Karlsruher Institut für Technologie

Übung zu Elektrische Maschinen und Stromrichter

Elektrotechnisches Institut (ETI) - Dipl.-Ing. Mario Gommeringer

Kurzlösungen zu den Übungsaufgaben

ohne Gewähr

Elektrische Maschinen und Stromrichter

Elektrotechnisches Institut
Prof. Dr.-Ing. Michael Braun

1 komplexe Wechselstromrechnung

a) Zeigerdiagramm:

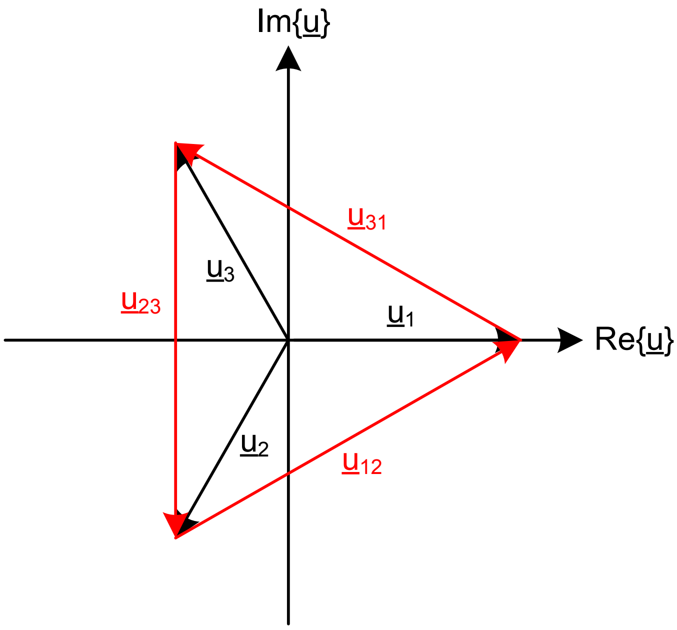


Abbildung 1: Zeigerdiagramm

b) Gegeben:

- $U_0 = 230V$ (Effektivwert der Strangspannung)
- $\underline{U}_1 = U_0$
- $\underline{U}_2 = U_0 \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}}$
- $\underline{U}_3 = U_0 \cdot e^{-j \cdot \frac{4\pi}{3}}$

$\underline{U}_{12}$ ausrechnen:

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_1 - \underline{U}_2 \tag{1}$$
$$= U_0 - U_0 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} \tag{2}$$
$$= U_0 \cdot \left(\frac{3}{2} + j \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) \tag{3}$$

In polare Koordinaten umrechnen

$$|\underline{U}_{12}| = \sqrt{3} \cdot U_0 \tag{4}$$

$$\angle \underline{U}_{12} = \frac{\pi}{6} \tag{5}$$

$$\underline{U}_{12} = \sqrt{3} \cdot U_0 \cdot e^{j \cdot \frac{\pi}{6}} \tag{6}$$
$$\approx 398V \cdot e^{j \cdot \frac{\pi}{6}} \tag{7}$$

$\underline{U}_{31}$ ausrechnen:

$$\underline{U}_{31} = \underline{U}_3 - \underline{U}_1 \tag{8}$$
$$= U_0 \cdot e^{-j\frac{4\pi}{3}} - U_0 \tag{9}$$
$$= U_0 \cdot \left(-\frac{3}{2} + j \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) \tag{10}$$

In polaren Koordinaten:

$$\underline{U}_{31} = \sqrt{3} \cdot U_0 \cdot e^{j \cdot \frac{5\pi}{6}} \tag{11}$$
$$\approx 398V \cdot e^{j \cdot \frac{5\pi}{6}} \tag{12}$$

c) Gegeben:

- $U_0 = 230V$
- $\underline{U}_1 = U_0$
- $\underline{Z} = 115\Omega + j \cdot 115\Omega$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}} \tag{13}$$
$$= \frac{U_0}{\underline{Z}} \tag{14}$$
$$= \frac{230V}{115\Omega + j \cdot 115\Omega} \tag{15}$$
$$= (1 - j)A \tag{16}$$

d) Gegeben / bereits berechnet:

- $U_0 = 230V$
- $\underline{U}_{12} = U_0 \cdot \left(\frac{3}{2} + j \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3}\right)$
- $\underline{U}_{31} = U_0 \cdot \left(-\frac{3}{2} + j \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3}\right)$
- $\underline{Z} = 115\Omega + j \cdot 115\Omega$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}} - \frac{\underline{U}_{31}}{\underline{Z}} \tag{17}$$
$$= \frac{U_0 \cdot \left(\frac{3}{2} + j \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) - U_0 \cdot \left(-\frac{3}{2} + j \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3}\right)}{\underline{Z}} \tag{18}$$
$$= \frac{3 \cdot U_0}{\underline{Z}} \tag{19}$$
$$= 3 \cdot (1 - j)\, A \tag{20}$$

e) Berechnung des zeitlichen Verlaufs der Spannungen und Ströme:

Hinweis:
In der Fachliteratur findet sich sowohl die Definition

$u\,(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin\left(\omega t + \varphi_U\right)$

als auch die Definition

$u\,(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos\left(\omega t + \varphi_U\right)$.

In LEN wird z.B. die erste Variante gewählt. In der Energietechnik ist dagegen eher die zweite Variante verbreitet. In EMS wird daher zukünftig die Darstellung $u\,(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos\left(\omega t + \varphi_U\right)$ gewählt.

Wir erhalten damit:

$$\underline{U} = U \cdot e^{j \cdot \varphi_U} \qquad u(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos(\omega t + \varphi_U) \tag{21}$$
$$\underline{I} = I \cdot e^{j \cdot \varphi_I} \qquad i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega t + \varphi_I) \tag{22}$$
$$\varphi = \varphi_U - \varphi_I \tag{23}$$

Aus der Formelsammlung: $\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{1}{2} \cdot [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$

Zeitlicher Verlauf der Leistung:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \tag{24}$$
$$= 2 \cdot U \cdot I \cdot \cos(\omega t + \varphi_U) \cdot \cos(\omega t + \varphi_I) \tag{25}$$
$$= U \cdot I \cdot [\cos(\varphi_U - \varphi_I) + \cos(2\omega t + \varphi_U + \varphi_I)] \tag{26}$$
$$\tag{27}$$

$$p_1(t) = 230V \cdot \sqrt{2}A \cdot \left[\cos\left(-\frac{7\pi}{4}\right) + \cos\left(2\omega t + \frac{7\pi}{4}\right)\right] \tag{28}$$

Mittelwert der Leistung:

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T p(t)\, dt \tag{29}$$
$$= \frac{\omega}{2\pi} \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} p(t)\, dt \tag{30}$$
$$= \frac{\omega}{2\pi} \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} U \cdot I \cdot [\cos(\varphi_U - \varphi_I) + \cos(2\omega t + \varphi_U + \varphi_I)]\, dt \tag{31}$$
$$= U \cdot I \cdot \cos(\varphi_U - \varphi_I) \tag{32}$$

$$P_1 = 230V \cdot \sqrt{2}A \cdot \cos\left(0 - \frac{7\pi}{4}\right) \tag{33}$$
$$= 230W \tag{34}$$

f) Scheinleistung:

$$S_1 = U_1 \cdot I_1 \tag{35}$$
$$= 230V \cdot \sqrt{2}A \tag{36}$$
$$\approx 325VA \tag{37}$$

Blindleistung:

$$Q_1 = \sqrt{S_1^2 - P_1^2} \tag{38}$$
$$= \sqrt{(325VA)^2 - (230W)^2} \tag{39}$$
$$= 230var \tag{40}$$

g) symmetrisches Drehspannungssystem, symmetrischer Verbraucher:

$$u_1(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos(\omega t) \tag{41}$$
$$u_2(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \tag{42}$$
$$u_3(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \tag{43}$$
$$i_1(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega t - \varphi) \tag{44}$$
$$i_2(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) \tag{45}$$
$$i_3(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) \tag{46}$$

Zeitlicher Verlauf der Leistung:

$$p(t) = u_1(t) \cdot i_1(t) + u_2(t) \cdot i_2(t) + u_3(t) \cdot i_3(t) \tag{47}$$
$$= 2 \cdot U \cdot I \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(\omega t - \varphi) \tag{48}$$
$$+ 2 \cdot U \cdot I \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) \tag{49}$$
$$+ 2 \cdot U \cdot I \cdot \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) \tag{50}$$
$$= U \cdot I \cdot [\cos(\varphi) + \cos(2\omega t - \varphi)] \tag{51}$$
$$+ U \cdot I \cdot \left[\cos(\varphi) + \cos\left(2\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right)\right] \tag{52}$$
$$+ U \cdot I \cdot \left[\cos(\varphi) + \cos\left(2\omega t - \frac{8\pi}{3} - \varphi\right)\right] \tag{53}$$
$$\tag{54}$$

Aus der Formelsammlung: $\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2 \cdot \cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$$p(t) = U \cdot I \cdot \left[3 \cdot \cos(\varphi) + \cos(2\omega t - \varphi) + 2 \cdot \cos\left(\frac{4\omega t - \frac{12\pi}{3} - 2\varphi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\frac{4\pi}{3}}{2}\right)\right] \tag{55}$$
$$= U \cdot I \cdot [3 \cdot \cos(\varphi) + \cos(2\omega t - \varphi) - \cos(2\omega t - \varphi - 2\pi)] \tag{56}$$
$$= 3 \cdot U \cdot I \cdot \cos(\varphi) \tag{57}$$

Zahlenwerte einsetzen:

$$p(t) = 3 \cdot 230V \cdot \sqrt{2}A \cdot \cos\left(-\frac{7\pi}{4}\right) \tag{58}$$
$$= 690W \tag{59}$$

2 Drehstrommotor

a) Drehmoment ausrechnen:

$$P_{mech} = P_N = M_N \cdot \Omega_N \tag{60}$$
$$M_N = \frac{P_N}{\Omega_N} \tag{61}$$
$$= \frac{3kW}{2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{60\frac{s}{min}} \cdot 2890\frac{1}{min}} \tag{62}$$
$$= 9{,}91Nm \tag{63}$$

b) Wirkungsgrad ausrechnen:

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} \tag{64}$$

$$= \frac{P_N}{\sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N \cdot \cos(\varphi)} \tag{65}$$

$$= \frac{3kW}{\sqrt{3} \cdot 400V \cdot 6A \cdot 0,85} \tag{66}$$

$$= 0,85 \tag{67}$$

3 Fremderregte kompensierte Gleichstrommaschine

a) $z = 20$ Umdrehungen in möglichst kurzer Zeit

- $P = U\,I$
- $U_A = R_A I_A + c\phi\Omega$
- $M_i = c\phi\, I_A$
- $J \cdot \dot{\Omega} = M_i - M_L$
- $\dot{\varphi} = \Omega$

$M_L = 0$

$$\dot{\Omega} = \frac{M_i}{J} \tag{68}$$

Da M_i und J konstante Größen sind

$$\Omega - \Omega_0 = \frac{M_i}{J}\,(t - t_0) \tag{69}$$

Anfangsdrehzahl Ω_0=0 s^{-1}, t_0 =0 s

$$\Omega = \frac{M_i}{J}\,t \tag{70}$$

Ebenfalls gilt

$$\dot{\varphi} = \Omega = \frac{M_i}{J}\,t \tag{71}$$

$$\varphi - \varphi_0 = \frac{M_i}{J}\,\frac{t^2 - t_0^2}{2} \tag{72}$$

Anfangswinkel φ_0=0 rad, t_0 =0 s

$$\varphi = \frac{M_i}{J}\,\frac{t^2}{2} \tag{73}$$

$$t = \sqrt{\frac{2J}{M_i}\varphi} = \sqrt{\frac{2J}{c\phi_N\, I_{A_{max}}}\underbrace{\frac{2\pi z}{2}}_{\varphi_{1V}}} = t_{1V} \tag{74}$$

Der maximale Strom ist noch unbekannt

$$U_A = R_A I_A + c\phi\Omega \tag{75}$$

Bei Leerlauf ($I_A = 0\,\mathrm{A}$) mit Nennankerspannung gilt:

$$U_{AN} = c\phi_N \Omega_{0N} \tag{76}$$

Mit der Angabe der Leerlaufdrehzahl aus der Aufgabenstellung lässt sich Ω_{0N} berechnen:

$$\Omega_{0N} = 104,72\,\mathrm{s}^{-1} \tag{77}$$

$$U_{AN} = c\phi_N\,\Omega_{0N} = 439,82\,\mathrm{V} \tag{78}$$

$$P_{N_{el}} = U_{AN} I_{AN} \quad \rightarrow \quad I_{AN} = \frac{P_{N_{el}}}{U_{AN}} = 11,368\,\mathrm{A} \tag{79}$$

$$I_{A_{max}} = 1,5\,\mathrm{I_{AN}} = 17,052\,\mathrm{A} \tag{80}$$

$$t_{1V} = \sqrt{\frac{2J}{c\phi_N\, I_{A_{max}}}\frac{2\pi z}{2}} = 1,3246\,\mathrm{s} \tag{81}$$

$$t_V = 2\,\mathrm{t_{1V}} = 2,6492\,\mathrm{s} \tag{82}$$

b)

$$\Omega(t) = \frac{M_i}{J} t \quad , \quad 0 \le t < t_{1V} \tag{83}$$

$$\Omega(t) = \frac{M_i}{J} t_{1V} - \frac{M_i}{J} (t - t_{1V}) \quad , \quad t_{1V} \le t < t_V \tag{84}$$

$$i_A(t) = I_{A_{max}} \quad , \quad 0 \le t < t_{1V} \tag{85}$$

$$i_A(t) = -I_{A_{max}} \quad , \quad t_{1V} \le t < t_V \tag{86}$$

$$U_A = R_A I_{A_{max}} + c\phi_n \Omega(t) \quad , \quad 0 \le t < t_{1V} \tag{87}$$

$$U_A = -R_A I_{A_{max}} + c\phi_n \Omega(t) \quad , \quad t_{1V} \le t < t_V \tag{88}$$

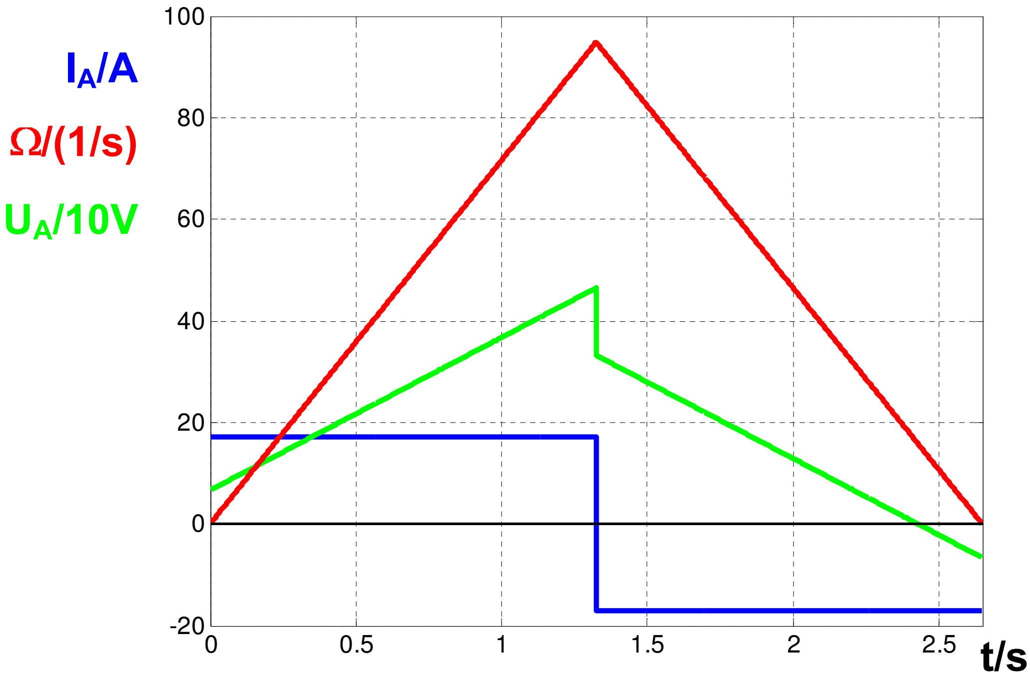


Abbildung 2: Vorgang bei Nennerregung ϕ_N

c) Da sich das Drehmoment auf die Hälfte reduziert, wird die Zeitdauer um den Faktor $\sqrt{2}$ zunehmen. Die maximale Drehzahl wird um den Faktor $\sqrt{2}$ kleiner.

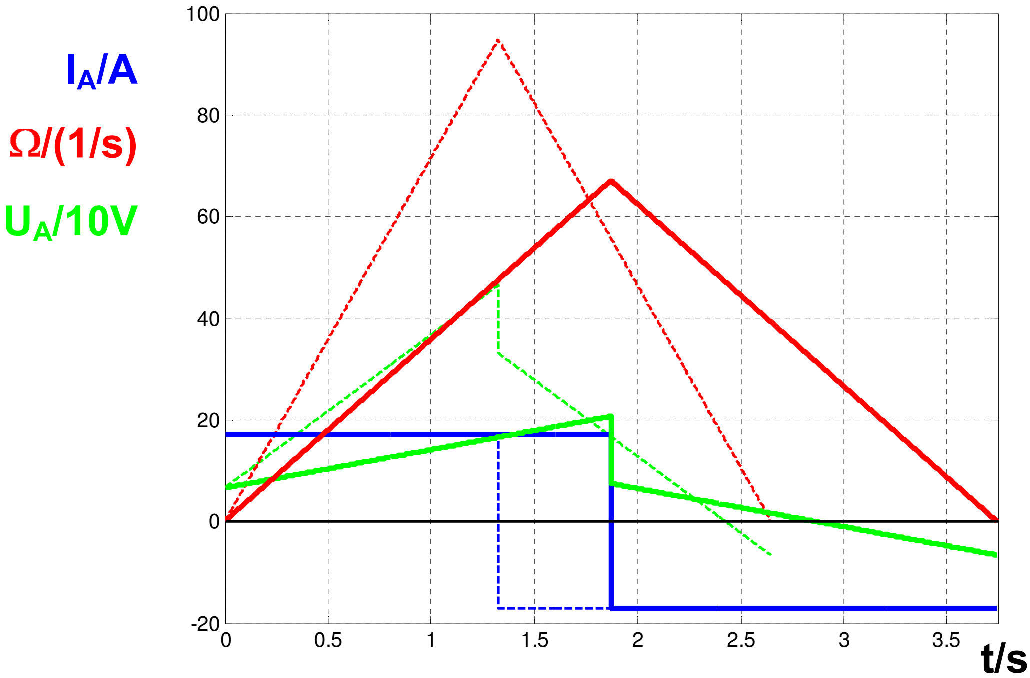


Abbildung 3: Vergleich des Verhaltens bei Erregung ϕ_N und $\frac{\phi_N}{2}$

4 Fremderregte, kompensierte Gleichstrommaschine im Parallelbetrieb

a) Die beiden Motoren sind mit der selben Drehrichtung zusammen gekuppelt. Das von beiden Maschinen gemeinsam abgegebene Drehmoment ist die Summe der Einzeldrehmomente der beiden Maschinen. Die beiden Maschinen befinden sich im quasistationären Betrieb, was bedeutet, sie drehen sich, aber die Drehzahl ändert sich nicht mehr.

$$\dot{\Omega} = 0\,\mathrm{s}^{-2} \quad \rightarrow \quad M_B = M_1 + M_2 = 0\,\mathrm{N\,m} \tag{89}$$

$$M_1 = -M_2 \tag{90}$$

b)

$$c\phi_1\, I_{A1} = -c\phi_2\, I_{A2} \tag{91}$$

$$I_{A2} = -\frac{c\phi_1}{c\phi_2} I_{A1} \tag{92}$$

$$U_{AN} = R\, I_{A1} + c\phi_1\, \Omega \tag{93}$$

$$U_{AN} = R\, I_{A2} + c\phi_2\, \Omega \tag{94}$$

$$U_{AN} - \frac{c\phi_1}{c\phi_2} U_{AN} = R\, I_{A1} - \frac{c\phi_1}{c\phi_2} R\, I_{A2} \tag{95}$$

$$U_{AN}\left(1 - \frac{c\phi_1}{c\phi_2}\right) = R\, I_{A1}\left(1 + \left(\frac{c\phi_1}{c\phi_2}\right)^2\right) \tag{96}$$

$$I_{A1} = \frac{U_{AN}}{R} \frac{1 - \frac{c\phi_1}{c\phi_2}}{1 + \left(\frac{c\phi_1}{c\phi_2}\right)^2} \tag{97}$$

