerkennlinie.

$$U_{\text{di}\alpha} = U_{\text{di}} \cos(\alpha) \quad \rightarrow \quad \frac{U_{\text{di}\alpha}}{U_{\text{di}}} = \cos(\alpha) \quad (5.61)$$

c) Zündwinkel

Der eingestellte Zündwinkel kann aus dem gegebenen Diagramm abgelesen werden.

$$\alpha = 60^\circ \quad (5.62)$$

d) Gleichspannungsanteil

Mit dem Zusammenhang aus der Formelsammlung:

$$U_{\text{di}\alpha} = U_{\text{di}} \cos(60^\circ) = 270 \text{ V} \quad (5.63)$$

e) Betriebsart

Da für die Spannung $u_{\text{d}}(t) > 0$ erfüllt ist, kann der Strom nicht lücken.

f) Wann leitet welcher Thyristor?

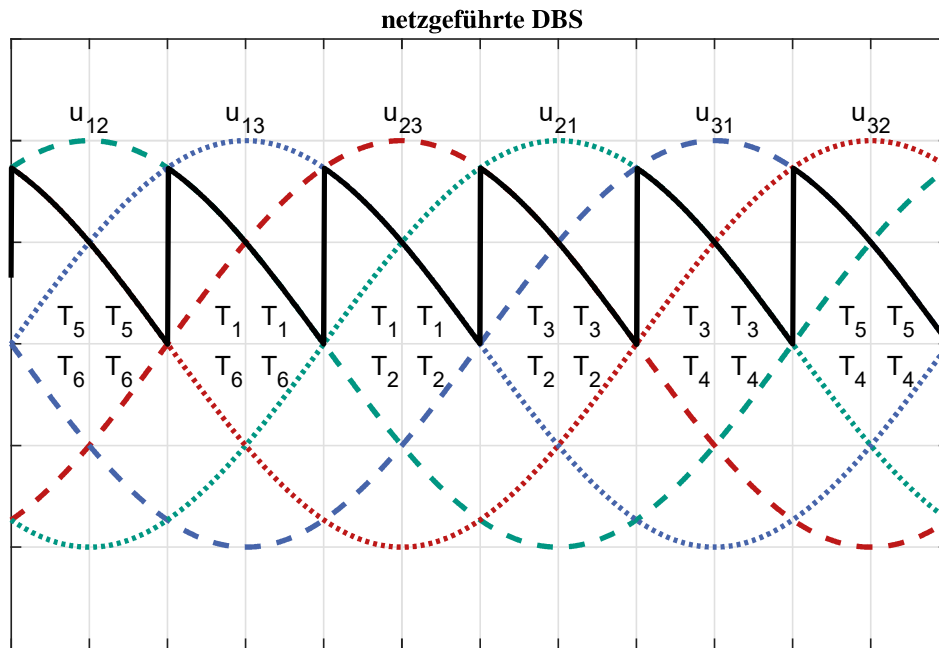


Abbildung 34: leitende Thyristoren bei $\alpha = 60^\circ$

g) Thyristorspannung für eine Netzperiode

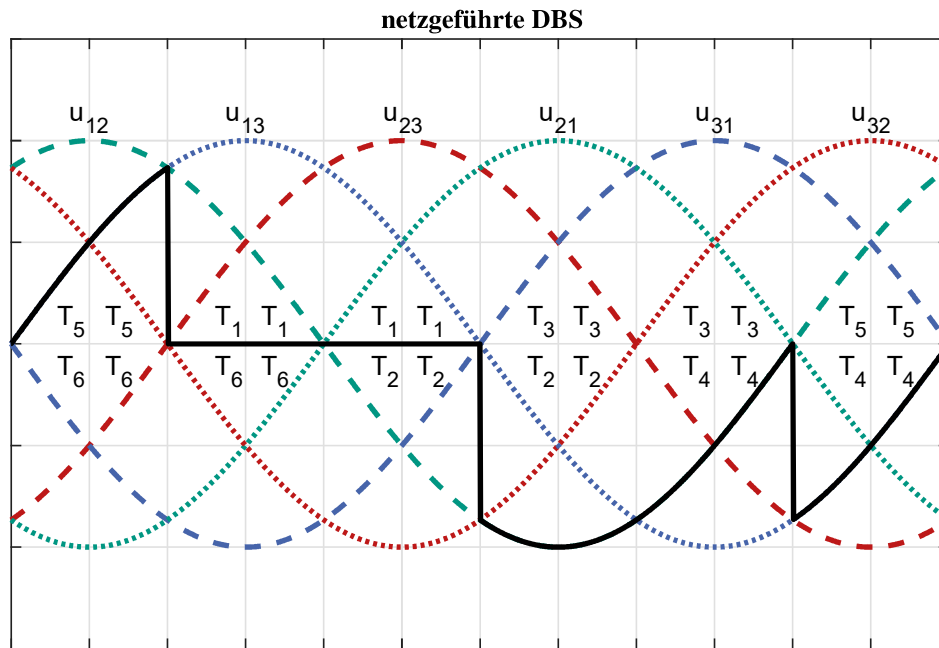


Abbildung 35: Spannung an T1

h) Maximale Blockierspannung

Die maximale Blockierspannung entspricht der Amplitude der Netzspannung

$$U_{T,\max} = \sqrt{2}U_N = 565,69 \text{ V} \quad (5.64)$$

i) Abgegebene Wirkleistung und Phasenwinkel

Bei einem ideal glatten Strom gilt für die abgegebene Wirkleistung:

$$P = U_{\text{di}\alpha} I_d = 27 \text{ kW} \quad (5.65)$$

Der Phasenwinkel entspricht dem Steuerwinkel der Thyristoren.

$$\varphi = \alpha = 60^\circ \quad (5.66)$$

5.4 Gleichstromantrieb mit netzgeführter DBS

a) Zündwinkel

Die Ausgangsspannung des Stromrichters muss der Ankerspannung der jeweiligen Maschine entsprechen.

$$U_{\text{di}\alpha, \text{M1}} = U_{\text{AN1}} \quad (5.67)$$

$$U_{\text{di}\alpha, \text{M2}} = U_{\text{AN2}} \quad (5.68)$$

Auflösen der allgemeinen Ausgangsspannungsgleichung nach dem Zündwinkel α liefert:

$$\cos(\alpha_{\text{M1}}) = \frac{U_{\text{di}\alpha, \text{M1}}}{U_{\text{di}}} \quad (5.69)$$

$$\cos(\alpha_{\text{M2}}) = \frac{U_{\text{di}\alpha, \text{M2}}}{U_{\text{di}}} \quad (5.70)$$

Für Gleichstrommotor 1:

$$\alpha_{\text{M1}} = 64,97^\circ \quad (5.71)$$

Für Gleichstrommotor 2:

$$\alpha_{\text{M2}} = 32,20^\circ \quad (5.72)$$

b) Leistungsfaktor der Grundschiwingung

Die Grundschiwingung I_1 ist um den Zündwinkel α verschoben. Es gilt: $\cos(\varphi) = \cos(\alpha)$
Für Gleichstrommotor 1:

$$\cos(\varphi_{1, \text{M1}}) = \frac{U_{\text{AN1}}}{U_{\text{di}}} = \cos(\alpha_{\text{M1}}) = 0,423 \quad (5.73)$$

Für Gleichstrommotor 2:

$$\cos(\varphi_{1, \text{M2}}) = \frac{U_{\text{AN2}}}{U_{\text{di}}} = \cos(\alpha_{\text{M2}}) = 0,846 \quad (5.74)$$

c) Grundschiwingungsblindleistung

Allgemein gilt:

$$Q = S \cdot \sin(\varphi) \quad (5.75)$$

$$S = \frac{P}{\cos(\varphi)} \quad (5.76)$$

$$P = U \cdot I \quad (5.77)$$

Setzt man zusätzlich noch den Zusammenhang zwischen φ und α ein, kann die Blindleistung berechnet werden.

Für Gleichstrommotor 1:

$$Q_{1, \text{M1}} = S_{1, \text{M1}} \sin(\alpha_{\text{M1}}) = \frac{P_{\text{M1}}}{\cos(\alpha_{\text{M1}})} \sin(\alpha_{\text{M1}}) = U_{\text{AN1}} I_{\text{AN1}} \tan(\alpha_{\text{M1}}) = 47,12 \text{ kVAr} \quad (5.78)$$

Für Gleichstrommotor 2:

$$Q_{1, \text{M2}} = S_{1, \text{M2}} \sin(\alpha_{\text{M2}}) = \frac{P_{\text{M2}}}{\cos(\alpha_{\text{M2}})} \sin(\alpha_{\text{M2}}) = U_{\text{AN2}} I_{\text{AN2}} \tan(\alpha_{\text{M2}}) = 13,76 \text{ kVAr} \quad (5.79)$$

d) Grundschiwingungsscheinleistung

Einsetzen der Zusammenhänge aus der vorherigen Teilaufgabe.

Für Gleichstrommotor 1:

$$S_{1,M1} = \frac{P_{M1}}{\cos(\alpha_{M1})} = 52 \text{ kV A} \quad (5.80)$$

Für Gleichstrommotor 2:

$$S_{1,M2} = \frac{P_{M2}}{\cos(\alpha_{M2})} = 26 \text{ kV A} \quad (5.81)$$

e) Zündwinkel mit Kommutierungsinduktivität

Allgemein gilt bei der netzgeführten Drehstrombrückenschaltung für die Gleichspannung mit Kommutierungsinduktivität:

$$U_d = U_{di} \cos(\alpha) - \frac{3}{\pi} \omega L_k I_d \quad (5.82)$$

Die Ausgangsspannung und der Ausgangsstrom müssen den Werten der jeweiligen Maschine entsprechen.

$$U_{AN} = U_{di} \cos(\alpha) - \frac{3}{\pi} \omega L_k I_{AN} \quad (5.83)$$

Umgestellt nach $\cos(\alpha)$ kann man daraus den Zündwinkel und damit den Leistungsfaktor ermitteln.

$$\cos(\alpha) = \frac{U_{AN} + \frac{3}{\pi} \omega L_k I_{AN}}{U_{di}} \quad (5.84)$$

Für Gleichstrommotor 1:

$$\alpha_{M1} = \varphi_{M1} = 63,87^\circ \quad (5.85)$$

$$\cos(\varphi_{M1}) = 0,44 \quad (5.86)$$

Für Gleichstrommotor 2:

$$\alpha_{M2} = \varphi_{M2} = 31,26^\circ \quad (5.87)$$

$$\cos(\varphi_{M2}) = 0,855 \quad (5.88)$$

f) Entscheidung

Da als Auswahlkriterium die Netzbelastung mit Blindleistung entscheidend ist, sollte man sich für Gleichstrommotor 2 entscheiden.

