

1 Fremderregter Gleichstrommotor im Grunddrehzahl- und Feldschwäcbereich

Ein fremderregter Gleichstrommotor treibt eine Arbeitsmaschine an.

Folgende Daten sind gegeben:

Gleichstrommotor

U_{AN}	=	400 V	Nennwert der Ankerspannung
R_A	=	0,16 Ω	Widerstand der Ankerwicklung
I_{fN}	=	1,5 A	Nennwert des Erregerstroms
n_0	=	2000 min ⁻¹	Leerlaufdrehzahl bei Anschluss an Nennspannung und Nennerregung
n_N	=	1850 min ⁻¹	Nennndrehzahl bei Anschluss an Nennspannung und Nennerregung
M_N	=	250 Nm	Nennndrehmoment bei Anschluss an Nennspannung und Nennerregung
I_{Amax}	=	150 A	maximal zulässiger Ankerstrom

Arbeitsmaschine

M_L	=	0,08 Nm · min · n_L	Drehmoment der Arbeitsmaschine in Abhängigkeit von der Drehzahl n_L der Arbeitsmaschine
-------	---	-----------------------	---

Vereinfachende Annahmen:

- Der Gleichstrommotor ist bis auf die Stromwärmeverluste verlustfrei.
 - Die Sättigung des magnetischen Kreises und die Ankerrückwirkung kann vernachlässigt werden.
- a) Der Gleichstrommotor wird mit der Ankernennspannung und Nennerregung betrieben. Berechnen Sie den Wert des Drehmoments M_{AP} und der Drehzahl n_{AP} im quasistationären Arbeitspunkt.
 - b) Die Drehzahl des Antriebsystems soll durch Feldschwächung auf $n_{Fs} = 2200 \text{ min}^{-1}$ gesteigert werden. Berechnen Sie den einzustellenden Feldstrom I_{fFs} und den Ankerstrom I_{AFs} in diesem Betriebspunkt ($U_A = U_{AN}$).

Lösung

- a) Die Ankerspannungsgleichung im quasistationären Arbeitspunkt bei Betrieb des Gleichstrommotors an Nennankerspannung und mit Nennerregung lautet:

$$U_{AN} = R_A \cdot I_{AAP} + c\Phi_N \cdot 2\pi \cdot n_{AP} \quad (1)$$

$c\Phi_N$ kann mit Hilfe der Leerlaufdrehzahl aus der Ankerspannungsgleichung berechnet werden:

$$U_{AN} = c\Phi_N \Omega_{0N} \Rightarrow c\Phi_N = \frac{U_{AN}}{2\pi \cdot n_0} = 1,91 \text{ Vs}$$

Im quasistationären Betrieb muss das innere Moment des Gleichstrommotors dem Lastmoment der Arbeitsmaschine entsprechen:

$$c\Phi_N \cdot I_{AAP} = M_{iAP} = M_{LAP} = 0,08 \text{ Nm} \cdot \text{min} \cdot n_{AP} \quad (2)$$

Wird Gleichung 1 nach I_{AAP} umgestellt und in Gleichung 2 eingesetzt, kann daraus die Drehzahl im quasistationären Arbeitspunkt berechnet werden:

$$n_{AP} = \frac{U_{AN}}{\frac{R_A \cdot 0,08 \text{ Nm} \cdot \text{min}}{c\Phi_N} + c\Phi_N \cdot 2\pi} = 1935 \text{ min}^{-1}$$

Das entsprechende Drehmoment ergibt sich aus der Kennlinie der Arbeitsmaschine zu:

$$M_{AP} = 0,08 \text{ Nm} \cdot \text{min} \cdot n_{AP} = 154,81 \text{ Nm}$$

- b) Durch die Feldschwächung stellt sich ein neuer Arbeitspunkt bei $n_{Fs} = 2200 \text{ min}^{-1}$ ein. Für das Drehmoment in diesem Punkt gilt:

$$M_{Fs} = 0,08 \text{ Nm} \cdot \text{min} \cdot n_{Fs} = c\Phi_{Fs} \cdot I_{AFs} \quad (3)$$