$c\Phi_1$ und $c\Phi_2$ lassen sich mit der Ankernennspannung und den jeweiligen Leerlaufdrehzahlen berechnen. Im Leerlauf ($I_A = 0$) gilt:

$$U_{AN} = c\phi\,\Omega_0 \tag{98}$$

$$c\phi_1 = \frac{U_{AN}}{\Omega_{01}} = 1,3467\,\mathrm{Vs} \tag{99}$$

$$c\phi_2 = \frac{U_{AN}}{\Omega_{02}} = 1,2505\,\mathrm{Vs} \tag{100}$$

$$I_{A1} = \frac{U_{AN}}{R}\frac{1-\frac{c\phi_1}{c\phi_2}}{1+\left(\frac{c\phi_1}{c\phi_2}\right)^2} = -52,241\,\mathrm{A} \tag{101}$$

$$I_{A2} = -\frac{c\phi_1}{c\phi_2}I_{A1} = 56,26\,\mathrm{A} \tag{102}$$

c)

$$\Omega = \frac{U_{AN} - R\,I_{A1}}{c\phi_1} = 169,18\,\mathrm{s}^{-1} \tag{103}$$

$$n = 1616\,\mathrm{min}^{-1} \tag{104}$$

d) Die Gleichung $M(n)$ kann aus den beiden Grundgleichungen hergeleitet werden.

$$U_A = R_A \cdot I_A + c\phi\,\Omega \tag{105}$$

$$M_i = c\phi\,I_A \tag{106}$$

$$M_{i1}(\Omega) = \left(\frac{c\phi_1\,U_{AN}}{R} - \frac{(c\phi_1)^2}{R}\,\Omega\right) \tag{107}$$

$$M_{i2}(\Omega) = \left(\frac{c\phi_2\,U_{AN}}{R} - \frac{(c\phi_2)^2}{R}\,\Omega\right) \tag{108}$$

$$M_{i1}(0) = 1,975\,\mathrm{kNm} \tag{109}$$

$$M_{i2}(0) = 1,834\,\mathrm{kNm} \tag{110}$$

$$n_{01} = 1560\,\mathrm{min}^{-1} \tag{111}$$

$$n_{02} = 1680\,\mathrm{min}^{-1} \tag{112}$$

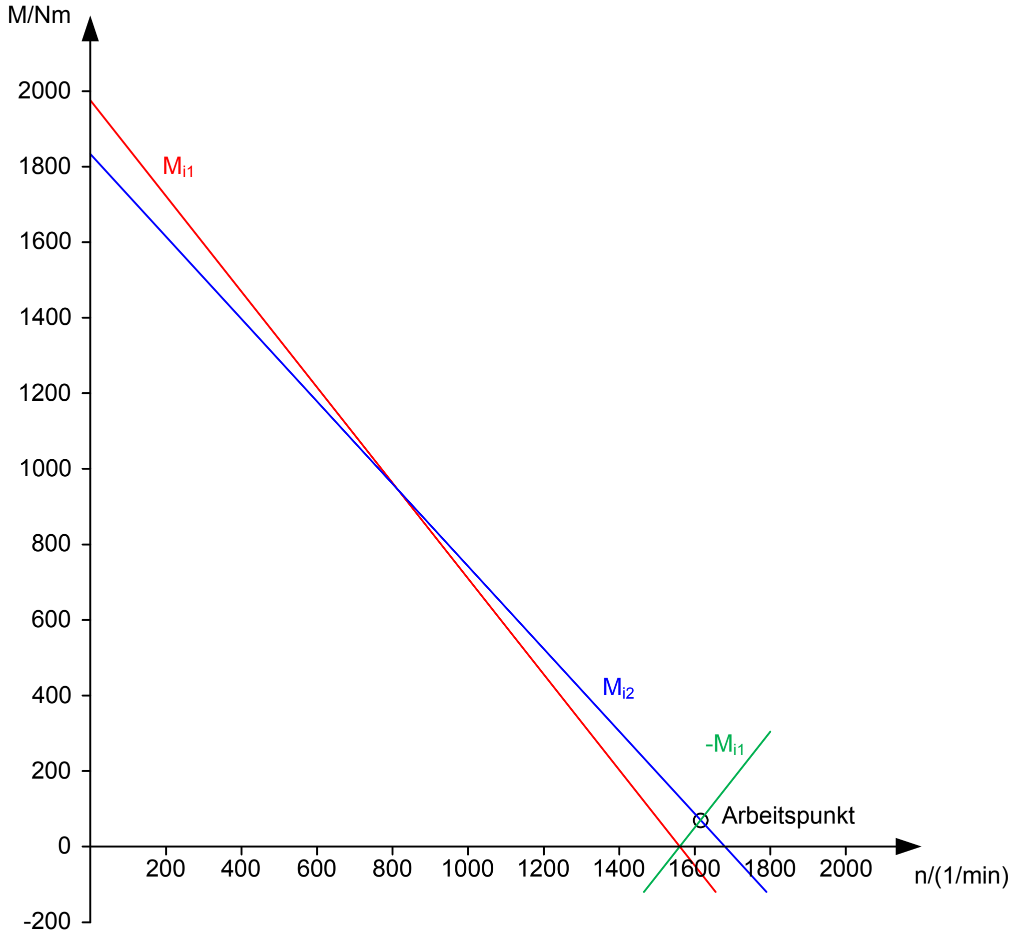


Abbildung 4: Kennlinien

e) Die aufgenommene Leistung ist gleich der Summe der Verlustleistungen an den Ankerwiderständen.
$P = R_A\, I_{A1}^2 + R_A\, I_{A2}^2 = 884,15\,\mathrm{W}$

5 Fremderregte, kompensierte Gleichstrommaschine in Serienschaltung

a) Berechnen der Erregungen aus den Leerlaufdrehzahlen:

$$\Omega_{01} = 190,59\,\mathrm{s}^{-1} \tag{113}$$

$$\Omega_{02} = 219,91\,\mathrm{s}^{-1} \tag{114}$$

$$c\phi_1 = \frac{U_{AN}}{\Omega_{01}} = 1,3117\,\mathrm{Vs} \tag{115}$$

$$c\phi_2 = \frac{U_{AN}}{\Omega_{02}} = 1,1368\,\mathrm{Vs} \tag{116}$$

Für die beiden Maschinen muss gelten:

$$U_{A1} = R\,I_A + c\phi_1\Omega \tag{117}$$

$$U_{A2} = R\,I_A + c\phi_2\Omega \tag{118}$$

$$U_q = U_{A1} + U_{A2} = 500\,\mathrm{V} \tag{119}$$

Wegen stationärem Zustand ist das Moment der Maschinen gleich dem Lastmoment, es gibt keine Beschleunigung

$$M_i = M_L \tag{120}$$

$$\dot{\Omega} = \frac{M_B}{J} = \frac{M_i}{J} = 0\,\mathrm{s}^{-2} \quad \rightarrow \quad M_i = M_1 + M_2 = 0\,\mathrm{N\,m} \tag{121}$$

$$M_1 + M_2 = c\phi_1\,I_A + c\phi_2\,I_A = I_A\,(c\phi_1 + c\phi_2) = 0\,\mathrm{N\,m} \quad \rightarrow \quad I_A = 0\,\mathrm{A} \tag{122}$$

$$U_q = (c\phi_1 + c\phi_2)\,\Omega \tag{123}$$

$$\Omega = \frac{U_q}{c\phi_1 + c\phi_2} = 204,21\,\mathrm{s}^{-1} \quad \rightarrow 1950\,\mathrm{min}^{-1} \tag{124}$$

b)

$$U_A = R_A\,I_A + c\phi\Omega \tag{125}$$

mit $I_A = 0\,\mathrm{A}$ gilt für die beiden Maschinen:

$$U_{A1} = c\phi_1\Omega = 267,86\,\mathrm{V} \tag{126}$$

$$U_{A2} = c\phi_2\Omega = 232,14\,\mathrm{V} \tag{127}$$

c)

$$P_{V1} = R\,I_A^2 \tag{128}$$

$$P_{V2} = R\,I_A^2 \tag{129}$$

$$P_{V1} : P_{V2} = 1 : 1 \tag{130}$$

Da I_A =0 A

$$P_{V1} = P_{V2} = 0\,\mathrm{W} \tag{131}$$

d)

$$M_i = M_L \tag{132}$$

$$M_i = M_{i1} + M_{i2} = (c\phi_1 + c\phi_2)\,I_A = M_L \tag{133}$$

$$I_A = \frac{M_L}{(c\phi_1 + c\phi_2)} = 40,841\,\mathrm{A} \tag{134}$$

e)

$$P_{el} = U_q \, I_A = 20,421\,\mathrm{kW} \tag{135}$$

f)

$$P_V = P_{V1} + P_{V2} = 2\,R\,I_A^2 = 1001\,\mathrm{W} \tag{136}$$

g)

$$U_q = R\,I_A + c\phi_1\Omega + R\,I_A + c\phi_2\Omega \tag{137}$$

$$\Omega = \frac{U_q - 2\,R\,I_A}{c\phi_1 + c\phi_2} = 194,2\,\mathrm{s}^{-1} \quad \rightarrow 1855\,\mathrm{min}^{-1} \tag{138}$$

h)

$$U_{A1} = R\,I_A + c\phi_1\Omega = 266,98\,\mathrm{V} \tag{139}$$

$$U_{A2} = R\,I_A + c\phi_2\Omega = 233,02\,\mathrm{V} \tag{140}$$

6 Reversieren einer fremderregten, kompensierten Gleichstrommaschine

a)

$$J \cdot \dot{\Omega} = M_i - M_L \tag{141}$$

$$M_L = 0 \tag{142}$$

$$\Omega\,(t) = \int_{t_0}^{t} \frac{M_i}{J} dt + \Omega_0 \tag{143}$$

$$\Omega\,(t) = \frac{M_i}{J} \cdot (t - t_0) + \Omega_0 \tag{144}$$

Die Anfangszeit t_0 ist gleich 0 s und die Anfangsdrehzahl ist $\Omega_0 = -\Omega_N$. Zur Endzeit $t = t_r$ soll die Drehzahl $\Omega\,(t_r) = \Omega_N$ erreicht werden.

$$M_i = \frac{(\Omega_N - (-\Omega_N))\,J}{t_r} = c\phi_N\,I_A \tag{145}$$

$$I_A = \frac{2\Omega_N J}{t_r\,c\phi_N} \tag{146}$$

$c\phi_N$ ausrechnen

$$U_{AN} = R\,I_{AN} + c\phi_N\Omega_N \tag{147}$$

$$\underbrace{I_{AN}U_{AN}}_{P_{el_N}} = \underbrace{R\,I_{AN}^2}_{P_V} + \underbrace{c\phi_N\Omega_N\,I_{AN}}_{P_N} \tag{148}$$

$$P_N = c\phi_N\Omega_N\,I_{AN} \tag{149}$$

$$c\phi_N = \frac{P_N}{I_{AN}\Omega_N} = 6,3662\,\mathrm{Vs} \tag{150}$$

$$I_A = \frac{2\Omega_N J}{t_r\,c\phi_N} = 375\,\mathrm{A} \tag{151}$$

b)

$$W = \int_0^{t_r} (P_V + P_i)\,\mathrm{d}t = \int_0^{t_r} R \cdot I_A^2\,\mathrm{d}t + \int_0^{t_r} U_i\, I_A\,\mathrm{d}t \tag{152}$$

Während dem Beschleunigungsvorgang gilt: $I_A = const = 375A$

$$\Omega\,(t) = \frac{M_i}{J} \cdot (t - t_0) + \Omega_0 \tag{153}$$

$$\Omega_0 = -\Omega_N \tag{154}$$

$$\Omega\,(t_r) = \Omega_N \tag{155}$$

$$\Omega\,(t) = 2 \cdot \frac{t}{t_r} \cdot \Omega_N - \Omega_N \tag{156}$$

$$u_i\,(t) = c\Phi \cdot \Omega\,(t) \tag{157}$$

$$W = \int_0^{t_r} R \cdot I_A^2 dt + \int_0^{t_r} c\Phi_N \cdot \left(2\frac{t}{t_r} \cdot \Omega_N - \Omega_N\right) \cdot I_A dt \tag{158}$$

$$= \left[R \cdot I_A^2\right]_0^{t_r} + c\Phi_N \cdot \Omega_N \cdot I_A \cdot \left[\frac{t^2}{t_r} - t\right]_0^{t_r} \tag{159}$$

$$= R \cdot I_A^2 \cdot t_r \tag{160}$$

$$= 11,1kJ \tag{161}$$

7 Drehmomentensprung an einer fremderregten, kompensierten Gleichstrommaschine

a)

$$J \cdot \dot{\Omega} = M_B = M_i - M_L = 0 \tag{162}$$

$$M_i = M_L = -M_N \tag{163}$$

$$I_A = -I_{AN} = -68\,\mathrm{A} \tag{164}$$

b)

$$U_{AN} = R\, I_{AN} + c\phi_N \Omega_N \tag{165}$$

$c\phi_N$ aus Leerlaufdrehzahl berechnen:

$$c\phi_N = \frac{U_{AN}}{\Omega_{0N}} = 1,0961\,\mathrm{Vs} \tag{166}$$

$$\Omega_N = \frac{U_{AN} - R\, I_{AN}}{c\phi_N} = 209,47\,\mathrm{s}^{-1} \quad \rightarrow \quad 2000\,\mathrm{min}^{-1} \tag{167}$$

c) Die Maschine wird an Nennspannung betrieben. Die Ankerspannung bleibt demnach konstant, zeitabhängig sind der Strom und die Drehzahl:

$$U_{AN} = R\, i_A\,(t) + c\phi_N \Omega\,(t) \tag{168}$$

$$J \cdot \dot{\Omega} = M_B = M_i - M_L \tag{169}$$

$$M_i\,(t) = c\Phi \cdot i_A\,(t) \tag{170}$$

$$J \cdot \dot{\Omega} = c\Phi \cdot i_A\,(t) - M_L \tag{171}$$

$$i_A\,(t) = \frac{J \cdot \dot{\Omega}\,(t) + M_L}{c\phi_N} \tag{172}$$

$$U_{AN} = R\frac{J \cdot \dot{\Omega}\,(t) + M_L}{c\phi_N} + c\phi_N\, \Omega\,(t) \tag{173}$$

$$\dot{\Omega}(t) + \frac{(c\phi_N)^2}{R\,J}\Omega(t) = \frac{c\phi_N}{R\,J}U_{AN} - \frac{1}{J}M_L \tag{174}$$

Differentialgleichung 1. Ordnung

$$\Omega(t) = \left(A - B \cdot e^{-\frac{(c\phi_N)^2}{R\,J}t}\right) \tag{175}$$

$$\Omega(t = 0\,\mathrm{s}) = \Omega_N \tag{176}$$

$$A = \Omega(t \to \infty) = \frac{U_{AN} - R\,I_A}{c\phi_N} = 246,7\,\mathrm{s}^{-1} \tag{177}$$

$$A - B = \Omega_N \tag{178}$$

$$B = \Omega(t \to \infty) - \Omega_N = 38,1\,\mathrm{s}^{-1} \tag{179}$$

$$n(t) = \frac{60s}{2\pi min} \cdot \left(A - B \cdot e^{-\frac{(c\phi_N)^2}{R\,J}t}\right) \tag{180}$$

8 Fremderregte, kompensierte Gleichstrommaschine

a) $c\phi_N$ aus Leerlaufdrehzahl:

$$\Omega_{0N} = 157,08\,\mathrm{s}^{-1} \tag{181}$$

$$U_{AN} = R\underbrace{I_A}_{=0} + c\phi_N\Omega_{0N} \tag{182}$$

$$c\phi_N = \frac{U_{AN}}{\Omega_{0N}} = 1,5915\,\mathrm{Vs} \tag{183}$$

b) Ankerwiderstand aus Nennbetrieb:

$$U_{AN} = R\,I_A + c\phi_N\Omega_{0N} \tag{184}$$

$$\Omega_N = 151,84\,\mathrm{s}^{-1} \tag{185}$$

$$R = \frac{U_{AN} - c\phi_N\Omega_N}{I_{AN}} = 104,33\,\mathrm{m\Omega} \tag{186}$$

c)

$$P_{el,N} = U_{AN}I_{AN} = 20\,\mathrm{kW} \tag{187}$$

$$P_V = R\,I_{AN}^2 = 667,71\,\mathrm{W} \tag{188}$$

$$P_{mech,N} = P_{el,N} - P_V = 19,332\,\mathrm{kW} \tag{189}$$

$$\eta = \frac{P_{mech,N}}{P_{el,N}} = 96,661\,\% \tag{190}$$

d)

$$U_A = R_A I_A + c\Phi_N\Omega_N \qquad \text{mit} \qquad M_L = \frac{M_N}{3} \Rightarrow I_A = \frac{I_{AN}}{3} \tag{191}$$

$$\Rightarrow U_A = 244,21\,\mathrm{V}$$

e) Anfahren an Nennspannung mit Vorwiderstand

$$U_{AN} = (R_A + R_V)\,I_A + c\Phi_N\Omega \tag{192}$$

Einschalten einer Widerstandsstufe $I_A \leq 1,5 \cdot I_{AN}$

$$R_{Vx} \geq \frac{U_{AN} - c\Phi_N\Omega_u}{1,5 \cdot I_{AN}} - R_A \tag{193}$$

Umschalten auf nächste Stufe wenn $I_A = 0,5 \cdot I_{AN}$

$$\Omega_{u,x+1} = \frac{U_{AN} - (R_A + R_{Vx})\, 0,5 \cdot I_{AN}}{c\Phi_N} \tag{194}$$

Erste Stufe $\Omega_{u1} = 0\,\mathrm{s}^{-1}$

$$R_{V1} = \frac{U_{AN}}{1,5 \cdot I_{AN}} - R_A = 1,979\,\Omega \tag{195}$$

Nächst größerer Widerstand aus E12 Reihe

$$R_{V1} = 2,2\,\Omega \tag{196}$$

Umschaltdrehzahl auf zweite Stufe

$$\Omega_{u2} = \frac{U_{AN} - (R_A + R_{V1})\, 0,5 \cdot I_{AN}}{c\Phi_N} = 99,26\,\mathrm{s}^{-1} \tag{197}$$

$$R_{V2} = 680\,\mathrm{m}\Omega \tag{198}$$

$$\Omega_{u3} = 137,5\,\mathrm{s}^{-1} \tag{199}$$

$$R_{V3} = 180\,\mathrm{m}\Omega \tag{200}$$

$$\Omega_{u4} = 150,08\,\mathrm{s}^{-1} \tag{201}$$

$$\Rightarrow \Omega_N \text{ erreicht}$$

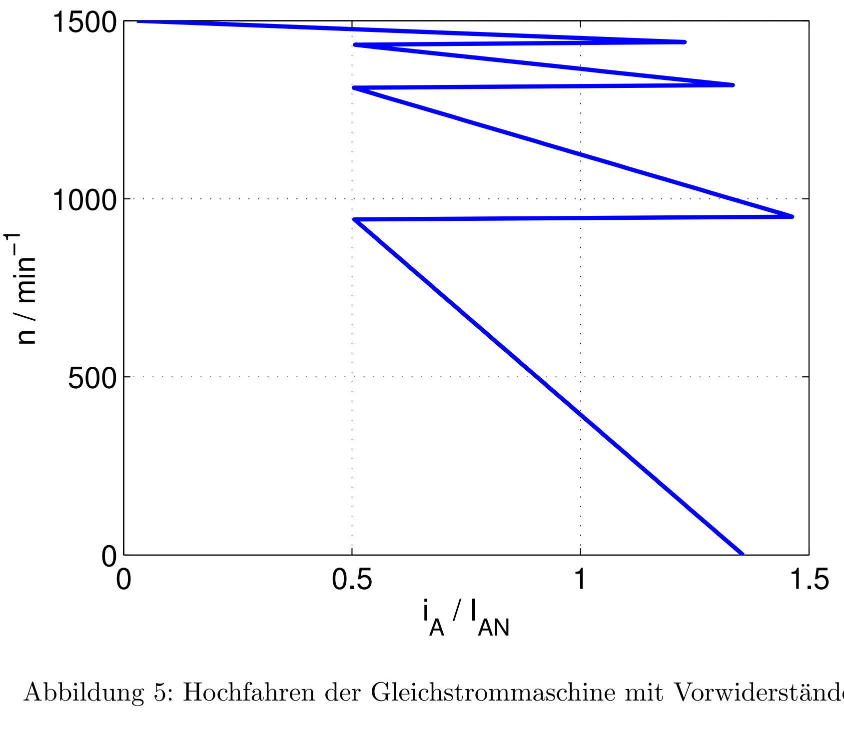


Abbildung 5: Hochfahren der Gleichstrommaschine mit Vorwiderständen

9 Gleichstromreihenschlussmaschine

a)

$$P_{Verlust} = (R_A + R_F)\, I_M^2 = P_{el} - P_{mech} \qquad \text{mit } P_{el} = U_M \cdot I_M \tag{202}$$

$$\Rightarrow R_A = \frac{U_{MN} \cdot I_{MN} - P_{mechN}}{I_{MN}^2} - R_F = 2,21\,\Omega \tag{203}$$

b) Keine Sättigungseffekte $\Rightarrow c\Phi \sim I_M$.