5.5 Blindleistung der WBS (Zusatzaufgabe)

Die aufgenommene Blindleistung der voll- und halbgesteuerten WBS sollens verglichen werden.

a) Vollgesteuerte WBS

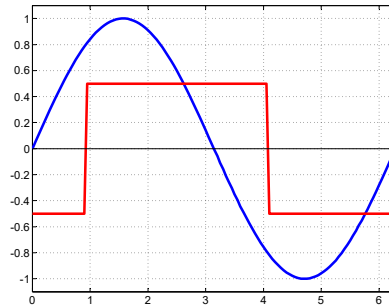


Abbildung 36: Wechselstrombrücke vollgesteuert (A27)

Die Blindleistung ist definiert als:

$$Q_1 = U_n I_1 \sin(\alpha) \quad (5.89)$$

Die Grundschiwingung des Stroms muss mit Hilfe der Fourier-Analyse bestimmt werden.

$$S^2 = P^2 + Q^2 = P^2 + Q_1^2 + D^2 \quad (5.90)$$

Das zu analysierende Signal ist:

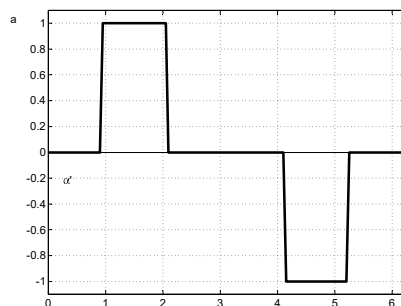


Abbildung 37: Signal (A27)

Aufgrund der Symmetrie lässt sich die Analyse vereinfachen:

$$A_0 = 0 \text{ (Kein Gleichanteil)} \quad (5.91)$$

$$A_\nu = 0 \text{ (Punktsymmetrie)} \quad (5.92)$$

$$y(x) = \frac{4a}{\pi} \left(\cos(\alpha') \sin(x) + \frac{1}{3} \cos(3\alpha') \sin(3x) + \frac{1}{5} \dots \right) \quad (5.93)$$

Für die vollgesteuerte Brücke ist für I_1 $\alpha' = 0$ aber um α verschoben.

$$i_1(t) = \frac{4I_d}{\pi} \sin(\omega t - \alpha) \quad \longrightarrow \quad I_1 = \frac{2\sqrt{2}I_d}{\pi} \quad (5.94)$$

$$Q_1 = \frac{2\sqrt{2}I_d U_n}{\pi} \sin(\alpha) \quad (5.95)$$

Das Ergebnis lässt sich in die Blindleistung einsetzen.

$$U_{di} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_n \quad \longrightarrow \quad U_n = \frac{U_{di}\pi}{2\sqrt{2}} \quad (5.96)$$

Die Gleichung der Blindleistung hat allerdings noch nicht die geforderte Form. Diese erhält man durch einsetzen von U_n aus:

$$\frac{Q_1}{U_{di}I_d} = \sin(\alpha) \quad (5.97)$$

Für die vollgesteuerte Brücke gilt außerdem:

$$\frac{U_{d\alpha}}{U_{di}} = \cos(\alpha) \quad (5.98)$$

Damit ergibt sich aus dem Additionstheorem der Zusammenhang:

$$\left(\frac{Q_1}{U_{di}I_d} \right)^2 + \left(\frac{U_{d\alpha}}{U_{di}} \right)^2 = 1 \quad (5.99)$$

Die entspricht einem Halbkreis mit Radius 1 um den Ursprung $[0, 0]$

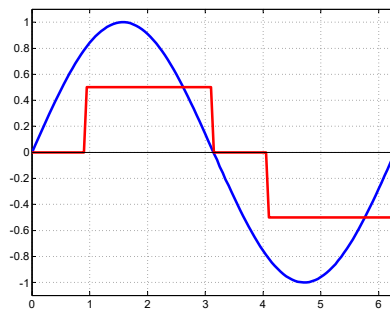
b) Halbgesteuerte WBS


Abbildung 38: Wechselstrombrücke halbgesteuert (A27)

Für die halbgesteuerte Brücke ist für I_1 $2\alpha' = \alpha$ aber um $\alpha/2$ verschoben. Damit ist die Stromgrundschiwingung:

$$I_1 = \frac{2\sqrt{2}I_d}{\pi} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (5.100)$$

Einsetzen in die Blindleistung liefert den Zusammenhang:

$$Q_1 = \frac{2\sqrt{2}I_d}{\pi} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (5.101)$$

Für die halbgesteuerte Brücke gilt:

$$\frac{U_{d\alpha}}{U_{di}} = \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (5.102)$$

Und damit wieder:

$$\left(\frac{Q_1}{U_{di}I_d}\right)^2 + \left(\frac{U_{d\alpha}}{U_{di}} - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad (5.103)$$

Das entspricht einem Halbkreis um den Punkt $[0, \frac{1}{2}]$ mit dem Radius $\frac{1}{2}$

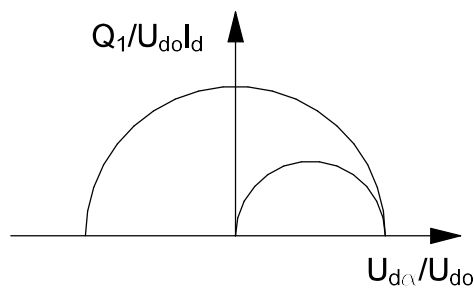


Abbildung 39: Wechselstrombrücke Halb- und vollgesteuert

5.6 Hochspannungs-Gleichstrom- Übertragung (F2012, A4)

a) Maximaler Steuerwinkel

Die Summe aus α und u soll maximal sein, also 180° betragen. Damit lässt sich $\alpha_{\max}$ bestimmen:

$$\cos(\alpha_{\max} + u) = \cos \alpha_{\max} - \frac{2\omega L_{k2} I_{dN}}{\sqrt{2} U_{N2}} \stackrel{!}{=} -1 \quad (5.104)$$

$$\Rightarrow \alpha_{\max} = \arccos\left(\frac{2\omega L_{k2} I_{dN}}{\sqrt{2} U_{N2}} - 1\right) = 151,83^\circ \quad (5.105)$$

Die Gleichspannung U_{d2} beträgt dann

$$U_{d2} = U_{d1} \cos \alpha_{\max} - \frac{3}{\pi} \cdot \omega L_{k2} I_{dN} \quad (5.106)$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \cdot U_{N2} \cdot \cos \alpha_{\max} - \frac{3}{\pi} \cdot \omega L_{k2} I_{dN} = -571,73 \text{ kV} \quad (5.107)$$

b) Spannung um Nenngleichstrom zu erreichen

Mit dem angegebenen Steuerwinkel von 130° beträgt die Gleichspannung U_{d2}

$$U_{d2} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \cdot U_{N2} \cdot \cos 130^\circ - \frac{3}{\pi} \cdot \omega L_{k2} I_{dN} = -426,63 \text{ V} \quad (5.108)$$

Um den Nenngleichstrom einzuprägen, muss die Spannung U_{d1} wie folgt eingestellt werden:

$$I_{dN} = \frac{U_{d1} + U_{d2}}{R_L} \quad (5.109)$$

$$\Rightarrow U_{d1} = I_{dN} R_L - U_{d2} = 432,63 \text{ kV} \quad (5.110)$$

c) Verlauf des Stroms an einem Thyristor

Der Thyristor leitet während $\frac{1}{3}$ der Netzperiode ($T = 20 \text{ ms}$, $\omega \cdot T = 2\pi$). Die Amplitude des rechteckförmigen Stroms entspricht dem Gleichstrom. Der Mittelwert beträgt somit

$$\bar{i}_{T1} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{3}} I_{dN} dt = \frac{1}{3} \cdot I_{dN} = 400 \text{ A} \quad (5.111)$$

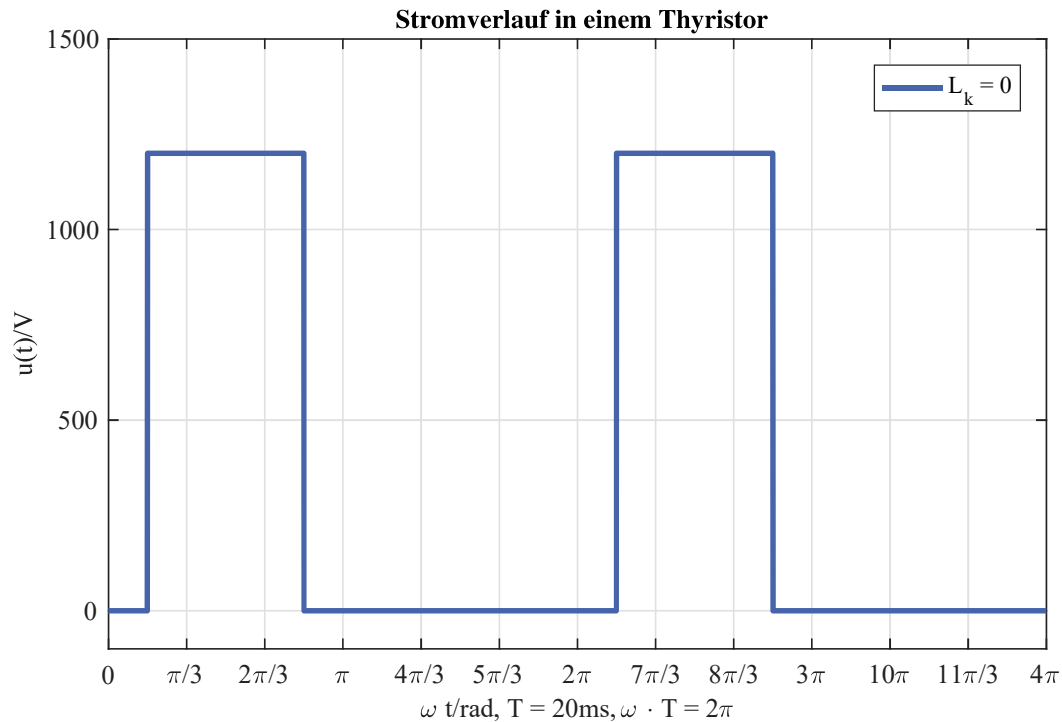


Abbildung 40: Stromverlauf eines Thyristors über zwei Netzperioden (Aufgabe 5.6c)

d) Getroffene Vereinfachungen

- Jedes Thyristor-Schaltzeichen steht für viele in Reihe geschaltete Thyristoren
- es werden 12-pulsige Stromrichterschaltungen genutzt, also zwei DBS in Reihe geschaltet
- es wird jeweils ein komplettes Teilsystem für die positive und negative Spannung gegen Erde benutzt
- der Netzanschluss der Drehstrombrücken geschieht über Transformatoren
- Die Drossel im Gleichstromkreis besteht sowohl im Hin- als auch im Rückleiter
- auf AC- und DC-Seite werden jeweils Saugkreise und Filter, bestehend aus Kondensatoren und Drosseln, eingebaut.