Wird Gleichung 3 nach I_{AFs} umgestellt und in die Ankerspannungsgleichung für diesen Betriebspunkt eingesetzt, ergibt sich:

$$U_{AN} = R_A \cdot \frac{0,08 \text{ Nm} \cdot \text{min} \cdot n_{Fs}}{c\Phi_{Fs}} + c\Phi_{Fs} \cdot 2\pi \cdot n_{Fs} \quad (4)$$

Aus Gleichung 4 kann eine quadratische Gleichung für $c\Phi_{Fs}$ aufgestellt werden:

$$(c\Phi_{Fs})^2 - \frac{U_{AN}}{2\pi \cdot n_{Fs}} \cdot c\Phi_{Fs} + \frac{R_A \cdot 0,08 \text{ Nm} \cdot \text{min}}{2\pi} = 0$$

Von den beiden möglichen Lösungen der quadratischen Gleichung ist nur der größere Wert sinnvoll, da mit dem kleineren Wert die Bedingung für den Maximalwert des Ankerstroms I_{Amax} nicht erfüllt werden kann. Die Erregung der Maschine muss also auf:

$$c\Phi_{Fs} = 1,663 \text{ Vs}$$

eingestellt werden. Der Erregerfluss in der Gleichstrommaschine ist proportional zum Erregerstrom. Mit den Werten für die Nennerregung kann somit der einzustellende Erregerstrom im Feldschwächbetrieb berechnet werden:

$$I_{Fs} = c\Phi_{Fs} \frac{I_{fN}}{c\Phi_N} = 1,306 \text{ A}$$

Der zugehörige Ankerstrom ergibt sich aus der Drehmomentengleichung zu:

$$I_{AFs} = \frac{0,08 \text{ Nm} \cdot \text{min} \cdot n_{Fs}}{c\Phi_{Fs}} = 105,83 \text{ A}$$

2 Drehstrom-Synchronmaschine mit Schenkelpolrotor für ein Pumpspeicherkraftwerk

Folgende Daten sind gegeben:

U_N	=	30 kV	Nennwert der Leiterspannung
I_N	=	720 A	Nennstrom der Synchronmaschine im generatorischen Betrieb
p	=	12	Polpaarzahl der Synchronmaschine
$\cos \varphi_{NGen}$	=	0,75 übererregt	Leistungsfaktor bei Nennerregung im generatorischen Betrieb
f_N	=	50 Hz	Nennfrequenz
X_d	=	17Ω	Reaktanz in d-Richtung
X_q	=	13Ω	Reaktanz in q-Richtung

Vereinfachende Annahmen:

- Die Synchronmaschine sei verlustfrei.
- Sättigungseffekte können vernachlässigt werden.
- Das Netz sei ein ideales Drehspannungsnetz. Die Spannung entspricht der Nennleiterspannung des Generators.

Tagsüber wird die Synchronmaschine als Generator betrieben und gibt im übererregten Betrieb zusätzlich induktive Blindleistung an das Netz ab.

- a) Berechnen Sie den Wert des Drehmoments M_N des Generators und den Wert des Polradwinkels ϑ_N im Nennbetrieb.

Nachts wird die Synchronmaschine als Motor betrieben, wobei keine Blindleistung aufgenommen oder abgegeben werden soll.

- b) Berechnen Sie den Effektivwert der Polradspannung für den rein motorischen Betrieb der Synchronmaschine bei $P_{mot} = 25 \text{ MW}$.
- c) Welche Stellgröße muss benutzt werden, um die Polradspannung von dem bei Aufgabenteil a) erforderlichen Wert auf den bei Aufgabenteil b) erforderlichen Wert zu verändern?