$$c\Phi_1 = \frac{U_{M1} - (R_A + R_F)\, I_{M1}}{2\pi \cdot n_1} = 0,158\,\mathrm{Vs} \tag{204}$$

$$c\Phi_N = \frac{c\Phi_1}{I_{M1}} I_{MN} = 0,232\,\mathrm{Vs} \tag{205}$$

$$M_N = c\Phi_N I_{MN} = 2,02\,\mathrm{Nm} \tag{206}$$

c)

$$n_N = \frac{P_{mechN}}{2\pi \cdot M_N} = 8509\,\mathrm{min}^{-1} \tag{207}$$

d)

$$M_2 = c\Phi_2 \cdot I_{M2} \qquad \text{mit } c\Phi_2 = \frac{c\Phi_N}{I_{MN}} I_{M2} \text{ und } M_2 = 0,3 \cdot M_N \tag{208}$$

$$\Rightarrow I_{M2} = \sqrt{0,3 \cdot M_N \frac{I_{MN}}{c\Phi_N}} = 4,77\,\mathrm{A} \Rightarrow c\Phi_2 = 0,127\,\mathrm{Vs} \tag{209}$$

$$n_2 = \frac{U_{MN} - (R_A + R_F)\, I_{M2}}{2\pi \cdot c\Phi_2} = 16339\,\mathrm{min}^{-1} \tag{210}$$

10 Synchrongenerator

a) Turboläufer: $L_S = L_d = L_q$

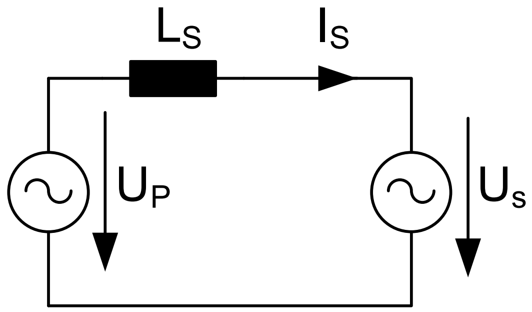


Abbildung 6: Generatorersatzschaltbild

b)

$$S_N = 3U_S I_N = \sqrt{3} U_N I_N \tag{211}$$

$$I_N = \frac{S_N}{\sqrt{3} U_N} = 72,169\,\mathrm{A} \tag{212}$$

Verlustlose Betrachtung:

$$P_{el} = P_{mech} = P_N = S_N \cos(\varphi) = 45\,\mathrm{kW} \tag{213}$$

$$P = M\Omega \tag{214}$$

$$f_N = 50\,\mathrm{Hz} \quad \rightarrow \quad \Omega = \frac{2\pi f_N}{p} = 314,16\,\mathrm{s}^{-1} \tag{215}$$

$$M_N = \frac{P_N}{\Omega} = 143,24\,\mathrm{Nm} \tag{216}$$

c)

$$U_S = \frac{U_N}{\sqrt{3}} = 230,94\,\mathrm{V} \tag{217}$$

$$\varphi = \arccos(0,9) = 25,842^\circ \tag{218}$$

$$\vartheta = 34^\circ \tag{219}$$

Zeigerdiagramm siehe Abb. 7

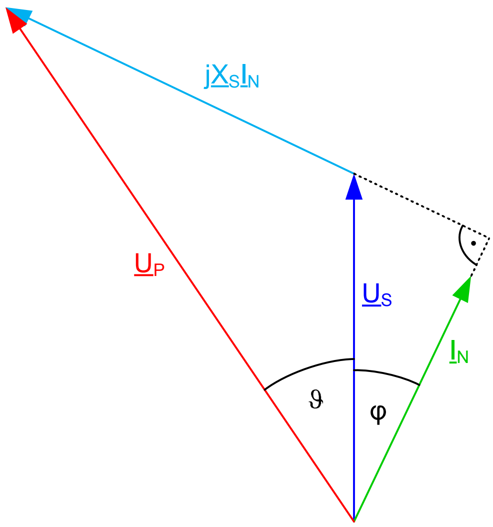


Abbildung 7: Zeigerdiagramm

d)

$$\frac{I_N X_S}{\sin(\vartheta)} = \frac{U_S}{\sin(180° - (90 + \varphi) - \vartheta)} \tag{220}$$

$$I_N X_S = \sin(\vartheta) \frac{U_S}{\sin(90° - \varphi - \vartheta)} = 257{,}04\,\mathrm{V} \tag{221}$$

$$X_S = \frac{I_N X_S}{I_N} = 3{,}5616\,\Omega \tag{222}$$

$$X_S = \omega L_S \tag{223}$$

$$L_S = \frac{X_S}{2\pi f_N} = 11{,}337\,\mathrm{mH} \tag{224}$$

11 Synchrongenerator als Turboläufer

a)

$$P_{el_N} = \sqrt{3} U_N I_N \cos(\varphi) \tag{225}$$

$$I_{SN} = I_N = \frac{P_{el_N}}{\sqrt{3} U_N \cos(\varphi)} = 54,339\,\mathrm{A} \tag{226}$$

b)

$$U_S = \frac{U_N}{\sqrt{3}} = 230,94\,\mathrm{V} \tag{227}$$

$$\frac{U_P}{U_S} = \frac{I_f}{I_{f0}} \tag{228}$$

$$U_P = \frac{I_f}{I_{f0}} \cdot U_S = 346,41\,\mathrm{V} \tag{229}$$

c)

$$U_P{}^2 = U_S^2 + (X_S\, I_N)^2 - 2 X_S I_N\, U_S \cos(90° + \varphi) \tag{230}$$

$$(X_S\, I_N)^2 + 2 X_S I_N\, U_S \sin(\varphi) - U_P{}^2 + U_S^2 = 0 \tag{231}$$

$$(X_S\, I_N)_{1,2} = \frac{-2U_S \sin(\varphi) \pm \sqrt{(2U_S \sin(\varphi))^2 - 4\left(U_S{}^2 - U_P{}^2\right)}}{2} \tag{232}$$

$$(X_S\, I_N)_1 = \frac{-2U_S \sin(\varphi) + \sqrt{(2U_S \sin(\varphi))^2 - 4\left(U_S{}^2 - U_P{}^2\right)}}{2} \tag{233}$$

$$(X_S\, I_N)_1 = -U_S \sin(\varphi) + \sqrt{(U_S \sin(\varphi))^2 - \left(U_S{}^2 - U_P{}^2\right)} = 163,77\,\mathrm{V} \tag{234}$$

$$X_S = \frac{X_S\, I_N}{I_N} = 3,0138\,\Omega \tag{235}$$

d)

$$\frac{\sin(\vartheta)}{X_S\, I_N} = \frac{\sin(90° + \varphi)}{U_P} \tag{236}$$

$$\vartheta = \sin^{-1}\left(\frac{\cos(\varphi)}{U_P} X_S\, I_N\right) = 23,694° \tag{237}$$

e)

$$M_{el} = 3 \cdot p \cdot \frac{U_S \cdot U_P \cdot \sin\vartheta}{\omega_{Netz} \cdot X_S} \tag{238}$$

$$\sin(\vartheta) \sim M_i \tag{239}$$

$$\sin(\vartheta_2) = \sin(\vartheta_1)\,\frac{70}{100} \tag{240}$$

$$\vartheta_2 = \sin^{-1}\left(\sin(\vartheta_1)\,\frac{70}{100}\right) = 16,338° \tag{241}$$

12 Synchrongenerator im Nennbetrieb

a)

$$U_S = \frac{U_N}{\sqrt{3}} = 230{,}94\,\mathrm{V} \tag{242}$$

$$\varphi = \arccos(0{,}8) = 36{,}87° \tag{243}$$

Cosinus-Satz

$${U'_P}^2 = U_S^2 + (X_q I_N)^2 - 2U_S X_q I_N \cos(90° + \varphi) \tag{244}$$

$${U'_P}^2 = U_S^2 + (X_q I_N)^2 + 2U_S X_q I_N \sin(\varphi) \tag{245}$$

$$U'_P = \sqrt{U_S^2 + (X_q I_N)^2 + 2U_S X_q I_N \sin(\varphi)} = 439{,}3\,\mathrm{V} \tag{246}$$

Sinus-Satz

$$\frac{\sin(90° + \varphi)}{U'_P} = \frac{\sin(\vartheta)}{X_q I_N} \tag{247}$$

$$\sin(\vartheta) = \cos(\varphi)\frac{X_q I_N}{U'_P} \tag{248}$$

$$\vartheta = 28{,}26° \tag{249}$$

b) Leerlauferregung liegt dann vor, wenn bei Nenndrehzahl die Erregung so eingestellt wird, dass kein Strom fließt. ($U_{P0} = U_{SN}$)

$$\frac{U_{PN}}{U_{P0}} = \frac{U_{PN}}{U_{SN}} = \frac{I_{fN}}{I_{f0}} \tag{250}$$

$$U_{PN} = U_{SN}\cos(\vartheta) + X_d I_d \tag{251}$$

$$I_d = I_N \cdot \cos(90° - (\varphi + \vartheta)) = 90{,}726\,\mathrm{A} \tag{252}$$

$$U_{PN} = U_{SN}\cos(\vartheta) + X_d I_d = 566{,}32\,\mathrm{V} \tag{253}$$

$$\frac{I_{fN}}{I_{f0}} = \frac{U_{PN}}{U_{SN}} = 2{,}45 \tag{254}$$

c) Die Spannung an den Klemmen bei vollkommener Entlastung ist durch die Polradspannung U_P bestimmt, welche wieder von der Erregung I_F abhängt.

$$U_L = \sqrt{3} \cdot U_P \tag{255}$$

d)

$$P_V = 0\,\mathrm{W} \Rightarrow P_{el} = P_{mech}$$

$$P_{elN} = 3U_{SN} I_N cos\varphi_N = \sqrt{3} U_N I_N cos\varphi_N = M_N \Omega_N \tag{256}$$

$$\Rightarrow M_N = \frac{\sqrt{3} U_N I_N cos\varphi_N \cdot p}{2\pi f_N} = 1058{,}55\,\mathrm{Nm} \tag{257}$$

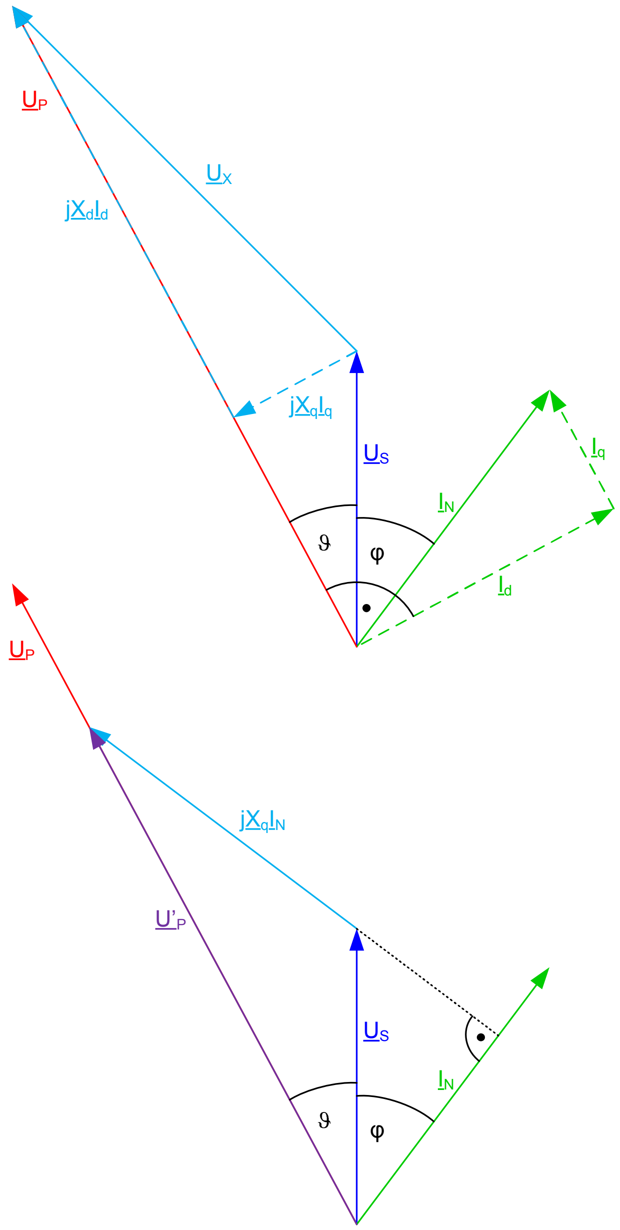


Abbildung 8: Zeigerdiagramme

13 Synchrongenerator

a)

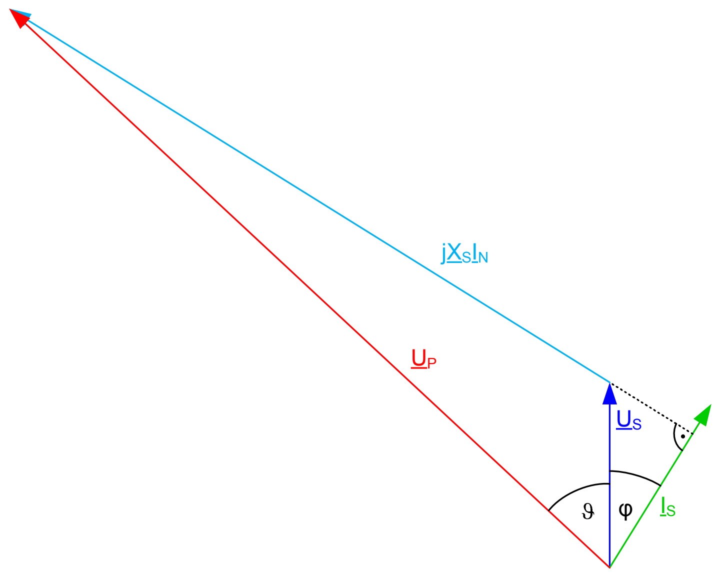


Abbildung 9: Zeigerdiagramm)

$$\frac{I_{fN}}{I_{f0}} = \frac{U_{PN}}{U_{SN}} \tag{258}$$

$$U_{SN} = \frac{U_N}{\sqrt{3}} = 288,68\,\mathrm{V} \tag{259}$$

$$\varphi = \arccos 0,85 = 31,788^\circ \tag{260}$$

Cosinussatz

$$U_{PN}^2 = U_S^2 + (X_{SN} I_N)^2 - 2U_S X_{SN} I_N \cos(90^\circ + \varphi) \tag{261}$$

$$U_{PN}^2 = U_S^2 + (X_{SN} I_N)^2 + 2U_S X_{SN} I_N \sin(\varphi) \tag{262}$$

$$U_{PN} = \sqrt{U_S^2 + (X_{SN} I_N)^2 + 2U_S X_{SN} I_N \sin(\varphi)} = 1276,9\,\mathrm{V} \tag{263}$$

$$\frac{I_{fN}}{I_{f0}} = \frac{U_{PN}}{U_{SN}} = 4,423 \tag{264}$$

b) Sinus-Satz

$$\frac{\sin(90^\circ + \varphi)}{U_P} = \frac{\sin(\vartheta)}{X_{SN} I_N} \tag{265}$$

$$\sin(\vartheta) = \cos(\varphi)\frac{X_{SN} I_N}{U_P} \tag{266}$$

$$\vartheta = 47,131^\circ \tag{267}$$

c) da nun $U_P = 0,2\,U_{SN}$, ist die Maschine untererregt ($U_P < U_S$)

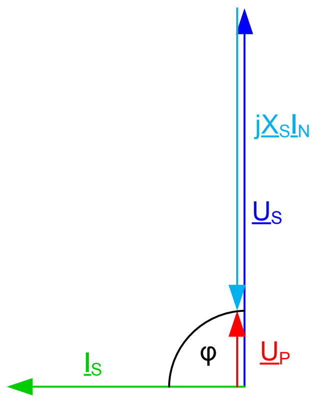


Abbildung 10: Zeigerdiagramm zu Aufgabe c) (anderer Maßstab als in a)

d)

$$Q = \sqrt{3} \cdot I_S U_N \cdot \sin(-90°) \tag{268}$$

$$X_{SN} \cdot I_S = U_{SN} - U_P = 0,8\, U_{SN} = 230,94\,\mathrm{V} \tag{269}$$

$$I_S = \frac{X_{SN} I_S}{X_{SN}} = 62,926\,\mathrm{A} \tag{270}$$

$$Q = -\sqrt{3} \cdot I_S U_N = -54,496 kvar \tag{271}$$

14 Synchronmaschine

a)

$$U_S = \frac{U_N}{\sqrt{3}} = 230,94\,\mathrm{V} \tag{272}$$

$$\varphi = \arccos{(0,9)} = \pm 25,842° \tag{273}$$

$$X_{SN} I_N = 2\pi f\, L_{SN} I_N = 125,66\,\mathrm{V} \tag{274}$$

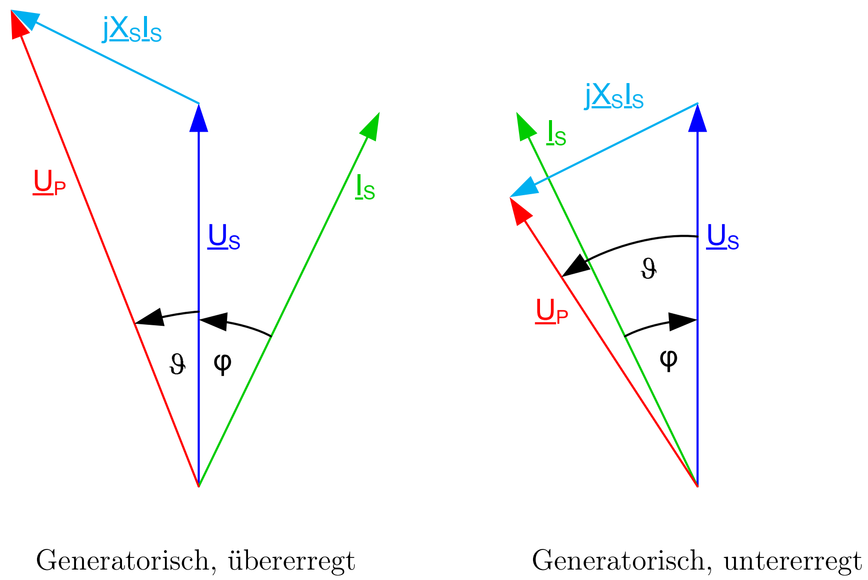


Abbildung 11: Zeigerdiagramm

b)

$$\varphi = \arccos(-0,85) = \pm 148,21° \tag{275}$$

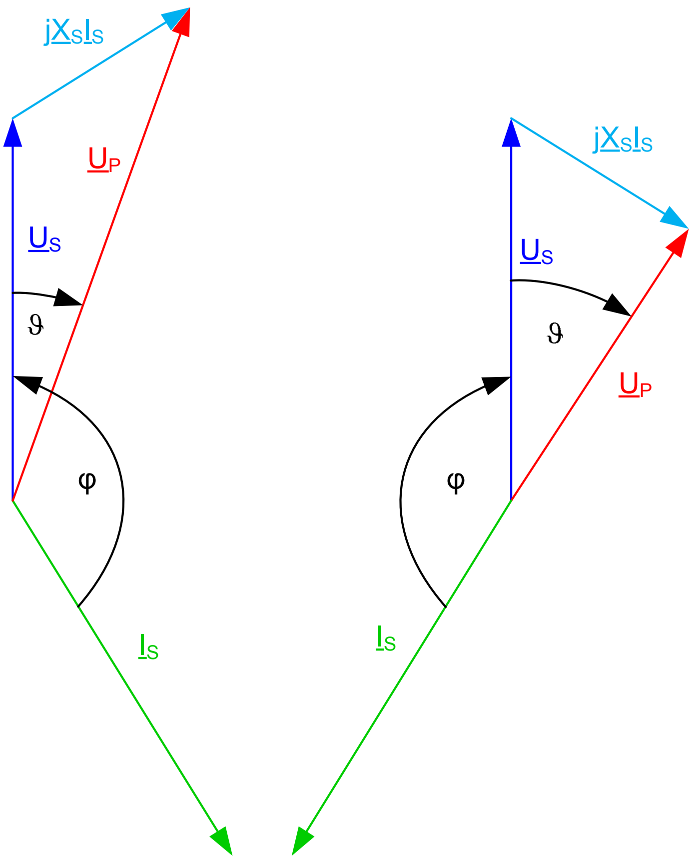


Abbildung 12: Zeigerdiagramm

c) Generatorisch, übererregt, $\cos(\varphi) = 0,9$:

$$\varphi_{a1} = 25,94° \tag{276}$$

$$X_{SN} I_N = 2\pi f \, L_{SN} I_N = 125,66\,\text{V} \tag{277}$$

$$U_{Pa1}^2 = U_S^2 + (X_{SN} I_N)^2 - 2U_S X_{SN} I_N \cos(90° + \varphi_{a1}) \tag{278}$$

$$U_{Pa1} = \sqrt{U_S^2 + (X_{SN} I_N)^2 - 2U_S X_{SN} I_N \cos(90° + \varphi_{a1})} = 307,28\,\text{V} \tag{279}$$

$$\frac{\sin \vartheta_{a1}}{X_{SN} I_N} = \frac{\sin(90° + \varphi_{a1})}{U_{Pa1}} \tag{280}$$

$$\sin \vartheta_{a1} = \frac{\sin(90° + \varphi_{a1})}{U_{Pa1}} X_{SN} I_N \quad \rightarrow \quad \vartheta_{a1} = 21,596° \tag{281}$$