6 Selbstgeführte Stromrichter

6.1 Tiefsetzsteller

a) Zeitlicher Verlauf des Laststroms im quasi stationären Betrieb

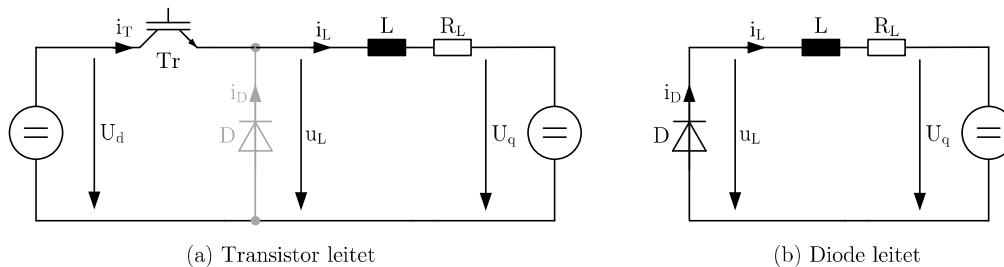


Abbildung 41: Tiefsetzsteller

Die Diodendurchlassspannung wird gleich 0 V angenommen, da alle Halbleiterbauelemente als ideale Schalter angenommen werden.

Es gilt:

$$u_L = R_L \cdot i_L + L \cdot \dot{i}_L + U_q \quad (6.1)$$

Es handelt sich um eine lineare Differentialgleichung 1. Ordnung.

$$\dot{i}_L + \underbrace{\frac{R_L}{L}}_{D(t)} i_L = \underbrace{\frac{u_L - U_q}{L}}_E \quad (6.2)$$

Diese kann mit dem Exponentialansatz gelöst werden:

$$i_L = e^{\lambda t} \quad \dot{i}_L = \lambda e^{\lambda t} \quad (6.3)$$

Das charakteristische Polynom ist damit

$$\lambda + \frac{R_L}{L} = 0 \quad (6.4)$$

$$\lambda = -\frac{R_L}{L} \quad (6.5)$$

Einsetzen von Lambda liefert die allgemeine Lösung:

$$i_L = i_{L\infty} + C \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot t} \quad (6.6)$$

Bei eingeschaltetem Transistor und $t \rightarrow \infty$ gilt:

$$i_{L\infty e} = \frac{U_d - U_q}{R_L} = 200A \quad (6.7)$$

Bei ausgeschaltetem Transistor und $t \rightarrow \infty$ gilt:

$$i_{L\infty a} = \frac{-U_q}{R_L} = -300A \quad (6.8)$$

Der Stromverlauf ist in zwei Abschnitte unterteilt:

$$i_{Le} = i_{L\infty e} + C_e \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot t} \quad \text{Transistor eingeschaltet} \quad (6.9)$$

$$i_{La} = i_{L\infty a} + C_a \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot (t - T_e)} \quad \text{Transistor ausgeschaltet} \quad (6.10)$$

Im stationären Betrieb entspricht der Strom nach der Einschaltdauer des Transistors dem Startwert des Stromverlaufs während ausgeschaltetem Transistor und umgekehrt:

$$i_{Le}(t = 0) = i_{La}(t = T) \quad (6.11)$$

$$i_{La}(t = T_e) = i_{Le}(t = T_e) \quad (6.12)$$

$$T_a = T - T_e \quad (6.13)$$

$$T = \frac{1}{f} = 1ms \quad (6.14)$$

$$i_{L\infty e} + C_e \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot 0} = i_{L\infty a} + C_a \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot (T - T_e)} \quad (6.15)$$

$$i_{L\infty a} + C_a \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot 0} = i_{L\infty e} + C_e \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot T_e} \quad (6.16)$$

Daraus lassen sich C_e und C_a berechnen:

$$C_a = \frac{U_d \cdot \left(1 - e^{-\frac{R_L}{L} \cdot T_e}\right)}{R_L \cdot \left(1 - e^{-\frac{R_L}{L} \cdot (T - T_e)} \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot T_e}\right)} = 418,940A \quad (6.17)$$

$$C_e = C_a \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot (T - T_e)} - \frac{U_d}{R_L} = -120,928A \quad (6.18)$$

Berechnen der Startwerte:

$$i_{Le}(t = 0) = i_{L\infty e} + C_e = 79,07A \quad (6.19)$$

$$i_{La}(t = T_e) = i_{L\infty a} + C_a = 118,94A \quad (6.20)$$

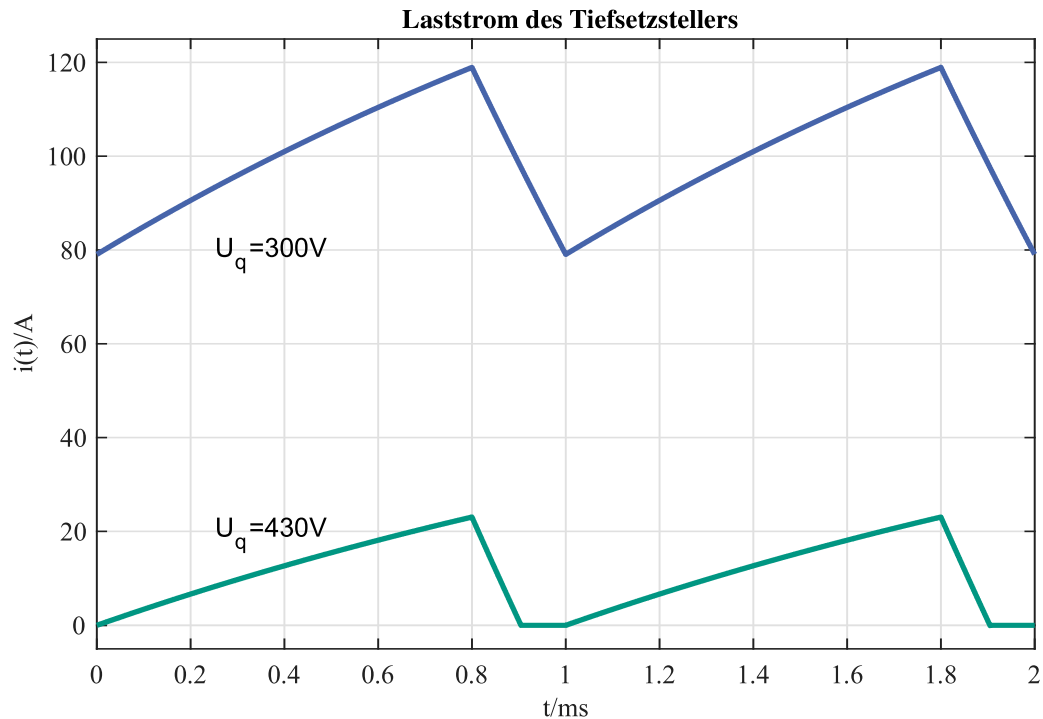


Abbildung 42: Laststrom des Tiefsetzstellers a) und c)

b) Mittelwert des Laststroms und übertragene Leistung

Bei nicht lückendem Strom gilt laut EMS-Formelsammlung die folgende Näherung:

$$\bar{I}_L = \frac{1}{T} \int_0^T i_L(t) dt \approx \frac{aU - U_q}{R} = 100 \text{ A} \quad (6.21)$$

Leistungsberechnung über die Versorgungsseite:

$$\bar{I}_d = \frac{1}{T} \int_0^{T_e} i_{Le}(t) dt \quad (6.22)$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^{T_e} \left(i_{L\infty e} + C_e \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot t} \right) dt \quad (6.23)$$

$$= 80,27 \text{ A} \quad (6.24)$$

$$P = U_d \cdot \bar{I}_d \quad (6.25)$$

$$= 40,13 \text{ kW} \quad (6.26)$$

c) Neuer Laststrom

Es muss überprüft werden, ob der Strom lückt. Dafür wird angenommen, dass dies der Fall ist, und berechnet, in welcher Zeit nach Ein- und Ausschalten des Transistors der Strom den Wert Null erreicht. Liegt dieser Zeitpunkt innerhalb einer Taktperiode, so lückt der Strom tatsächlich.