Lösung

a) Für den als verlustfrei angenommenen Synchrongenerator gilt:

$$P_{mech} = M \cdot \Omega = P_{el} = 3 \cdot U_s \cdot I_s \cdot \cos \varphi$$

Damit kann das Drehmoment im Nennbetrieb berechnet werden:

$$M_N = \frac{\sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N \cdot \cos \varphi_{NGen}}{2\pi \cdot \frac{f_N}{p}} = 1,072 \text{ MNm}$$

Für den übererregten, generatorischen Betrieb der Synchronmaschine ergibt sich das qualitative Zeigerdiagramm in Abb. 1. Daraus kann der Polradwinkel mit Hilfe des Sinussatzes berechnet

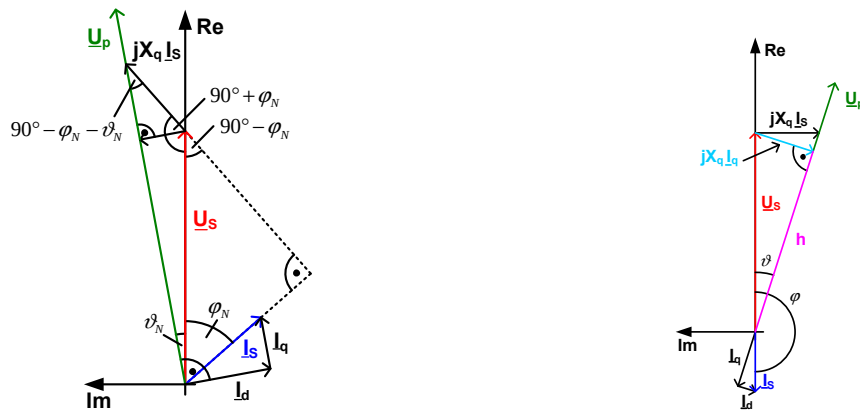


Abbildung 1: Qualitatives Zeigerdiagramm für den Betrieb nach a) Abbildung 2: Qualitatives Zeigerdiagramm für den Betrieb nach b)

werden:

$$\frac{\sin \vartheta_N}{X_q \cdot I_N} = \frac{\sin (90^\circ - \varphi_N - \vartheta_N)}{U_{sN}} \Rightarrow \vartheta_N = \arctan \left(\frac{\cos \varphi_N}{\frac{U_N}{\sqrt{3} \cdot X_q \cdot I_N} + \sin \varphi_N} \right) = 16,62^\circ$$

b) Für den rein motorischen Betrieb der Synchronmaschine ($\cos \varphi = 1$) ergibt sich der Strangstrom bei der gegebenen elektrischen Leistung P_{mot} zu:

$$I_s = \frac{P_{mot}}{\sqrt{3} \cdot U_N} = 481,125 \text{ A}$$

Das Zeigerdiagramm erhält qualitativ die Form nach Abb. 2. Damit gilt für den Polradwinkel:

$$\vartheta = \arctan \left(\frac{\sqrt{3} \cdot X_q \cdot I_s}{U_N} \right) = 19,855^\circ$$

Damit können die Anteile des Strangstroms in d- und q-Richtung bestimmt werden:

$$\begin{aligned} i_d &= I_s \cdot \sin \vartheta = 163,41 \text{ A} \\ i_q &= I_s \cdot \cos \vartheta = 452,52 \text{ A} \end{aligned}$$

Damit kann die Hilfsstrecke h des rechtwinkligen Dreiecks berechnet werden:

$$h = \sqrt{U_s^2 - (X_q \cdot I_q)^2} = 16,29 \text{ kV}$$

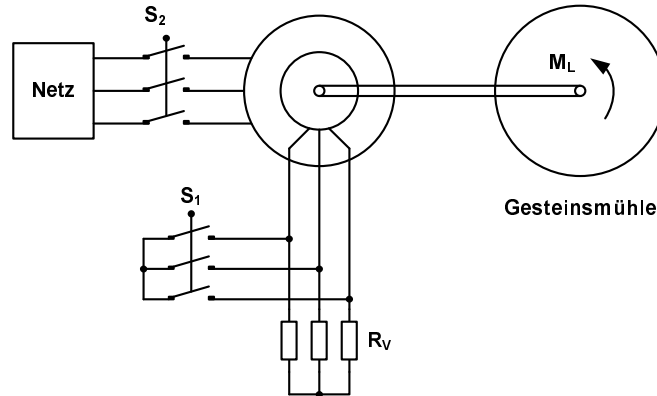
Die Polradspannung ergibt sich dann zu:

$$U_p = h + X_d I_d = 19,07 \text{ kV}$$

c) Durch ein Verstellen des Erregerstroms kann die Polradspannung auf den benötigten Wert verändert werden.