Generatorisch, untererregt, $\cos(\varphi) = 0,9$:

$$\varphi_{a2} = -25,94° \tag{282}$$

$$U_{Pa2} = \sqrt{U_S^2 + (X_{SN} I_N)^2 - 2U_S X_{SN} I_N \cos(90° + \varphi_{a2})} = 209,348\,\text{V} \tag{283}$$

$$\sin \vartheta_{a2} = \frac{\sin(90° + \varphi_{a2})}{U_{Pa2}} X_{SN} I_N \quad \rightarrow \quad \vartheta_{a2} = 32,699° \tag{284}$$

Motorisch, übererregt, $\cos(\varphi) = -0,85$:

$$\varphi_{b1} = 148,21^\circ \tag{285}$$

$$U_{Pb1} = \sqrt{U_S^2 + (X_{SN} I_N)^2 - 2 U_S X_{SN} I_N \cos(90^\circ + \varphi_{b1})} = 315,75\,\mathrm{V} \tag{286}$$

$$\sin\vartheta_{b1} = \frac{\sin(90^\circ + \varphi_{b1})}{U_{Pb1}} X_{SN} I_N \quad \rightarrow \quad \vartheta_{b1} = -19,77^\circ \tag{287}$$

Motorisch, untererregt, $\cos(\varphi) = -0,85$:

$$\varphi_{b1} = -148,21^\circ \tag{288}$$

$$U_{Pb2} = \sqrt{U_S^2 + (X_{dN} I_N)^2 - 2 U_S X_{SN} I_N \cos(\varphi_{b2} + 90^\circ)} = 196,34\,\mathrm{V} \tag{289}$$

$$\sin\vartheta_{b2} = \frac{\sin(90^\circ + \varphi_{b2})}{U_{Pb2}} X_{SN} I_N \quad \rightarrow \quad \vartheta_{b2} = -32,96^\circ \tag{290}$$

15 Drehstromasynchronmotor

a)

$$M_B = M_i - M_L \tag{291}$$

$$\frac{dM_B}{d\Omega} < 0 \tag{292}$$

b)

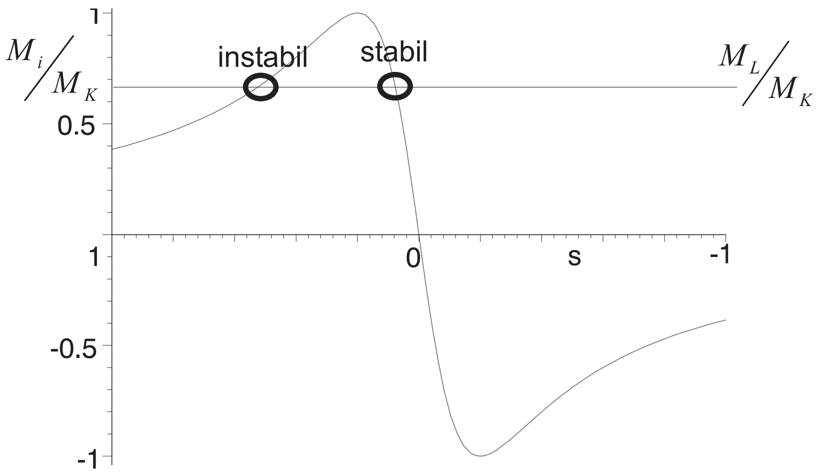


Abbildung 13: Stabilität (A15b)

c) Der Motor läuft nicht selber an, da das Lastmoment im Stillstand (s=1) größer ist als das Antriebsmoment des Motors. Daraus folgt, dass das Beschleunigungsmoment kleiner Null ist.

16 Polumschaltbare Drehstromasynchronmaschine

a) Der Motor ist im Leerlauf und läuft dadurch synchron mit dem Drehfeld um.

$$n_{p_1} = \frac{f_N}{p_1} = 1500\,\mathrm{min}^{-1} \tag{293}$$

b)

$$n_{p_2} = \frac{f_N}{p_2} = 750\,\mathrm{min}^{-1} \tag{294}$$

c) siehe Abb. 14

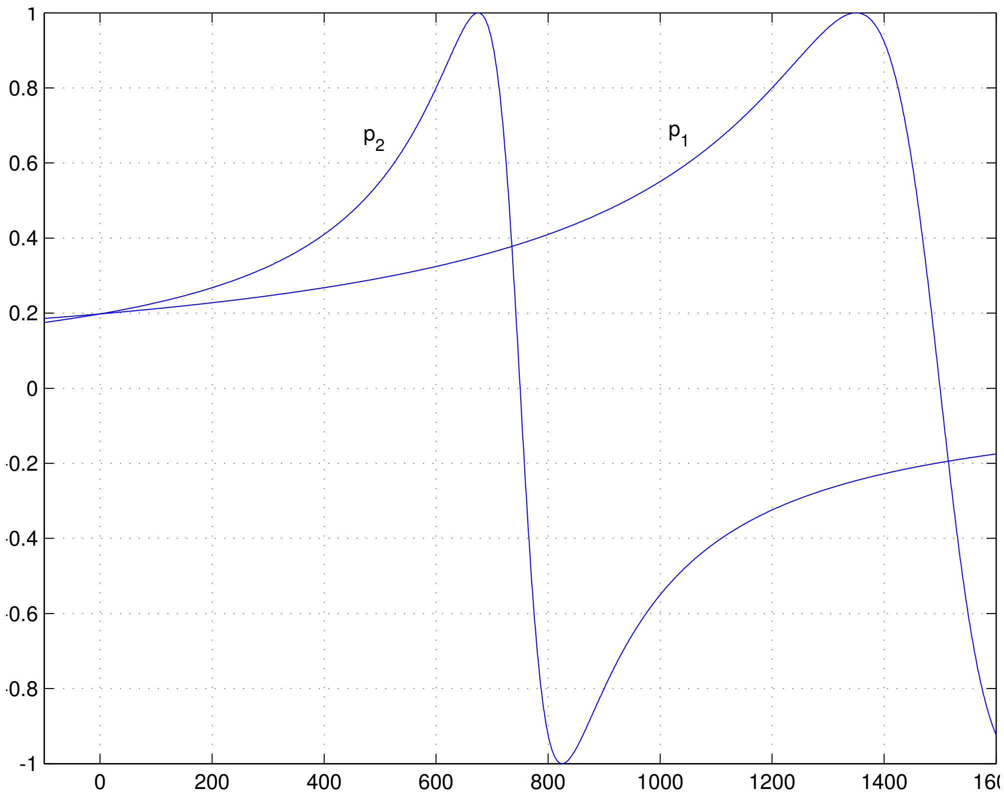


Abbildung 14: Momentenverläufe; Horizontale Achse: $n/\left(min^{-1}\right)$ Vertikale Achse: M/M_k

d)

$$W_{Netz} = \int_{t_1}^{t_2} P_S\left(t\right)\mathrm{d}t \tag{295}$$

$$P_S = P_D + P_{VS} = P_D + 3\underbrace{R_S}_{=0\,\Omega} I_S^2 \tag{296}$$

$$P_S = P_D = M_i\,\underbrace{\Omega_{syn}}_{=\Omega_2} \tag{297}$$

$$M_i = J \cdot \dot{\Omega} \tag{298}$$

$$W_{Netz} = \int_{t_1}^{t_2} J \cdot \Omega_2 \cdot \dot{\Omega}\left(t\right)\ dt \tag{299}$$

Substitutionsregel:

$$a = u(b) \tag{300}$$

$$\int f(a)\,da = \int f(u(b)) \cdot u'(b)\,db \tag{301}$$

$$\int f(\Omega)\,d\Omega = \int f(\Omega(t)) \cdot \dot{\Omega}(t)\,dt \tag{302}$$

Damit ergibt sich:

$$W_{Netz} = \int_{t_1}^{t_2} \underbrace{J \cdot \Omega_2}_{f(\Omega(t))} \cdot \dot{\Omega}(t)\ dt \tag{303}$$

$$= \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} J \cdot \Omega_2\ d\Omega \tag{304}$$

$$\Omega_1 = 157{,}08\,\mathrm{s}^{-1} \tag{305}$$

$$\Omega_2 = 78{,}54\,\mathrm{s}^{-1} \tag{306}$$

$$W_{Netz} = J\Omega_2(\Omega_2 - \Omega_1) = -308{,}43J \tag{307}$$

e)

$$W_{VR} = \int_{t_1}^{t_2} P_{VR}(t)\,\mathrm{d}t \tag{308}$$

$$P_{VR} = s\,P_D \tag{309}$$

$$s(t) = \frac{\Omega_{syn} - \Omega(t)}{\Omega_{syn}} = \frac{\Omega_2 - \Omega(t)}{\Omega_2} \tag{310}$$

$$P_D = J\Omega_2\dot{\Omega}(t) \tag{311}$$

$$W_{VR} = \int_{t_1}^{t_2} \frac{\Omega_2 - \Omega(t)}{\Omega_2} \cdot J \cdot \Omega_2 \cdot \dot{\Omega}(t)\ dt \tag{312}$$

$$= \int_{t_1}^{t_2} (\Omega_2 - \Omega(t)) \cdot J \cdot \dot{\Omega}(t)\ dt \tag{313}$$

Substitutionsregel:

$$\int f(\Omega)\,d\Omega = \int f(\Omega(t)) \cdot \dot{\Omega}(t)\,dt \tag{314}$$

Damit ergibt sich:

$$W_{VR} = J \cdot \int_{t_1}^{t_2} \underbrace{(\Omega_2 - \Omega(t))}_{=f(\Omega(t))} \cdot \dot{\Omega}(t)\ dt \tag{315}$$

$$= J \cdot \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} (\Omega_2 - \Omega)\, \mathrm{d}\Omega \tag{316}$$

$$W_{VR} = \frac{J}{2}(\Omega_2 - \Omega_1)^2 = 154,21J \tag{317}$$

f)

$$W_{kin} = W_2 - W_1 = \frac{1}{2}J\left(\Omega_2^2 - \Omega_1^2\right) = -462,64J \tag{318}$$

17 Drehstromasynchronmaschine mit Kurzschlussläufer

a)

$$P_{el,N} = \sqrt{3}U_N I_N \cos(\varphi) = 6,7723\,\mathrm{kW} \tag{319}$$

$$P_{V,N} = P_{el,N} - P_N = 1,2723\,\mathrm{kW} \tag{320}$$

$$\eta = \frac{P_N}{P_{el,N}} = 81,213\,\% \tag{321}$$

b) mögliche Synchrondrehzahlen bei 50 Hz sind:

p	n_{syn}
1	$3000\,\mathrm{min}^{-1}$
2	$1500\,\mathrm{min}^{-1}$
3	$1000\,\mathrm{min}^{-1}$
4	$750\,\mathrm{min}^{-1}$

$$\Rightarrow p = 2 \tag{322}$$

c)

$$s_N = \frac{n_{syn} - n_N}{n_{syn}} = 0,04 \tag{323}$$

$$f_{R,N} = s_N f_N = 2\,\mathrm{Hz} \tag{324}$$

d)

$$M_N = \frac{P_N}{\Omega_N} \tag{325}$$

$$\Omega_N = 150,8\,\mathrm{s}^{-1} \tag{326}$$

$$M_N = \frac{P_N}{\Omega_N} = 36,473\,\mathrm{Nm} \tag{327}$$

e)

$$\frac{M}{M_K} = \frac{2}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}} \tag{328}$$

$$\frac{M_N}{M_K} = \frac{2}{\frac{s_N}{s_K} + \frac{s_K}{s_N}} \tag{329}$$

$$M_K = \frac{\frac{s_N}{s_K} + \frac{s_K}{s_N}}{2} M_N = 73,25\,\mathrm{Nm} \tag{330}$$

$$M_A = \frac{2}{\frac{1}{s_K} + \frac{s_K}{1}} M_K = 21,491\,\mathrm{Nm} \tag{331}$$

18 Drehstromasynchronmaschine als Lüfterantrieb

a) Siehe Abbildung 15.

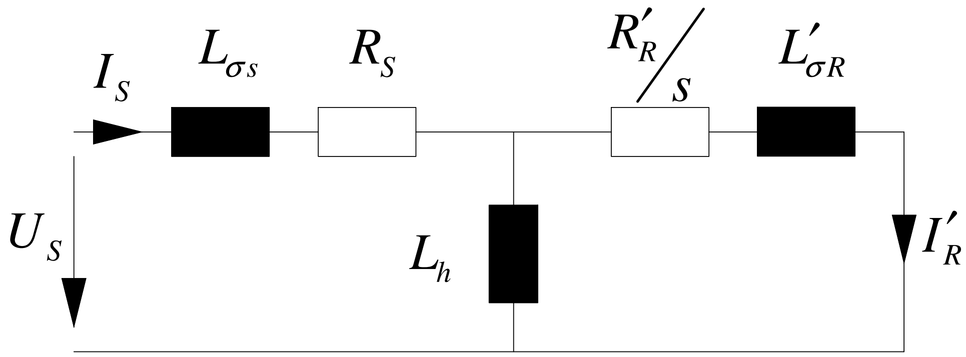


Abbildung 15: Einphasiges Ersatzschaltbild

b)

$$p = 2 \tag{332}$$

c)

$$M_N = \frac{P_N}{\Omega_N} \tag{333}$$

$$\Omega_N = 151,84\,\mathrm{s}^{-1} \tag{334}$$

$$M_N = \frac{P_N}{\Omega_N} = 9,8786\,\mathrm{Nm} \tag{335}$$

d)

$$M_K = 2,8 M_N = 27,66\,\mathrm{Nm} \tag{336}$$

e)

$$s_N = \frac{n_{syn} - n_N}{n_{syn}} = 0,03333 \tag{337}$$

$$\frac{M_N}{M_K} = \frac{2}{\frac{s_N}{s_K} + \frac{s_K}{s_N}} \tag{338}$$

$$\frac{s_N}{s_K} + \frac{s_K}{s_N} = \frac{2}{\frac{M_N}{M_K}} \tag{339}$$

$$s_K^2 - \frac{2M_K}{M_N} s_N\, s_K + s_N^2 = 0 \tag{340}$$

$$s_{K_{1,2}} = \frac{M_K}{M_N} s_N \pm s_N \sqrt{\left(\frac{M_K}{M_N}\right)^2 - 1} = 0,18049\,, \quad 0,0061547 \tag{341}$$

Bei der zweiten Lösung wäre der Kippschlupf kleiner als der Nennschlupf. Dies ist nicht sinnvoll. Siehe Verlauf des Drehmoments.

$$s_K = 0,18049 \tag{342}$$

f) siehe Abbildung 16

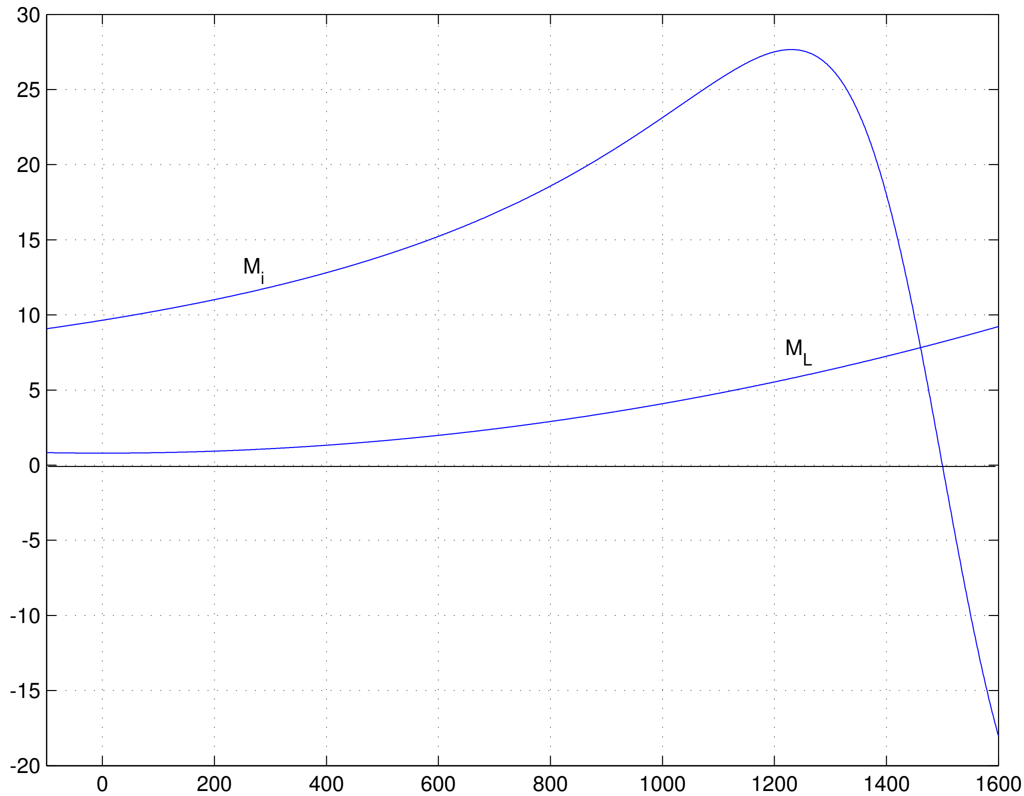


Abbildung 16: Kennlinien; Horizontale Achse: $n/\left(min^{-1}\right)$ Vertikale Achse: M/Nm

g)

$$\frac{M_R}{M_K} = \frac{2}{\frac{s_R}{s_K} + \frac{s_K}{s_R}} \tag{343}$$

$$\frac{s_R}{s_K} + \frac{s_K}{s_R} = \frac{2}{\frac{M_R}{M_K}} \tag{344}$$

$$s_R^2 - \frac{2M_K}{M_R} s_K\, s_R + s_K^2 = 0 \tag{345}$$

$$s_{R_{1,2}} = \frac{M_K}{M_R} s_K \pm s_K \sqrt{\left(\frac{M_K}{M_R}\right)^2 - 1} = 0,00915895433\,, \quad 3,55568 \tag{346}$$

Der Schlupf größer 1 ist instabil.

$$s_R = 0,00915895433 \tag{347}$$

Die zugehörige Drehzahl beträgt

$$n_R = n_{syn} \cdot (1 - s_R) = 1486,3\,\mathrm{min}^{-1} \tag{348}$$

19 Drehstromasynchronmaschine mit Schleifringläufer

a)

$$\frac{M}{M_K} = \frac{2}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}} \tag{349}$$

$$\frac{M_N}{M_K} = \frac{2}{\frac{s_N}{s_K} + \frac{s_K}{s_N}} \tag{350}$$

$$s_N^2 - 2\frac{M_K}{M_N} s_K s_N + s_K^2 = 0 \tag{351}$$

$$s_N = \left(\frac{M_K}{M_N} \pm \sqrt{\left(\frac{M_K}{M_N}\right)^2 - 1} \right) s_K \tag{352}$$