Start bei $i_L = 0A$

$$i_{Le} = i_{L\infty e2} + C_{e2} \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot t} \quad (6.27)$$

Für den Endwert gilt:

$$i_{L\infty e2} = \frac{U_d - U_q}{R_L} = 70A \quad (6.28)$$

Für $t = 0$ gilt:

$$i_{Le}(t = 0) = 0 \longrightarrow C_{e2} = -i_{L\infty e2} = -70A \quad (6.29)$$

Das Taktverhältnis ist gegeben

$$T_e = a \cdot T = 0,8ms \quad (6.30)$$

Damit ist:

$$i_{Le}(T_e) = i_{L\infty e2} - i_{L\infty e2} \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot T_e} \quad (6.31)$$

$$= 23,08A \quad (6.32)$$

Koeffizienten ausrechnen:

$$i_{La} = i_{L\infty a2} + C_{a2} \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot (t - T_e)} \quad (6.33)$$

$$i_{L\infty a2} = \frac{-U_q}{R_L} = -430A \quad (6.34)$$

$$i_{La}(T_e) = i_{Le}(T_e) = 23,08A \quad (6.35)$$

$$C_{a2} = \frac{i_{La}(T_e) - i_{L\infty a2}}{e^{-\frac{R_L}{L} \cdot (T_e - T_e)}} = 453,08A \quad (6.36)$$

$$(6.37)$$

Prüfen, wann i_L null erreicht

$$i_{La}(t) = 0 \quad (6.38)$$

$$0 = i_{L\infty a2} + C_{a2} \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot (t - T_e)} \quad (6.39)$$

$$t = \frac{-\ln\left(-\frac{i_{L\infty a2}}{C_{a2}}\right) \cdot L}{R_L} + T_e \quad (6.40)$$

$$t = 0,9046ms < T \quad (6.41)$$

i_L erreicht zum Zeitpunkt $t < T$ den Wert Null. Damit lückt der Strom. Die Zeitdauer, während der der Strom kleiner wird beträgt:

$$T_{a2} = t - T_e = 0,1046ms \quad (6.42)$$

d) Mittelwert des neuen Laststroms

$$\bar{I}_L = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_L(t) dt \quad (6.43)$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^{T_e} i_{Le}(t) dt + \frac{1}{T} \int_{T_e}^{T_e+T_{a2}} i_{La}(t) dt \quad (6.44)$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^{T_e} \left(i_{L\infty e2} + C_{e2} \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot t} \right) dt + \frac{1}{T} \int_{T_e}^{T_e+T_{a2}} \left(i_{L\infty a2} + C_{a2} \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot (t-T_e)} \right) dt \quad (6.45)$$

$$= 11,04A \quad (6.46)$$

e) Verlauf der Ausgangsspannung

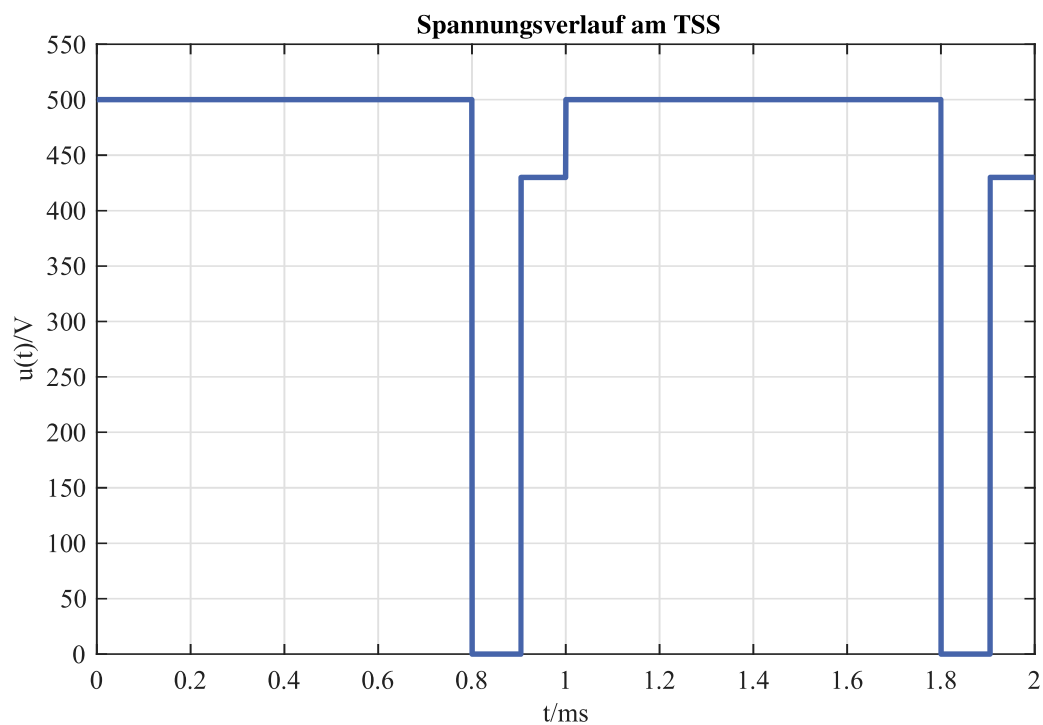


Abbildung 43: Spannungsverlauf am Tiefsetzsteller bei Lückbetrieb

6.2 Schaltnetzteil

a) Taktfrequent für maximale Stromwelligkeit

Wenn der Transistor leitet:

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{U_d - U_a}{L} \quad (6.47)$$

Die Spannung U_a kann als konstant angenommen werden $\rightarrow$ Differenzengleichung:

$$\Delta i_L = \frac{U_d - U_a}{L} \cdot T_e \quad (6.48)$$

$$T_e = \Delta i_L \cdot \frac{L}{U_d - U_a} = 3,6364 \mu\text{s} \quad (6.49)$$

Wenn der Transistor sperrt:

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{-U_a}{L} \quad (6.50)$$

$$\frac{\Delta i_L}{T_a} = \left| -\frac{U_a}{L} \right| \quad (6.51)$$

$$T_a = \Delta i_L \cdot \frac{L}{U_a} = 40 \mu\text{s} \quad (6.52)$$

Damit gilt für die Frequenz:

$$f_{\min} = \frac{1}{T_e + T_a} = 22,917 \text{ kHz} \quad (6.53)$$

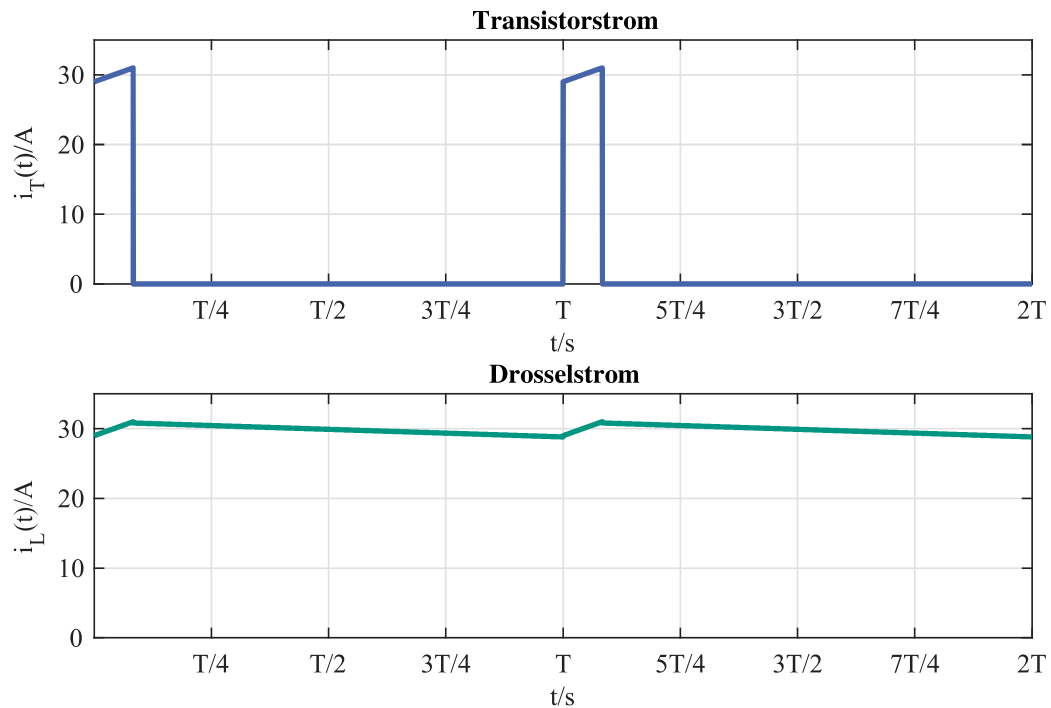
b) Zeitverlauf der Ströme


Abbildung 44: Stromverlauf des Schaltnetzteils

c) Mittelwert und Effektivwert des Eingangsstroms

Als obere Grenze für das Integral muss T_e gewählt werden, da der Transistor nur in diesem Zeitintervall leitfähig ist. Als Zeitfunktion des Eingangsstroms wird die Funktion aus der vorherigen Teilaufgabe eingesetzt.

$$\bar{i}_T = \frac{1}{T} \cdot \int_0^{T_e} i_T(t) dt \quad (6.54)$$

$$= \frac{1}{T} \cdot \int_0^{T_e} \left(i_a + \Delta i_L \cdot \left(\frac{t}{T_e} - \frac{1}{2} \right) \right) dt \quad (6.55)$$

$$= i_a \cdot \frac{T_e}{T} \quad (6.56)$$

$$= \bar{I}_L \cdot \frac{T_e}{T} \quad (6.57)$$

$$= 2,5 \text{ A} \quad (6.58)$$

$$I_{T,\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{T_e} i^2(t) dt} \quad (6.59)$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{T_e} \left(i_a + \Delta i_L \cdot \left(\frac{t}{T_e} - \frac{1}{2} \right) \right)^2 dt} \quad (6.60)$$

$$= \sqrt{\frac{T_e}{T} \cdot \left(i_a^2 + \frac{\Delta i_L^2}{12} \right)} \quad (6.61)$$

$$= 8,662 \text{ A} \quad (6.62)$$

6.3 Vier-Quadrantensteller

a) Motor- und Generatorbetrieb

In den Quadranten I und III liegt Motorbetrieb vor, in den Quadranten I und IV Generatorbetrieb.

b) Ein-Quadrantenstellerstellung (Quadrant I)