3 Asynchronmotor mit Schleifringläufer

Ein 8-poliger Drehstrom-Asynchronmotor mit Schleifringläufer treibt eine Gesteinsmühle an.



Folgende Daten des Drehstrom-Asynchronmotors sind gegeben:

f_N	=	60 Hz	Nennfrequenz
s_N	=	1,5 %	Nennschlupf
I_N	=	480 A	Nennstatorstrom
U_N	=	400 V	Nennspannung
R_S	=	15 mΩ	Widerstand einer Statorwicklung
R_R	=	8 mΩ	Widerstand einer Rotorwicklung
$\cos \varphi_N$	=	0,85	Leistungsfaktor im Nennbetrieb
p	=	4	Polpaarzahl
J_{ges}	=	70 kgm ²	Gesamtträgheitsmoment des Antriebsystems

Vereinfachende Annahmen:

- Eisen- und Reibungsverluste können vernachlässigt werden.

Der Asynchronmotor wird an Nennspannung und Nennfrequenz betrieben.

Zum Anfahren aus dem Stillstand wird der Schalter S_2 geschlossen, S_1 ist geöffnet.

- Berechnen Sie den Wert der drei Läuferwiderstände R_V so, dass das innere Moment beim Anfahren für $n = 0$ dem Nennmoment entspricht.
- Geben Sie die Frequenz der Ströme in den Läuferwiderständen R_V bei $n = 0$ an.

Zum Mahlen des Gesteins werden beide Schalter S_1 und S_2 geschlossen.

- Berechnen Sie die Nenndrehzahl n_N des Asynchronmotors.
- Berechnen Sie das Drehmoment M_N des Asynchronmotors im Nennbetrieb.

In einem Überlastungsfall mit $n = 800 \text{ min}^{-1}$ wird der Schalter S_2 zum Stillsetzen des Antriebs geöffnet.

- Berechnen Sie die Bremszeit t_B bis zum Stillstand unter der Annahme, dass das Lastmoment während der Bremszeit t_B unabhängig von der Drehzahl konstant $M_L = 4000 \text{ Nm}$ sei.

Lösung

- a) Der notwendige Vorwiderstand lässt sich mit der Formel

$$s' = \frac{R_R + R_V}{R_R} \cdot s$$

berechnen.

Bei stillstehender Maschine ist $s' = 1$. In diesem Punkt soll das Nennmoment anliegen, somit ist $s = s_N$. Damit folgt für den Wert des Vorwiderstands:

$$R_V = \frac{s' \cdot R_R}{s} - R_R = \frac{1 \cdot R_R}{s_N} - R_R = 525 \text{ m}\Omega$$

- b) Die Frequenz der Rotorströme ergibt sich im Stillstand der Maschine zu:

$$f_R = s \cdot f_S = 1 \cdot f_N = 60 \text{ Hz}$$

- c) Die Nenndrehzahl kann mit der Schlupfdefinition berechnet werden:

$$s = \frac{n_{syn} - n}{n_{syn}}$$

Die synchrone Drehzahl lässt sich mit der Angabe der Polpaarzahl bestimmen:

$$n_{syn} = \frac{f_s}{p}$$

Damit ergibt sich die Nenndrehzahl zu:

$$n_N = \frac{f_N}{p} \cdot (1 - s_N) = 886,5 \text{ min}^{-1}$$

- d) Die Drehfeldleistung P_D entspricht der elektrisch zugeführten Wirkleistung P_{el} abzüglich der Statorverluste P_{VS} . Somit gilt:

$$P_D = M_i \cdot \Omega_{syn} = P_{el} - 3 \cdot R_S \cdot I_S^2 \Rightarrow M_N = \frac{(\sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N \cdot \cos \varphi_N - 3 \cdot R_S \cdot I_N^2) \cdot p}{2\pi \cdot f_N} = 2889,22 \text{ Nm}$$