Der größere Wert scheidet aus, da dieser Betriebszustand instabil wäre.

$$s_N = 0,04019 \tag{353}$$

$$\frac{s_N}{s_{NV}} = \frac{R_R}{R_R + R_V} \tag{354}$$

$$R_V = R_R \left(\frac{s_{NV}}{s_N} - 1 \right) \tag{355}$$

Mit $s_{NV} = 1,5$.

$$\frac{R_V}{R_R} = \frac{s_{NV}}{s_N} - 1 = 36,5 \tag{356}$$

b)

$$P_{VR} = sP_D \quad P_D = M\Omega_{syn} \qquad \text{mit} \qquad M = M_N \tag{357}$$

$$P_{VR} = sM_N\Omega_{syn} \tag{358}$$

$$P_{mechN} = P_N = M_N\Omega_N \Rightarrow M_N = \frac{P_N}{\Omega_N} = \frac{P_N}{(1 - s_N)\,\Omega_{syn}} = 497,36\,\mathrm{Nm} \Rightarrow \tag{359}$$

$$P_{VR} = 78,125\,\mathrm{kW} \tag{360}$$

$$P_{VR} = P_V + P_R \tag{361}$$

$$\frac{R_V}{R_R} = \frac{P_V}{P_R} = 36,5 \Rightarrow P_V = 36,5 P_R \Rightarrow \tag{362}$$

$$P_R = \frac{P_{VR}}{37,5} = 2,083\,\mathrm{kW} \tag{363}$$

$$P_V = P_{VR} - P_R = 76,042\,\mathrm{kW} \tag{364}$$

c)

$$\frac{s_N}{s_{NV}} = \frac{R_R}{R_R + R_V} \tag{365}$$

Nennmoment bei Stillstand $s_{NV} = 1$.

$$\frac{R_V}{R_R} = \frac{s_{NV}}{s_N} - 1 = 24 \tag{366}$$

20 Drehstromasynchronmaschine mit Käfigläufer

a)

$$P_{el} = 3U_S I_S cos(\varphi) \tag{367}$$

$I_S = I_N$

$$P_{elN} = \sqrt{3} U_N I_N cos(\varphi_N) = 119,165\,\mathrm{kW} \tag{368}$$

b) Der Wirklungsgrad η:

$$\eta = \frac{P_N}{P_{el}} = 0,965 \tag{369}$$

c) Am 50 Hz Netz ergeben sich die durch die Polpaarzahl möglichen Synchrondrehzahlen 3000 min^{-1},1500 min^{-1},1000 min^{-1},...

$$n_{syn} = 1500\,\mathrm{min}^{-1} \tag{370}$$

$$s_N = \frac{n_{syn} - n_N}{n_{syn}} = 0,01 \tag{371}$$

$$s_K = \frac{n_{syn} - n_K}{n_{syn}} = 0,046 \tag{372}$$

d)

$$P_{VR} = sP_D \qquad \text{mit} \quad R_S = 0\,\Omega \Rightarrow P_{el} = P_D \Rightarrow \tag{373}$$

$$P_{VRN} = s_N P_{elN} = 1,192\,\mathrm{kW} \tag{374}$$

e)

$$P_{mech} = P_{el} - P_{VR} - P_{reib} \Rightarrow P_{reibN} = P_{elN} - P_{VRN} - P_N = 2,973\,\mathrm{kW} \tag{375}$$

f)

$$P_{mech} = M\Omega \Rightarrow M_N = \frac{P_N}{\Omega_N} = 739,51\,\mathrm{Nm} \tag{376}$$

g)

$$M_i = \frac{P_i}{\Omega} \Rightarrow M_{iN} = \frac{P_N + P_{reib}}{\Omega_N} = 758,63\,\mathrm{Nm} \tag{377}$$

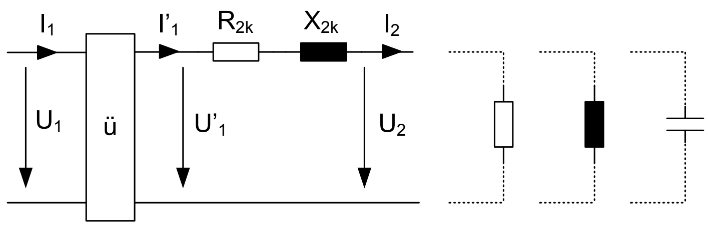
h)

$$\frac{M_i}{M_k} = \frac{2}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}} \Rightarrow \frac{M_{iN}}{M_{ik}} = \frac{2}{\frac{s_N}{s_k} + \frac{s_k}{s_N}} \tag{378}$$

$$M_{ik} = M_{iN} \frac{\frac{s_N}{s_k} + \frac{s_k}{s_N}}{2} = 1827,31\,\mathrm{Nm} \tag{379}$$

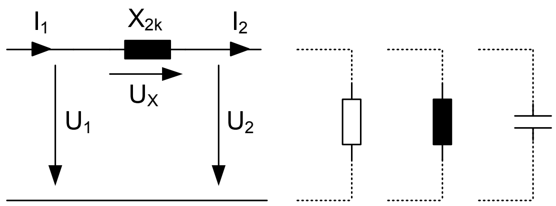
21 Wechselstromtransformator

a) Das Übersetzungsverhältnis ü ist gleich 1:1, da $w_1 = w_2$.



$$u_k^2 = u_r^2 + u_x^2 \tag{380}$$

Aus $u_k \approx u_x$ folgt: $u_r \approx 0$.



Ohmsche Belastung mit Nennstrom I_{2N}:

$$u_x = \frac{X_{2k}}{Z_{2N}} = \frac{X_{2k} \cdot I_{2N}}{U_{2N}} \tag{381}$$

$$X_{2k} = u_x \cdot \frac{U_{2N}}{I_{2N}} \tag{382}$$

$$U_X = X_{2k} \cdot I_{2N} = u_x \cdot U_{2N} \tag{383}$$

$$U_1^2 = U_X^2 + U_2^2 = U_X^2 + U_{2N}^2 \tag{384}$$

$$U_1 = \sqrt{U_X^2 + U_{2N}^2} = \sqrt{u_x^2 \cdot U_{2N}^2 + U_{2N}^2} \tag{385}$$

$$U_1 = U_{2N}\sqrt{1 + u_x^2} = 401,995\,\mathrm{V} \tag{386}$$

b) Induktive Belastung:
Die Spannungen U_X und U_2 sind gleichphasig und addieren sich.

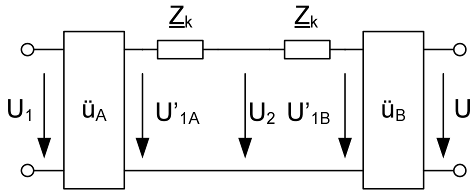
$$U_1 = U_{2N}\,(1 + u_x) = 440\,\mathrm{V} \tag{387}$$

c) Kapazitive Belastung:
Die Spannungen U_X und U_2 sind gegenphasig und subtrahieren sich.

$$U_1 = U_{2N}\,(1 - u_x) = 360\,\mathrm{V} \tag{388}$$

22 Wechselstromtransformator in Parallelschaltung

a)



$$U'_{1A} = \frac{U_1}{ü_A} \tag{389}$$

$$U'_{1B} = \frac{U_1}{ü_B} \tag{390}$$

$$I_{2A} = \frac{U'_{1A} - U'_{1B}}{2Z_K} = \frac{U_{1N}}{2Z_K}\left(\frac{1}{ü_A} - \frac{1}{ü_B}\right) \tag{391}$$

$u_{kA} = u_k$: relative Kurzschlussspannung Trafo A

$$u_{kA} = Z_k \cdot \frac{I_{2AN}}{U_{2AN}} \tag{392}$$

Näherung:

$$\frac{U_{1N}}{U_{2AN}} = ü_A \tag{393}$$

$$u_{kA} = Z_k \cdot \frac{I_{2AN} \cdot ü_A}{U_{1N}} \tag{394}$$

$$Z_k = \frac{u_{kA} \cdot U_{1N}}{ü_A \cdot I_{2AN}} \tag{395}$$

$$I_{2A} = \frac{U_{1N}}{2 \cdot Z_k} \cdot \left(\frac{1}{ü_A} - \frac{1}{ü_B}\right) \tag{396}$$

$$= \frac{U_{1N} \cdot ü_A \cdot I_{2AN}}{2 \cdot u_{kA} \cdot U_{1N}} \cdot \left(\frac{1}{ü_A} - \frac{1}{ü_B}\right) \tag{397}$$

$$\frac{I_{2A}}{I_{2AN}} = \frac{ü_A}{2 \cdot u_{kA}} \cdot \left(\frac{1}{ü_A} - \frac{1}{ü_B}\right) \tag{398}$$

$$\frac{I_{2A}}{I_{2AN}} = \frac{ü_B - ü_A}{2 \cdot u_{kA} \cdot ü_B} = 24,272\,\% \tag{399}$$

23 Drehstromtransformator

a)

$$P_k = 3R_{1k}I_k^2 = 3\left(0,3\,I_{1N}\right)^2 R_{1k} = 3\left(0,3\right)^2 I_{1N}^2 R_{1k} \tag{400}$$

$$u_r = \frac{R_{1k}I_{1N}}{U_{1N}} = \frac{\frac{P_K}{3(0,3)^2 I_{1N}}}{U_{1N}} = \frac{P_K}{3\left(0,3\right)^2 I_{1N}U_{1N}} \tag{401}$$

$$I_{1N} = \frac{S_N}{3U_{1N}} = 28,87\,\mathrm{A} \tag{402}$$

$$u_r = 2,22\,\% \tag{403}$$

$$u_k^2 = u_x^2 + u_r^2 \tag{404}$$

$$u_x = \sqrt{u_k^2 - u_r^2} = 9,7505\,\% \tag{405}$$

b)

$$I_{2N} = \frac{S_N}{3U_{2N}} = 721{,}69\,\mathrm{A} \tag{406}$$

$$Z_{2k} = u_k \frac{U_{2N}}{I_{2N}} = 32\,\mathrm{m\Omega} \tag{407}$$

$$U_{2k} = Z_{2k} I_{2N} = 23{,}09\,\mathrm{V} \tag{408}$$

$$R_{2k} = \frac{u_r U_{2N}}{I_{2N}} = 7{,}1\,\mathrm{m\Omega} \tag{409}$$

$$R_{1k} = \frac{u_r U_{1N}}{I_{1N}} = 4{,}44\,\Omega \tag{410}$$

$$U_{1k} = u_k U_{1N} = 577{,}35\,\mathrm{V} \tag{411}$$

$$Z_{1k} = \sqrt{X_{k1}^2 + R_{k1}^2} = 20\,\Omega \tag{412}$$

Anmerkung: $\frac{R_{1k}}{R_{2k}} = \text{ü}^2$

c)

$$I_2 = \frac{S_{N,ASM}}{\sqrt{3}U_{N,ASM}} = 577{,}35\,\mathrm{A} \tag{413}$$

$$\cos(\varphi_N) = 0{,}85 \Rightarrow \varphi \approx 31{,}79° \tag{414}$$

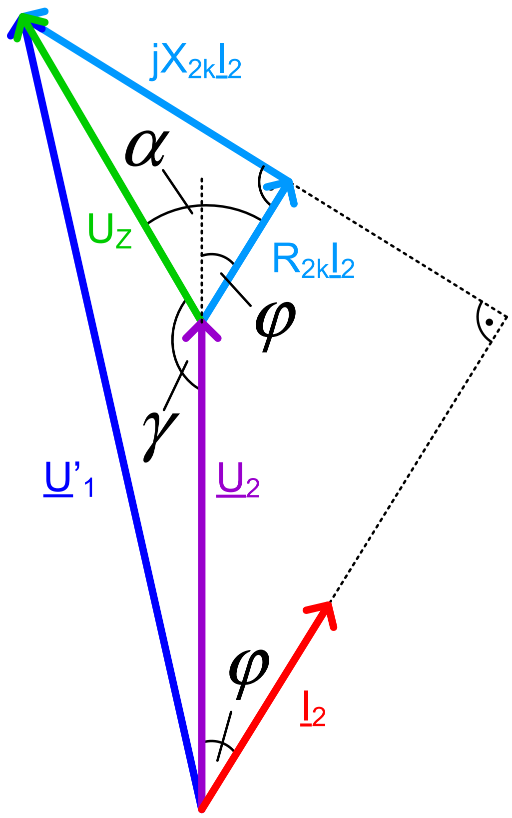


Abbildung 17: Zeigerdiagramm (nicht Maßstabsgetreu)

Im Leerlauf des Trafos gilt:

$$U_2 = U_{2N} = U_1' \tag{415}$$

Bei Belastung des Trafos:

$$U_1' = U_{2N} \tag{416}$$

$$\tan\alpha = \frac{X_{2k} \cdot I_2}{R_{2k} \cdot I_2} = \frac{X_{2k}}{R_{2k}} \tag{417}$$

$$X_{2k} = u_x \cdot Z_{2N} \approx 0,312\Omega \tag{418}$$

Aus b):

$$R_{2k} \approx 7,1m\Omega \tag{419}$$

$$\alpha \approx 77,17° \tag{420}$$

$$\gamma = 180° + \varphi - \alpha = 134,62° \tag{421}$$

$$U_Z = I_2 Z_{2k} = 18,48\,\mathrm{V} \tag{422}$$

$$U_1'^2 = U_Z^2 + U_2^2 - 2U_Z U_2 \cos(\gamma) \tag{423}$$

$$U_{2_{1,2}} = U_Z \cos(\gamma) \pm \sqrt{U_Z^2 \cos^2(\gamma) + U_1'^2 - U_Z^2} \tag{424}$$

$$U_{2_1} = 217,59\,\mathrm{V} \tag{425}$$

$$U_{2_2} = -243,54\,\mathrm{V} \tag{426}$$

Nur der positive Wert ist sinnvoll.
Strangspannung am Motor:

$$U_{MS} = 217,59\,\mathrm{V} \tag{427}$$

Leiterspannung am Motor:

$$U_{ML} = \sqrt{3} \cdot U_{MS} = 376,87\,\mathrm{V} \tag{428}$$

24 Einphasentransformator

a)

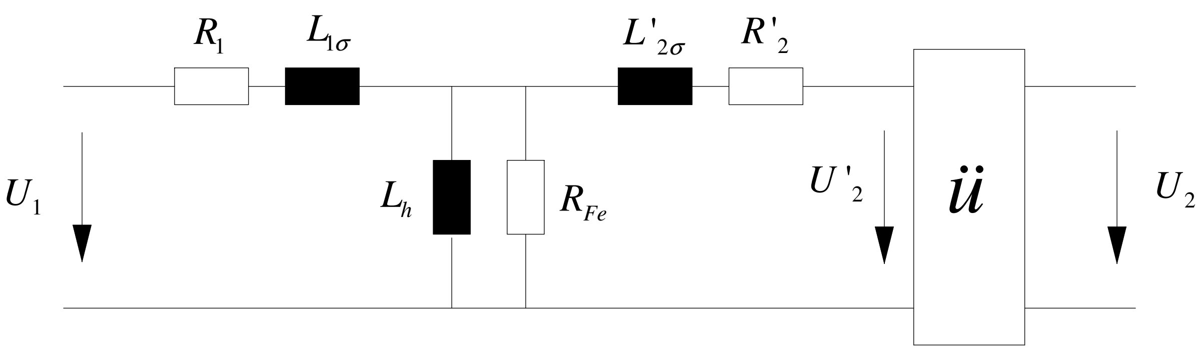


Abbildung 18: Ersatzschaltbild

b)

$$X_{1\sigma} = 2\pi f L_{1\sigma} = 9,42\,\Omega \tag{429}$$

$$R_2' = \ddot{u}^2 R_2 = 8\,\Omega \tag{430}$$

$$X_{2\sigma}' = \ddot{u}^2 2\pi f L_{2\sigma} = 12\,\Omega \tag{431}$$

$$U_{2N}' = U_{1N} = \ddot{u} U_{2N} = 230\,\mathrm{V} \tag{432}$$

c) Da der Transformator mit sekundärseitiger Nennspannung betrieben wird.

$$I_L = \frac{U_{2N}}{Z_L} = 2,5\,\mathrm{A} \tag{433}$$

$$I'_L = \frac{I_L}{\text{ü}} = 5\,\mathrm{A} \tag{434}$$

$$Z'_L = \text{ü}^2 Z_L = 46\,\Omega \tag{435}$$

d) siehe Abb. 19

Konstruktion:

- $\cos(\varphi) = 0,8 \Rightarrow \varphi = 36,87°$
- U'_{2N}, I'_L eintragen
- Beträge von U'_{R2} und $U'_{L2\sigma}$ berechnen:
  $U'_{R2} = I'_L \cdot R'_2 = 40\,\mathrm{V}$
  $U'_{L2\sigma} = I'_L \cdot X2\sigma' = 60\,\mathrm{V}$
- U'_{R2} parallel zu I_L einzeichnen
- $U'_{L2\sigma}$ senkrecht zu U'_{R2} einzeichnen
- U_h als geometrische Summe der Spannungen U'_{2N}, U'_{R2} und $U'_{L2\sigma}$ einzeichnen und Betrag ablesen
  $\Longrightarrow U_h \approx 300\,\mathrm{V}$
- Beträge von I_{Fe} und I_h berechnen:
  $I_{Fe} = \frac{U_h}{R_{Fe}} = 3\,\mathrm{A}$
  $I_h = \frac{U_h}{X_h} = 2\,\mathrm{A}$
- I_h senkrecht zu U_h einzeichnen
- I_{Fe} parallel zu U_h einzeichnen
- I_1 als geometrische Summe der Ströme I'_L, I_{Fe} und I_h einzeichnen und Betrag ablesen
  $\Longrightarrow I_1 \approx 8,6\,\mathrm{A}$
- Beträge von U_{R1} und $U_{L1\sigma}$ berechnen:
  $U_{R1} = I_1 \cdot R_1 = 40,42\,\mathrm{V}$
  $U_{L1\sigma} = I_1 \cdot X1\sigma 1 = 81,01\,\mathrm{V}$
- U_{R1} parallel zu I_1 einzeichnen
- $U_{L1\sigma}$ senkrecht zu U_{R1} einzeichnen
- U_1 als geometrische Summe der Spannungen U_h, U_{R1} und $U_{L1\sigma}$ einzeichnen und Betrag ablesen
  $\Longrightarrow U_1 \approx 381\,\mathrm{V}$

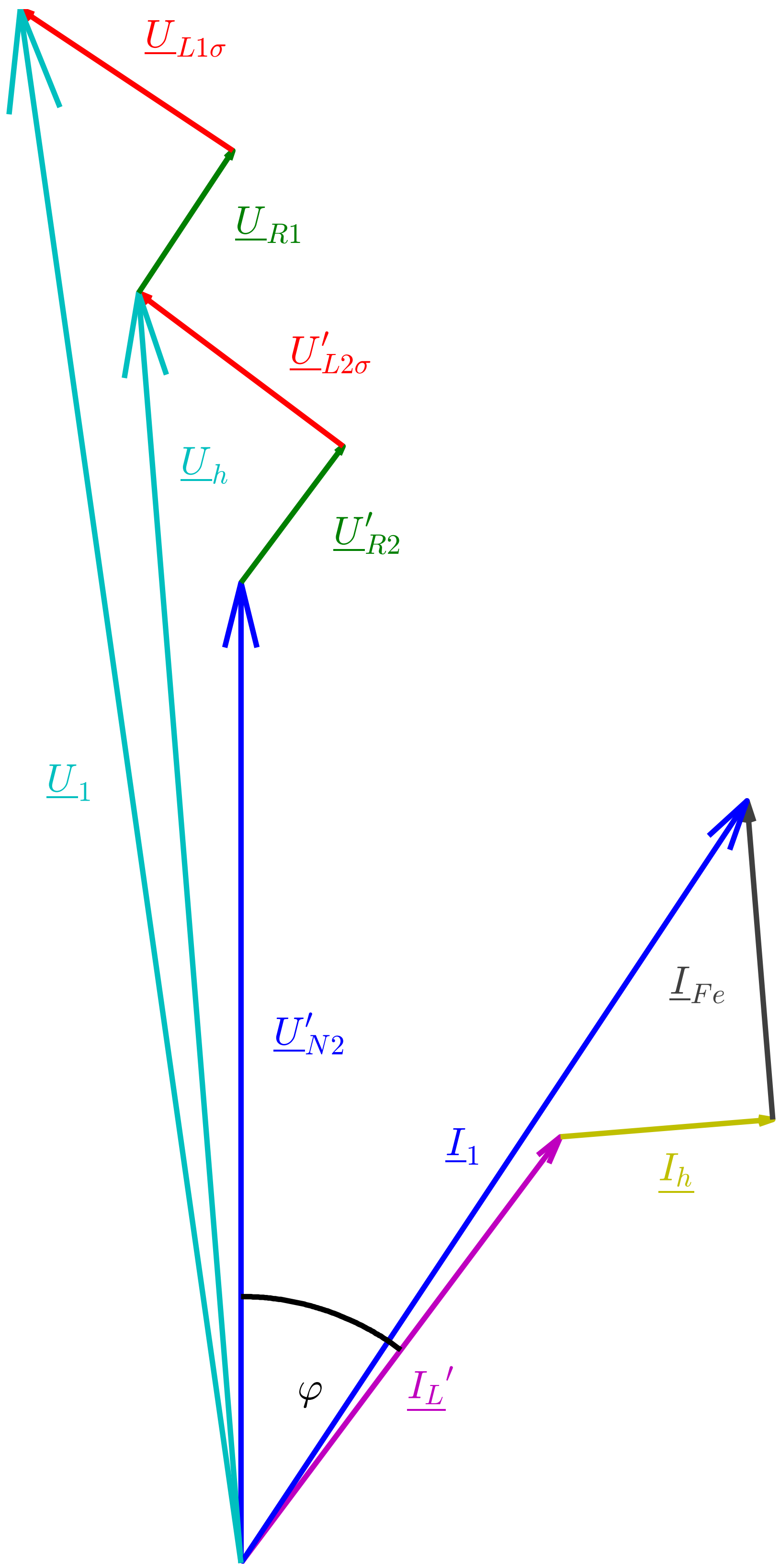


Abbildung 19: Zeigerdiagramm)