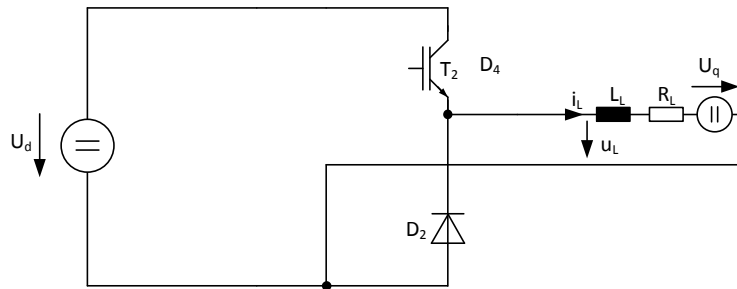


Abbildung 45: Einquadrantensteller für $U_L > 0$, $I_L > 0$

c) Ein-Quadrantenstellerstellung (Quadrant II)

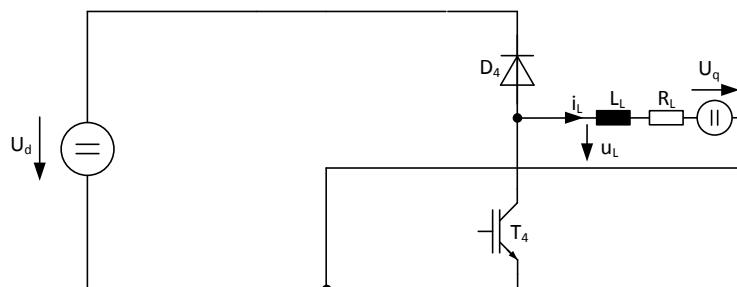


Abbildung 46: Einquadrantensteller für $U_L > 0$, $I_L < 0$

d) **Zwei-Quadrantenstellerstellung (Quadrant I,II)**

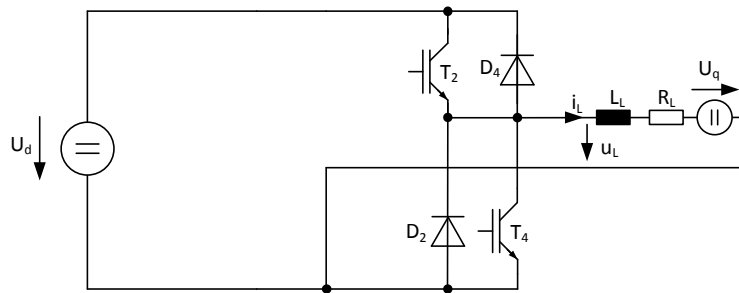


Abbildung 47: Zweiquadrantensteller mit Stromumkehr

e) **Zwei-Quadrantenstellerstellung (Quadrant I,IV)**

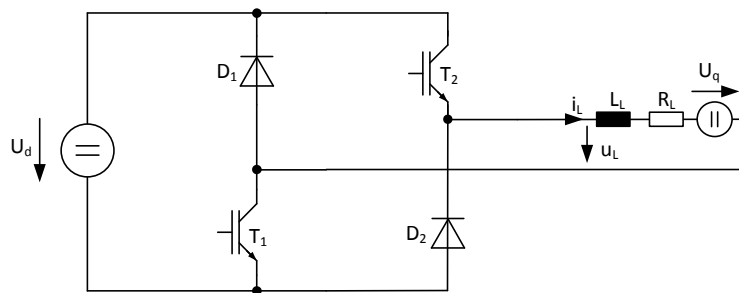


Abbildung 48: Zweiquadrantensteller mit Spannungsumkehr

f) **Einschaltdauer**

Berechnen der mittleren Spannung an der Last

$$U_L = U_q + R_L \cdot I_L \quad (6.63)$$

$$= 200 \text{ V} \quad (6.64)$$

Die Transistoren T1 und T2 werden gleichzeitig getaktet, die Transistoren T3 und T4 sind dauernd ausgeschaltet.

$$U_L = (2a - 1) \cdot U_d \quad (6.65)$$

$$a = \frac{T_{e1,2}}{T} \quad (6.66)$$

$$T = \frac{1}{f_s} \quad (6.67)$$

$$= 1000 \mu s \quad (6.68)$$

$$T_{e1,2} = \frac{U_L + U_d}{2 \cdot U_d} \cdot T \quad (6.69)$$

$$\approx 750 \mu s \quad (6.70)$$

6.4 Pulswechselrichter

a) Erzeugung der Schaltsignale

Um die Verriegelungszeit zu realisieren wird ein Verzögerungsglied benötigt!