- e) Wird der Schalter S_2 geöffnet, ist kein Stromfluss in den Statorwicklungen mehr möglich, somit ist auch kein inneres Moment in der Maschine vorhanden. Der Antrieb wird dann durch das Lastmoment abgebremst.

$$M_B = J \cdot \dot{\Omega} \Rightarrow \Omega = \int_0^{t_B} \frac{M_B}{J} dt \Rightarrow \Omega(t_B) = \frac{M_B \cdot t_B}{J} + \Omega_0$$

Nach Ablauf der Bremszeit t_B ist der Antrieb von $\Omega_0 = 2\pi \cdot n$ auf $\Omega(t_B) = 0$ abgebremst worden. Das bremsende Moment während dieses Vorgangs ist konstant $M_B = -M_L$. Damit ergibt sich die Bremszeit zu:

$$t_B = \frac{\Omega_0}{M_L} J = 1,47 \text{ s}$$

4 Netzgeführte Wechselstrombrückenschaltung

Gegeben ist eine Wechselstrombrückenschaltung (Abb. 3).

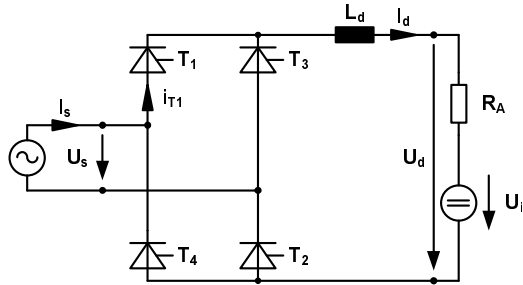


Abbildung 3: Wechselstrombrückenschaltung

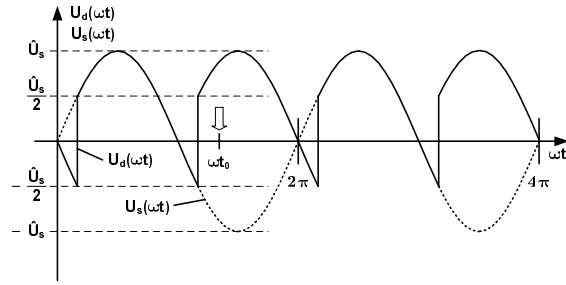


Abbildung 4: Zeitverlauf der Spannungen $u_d(\omega t)$ und $u_s(\omega t)$

Folgende Daten sind gegeben:

U_S	=	230 V	Effektivwert der Netzspannung
I_d	=	6 A = konst.	Mittelwert des Laststroms
R_A	=	1 Ω	Widerstand der Gleichstromlast
Zeitverlauf der Spannung $u_d(\omega t)$ gemäß Abb. 4			

Vereinfachende Annahmen:

- Das Netz sei ideal.
- Die Thyristoren seien ideal und verlustfrei.
- Der Laststrom sei ideal glatt ($L_d \rightarrow \infty$).

- Berechnen Sie den Wert der ideellen Gleichspannung U_{d0} .
- Geben Sie den Wert des Zündwinkels α im Bereich von $0 \leq \omega t < 4\pi$ (Abb. 4) an.
- Berechnen Sie die aus dem Netz entnommene Wirkleistung.
- Berechnen Sie den Effektivwert des Thyristorstroms i_{T1} im Betriebspunkt gemäß Aufgabenteil b).
- Welche(r) Thyristor(en) leiten zum Zeitpunkt ωt_0 (siehe Pfeilmarkierung in Abb. 4)?
- Durch einen Fehler in der Ansteuerschaltung bekommen die Thyristoren T_2 und T_4 für $\omega t \geq 4\pi$ einen Dauerzündimpuls. Der Zündwinkel aus b) für die Thyristoren T_1 und T_3 bleibt unverändert. Skizzieren Sie den Zeitverlauf der Ausgangsspannung, die sich daraus ergibt in die vorgefertigte Zeichnung auf der Rückseite des Deckblatts.

Lösung

- a) Die ideale Gleichspannung ist:

$$U_{d0} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot U_S = 207,07 \text{ V}$$

- b) Die Kommutierung erfolgt bei $\pm \frac{\hat{U}_S}{2}$, deshalb muss

$$\alpha = \arcsin(0,5) = 30^\circ$$

sein.