25 Wechselstromsteller (Dimmer)

a)

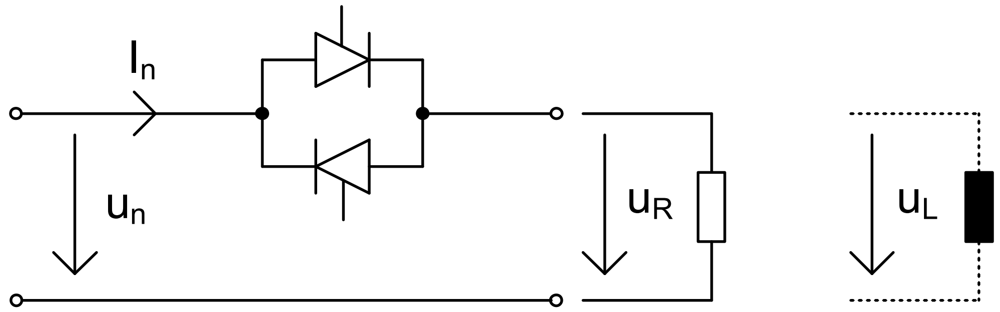


Abbildung 20: Schaltbild: Wechselstromsteller

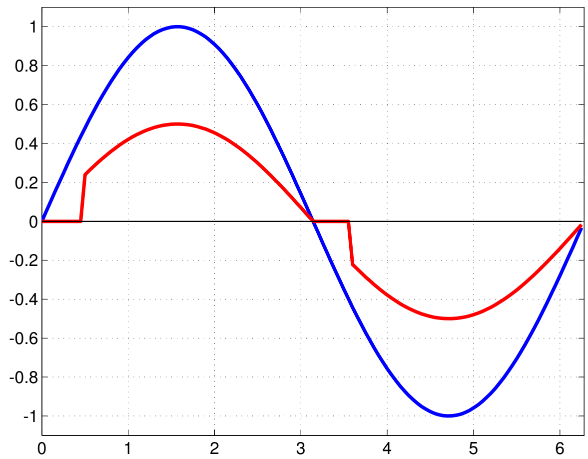


Abbildung 21: Zeitverläufe beim Wechselstromsteller mit ohmscher Belastung; Horizontale Achse: ωt; Vertikale Achse blau: $u_n/\hat{U}_n$; Vertikale Achse rot: $i_n/2\hat{I}_n$

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)\,\mathrm{d}\,t} \tag{436}$$

$$\Longrightarrow \quad U_R = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_\alpha^\pi \left(\sqrt{2}U_n \sin(\omega t)\right)^2 \mathrm{d}\,\omega t} \tag{437}$$

$$= U_n \sqrt{\frac{2}{\pi}\int_\alpha^\pi \sin^2(\omega t)\,\mathrm{d}\,\omega t} \tag{438}$$

mit

$$\int_\alpha^\pi \sin^2(a\cdot x)\,\mathrm{d}\,x = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4a}\sin(2ax) \tag{439}$$

$$U_R = U_n \sqrt{\frac{2}{\pi}\left[\frac{1}{2}\omega t - \frac{1}{4}\sin(2\omega t)\right]_\alpha^\pi} \tag{440}$$

$$= U_n \sqrt{\frac{1}{\pi}\left(\pi - \alpha + \frac{1}{2}\sin(2\alpha)\right)} \tag{441}$$

für $0 \leq \alpha < \pi$

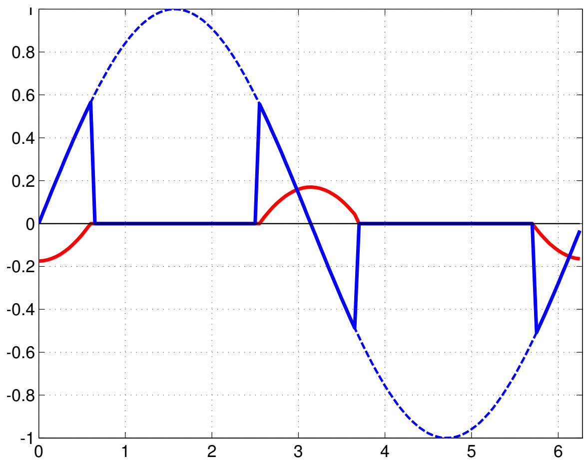


Abbildung 22: Zeitverläufe beim Wechselstromsteller mit induktiver Belastung; Horizontale Achse: ωt; Vertikale Achse blau gestrichelt: $u_n/\hat{U}_n$; Vertikale Achse blau: $u_L/\hat{U}_n$; Vertikale Achse rot: $i_n/2\hat{I}_n$

b)

$$U_L = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_\alpha^{2\pi-\alpha}\left(\sqrt{2}U_n \sin(\omega t)\right)^2 \mathrm{d}\,\omega t} \tag{442}$$

$$= U_n \sqrt{\frac{2}{\pi}\int_\alpha^{2\pi-\alpha}\sin^2(\omega t)\,\mathrm{d}\,\omega t} \tag{443}$$

$$= U_n \sqrt{\frac{2}{\pi}\left[\frac{1}{2}\omega t - \frac{1}{4}\sin(2\omega t)\right]_\alpha^{2\pi-\alpha}} \tag{444}$$

$$= U_n \sqrt{\frac{2}{\pi}\left[\frac{1}{2}(2\pi-\alpha) - \frac{1}{4}\sin(4\pi-2\alpha) - \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{4}\sin(2\alpha)\right]} \tag{445}$$

$$= U_n \sqrt{\frac{1}{\pi}\left[2\pi - \alpha - \frac{1}{2}\sin(-2\alpha) - \alpha + \frac{1}{2}\sin(2\alpha)\right]} \tag{446}$$

$$= U_n \sqrt{\frac{1}{\pi}\left[2\pi - 2\alpha + \sin(2\alpha)\right]} \tag{447}$$

für $\pi/2 \leq \alpha < \pi$

26 Zweipulsige Brückenschaltung

Im Folgenden gilt:

$$\alpha_a = \alpha_1 \tag{448}$$
$$\alpha_b = \alpha_2 \tag{449}$$
$$\tag{450}$$

a) Mittelwert der Gleichspannung am Ausgang:

$$U_{di\alpha a} = U_{di}\cos(\alpha_a) \tag{451}$$
$$U_{di} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}U_n = 207{,}07\,\mathrm{V} \tag{452}$$
$$U_{di\alpha a} = 179{,}33\,\mathrm{V} \tag{453}$$

Da die Brücke als verlustlos angenommen werden kann, ist die Wirkleistung auf der Wechselspannungsseite gleich der auf der Gleichspannungsseite.

$$P_{ein} = P_{aus} = P = U_{di\alpha a}\cdot I_d = 2{,}69\,\mathrm{kW} \tag{454}$$

Der Effektivwert einer Rechteckstromform ist gleich der Amplitude.

$$I_{n,eff,a} = \sqrt{\frac{1}{T/2}\int\limits_0^{T/2} I_d^2 \mathrm{d}\,t} = I_d \tag{455}$$

$$S_a = U_n I_{n,eff,a} = 3{,}45\,\mathrm{kVA} \tag{456}$$
$$\lambda_a = \frac{P}{S_a} = 0{,}78 \tag{457}$$

b) Den einzustellenden Steuerwinkel für die gleiche Ausgangsspannung ermitteln:

$$U_{di\alpha b} = \frac{1}{\pi}\int_{\alpha_b}^{\pi}\sqrt{2}U_n\sin(\omega t)\,\mathrm{d}\,\omega t \tag{458}$$
$$= \frac{\sqrt{2}U_n}{\pi}\left[-\cos(\omega t)\right]_{\alpha_b}^{\pi} \tag{459}$$
$$= \frac{\sqrt{2}U_n}{\pi}\left(1+\cos(\alpha_b)\right) \tag{460}$$

$$U_{di\alpha a} = U_{di\alpha b} \tag{461}$$
$$\frac{2\sqrt{2}U_n}{\pi}\cos(\alpha_a) = \frac{\sqrt{2}U_n}{\pi}\cdot\left(1+\cos(\alpha_b)\right) \tag{462}$$

$$\alpha_b = \arccos\left(2\cos(\alpha_a)-1\right) \tag{463}$$
$$= 42{,}94^\circ \tag{464}$$

Die Leistung P ist identisch, da Spannung und Strom auf der Gleichspannungsseite übereinstimmen.

$$P = 2{,}69\,\mathrm{kW} \tag{465}$$

Effektivwert des Netzstroms:

$$I_{n,eff,b} = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int\limits_{\alpha_b}^{\pi} I_d^2 \mathrm{d}\,\omega t} \tag{466}$$
$$= I_d\sqrt{1-\frac{\alpha_b}{\pi}} \tag{467}$$
$$= 13{,}089\,\mathrm{A} \tag{468}$$

$$S_b = U_n I_{n,eff,b} = 3,01\,\mathrm{kVA} \tag{469}$$
$$\lambda_b = 0,89 \tag{470}$$

Die Blindleistungsaufnahme der halbgesteuerten Brücke ist geringer als bei der vollgesteuerten Brücke.

c) Vollgesteuerte Brücke:

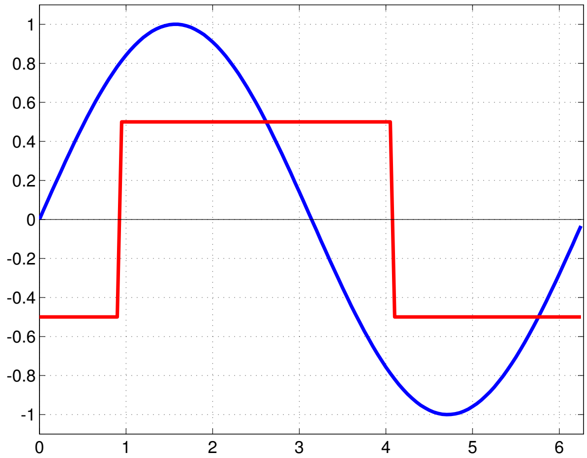


Abbildung 23: Zeitverläufe bei der vollgesteuerten Wechselstrombrückenschaltung; Horizontale Achse: ωt; Vertikale Achse blau: $u_n/\hat{U}_n$; Vertikale Achse rot: $i_n/2I_d$

$$Q_1 = U_n I_{n1a} \sin(\varphi_{1a}) \tag{471}$$
$$\varphi_{1a} = \alpha_a \tag{472}$$
$$I_{n1a} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot I_d \tag{473}$$

$$Q_1 = U_n \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot I_d \cdot \sin(\alpha_a) \tag{474}$$
$$= 1,55\,\mathrm{kvar} \tag{475}$$

Halbgesteuerte Brücke:

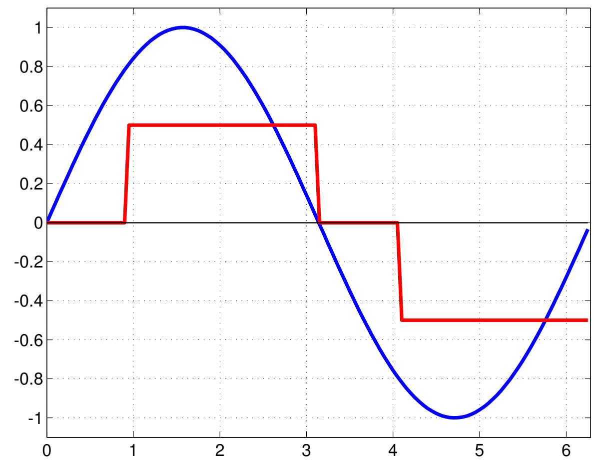


Abbildung 24: Zeitverläufe bei der halbgesteuerten Wechselstrombrückenschaltung; Horizontale Achse: ωt; Vertikale Achse blau: $u_n/\hat{U}_n$; Vertikale Achse rot: $i_n/2I_d$

Fourierreihenentwicklung:

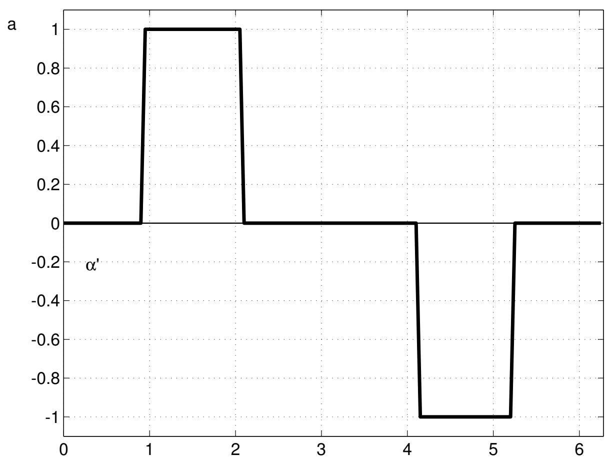


Abbildung 25: Allgemeines Signal, so auf der x-Achse verschoben, dass Punktsymmetrie im Ursprung zustande kommt; Horiziontale Achse: ωt; Vertikale Achse: $s\left(\omega t\right)$

Berechnung der Grundschwingung über Fourierreihe. Verschiebung um $\alpha_a/2$ nach links zur Ausnutzung von Symmetrien.

$$s\left(\omega t\right) = \frac{A_0}{2} + \sum_{\nu=1}^{\infty} A_\nu \cdot \cos\left(\nu \omega t\right) + \sum_{\nu=1}^{\infty} B_\nu \cdot \sin\left(\nu \omega t\right) \tag{476}$$

$$A_0 = 0 \text{ (Kein Gleichanteil)} \tag{477}$$

$$A_\nu = 0 \text{ (Punktsymmetrisches Signal)} \tag{478}$$

$$B_\nu = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f\left(\omega t\right) \cdot \sin\left(\nu \omega t\right) \cdot d\omega t \tag{479}$$

$$\tag{480}$$

$$B_1 = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\int_{\frac{\alpha_b}{2}}^{\pi - \frac{\alpha_b}{2}} \sin(\omega t)\, d\omega t + \int_{\pi + \frac{\alpha_b}{2}}^{2\pi - \frac{\alpha_b}{2}} -\sin(\omega t)\, d\omega t \right) \tag{481}$$

$$= \frac{4}{\pi} \cdot \cos\left(\frac{\alpha_b}{2}\right) \tag{482}$$

$$\hat{I}_{n1b} = \frac{4}{\pi} \cdot \cos\left(\frac{\alpha_b}{2}\right) \cdot I_d \tag{483}$$

$$I_{n1b} = \frac{\hat{I}_{n1b}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \cos\left(\frac{\alpha_b}{2}\right) \cdot I_d \tag{484}$$

$$\varphi_{1b} = \frac{\alpha_b}{2} \tag{485}$$

$$Q_1 = U_n \cdot I_{n1b} \cdot \sin(\varphi_{1b}) \tag{486}$$

$$= U_n \cdot I_{n1b} \cdot \sin\left(\frac{\alpha_b}{2}\right) \tag{487}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} I_d U_n}{\pi} \cos\left(\frac{\alpha_b}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_b}{2}\right) \tag{488}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} I_d U_n}{\pi} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin(\alpha_b) \tag{489}$$

$$= 1,058\,\mathrm{kvar} \tag{490}$$

d) Bei idealen Schaltern und vernachlässigter Kommutierung kann sich der Steuerwinkel α im Bereich $0 \leq \alpha < \pi$ bewegen.

Vollgesteuert:

$$U_{d,max} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_n \cdot \cos 0 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_n \tag{491}$$

$$U_{d,min} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_n \cdot \cos \pi = -\frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_n \tag{492}$$

$$\implies -U_{di} < U_d \leq U_{di} \tag{493}$$

Halbgesteuert:

$$U_{d,max} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} U_n \cdot (1 + \cos 0) = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_n \tag{494}$$

$$U_{d,min} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} U_n \cdot (1 + \cos \pi) = 0\,\mathrm{V} \tag{495}$$

$$\implies 0 < U_d \leq U_{di} \tag{496}$$

Die halbgesteuerte Brücke belastet das Netz mit weniger Blindleistung, kann aber nur positive Ausgangsspannungen stellen.