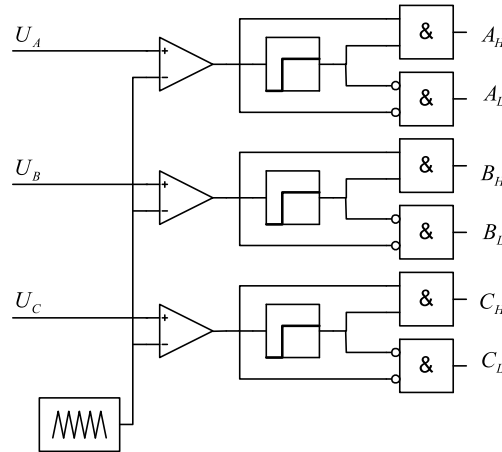


Abbildung 49: Gatesignalerzeugung

b) Dreiphasige IGBT-Brücke mit Synchronmotor in Sternschaltung

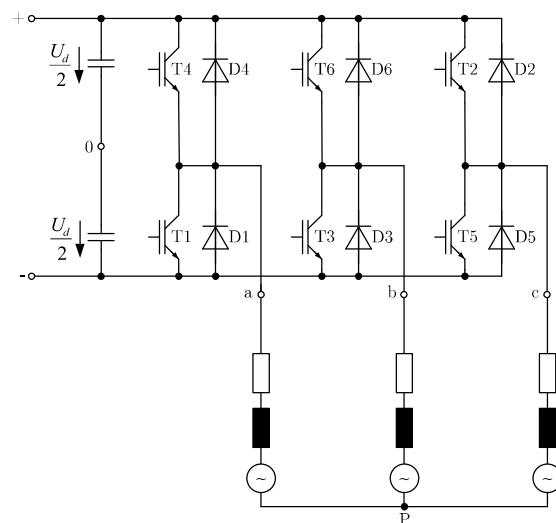


Abbildung 50: Selbstgeführte Drehstrombrückenschaltung

c) Ergänzen der Spannungsverläufe

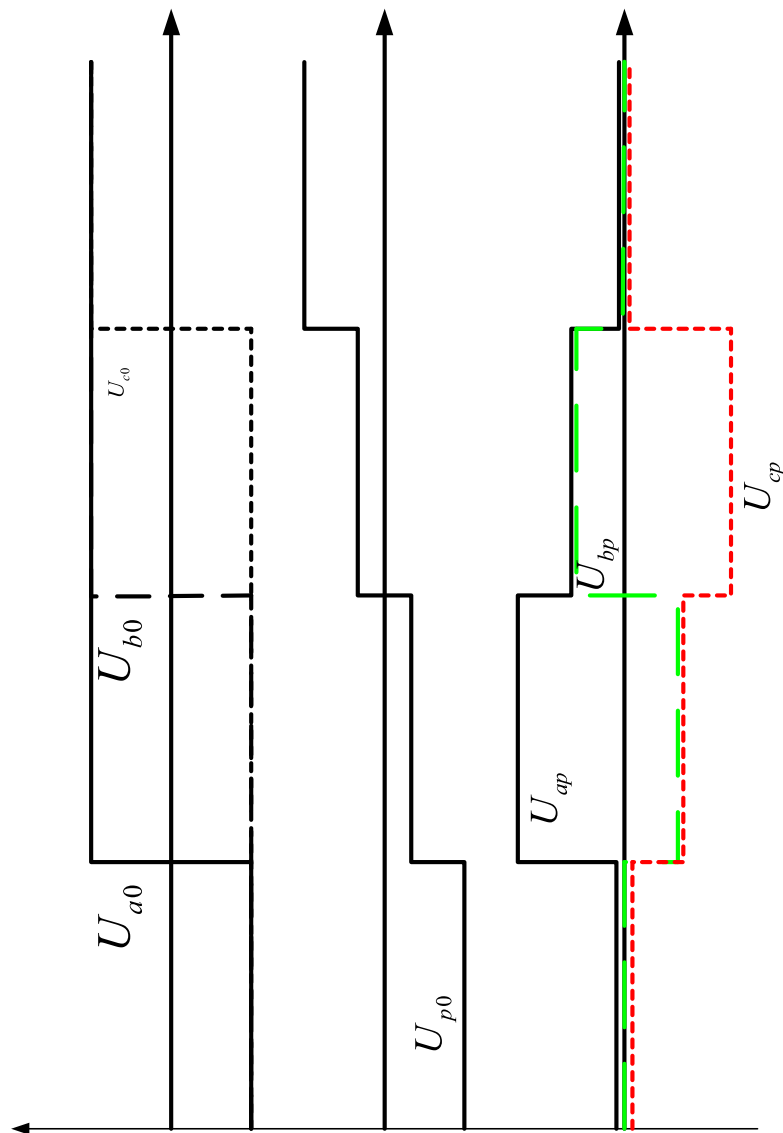


Abbildung 51: Spannungsverläufe

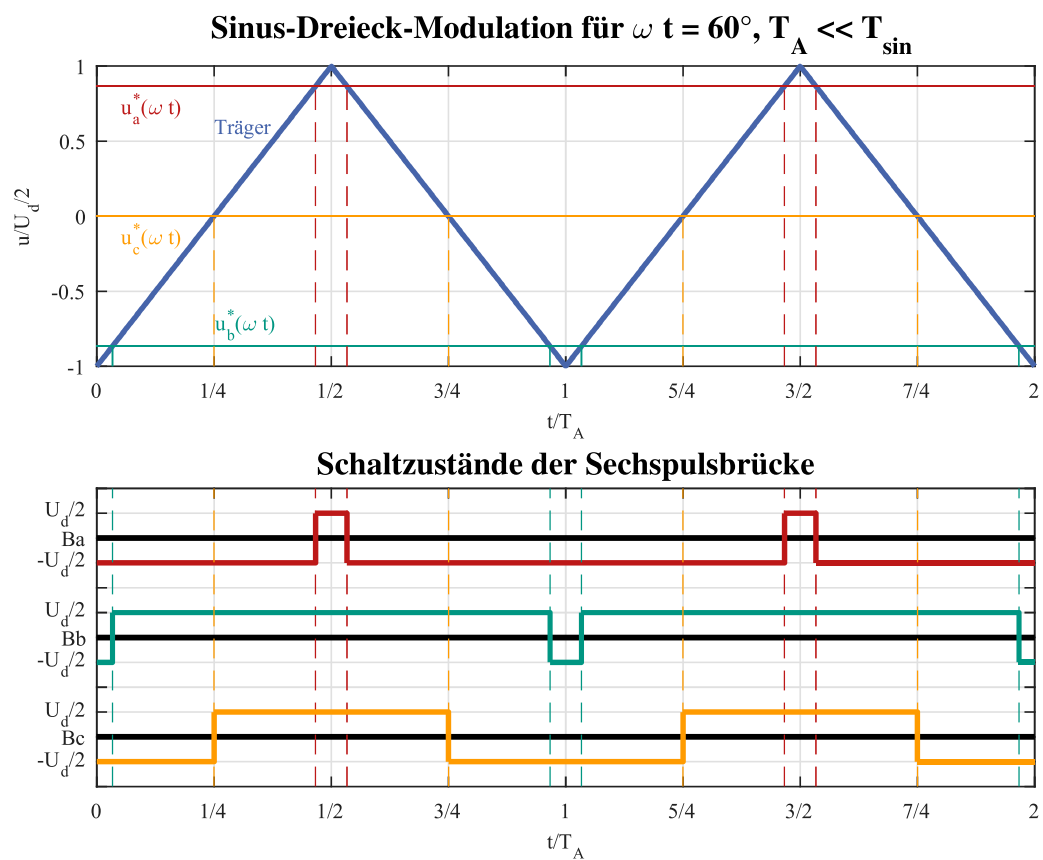


Abbildung 52: Schaltzustände der einzelnen Brückenzweige

6.5 Pulswechselrichter mit Raumzeigermodulation

a) Raumzeiger der selbstgeführten Drehstrombrücke

Es gibt $2^3 = 8$ mögliche Schaltzustände mit $(u_a, u_b, u_c) \in (\frac{u_d}{2}, -\frac{u_d}{2})$

Dabei gilt:

$$\underline{u} = \frac{2}{3}(u_a + \underline{a}u_b + \underline{a}^2u_c), \quad \text{mit } \underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad (6.71)$$

Die Schaltzustände lassen sich damit bestimmen:

$$\underline{u}_1 = \frac{2}{3}U_d = \hat{U}$$

$$\underline{u}_2 = \hat{U}e^{j\frac{\pi}{3}}$$

$$\underline{u}_3 = \hat{U}e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\underline{u}_4 = \hat{U}e^{j\pi}$$

$$\underline{u}_5 = \hat{U}e^{j\frac{4\pi}{3}}$$

$$\underline{u}_6 = \hat{U}e^{j\frac{5\pi}{3}}$$

$$\underline{u}_7 = \underline{u}_8 = 0$$

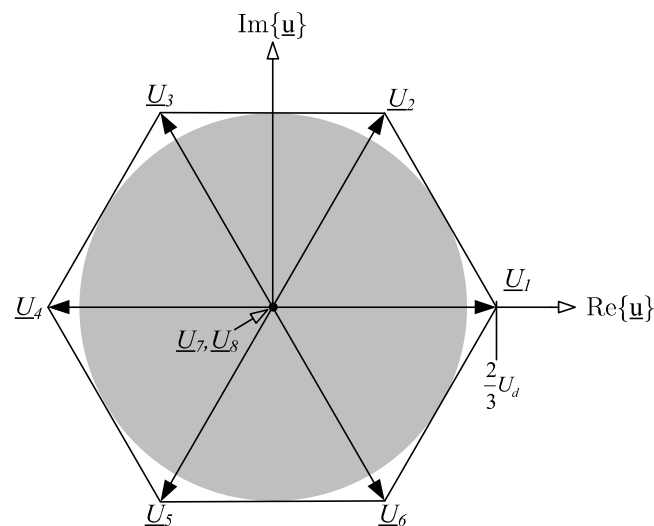


Abbildung 53: mögliche Raumzeiger

b) Aussteuerbereich

Der mit Raumzeigermodulation und sinusförmigem Ausgangsspannungssystem erreichbare Bereich liegt im inneren des Innenkreises, des von den diskreten Raumzeigern aufgespannten Sechsecks (grauer Bereich in obiger Zeichnung).

c) Raumzeiger für das gegebene Spannungssystem

Das Spannungssystem wird beschrieben durch:

$$u_a = \hat{U} \cdot \cos(\omega t) \quad (6.72)$$

$$u_b = \hat{U} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (6.73)$$

$$u_c = \hat{U} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \quad (6.74)$$

$$(6.75)$$

Mit den Gleichungen aus der Formelsammlung:

$$\underline{u} = \frac{2}{3} \cdot (u_a + \underline{a} \cdot u_b + \underline{a}^2 \cdot u_c) \quad (6.76)$$

$$\underline{a} = -\frac{1}{2} + j \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} \quad (6.77)$$

$$(6.78)$$

Kann der Raumzeiger unter Anwendung der Additionstheoreme berechnet werden:

$$\underline{u} = \frac{2}{3} \hat{U} \left[\cos(\omega t) + \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \right] \quad (6.79)$$

$$= \hat{U} \cdot (\cos(\omega t) + j \cdot \sin(\omega t)) \quad (6.80)$$

$$= \hat{U} \cdot e^{j\omega t} \quad (6.81)$$

d) Gleichspannung für Blocktaktung und RZM

Blocktaktung:

In der EMS-Formelsammlung befindet sich die Formel zum Berechnen der Effektivwerte U_{1ab} , U_{1bc} und U_{1ca} der Grundschnungen der Leiterspannungen:

$$U_{1ab} = U_{1bc} = U_{1ca} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \cdot U_d \quad (6.82)$$

Die Formel wird nach U_d aufgelöst und die Grundschnung der Leiterspannungen mit der Nennleiterspannung U_N der Asynchronmaschine gleichgesetzt:

$$U_{d,BT} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \cdot U_{1ab} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \cdot U_N \quad (6.83)$$

$$\approx 513,02 \text{ V} \quad (6.84)$$

Raumzeigermodulation: In der EMS-Formelsammlung befindet sich die Formel zum Berechnen des maximalen Effektivwertes der Grundschiwingung der Strangspannungen:

$$U_{1\max} = \frac{U_d}{\sqrt{6}} \quad (6.85)$$

Die Formel wird nach U_d aufgelöst und die Grundschiwingung der Strangspannungen mit der Nennstrangspannung U_{SN} der Asynchronmaschine gleichgesetzt:

$$U_d = \sqrt{6} \cdot U_{1\max} = \sqrt{6} \cdot U_{\text{SN}} \quad (6.86)$$

$$U_{\text{SN}} = \frac{U_N}{\sqrt{3}} \quad (6.87)$$

$$U_{d,\text{RZM}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} \cdot U_N \quad (6.88)$$

$$\approx 565,69 \text{ V} \quad (6.89)$$

e) Einschaltdauer der diskreten Schaltzustände

Berechnung des Raumzeigers:

$$\hat{U} = \sqrt{2} \cdot U_{\text{SN}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot U_{\text{N}} \quad (6.90)$$

$$= 326,6 \text{ V} \quad (6.91)$$

$$\underline{u} = \hat{U} \cdot e^{j\frac{\pi}{12}} \quad (6.92)$$

Zeichnung:

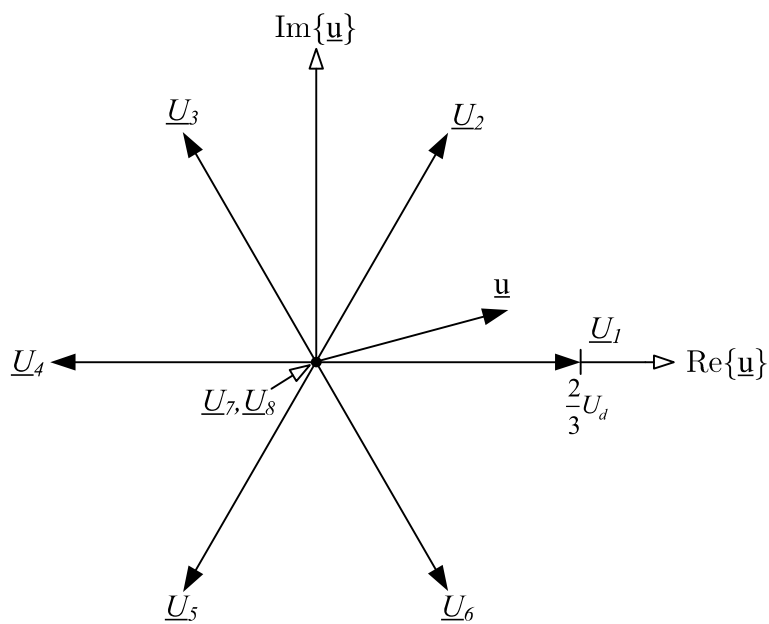


Abbildung 54: Raumzeiger

Zur Modulation werden die Raumzeiger 1 und 2, sowie die Nullraumzeiger 7 und 8 verwendet.