- c) Da die Brückenschaltung als verlustfrei angenommen wurde, muss die aus dem Netz entnommene Wirkleistung der Leistung auf der Gleichstromseite entsprechen.

$$P_{\text{Netz}} = P_d = U_d \cdot I_d = U_{d0} \cdot \cos \alpha \cdot I_d = 1076 \text{ W}$$

- d) Jeder Thyristor führt für die Dauer einer halben Netzperiode den Netzstrom. Da der Gleichstrom als ideal glatt angenommen wird, verläuft der Netzstrom rechteckförmig mit der Amplitude I_d . Der Effektivwert eines Thyristorstrom ergibt sich somit zu:

$$I_{t1} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} I_d^2 d\omega t} = \sqrt{\frac{I_d^2}{2}} = 4,24 \text{ A}$$

- e) Die Netzspannung zum Zeitpunkt ωt_0 liegt invertiert an der Gleichstromseite an, deshalb müssen die Thyristoren

$$T_3 \text{ und } T_4$$

den Strom leiten.

- f) Durch den Fehler in der Ansteuerung ergibt sich das Verhalten einer halbgesteuerten Wechselstrombrückenschaltung, da die Thyristoren T_2 und T_4 durch die Dauerzündimpulse sich nun wie Dioden verhalten. Dadurch erfolgt ein Kurzschließen der Gleichstromseite nach jedem Nulldurchgang der Netzspannung bis zum nächsten Zündimpuls der Thyristoren T_1 oder T_3 . Während dieser Zeit ist also die Ausgangsspannung gleich null.

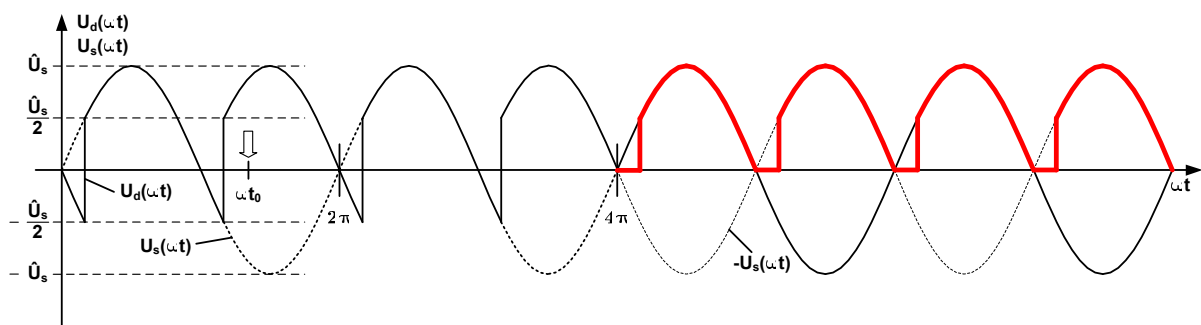


Abbildung 5: Verlauf der Ausgangsspannung $u_d(t)$

5 Gleichzeitige Speisung eines Gleichstrommotors und einer Beleuchtungseinrichtung durch einen Zweiquadrantensteller

Ein Zweiquadrantensteller speist einen Gleichstrommotor und eine Beleuchtungseinrichtung.