27 Netzgeführte Drehstrombrückenschaltung

a)

$$U_{di} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} U_L = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} U_N = 540,19\,\mathrm{V} \tag{497}$$

b)

$$U_{di\alpha} = U_{di} \cos(\alpha) \quad \rightarrow \quad \frac{U_{di\alpha}}{U_{di}} = \cos(\alpha) \tag{498}$$

c)

$$\alpha = 60^\circ \tag{499}$$

d)

$$U_{di\alpha} = U_{di} \cos(60^\circ) = 270\,\mathrm{V} \tag{500}$$

e) nicht lückend, da $u_d(t) > 0$

f) Siehe Abbildung

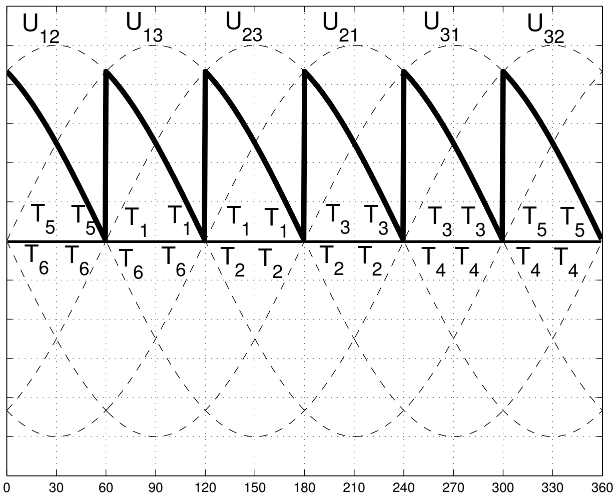


Abbildung 26: Leitende Thyristoren

g) Siehe Abbildung

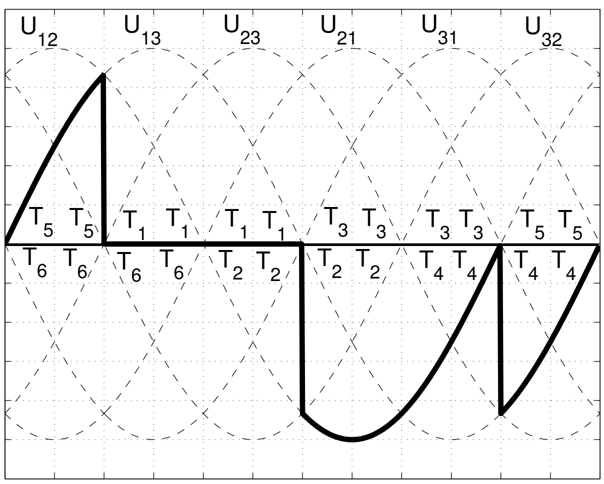


Abbildung 27: Spannung an T1

h)

$$U_{T,max} = \sqrt{2}U_N = 565,69\,\text{V} \tag{501}$$

i)

$$P = U_{di\alpha} I_d = 27\,\text{kW} \tag{502}$$

$$\varphi = \alpha = 60^\circ \tag{503}$$

28 Gleichstromantrieb mit netzgeführter Drehstrombrückenschaltung

a)

$$\cos(\alpha_1) = \frac{U_{di\alpha 1}}{U_{di}} \tag{504}$$

$$\cos(\alpha_2) = \frac{U_{di\alpha 2}}{U_{di}} \tag{505}$$

$$U_{di\alpha 1} = U_{AN1} \tag{506}$$

$$U_{di\alpha 2} = U_{AN2} \tag{507}$$

Für Motor 1

$$\alpha_1 = 64,97^\circ \tag{508}$$

Für Motor 2

$$\alpha_2 = 32,20^\circ \tag{509}$$

b) Die Grundschwingung I_1 ist um den Zündwinkel α verschoben.
Für Motor 1

$$\cos(\varphi_{1,1}) = \frac{U_{AN1}}{U_{di}} = \cos(\alpha_1) = 0,423 \tag{510}$$

Für Motor 2

$$\cos(\varphi_{1,2}) = \frac{U_{AN2}}{U_{di}} = \cos(\alpha_2) = 0,846 \tag{511}$$

c) Für Motor 1

$$Q_{1,M1} = S_{M1}\sin(\alpha_1) = \frac{P_{M1}}{\cos(\alpha_1)}\sin(\alpha_1) = U_{AN1}I_{AN1}\tan(\alpha_1) = 47,12\,\text{kVAr} \tag{512}$$

Für Motor 2

$$Q_{1,M2} = S_{M2}\sin(\alpha_2) = \frac{P_{M2}}{\cos(\alpha_2)}\sin(\alpha_2) = U_{AN2}I_{AN2}\tan(\alpha_2) = 13,76\,\text{kVAr} \tag{513}$$

d) Für Motor 1

$$S_{1,M1} = \frac{P_{M1}}{\cos(\alpha_1)} = 52\,\text{kVA} \tag{514}$$

Für Motor 2

$$S_{1,M2} = \frac{P_{M2}}{\cos(\alpha_2)} = 26\,\text{kVA} \tag{515}$$

e)

$$U_d = U_{di} \cos(\alpha) - \frac{3}{\pi} \omega L_k I_d \tag{516}$$

$$U_{AN1} = U_{di} \cos(\alpha) - \frac{3}{\pi} \omega L_k I_{AN1} \tag{517}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{U_{AN1} + \frac{3}{\pi} \omega L_k I_{AN1}}{U_{di}} \tag{518}$$

Für Motor 1

$$\cos(\varphi_1) = 0,44 \tag{519}$$

$$\alpha_1 = \arccos(\varphi_1) = 63,87^\circ \tag{520}$$

Für Motor 2

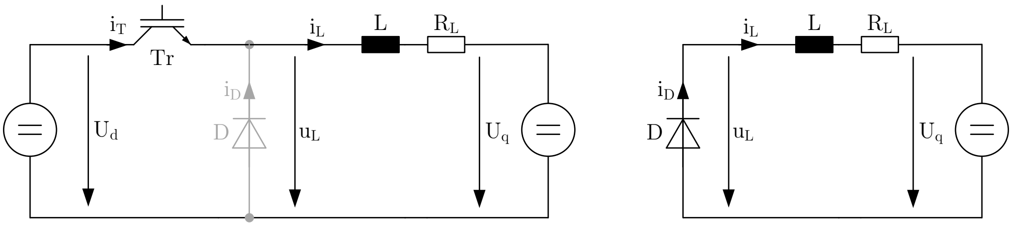
$$\cos(\varphi_2) = 0,855 \tag{521}$$

$$\alpha_2 = \arccos(\varphi_2) = 31,26^\circ \tag{522}$$

f) Die Maschine 2, sie belastet das Netz mit weniger Blindleistung.

29 Tiefsetzsteller

a)



(a) Transistor leitet (b) Diode leitet

Abbildung 28: Schaltbild

Die Diodendurchlassspannung wird gleich 0 V angenommen.
Es gilt:

$$u_L = R_L \cdot i_L + L \cdot \dot{i}_L + U_q \tag{523}$$

⇒ Lineare Differentialgleichung 1. Ordnung.

$$\dot{i}_L + \underbrace{\frac{R_L}{L}}_{D(t)} \cdot i_L = \underbrace{\frac{u_L - U_q}{L}}_{E} \tag{524}$$

Allgemeine Lösung:

$$i_L = i_{L\infty} + C \cdot e^{-\int D(t)dt} \tag{525}$$

$$= i_{L\infty} + C \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot t} \tag{526}$$

Bei eingeschaltetem Transistor und $t \to \infty$ gilt:

$$i_{L\infty e} = \frac{U_d - U_q}{R_L} = 200A \tag{527}$$

Bei ausgeschaltetem Transistor und $t \to \infty$ gilt:

$$i_{L\infty a} = \frac{-U_q}{R_L} = -300A \tag{528}$$

Der Stromverlauf ist in zwei Abschnitte unterteilt:

$$i_{Le} = i_{L\infty e} + C_e \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot t} \qquad \text{Transistor eingeschaltet} \tag{529}$$

$$i_{La} = i_{L\infty a} + C_a \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot (t-T_e)} \qquad \text{Transistor ausgeschaltet} \tag{530}$$

Im stationären Betrieb entspricht der Strom nach der Einschaltdauer des Transistors dem Startwert des Stromverlaufs während ausgeschaltetem Transistor und umgekehrt:

$$i_{Le}(t = 0) = i_{La}(t = T_a) \tag{531}$$

$$i_{La}(t = 0) = i_{Le}(t = T_e) \tag{532}$$

$$T_a = T - T_e \tag{533}$$

$$T = \frac{1}{f} = 1ms \tag{534}$$

$$i_{L\infty e} + C_e \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot 0} = i_{L\infty a} + C_a \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot (T-T_e)} \tag{535}$$

$$i_{L\infty a} + C_a \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot 0} = i_{L\infty e} + C_e \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot T_e} \tag{536}$$

Daraus lassen sich C_e und C_a berechnen:

$$C_a = \frac{U_d \cdot \left(1 - e^{-\frac{R_L}{L} \cdot T_e}\right)}{R_L \cdot \left(1 - e^{-\frac{R_L}{L} \cdot (T - T_e)} \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot T_e}\right)} = 418,940A \tag{537}$$

$$C_e = C_a \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot (T - T_e)} - \frac{U_d}{R_L} = -120,928A \tag{538}$$

Berechnen der Startwerte:

$$i_{Le}\,(t=0) = i_{L\infty e} + C_e = 79,07A \tag{539}$$

$$i_{La}\,(t=0) = i_{L\infty a} + C_a = 118,94A \tag{540}$$

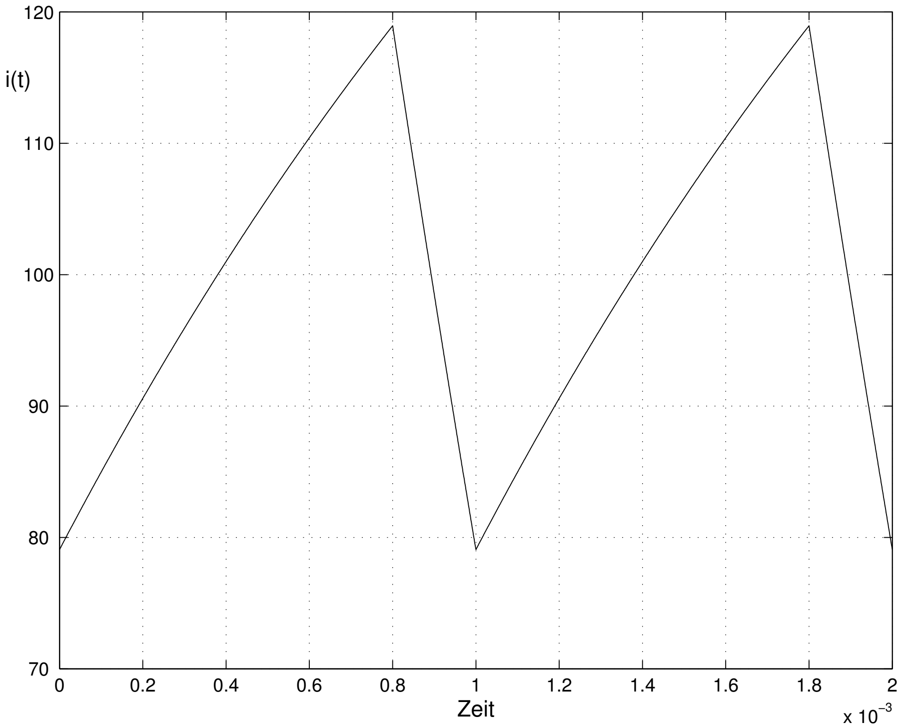


Abbildung 29: Zeitverlauf des Laststroms; Horizontale Achse: t/s; Vertikale Achse: i_L/A

b) Bei nicht lückendem Strom gilt die laut EMS-Formelsammlung:

$$\overline{I}_L = \frac{1}{T}\int_0^T i_L\,(t)\,\mathrm{d}\,t \approx \frac{aU - U_q}{R} = 100\,\mathrm{A} \tag{541}$$

Leistungsberechnung über die Versorgungsseite:

$$\overline{I}_d = \frac{1}{T}\int_0^{T_e} i_{Le}\,(t)\,\mathrm{d}\,t \tag{542}$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^{T_e} \left(i_{L\infty e} + C_e \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot t}\right)\mathrm{d}\,t \tag{543}$$

$$= 80,27\,\mathrm{A} \tag{544}$$

$$P = U_d \cdot \overline{I}_d \tag{545}$$

$$= 40,13\,\mathrm{kW} \tag{546}$$

c) Es muss überprüft werden, ob der Strom lückt. Dafür wird angenommen, dass dies der Fall ist, und berechnet, in welcher Zeit nach Ein- und Ausschalten des Transistors der Strom wieder den Wert Null erreicht. Liegt dieser Zeitpunkt innerhalb einer Taktperiode, so lückt der Strom.

Start bei $i_L = 0A$

$$i_{Le} = i_{L\infty e2} + C_{e2} \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot t} \tag{547}$$
$$i_{L\infty e2} = \frac{U_d - U_q}{R_L} = 70A \tag{548}$$
$$i_{Le}(t=0) = 0 \tag{549}$$
$$C_{e2} = -i_{L\infty e2} = -70A \tag{550}$$
$$T_e = a \cdot T = 0,8ms \tag{551}$$
$$i_{Le}(T_e) = i_{L\infty e2} - i_{L\infty e2} \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot t} \tag{552}$$
$$= 23,08A \tag{553}$$

Koeffzienten ausrechnen:

$$i_{La} = i_{L\infty a2} + C_{a2} \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot (t-T_e)} \tag{554}$$
$$i_{L\infty a2} = \frac{-U_q}{R_L} = -430A \tag{555}$$
$$i_{La}(T_e) = i_{Le}(T_e) = 23,08A \tag{556}$$
$$C_{a2} = \frac{i_{La}(T_e) - i_{L\infty a2}}{e^{-\frac{R_L}{L} \cdot (T_e - T_e)}} = 453,08A \tag{557}$$
$$\tag{558}$$

Prüfen, wann i_L null erreicht

$$i_{La}(t) = 0 \tag{559}$$
$$0 = i_{L\infty a2} + C_{a2} \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot (t-T_e)} \tag{560}$$
$$t = \frac{-ln\left(-\frac{i_{L\infty a2}}{C_{a2}}\right) \cdot L}{R_L} + T_e \tag{561}$$
$$t = 0,9046ms < T \tag{562}$$

i_L erreicht zum Zeitpunkt $t < T$ den Wert null. Damit lückt der Strom. Die Zeitdauer, während der der Strom kleiner wird beträgt:

$$T_{a2} = t - T_e = 0,1046ms \tag{563}$$

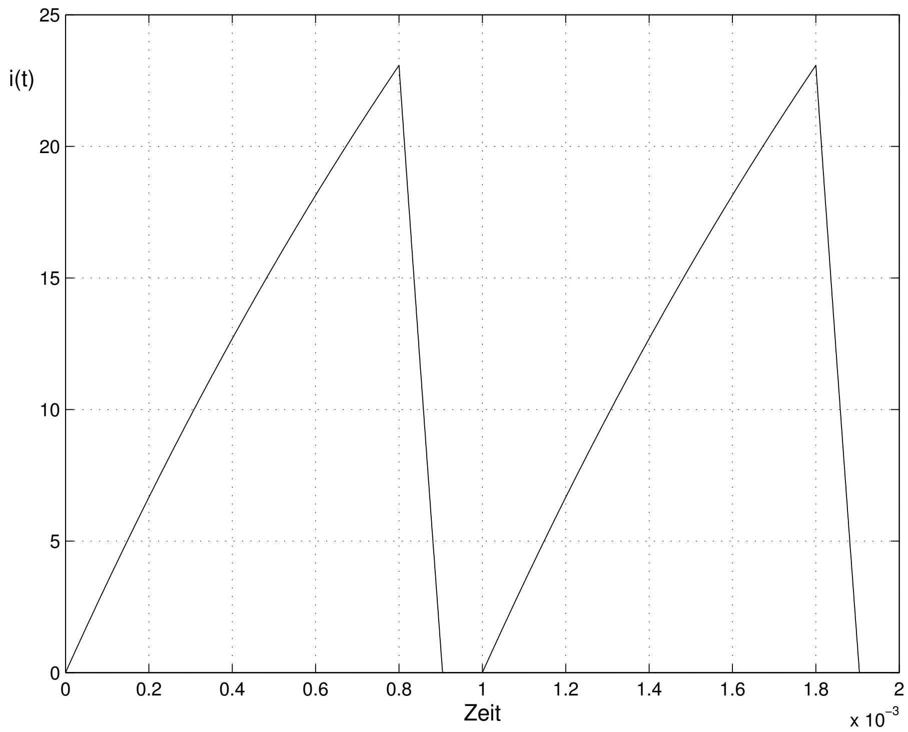


Abbildung 30: Zeitverlauf des Laststroms; Horizontale Achse: t/s; Vertikale Achse: i_L/A

d)

$$\bar{I}_L = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_L(t)\, dt \tag{564}$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^{T_e} i_{Le}(t)\, dt + \frac{1}{T} \int_{T_e}^{T_e+T_{a2}} i_{La}(t)\, dt \tag{565}$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^{T_e} \left(i_{L\infty e2} + C_{e2} \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot t} \right) dt + \frac{1}{T} \int_{T_e}^{T_e+T_{a2}} \left(i_{L\infty a2} + C_{a2} \cdot e^{-\frac{R_L}{L} \cdot (t-T_e)} \right) dt \tag{566}$$

$$= 11,04A \tag{567}$$

e)

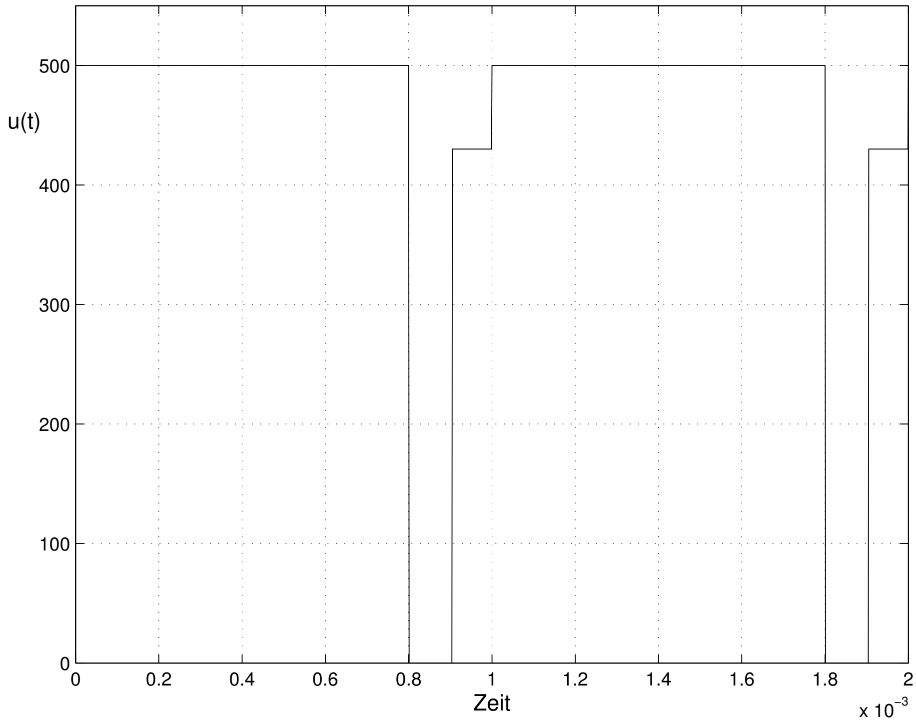


Abbildung 31: Zeitverlauf der Spannung an der Last; Horizontale Achse: t/s; Vertikale Achse: u_L/V

30 Schaltnetzteil

a) Wenn der Transistor leitet:

$$\frac{\mathrm{d}\,i_L}{\mathrm{d}\,t} = \frac{U_d - U_a}{L} \tag{568}$$

Die Spannung U_a kann als konstant angenommen werden → Differenzengleichung:

$$\Delta i_L = \frac{U_d - U_a}{L} \cdot T_e \tag{569}$$

$$T_e = \Delta i_L \cdot \frac{L}{U_d - U_a} = 3,6364\,\mu\mathrm{s} \tag{570}$$

Wenn der Transistor sperrt:

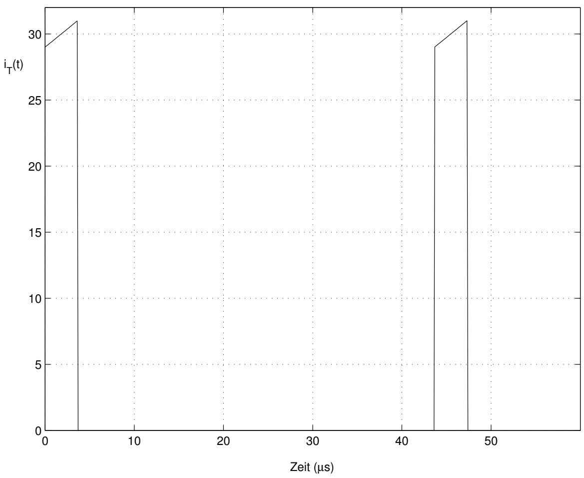
$$\frac{\mathrm{d}\,i_L}{\mathrm{d}\,t} = \frac{-U_a}{L} \tag{571}$$

$$\frac{\Delta i_L}{T_a} = \left| -\frac{U_a}{L} \right| \tag{572}$$

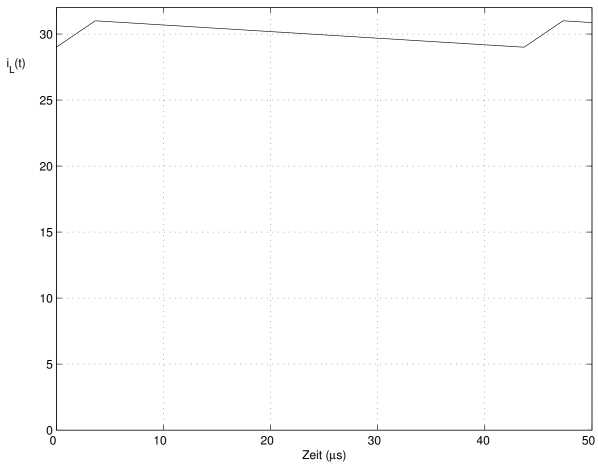
$$T_a = \Delta i_L \cdot \frac{L}{U_a} = 40\,\mu\mathrm{s} \tag{573}$$

$$f_{min} = \frac{1}{T_e + T_a} = 22,917\,\mathrm{kHz} \tag{574}$$

b)



