EMW Übungsblatt 02

Abgabe bis zum 15.11.2021 um 12:00 via ILIAS

Aufgabe 4:

Gegeben sei das magnetische Feld $\underline{\mathbf{H}}(z,t)$ einer harmonischen ebenen Welle im Vakuum, die sich in z-Richtung ausbreitet

$$\underline{\mathbf{H}}(z,t) = H_0 \ \exp\left(\mathrm{j}(\omega t - k_z z)\right) \mathbf{e}_y \ .$$

a) Berechnen Sie das zugehörige elektrische Feld aus dem Durchflutungsgesetz für Felder mit harmonischer Zeitabhängigkeit $\nabla \times \underline{\mathbf{H}} = \mathrm{j}\,\omega\varepsilon\underline{\mathbf{E}}$.

b) Berechnen Sie den reellen Poynting-Vektor $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ der sich ausbreitenden Welle. Bestimmen Sie anschließend den zeitlichen Mittelwert über eine Periode $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

   Hinweis: Beachten Sie, dass $\mathbf{E} = \Re\{\underline{\mathbf{E}}\}$ und $\mathbf{H} = \Re\{\underline{\mathbf{H}}\}$ gilt.

c) Berechnen Sie den komplexen Poynting-Vektor $\underline{\mathbf{S}} = \frac{1}{2}\left(\underline{\mathbf{E}} \times \underline{\mathbf{H}}^*\right)$.

d) Das elektrische Feld weise nun eine Phasenverschiebung von 90° gegenüber dem magnetischen Feld auf. Wie wirkt sich diese Phasenverschiebung auf den komplexen Poynting-Vektor und den Leistungstransport durch die ebene Welle aus?

Aufgabe 5:

In der Vorlesung haben wir die Ausbreitung harmonischer ebener Wellen in homogenen Medien mit der Leitfähigkeit κ betrachtet. Dazu haben wir die komplexe Wellenzahl $\underline{k}(\omega) = \beta(\omega) - \mathrm{j}\,\alpha(\omega)$ eingeführt, wobei β und α die Phasen- bzw. Dämpfungskonstante sind, welche folgendermaßen definiert sind:

$$\beta(\omega) = \frac{\omega}{c}\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\sqrt{1+\frac{\kappa^2}{\omega^2\varepsilon^2}}+1} \qquad \alpha(\omega) = \frac{\omega}{c}\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\sqrt{1+\frac{\kappa^2}{\omega^2\varepsilon^2}}-1}\,.$$

Für die Dispersionsrelation (d.h. den Zusammenhang zwischen der Phasenkonstante und der Frequenz) ebener Wellen in homogenen Medien haben wir mit der Materialkonstante $\beta_\mathrm{r} = \frac{\kappa}{2}\sqrt{\mu/\varepsilon}$ den folgenden Ausdruck erhalten, wobei wir angenommen haben, dass die Materialparameter ε, μ und κ frequenzunabhängig sind:

$$\omega(\beta) = \frac{c\beta}{\sqrt{1+\beta_\mathrm{r}^2/\beta^2}}\,.$$

a) Zeigen Sie rechnerisch, welche Näherungen von $\omega(\beta)$ für $\beta \ll \beta_\mathrm{r}$ und für $\beta \gg \beta_\mathrm{r}$ möglich sind.

b) Leiten Sie die Ausdrücke für die Phasengeschwindigkeit $v_\mathrm{ph} = \frac{\omega(\beta)}{\beta}$ und die Gruppengeschwindigkeit $v_\mathrm{gr} = \frac{\mathrm{d}\omega(\beta)}{\mathrm{d}\beta}$ her. Zeigen Sie rechnerisch, welche Form die beiden Ausdrücke für $\beta \ll \beta_\mathrm{r}$ bzw. $\beta \gg \beta_\mathrm{r}$ annehmen.

c) Berechnen Sie die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit in Luft ($\epsilon \approx \varepsilon_0$, $\kappa = 1\times10^{-14}\,\frac{1}{\Omega\,\mathrm{m}}$) und in Meerwasser ($\epsilon \approx 90\varepsilon_0$, $\kappa = 5\,\frac{1}{\Omega\,\mathrm{m}}$) bei Frequenzen von $f = 50\,\mathrm{Hz}$ und $f = 500\,\mathrm{THz}$. Gehen Sie von $\mu = \mu_0$ aus.

d) Nehmen Sie Schwingungsfrequenzen von $1\,\mathrm{Hz} \ll f \ll 1\times10^{17}\,\mathrm{Hz}$ an und nähern Sie $\alpha(\omega)$ für den Fall schlechter Leiter ($\kappa \sim 1\times10^{-14}\,\frac{1}{\Omega\,\mathrm{m}}$) und guter Leiter ($\kappa \sim 1\times10^{6}\,\frac{1}{\Omega\,\mathrm{m}}$) bei $\varepsilon = \varepsilon_0$. Welche Aussagen können Sie damit über die Ausbreitungsfähigkeit ebener Wellen in Materialien mit guter bzw. schlechter Leitfähigkeit treffen?

   Hinweis: Eine ebene Welle mit der Kreisfrequenz ω erfährt eine exponentielle Dämpfung gemäß $\exp\left(-\alpha(\omega)L\right)$, wenn sie eine Strecke L in einem Medium mit Dämpfungskonstante $\alpha(\omega)$ durchquert.

Fragen und Anregungen:

Bitte nutzen Sie das ILIAS Forum wann immer es möglich ist. Auf diese Weise können alle, die an der Veranstaltung EMW teilnehmen, von den Antworten sowie der entstehenden Diskussion profitieren. Unabhängig davon erreichen Sie uns bei Bedarf wie folgt

Prof. Dr.-Ing. Sebastian Randel: sebastian.randel@kit.edu
Patrick Matalla: patrick.matalla@kit.edu
Jonas Krimmer: jonas.krimmer@kit.edu