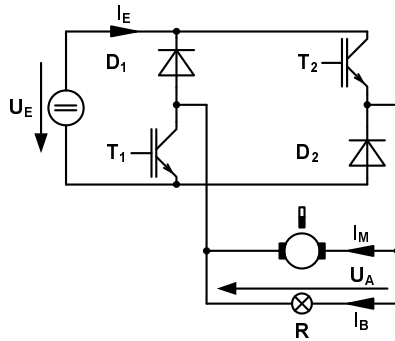


Abbildung 6: Zweiquadrantensteller

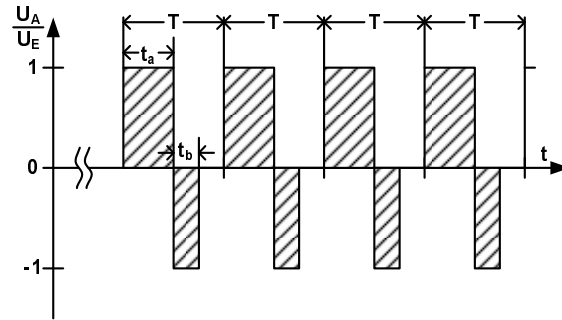


Abbildung 7: Zeitverlauf der Ausgangsspannung U_A des Zweiquadrantenstellers

Zur Einstellung der Beleuchtungsstärke der Lampe R soll der Effektivwert U_{Aeff} der Ausgangsspannung gesteuert werden und gleichzeitig soll zur Einstellung des Motorstroms I_M der Mittelwert U_{Am} der Ausgangsspannung gesteuert werden.

Dazu soll eine Kurvenform der Ausgangsspannung wie in Abbildung 7 dargestellt benutzt werden.

Folgende Daten sind gegeben:

U_E	=	280 V	Eingangsspannung des Stellers
T	=	1,8 ms	Periodendauer eines Schaltzyklus
R	=	200 Ω	Widerstand der Beleuchtung

Vereinfachende Annahmen:

- Die Halbleiter seien ideal und verlustfrei.
- $I_M \geq |I_B|$.
- Das elektrische Verhalten der Beleuchtungseinrichtung wird durch einen konstanten Widerstand R modelliert.

a) Berechnen Sie die Pulsdauern t_a und t_b für $U_{Am} = 85$ V und $U_{Aeff} = 200$ V.

Für die folgenden Aufgaben verwenden Sie bitte die vorgefertigte Zeichnung auf der Rückseite des Deckblatts:

- Markieren Sie im Zeitverlauf der Ausgangsspannung die Einschaltzeiten der Transistoren T_1 und T_2 . Gestalten Sie das Pulsmuster so, dass beide Transistoren im quasistationären Betrieb gleich belastet werden.
- Skizzieren Sie den Zeitverlauf des Eingangsstroms I_E für einen ideal geglätteten Motorstrom $I_M = 3$ A = konst.

Lösung

a) Für den Mittelwert der Ausgangsspannung des Zweiquadrantenstellers gilt:

$$U_{Am} = \frac{1}{T} \cdot U_E \cdot (t_a - t_b) \quad (5)$$

Für den Effektivwert gilt:

$$U_{Aeff} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \left(\int_0^{t_a} U_E^2 dt + \int_{t_a}^{t_a+t_b} U_E^2 dt \right)} = U_E \sqrt{\frac{t_a + t_b}{T}} \quad (6)$$

Wird Gleichung (5) nach t_a umgestellt und in Gleichung (6) eingesetzt erhält man für t_b :

$$t_b = \frac{\left(\left(\frac{U_{Aeff}}{U_E} \right)^2 - \frac{U_{Am}}{U_E} \right) T}{2} = 0,186 \text{ ms}$$

Und damit wiederum für t_a :

$$t_a = \frac{U_{Am}}{U_E} T + t_b = 0,732 \text{ ms}$$

b) siehe Abb. 8

c) Während der Schaltzustands über die Dauer von t_a entspricht der Eingangsstrom des Zweiquadrantenstellers der Summe aus dem Motorstrom und dem Strom der Beleuchtungseinrichtung. Der Strom der Beleuchtungseinrichtung berechnet sich zu:

$$I_B = \frac{U_E}{R} = 1,4 \text{ A} \quad (7)$$

Damit folgt für den Eingangsstrom:

$$I_E = I_M + I_B = 4,4 \text{ A} \quad \text{für } 0 \leq t < t_a$$

Während des Schaltzustands für die Dauer von t_b liegt die negative Eingangsspannung am Ausgang an. Dadurch kehrt sich auch die Stromrichtung in der Beleuchtungseinrichtung nach Gleichung (7) um. Der Maschinenstrom hingegen behält durch die glättende Wirkung der Ankerkreisinduktivität seine Richtung bei.