(a) Transistorstrom



(b) Drosselstrom

Abbildung 32: Stromverläufe

c)

$$\bar{i}_T = \frac{1}{T} \cdot \int_0^{T_e} i_T\,(t)\,dt \tag{575}$$

$$= \frac{1}{T} \cdot \int_0^{T_e} \left(i_a + \Delta i_L \cdot \left(\frac{t}{T_e} - \frac{1}{2} \right) \right) dt \tag{576}$$

$$= i_a \cdot \frac{T_e}{T} \tag{577}$$

$$= \overline{I}_L \cdot \frac{T_e}{T} \tag{578}$$

$$= 2,5\,\mathrm{A} \tag{579}$$

$$I_{T,eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{T_e} i^2(t)\,\mathrm{d}\,t} \tag{580}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{T_e} \left(i_a + \Delta i_L \cdot \left(\frac{t}{T_e} - \frac{1}{2}\right)\right)^2 \mathrm{d}\,t} \tag{581}$$

$$= \sqrt{\frac{T_e}{T} \cdot \left(i_a^2 + \frac{\Delta i_L^2}{12}\right)} \tag{582}$$

$$= 8,662\,\mathrm{A} \tag{583}$$

31 Vier–Quadrantensteller

a) in 1,3 liegt Motorbetrieb vor und in 2,4 Generatorbetrieb

b)

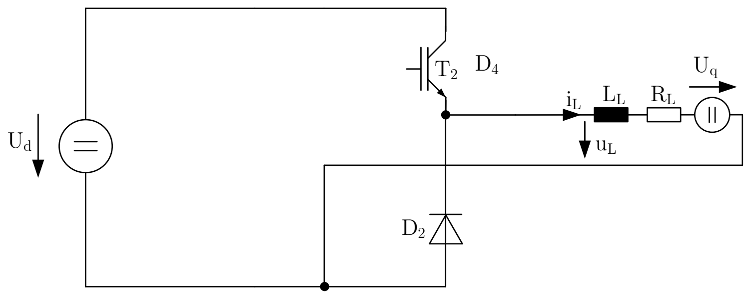


Abbildung 33: Einquadrantensteller für $U_L > 0$, $I_L > 0$

c)

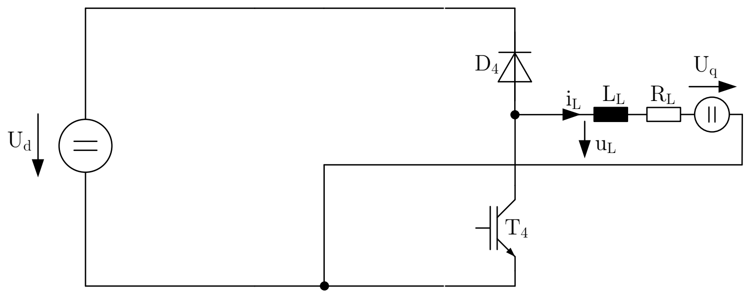


Abbildung 34: Einquadrantensteller für $U_L > 0$, $I_L < 0$

d)

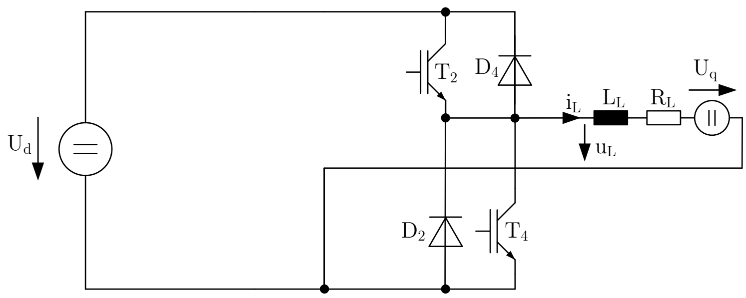


Abbildung 35: Zweiquadrantensteller mit Stromumkehr

e)

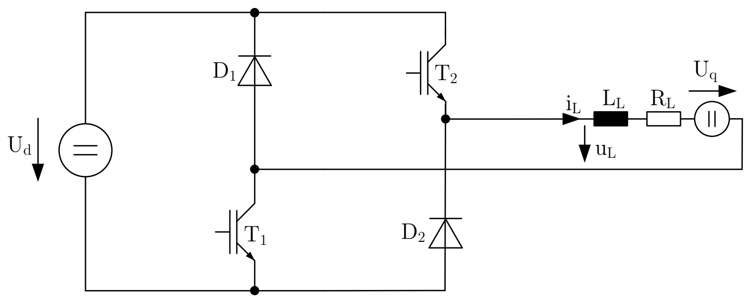


Abbildung 36: Zweiquadrantensteller mit Spannungsumkehr

f) Gleichzeitige Taktung:
Berechnen der mittleren Spannung an der Last

$$U_L = U_q + R_L \cdot I_L \tag{584}$$
$$= 200\,\mathrm{V} \tag{585}$$

Die Transistoren T1 und T2 werden gleichzeitig getaktet, die Transistoren T3 und T4 sind dauernd ausgeschaltet.

$$U_L = (2a - 1) \cdot U_d \tag{586}$$
$$a = \frac{T_{e1,2}}{T} \tag{587}$$
$$T = \frac{1}{f_S} \tag{588}$$
$$= 1000\,\mu\mathrm{s} \tag{589}$$
$$T_{e1,2} = \frac{U_L + U_d}{2 \cdot U_d} \cdot T \tag{590}$$
$$\approx 750\,\mu\mathrm{s} \tag{591}$$

32 Pulswechselrichter

a)

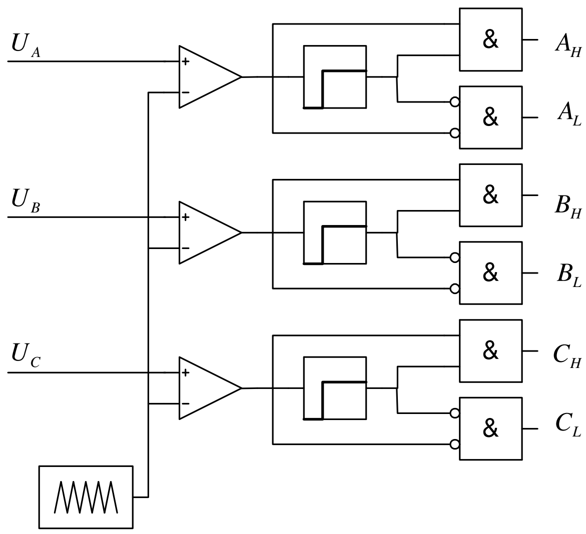


Abbildung 37: Gatesignalerzeugung

b)

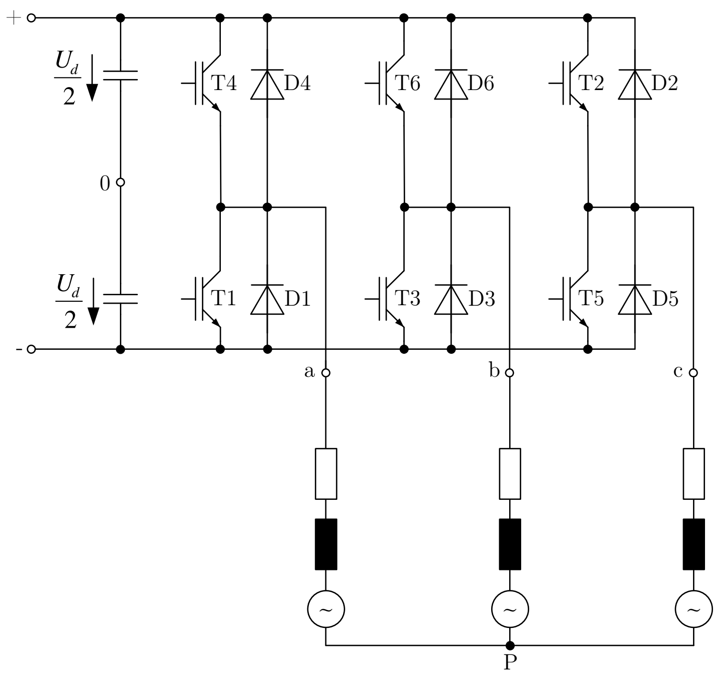


Abbildung 38: Selbstgeführte Drehstrombrückenschaltung

c)

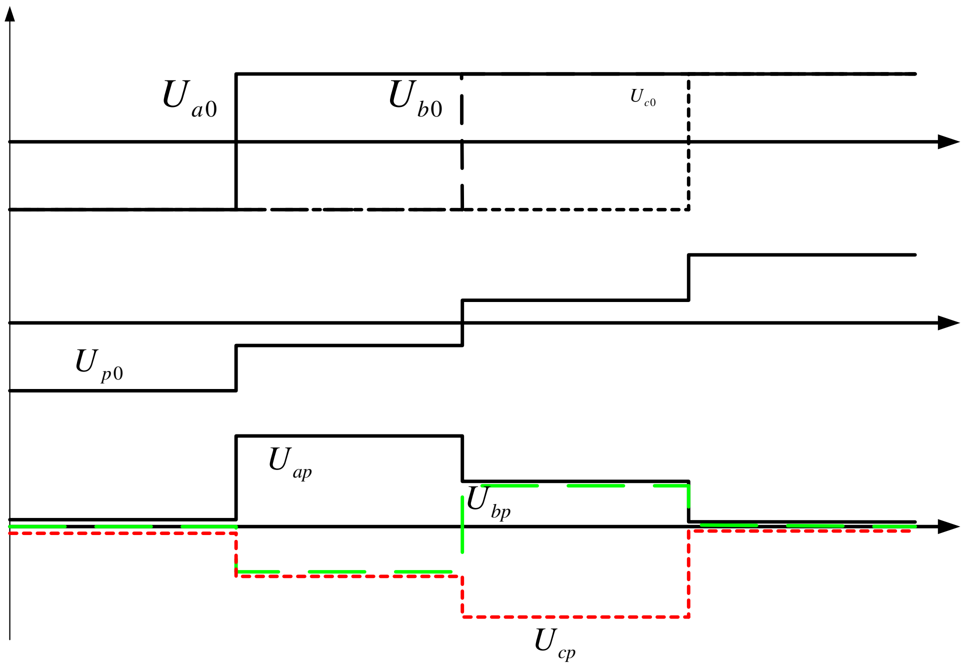


Abbildung 39: Spannungsverläufe

33 Pulswechselrichter mit Raumzeigermodulation

a) Die möglichen Raumzeiger sind in der Abbildung 40 eingezeichnet.

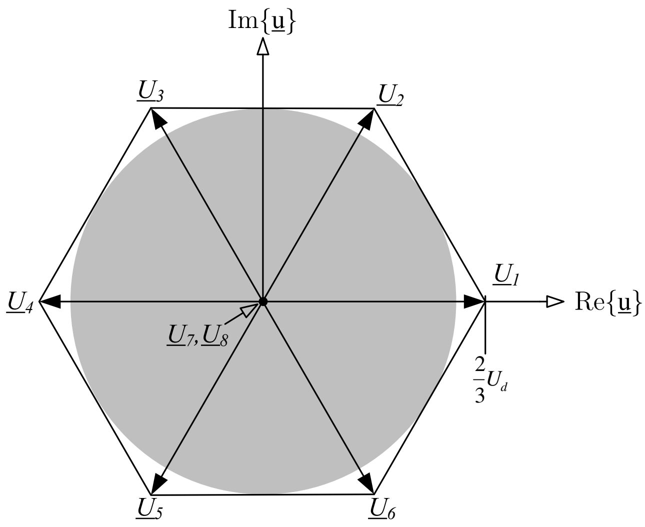


Abbildung 40: mögliche Raumzeiger)

b) Der mit Raumzeigermodulation und sinusförmigem Ausgangsspannungssystem erreichbare Bereich liegt im inneren des Innkreises des von den diskreten Raumzeigern aufgespannten Sechsecks (grauer Bereich in obiger Zeichnung).

c)

$$u_a = \hat{U} \cdot \cos(\omega t) \tag{592}$$
$$u_b = \hat{U} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \tag{593}$$
$$u_c = \hat{U} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \tag{594}$$
$$\underline{u} = \frac{2}{3} \cdot \left(u_a + \underline{a} \cdot u_b + \underline{a}^2 \cdot u_c\right) \tag{595}$$
$$\underline{a} = -\frac{1}{2} + j \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} \tag{596}$$
$$\underline{u} = \hat{U} \cdot (\cos(\omega t) + j \cdot \sin(\omega t)) \tag{597}$$
$$= \hat{U} \cdot e^{j\omega t} \tag{598}$$

d) Blocktaktung:
In der EMS-Formelsammlung befindet sich die Formel zum Berechnen der Effektivwerte U_{1ab}, U_{1bc} und U_{1ca} der Grundschwingungen der Leiterspannungen:

$$U_{1ab} = U_{1bc} = U_{1ca} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \cdot U_d \tag{599}$$

Die Formel wird nach U_d aufgelöst und die Grundschwingung der Leiterspannungen mit der Nennleiterspannung U_N der Asynchronmaschine gleichgesetzt:

$$U_{d,BT} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \cdot U_{1ab} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \cdot U_N \tag{600}$$
$$\approx 513{,}02\,\mathrm{V} \tag{601}$$

Raumzeigermodulation:
In der EMS-Formelsammlung befindet sich die Formel zum Berechnen des maximalen Effektivwertes der Grundschwingung der Strangspannungen:

$$U_{1max} = \frac{U_d}{\sqrt{6}} \tag{602}$$

Die Formel wird nach U_d aufgelöst und die Grundschwingung der Strangspannungen mit der Nennstrangspannung U_{SN} der Asynchronmaschine gleichgesetzt:

$$U_d = \sqrt{6} \cdot U_{1max} = \sqrt{6} \cdot U_{SN} \tag{603}$$
$$U_{SN} = \frac{U_N}{\sqrt{3}} \tag{604}$$
$$U_{d,RZM} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} \cdot U_N \tag{605}$$
$$\approx 565{,}69\,\mathrm{V} \tag{606}$$

e) Berechnung des Ruamzeigers:

$$\hat{U} = \sqrt{2} \cdot U_{SN} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot U_N \tag{607}$$
$$= 326{,}6\,\mathrm{V} \tag{608}$$
$$\underline{u} = \hat{U} \cdot e^{j\frac{\pi}{12}} \tag{609}$$

Zeichnung:

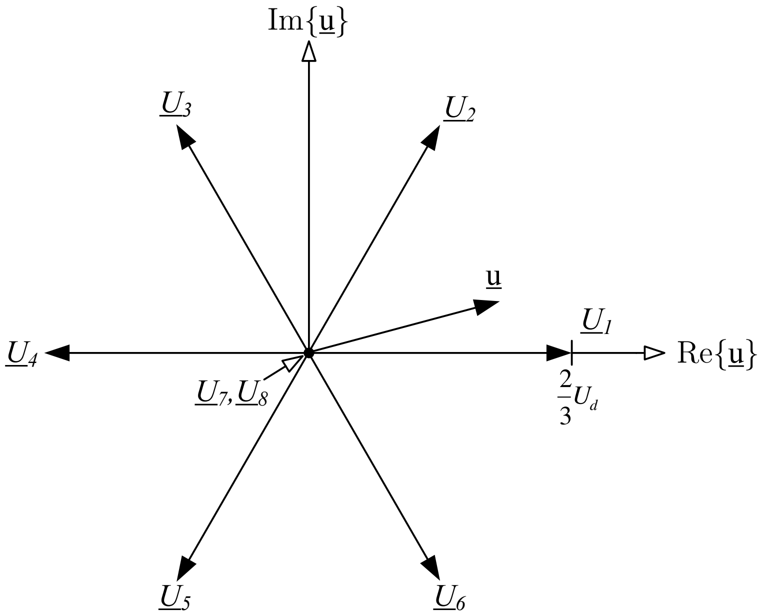


Abbildung 41: Raumzeiger

Zur Modulation werden die Raumzeiger 1 und 2, sowie die Nullraumzeiger 7 und 8 verwendet. Bei einer symmetrischen Modulation mit beiden Nullraumzeigern ergibt sich folgende Reihenfolge: $8 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 7 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 8$

Die Zeitdauern berechnen sich wie folgt:

$$\frac{t_1}{T} = \frac{\hat{U}}{U_d} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - \gamma\right) \tag{610}$$

$$\frac{t_2}{T} = \frac{\hat{U}}{U_d} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(\gamma) \tag{611}$$

$$\gamma = \frac{\pi}{12} \tag{612}$$

$$T = \frac{1}{f_p} = 100\,\mu\text{s} \tag{613}$$

$$t_1 \approx 61,54\,\mu\text{s} \tag{614}$$

$$t_2 \approx 22,54\,\mu\text{s} \tag{615}$$

$$t_7 + t_8 = T - t_1 - t_2 \approx 15,94\,\mu\text{s} \tag{616}$$

$$T_7 = t_8 = \frac{t_7 + t_8}{2} \approx 7,97\,\mu\text{s} \tag{617}$$

—— Zusätzliches Rechenbeispiel——
Gegeben sei der Raumzeiger $\underline{u}* = 100\,\text{V} \cdot e^{j\frac{3\pi}{2}}$:
- Die Raumzeiger 5,6,7,8 werden verwendet (Skizze anfertigen und ablesen)

- Die relativen Einschaltzeiten sind wie folgt:

$$\gamma = \angle\{\underline{u}*\} - \angle\{\underline{U}_5\} \tag{618}$$

$$= \frac{3\pi}{2} - \frac{4\pi}{3} \tag{619}$$

$$= \frac{\pi}{6} \tag{620}$$

$$\hat{U} = 100\,\mathrm{V} \tag{621}$$

$$\frac{t_5}{T} = \frac{\hat{U}}{U_d} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - \gamma\right) \approx 13,3\,\% \tag{622}$$

$$\frac{t_6}{T} = \frac{\hat{U}}{U_d} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(\gamma) \approx 13,3\,\% \tag{623}$$

$$\frac{t_7 + t_8}{T} = 1 - \frac{t_5}{T} - \frac{t_6}{T} \approx 73,4\,\% \tag{624}$$

—— Ende zusätzliches Rechenbeispiel ——

f)

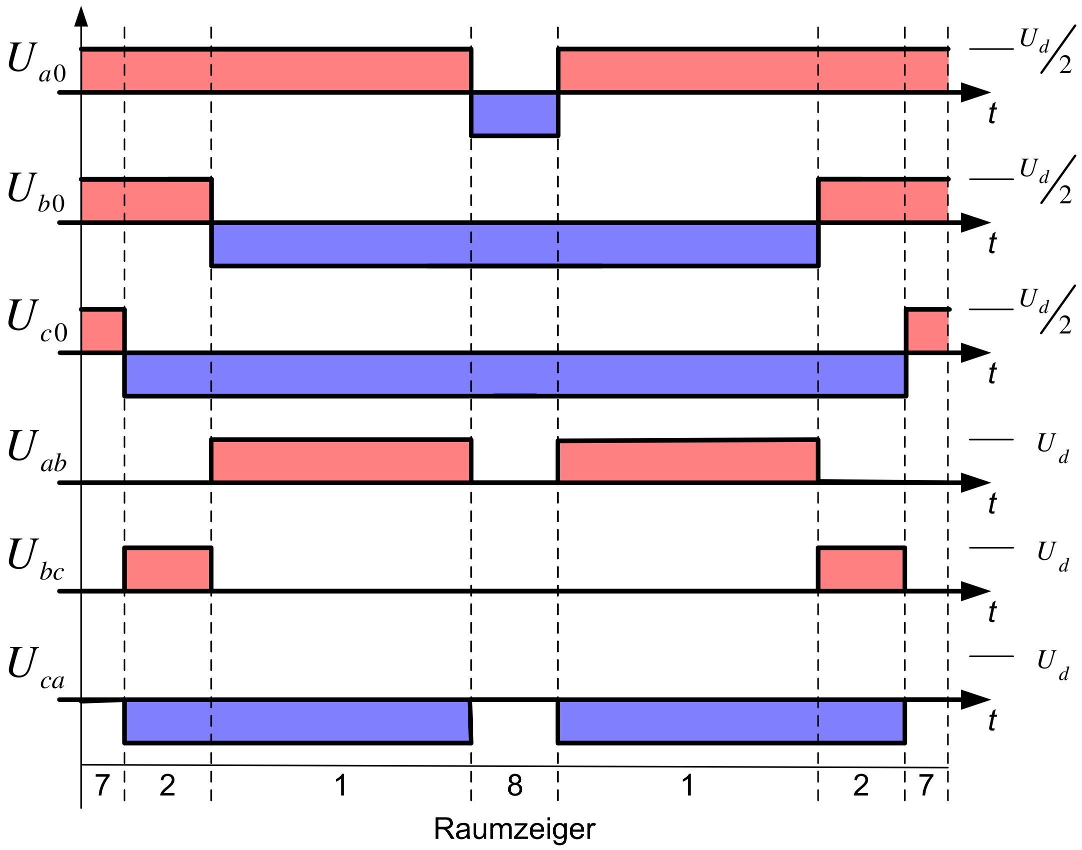


Abbildung 42: Zeitverläufe