Bei einer symmetrischen Modulation mit beiden Nullraumzeigern ergibt sich folgende Reihenfolge: $8 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 7 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 8$

Die Zeitdauern berechnen sich wie folgt:

$$\frac{t_1}{T} = \frac{\hat{U}}{U_d} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - \gamma\right) \quad (6.93)$$

$$\frac{t_2}{T} = \frac{\hat{U}}{U_d} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(\gamma) \quad (6.94)$$

$$\gamma = \frac{\pi}{12} \quad (6.95)$$

$$T = \frac{1}{f_p} = 100 \mu s \quad (6.96)$$

$$t_1 \approx 61,54 \mu s \quad (6.97)$$

$$t_2 \approx 22,54 \mu s \quad (6.98)$$

$$t_7 + t_8 = T - t_1 - t_2 \approx 15,94 \mu s \quad (6.99)$$

$$T_7 = t_8 = \frac{t_7 + t_8}{2} \approx 7,97 \mu s \quad (6.100)$$

Zusätzliches Rechenbeispiel Gegeben sei der Raumzeiger $\underline{u}_* = 100 \text{ V} \cdot e^{j\frac{3\pi}{2}}$:

- Die Raumzeiger 5,6,7,8 werden verwendet (Skizze anfertigen und ablesen)
- Die relativen Einschaltzeiten sind wie folgt:

$$\gamma = \angle \{\underline{u}_*\} - \angle \{\underline{U}_5\} \quad (6.101)$$

$$= \frac{3\pi}{2} - \frac{4\pi}{3} \quad (6.102)$$

$$= \frac{\pi}{6} \quad (6.103)$$

$$\hat{U} = 100 \text{ V} \quad (6.104)$$

$$\frac{t_5}{T} = \frac{\hat{U}}{U_d} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - \gamma\right) \approx 13,3 \% \quad (6.105)$$

$$\frac{t_6}{T} = \frac{\hat{U}}{U_d} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(\gamma) \approx 13,3 \% \quad (6.106)$$

$$\frac{t_7 + t_8}{T} = 1 - \frac{t_5}{T} - \frac{t_6}{T} \approx 73,4 \% \quad (6.107)$$

—— Ende zusätzliches Rechenbeispiel ——

f) Zeitverläufe der Spannungen über 2 Modulationsperioden

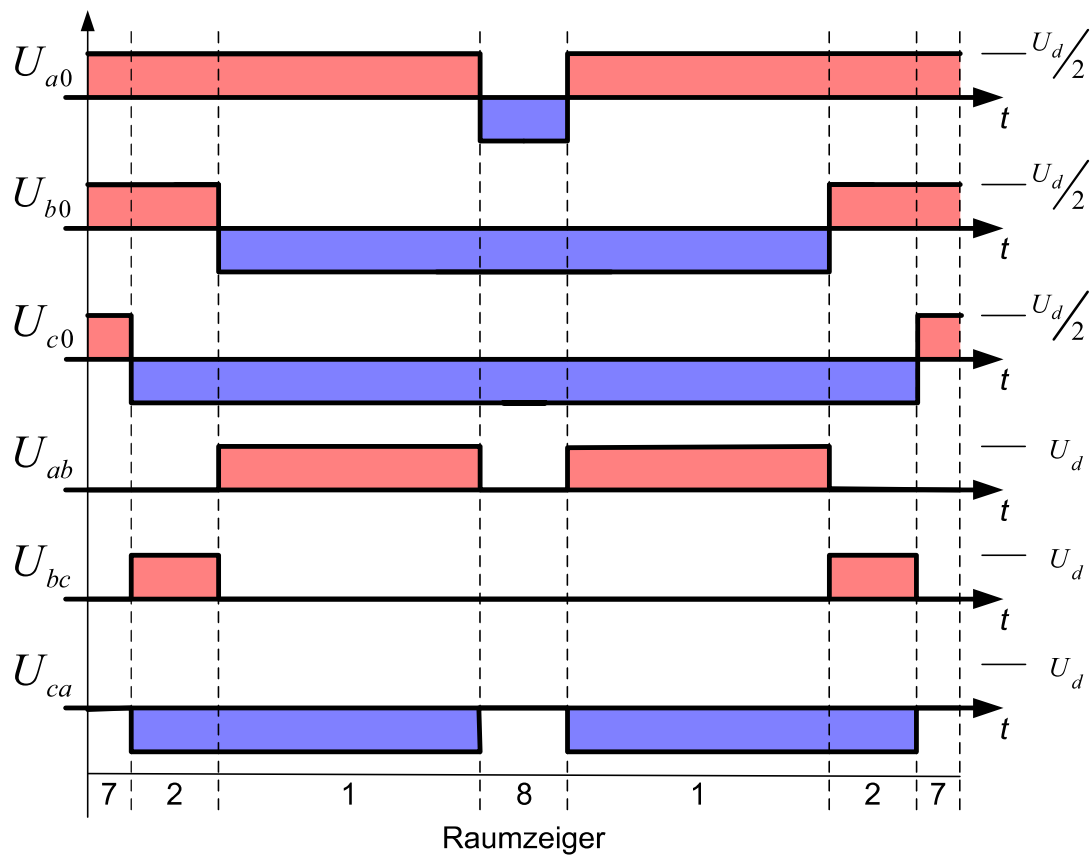


Abbildung 55: Zeitverläufe

6.6 Synchronmotor am Umrichter

a) Nenndrehzahl

$$n_N = \frac{f_N}{p} \cdot 60 \frac{\text{s}}{\text{min}} = 900 \text{ min}^{-1} \quad (6.108)$$

b) Polradspannung im Nennbetrieb

φ_N für den übererregten Fall im Erzeugerzählpfeilsystem berechnen:

$$\cos(\varphi_N) = -0,85 \Rightarrow \varphi_N = 148,2^\circ \quad (6.109)$$

U_{PN} kann anschließend mit dem Cosinussatz berechnet werden

$$U_{PN}^2 = U_{SN}^2 + (X_{SN} I_N)^2 - 2 \cdot U_{SN} \cdot X_{SN} I_N \cdot \cos(270^\circ - \varphi_N) \quad (6.110)$$

$$U_{PN} = 990,6 \text{ V} \quad (6.111)$$

c) Zeigerdiagramm für Nennbetrieb

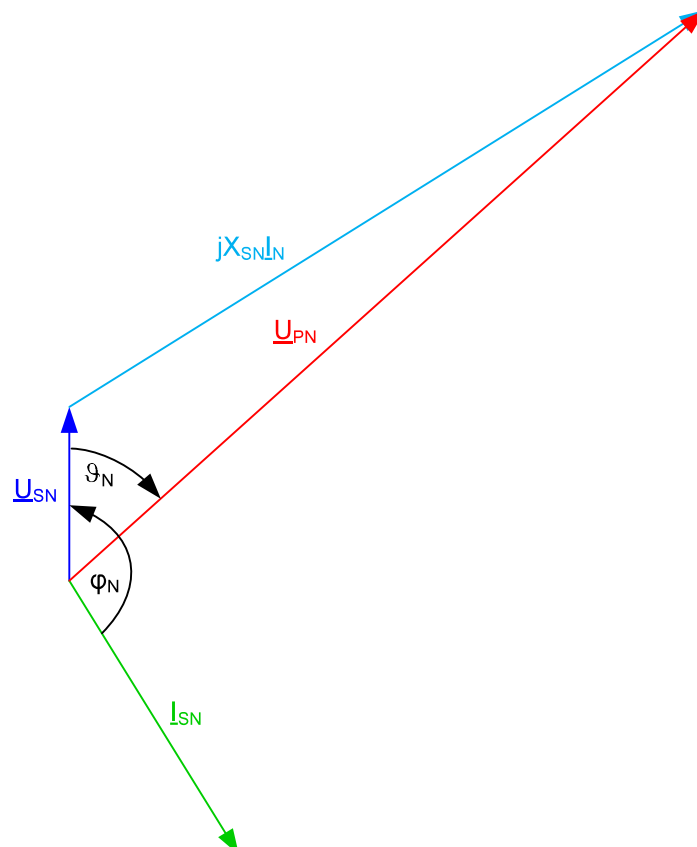


Abbildung 56: Zeigerdiagramm

d) Speisefrequenz

Bei halber Drehzahl soll das Drehmoment und die Strangspannung den Nennwerten entsprechen.

$$f_2 = 30 \text{ Hz} \quad (6.112)$$

e) Polradwinkel, Phasenwinkel und Statorstrom im neuen Betriebspunkt

Bei halber Drehzahl wird die Maschine mit halber Speisefrequenz $f_2 = 30 \text{ Hz}$ betrieben. Damit ändert sich der Wert der Synchronreaktanz:

$$X_S = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_S \quad (6.113)$$

$$X_S \sim f \quad (6.114)$$

$$\frac{X_{S2}}{X_{SN}} = \frac{f_2}{f_N} \quad (6.115)$$

$$X_{S2} = 2,5 \Omega \quad (6.116)$$

Durch die Proportionalität zwischen der Polradspannung und der Drehzahl ergibt sich U_{P2} zu:

$$U_{P2} = \frac{1}{2} \cdot U_{PN} = 495,3 \text{ V} \quad (6.117)$$

Die abgegebene Leistung ist bei halber Drehzahl und gleichen Moment gegenüber der Nennleistung halbiert. Da die Strangspannung gleich bleibt, halbiert sich damit der Wirkanteil des Statorstroms.

$$I_{S2, \text{Wirk}} = \frac{1}{2} \cdot I_{SN, \text{Wirk}} = \frac{1}{2} \cdot I_{SN} \cdot |\cos \varphi_N| = 72,25 \text{ A} \quad (6.118)$$

Die Spannung, die aufgrund des Wirkstroms über der Synchronreaktanz abfällt, beträgt:

$$X_{S2} \cdot I_{S2, \text{Wirk}} = 180,6 \text{ V} \quad (6.119)$$

Der Polradwinkel ergibt sich dann zu:

$$\sin \vartheta_2 = \frac{X_{S2} \cdot I_{S2, \text{Wirk}}}{U_{P2}} \quad (6.120)$$

$$\vartheta_2 = 21,39^\circ \quad (6.121)$$

Die Spannung, die aufgrund des Blindstroms über der Synchronreaktanz abfällt, beträgt:

$$X_{S2} \cdot I_{S2, \text{Blind}} = U_{P2} \cdot \cos \vartheta_2 - U_{SN} = 231,2 \text{ V} \quad (6.122)$$