$$I_E = -I_M - I_B = -1,6 \text{ A} \quad \text{für } t_a \leq t < t_a + t_b$$

Für die restliche Dauer einer Periode ist die Ausgangsspannung null. Somit ist auch der Eingangstrom null.

$$I_E = 0 \text{ A} \quad \text{für } t_a + t_b \leq t < T$$

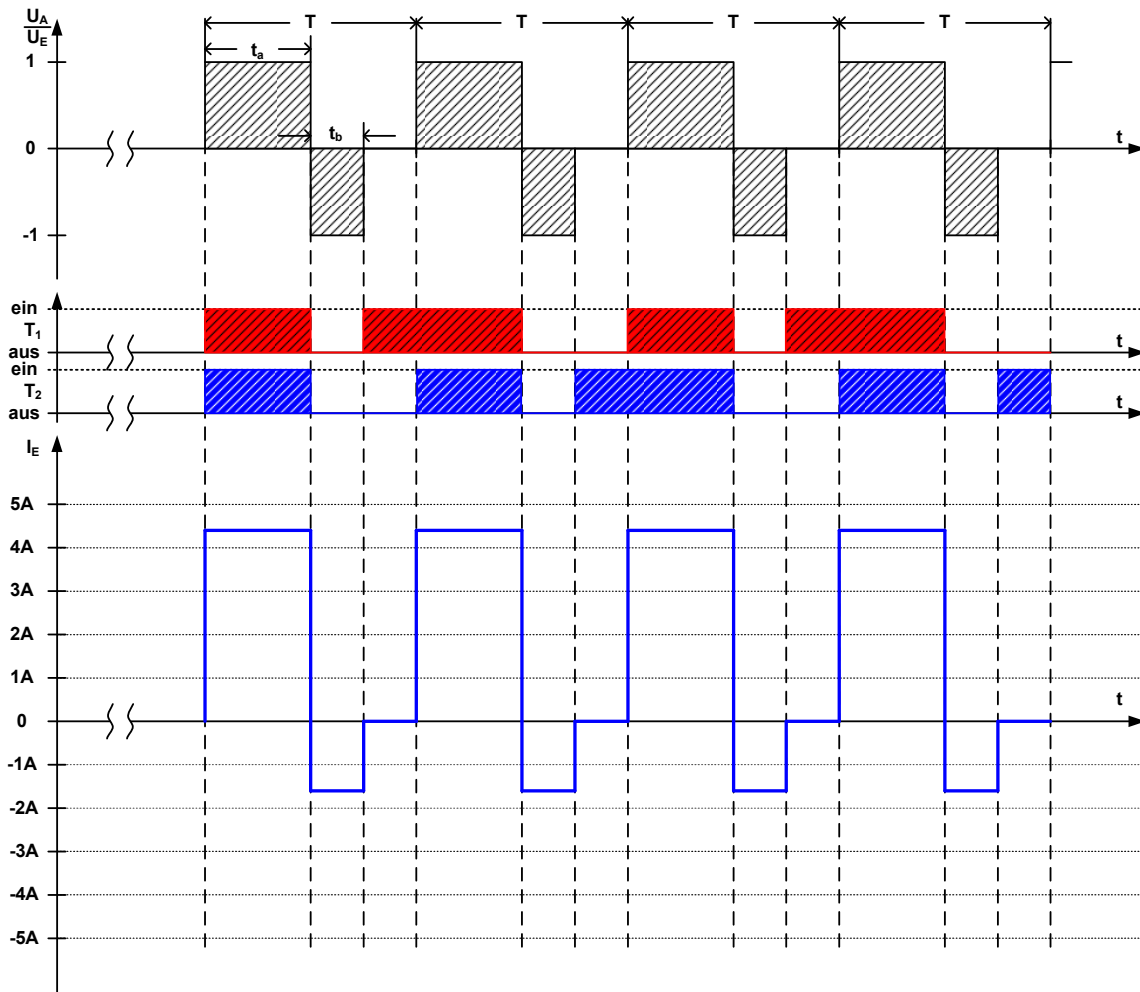


Abbildung 8: Lösung zu Aufgabenteil b) und c)