Damit kann der Phasenwinkel berechnet werden:

$$I_{S2, \text{Blind}} = \frac{X_{S2} \cdot I_{S2, \text{Blind}}}{X_{S2}} = 92,48 \text{ A} \quad (6.123)$$

$$\tan(180^\circ - \varphi_2) = \frac{I_{S2, \text{Blind}}}{I_{S2, \text{Wirk}}} \quad (6.124)$$

$$\varphi_2 = 128^\circ \quad (6.125)$$

Der Statorstrom ergibt sich zu:

$$I_{S2} = \sqrt{I_{S2, \text{Wirk}}^2 + I_{S2, \text{Blind}}^2} = 117,4 \text{ A} \quad (6.126)$$

f) Zeigerdiagramm für neuen Betriebspunkt

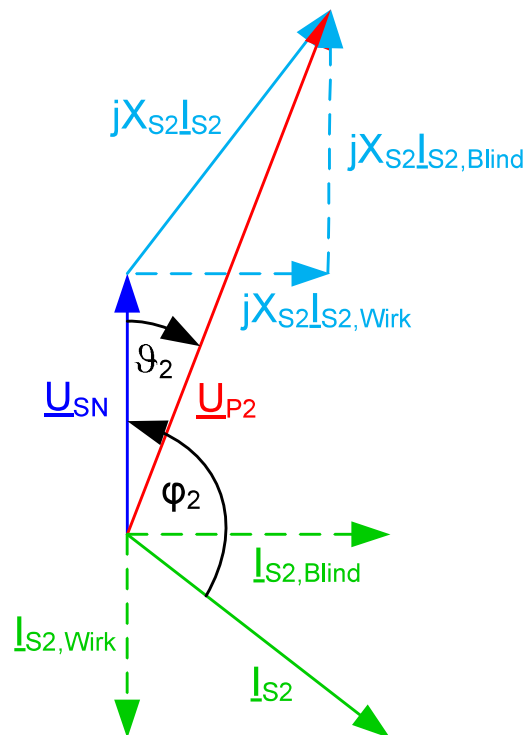


Abbildung 57: Zeigerdiagramm

6.7 Umrichtergespeister Synchronmotor (permanentmagneterregt) mit rotororientierter Steuerung

a) Abgegebene Leistung und Drehmoment im Nennpunkt

Laut Aufgabenstellung liegt der Zeiger $\underline{U}_{\text{PN}}$ bei der rotororientierten Steuerung genau in Gegenphase zum Zeiger $\underline{I}_{\text{SN}}$. Damit kann die Leistung wie folgt berechnet werden:

$$P_{\text{N}} = 3 \cdot U_{\text{PN}} \cdot I_{\text{SN}} = 37,8 \text{ kW} \quad (6.127)$$

Berechnung des Drehmoments:

$$\Omega_{\text{N}} = \frac{\omega_{\text{SN}}}{p} \quad (6.128)$$

$$= 209,4 \frac{1}{\text{s}} \quad (6.129)$$

$$M_{\text{N}} = \frac{P_{\text{N}}}{\Omega_{\text{N}}} = 180,48 \text{ Nm} \quad (6.130)$$

b) Statorspannung, Spannungsabfall über der Synchronreaktanz und Zeigerdiagramm

Berechnung des Spannungsabfalls über der Synchronreaktanz:

$$X_{\text{SN}} \cdot I_{\text{SN}} = \omega_{\text{SN}} \cdot L_{\text{S}} \cdot I_{\text{SN}} \quad (6.131)$$

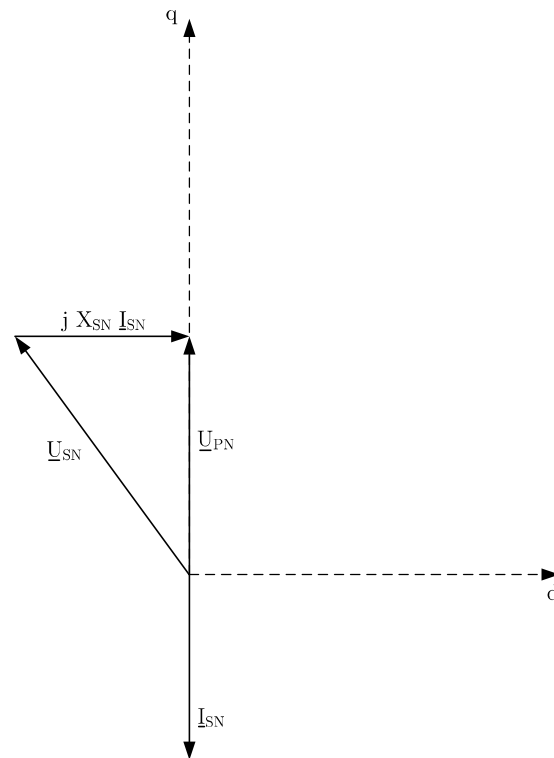
$$= 131,95 \text{ V} \quad (6.132)$$

$$(6.133)$$

Berechnung von U_{SN} mit dem Satz des Pythagoras:

$$U_{\text{SN}} = \sqrt{U_{\text{PN}}^2 + (X_{\text{SN}} \cdot I_{\text{SN}})^2} = 223,18 \text{ V} \quad (6.134)$$

Zeigerdiagramm:



c) Statorstrom, Polradspannung, Spannungsabfall und Strangspannung

Eine Verdoppelung der Drehzahl führt zu folgenden Größen:

$$\omega_{S2} = 2 \cdot \omega_{SN} \quad (6.135)$$

$$X_{S2} = \omega_{S2} \cdot L_S \quad (6.136)$$

$$= 3,77 \, \Omega \quad (6.137)$$

$$U_{P2} = 2 \cdot U_{PN} = 360 \, \text{V} \quad (6.138)$$

Da gleichzeitig das Drehmoment halbiert wird, bleibt die Leistung unverändert.

$$P_2 = P_N \quad (6.139)$$

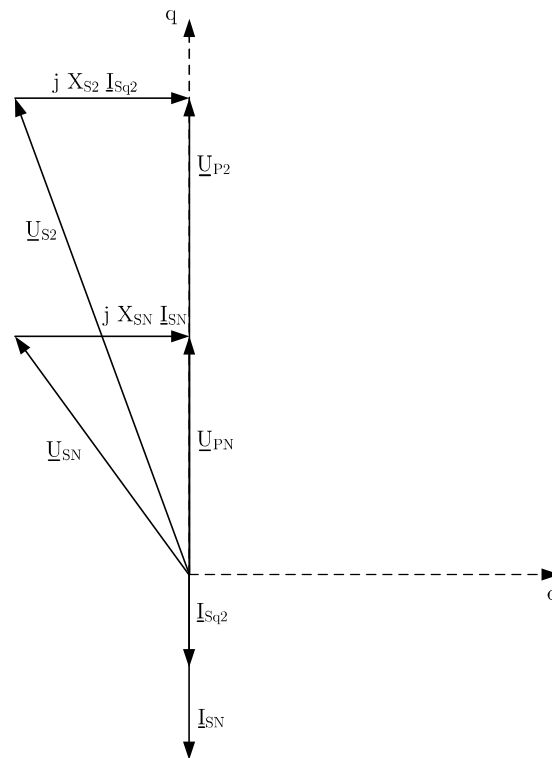
Berechnen von I_{Sq2} , $X_{S2} \cdot I_{S2}$ und U_{S2} :

$$I_{Sq2} = \frac{P_2}{3 \cdot U_{P2}} = 35 \, \text{A} \quad (6.140)$$

$$X_{S2} \cdot I_{Sq2} = 131,95 \, \text{V} \quad (6.141)$$

$$U_{S2} = \sqrt{U_{P2}^2 + (X_{S2} \cdot I_{Sq2})^2} = 383,42 \, \text{V} \quad (6.142)$$

Zeigerdiagramm:



d) Berechnen der zusätzlichen Stromkomponente

Die Hilfsspannung U_{Hilf} entspricht der Abbildung von $\underline{U}_{\text{SN}}$ auf die q-Achse:

$$U_{\text{Hilf}} = \sqrt{U_{\text{SN}}^2 - (X_{\text{S2}} \cdot I_{\text{Sq2}})^2} \quad (6.143)$$

$$= 180 \text{ V} \quad (6.144)$$

$$(6.145)$$

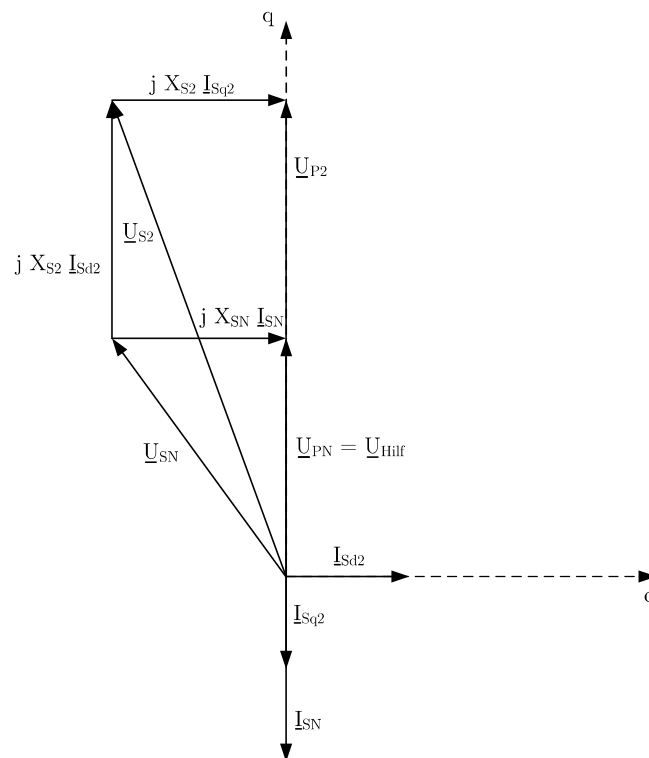
$X_{\text{S2}} \cdot I_{\text{SD2}}$ ist damit die Differenz zwischen U_{P2} und U_{Hilf} :

$$X_{\text{S2}} \cdot I_{\text{Sd2}} = U_{\text{P2}} - U_{\text{Hilf}} \quad (6.146)$$

$$= 180 \text{ V} \quad (6.147)$$

$$I_{\text{Sd2}} = 47,75 \text{ A} \quad (6.148)$$

Zeigerdiagramm:



e) Wird der Nennstrom des Motors überschritten?

$$I_{S2} = \sqrt{I_{Sq2}^2 + I_{Sd2}^2} \quad (6.149)$$

$$= 59,2 \text{ A} \quad (6.150)$$

Der Strom I_{S2} ist kleiner als der Nennstrom I_{SN} .