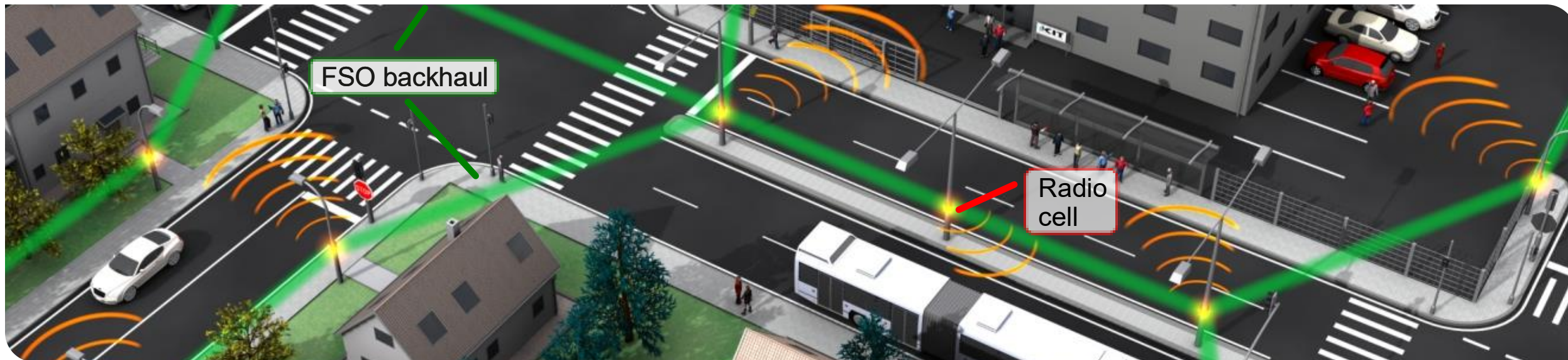


Elektromagnetische Wellen (EMW): Übung 4

Jonas Krimmer, Patrick Matalla und Sebastian Randel



Administratives

- Kontaktdaten Übungsleiter
jonas.krimmer@kit.edu
patrick.matala@kit.edu
- Die Übung wird nicht aufgezeichnet
- Übung bietet Bonussystem für die Klausur
- Machen Sie Gebrauch von den Umfragen zu den Vorlesungen!
- Heute beginnt die Online-Evaluation der Vorlesung. Link im ILIAS.
- Klausur: 10. März 2022

Oktober	November	Dezember	Januar	Februar
1 Fr	1 Mo 44	1 Mi Vorlesung 8	1 Sa	1 Di
2 Sa	2 Di	2 Do	2 So	2 Mi Vorlesung 15
3 So	3 Mi Vorlesung 4	3 Fr	3 Mo 1	3 Do
4 Mo 40	4 Do	4 Sa	4 Di	4 Fr
5 Di	5 Fr	5 So	5 Mi	5 Sa
6 Mi	6 Sa	6 Mo Übung 5 49	6 Do	6 So
7 Do	7 So	7 Di	7 Fr	7 Mo Übung 13 6
8 Fr	8 Mo Übung 1 45	8 Mi Vorlesung 9	8 Sa	8 Di
9 Sa	9 Di	9 Do	9 So	9 Mi Übung 14
10 So	10 Mi Vorlesung 5	10 Fr	10 Mo Übung 9 2	10 Do
11 Mo 41	11 Do	11 Sa	11 Di	11 Fr
12 Di	12 Fr	12 So	12 Mi Vorlesung 12	12 Sa
13 Mi	13 Sa	13 Mo Übung 6 50	13 Do	13 So
14 Do	14 So	14 Di	14 Fr	14 Mo 7
15 Fr	15 Mo Übung 2 46	15 Mi Vorlesung 10	15 Sa	15 Di
16 Sa	16 Di	16 Do	16 So	16 Mi
17 So	17 Mi Vorlesung 6	17 Fr	17 Mo Übung 10 3	17 Do
18 Mo Vorlesung 1 42	18 Do	18 Sa	18 Di	18 Fr
19 Di	19 Fr	19 So	19 Mi Vorlesung 13	19 Sa
20 Mi Vorlesung 2	20 Sa	20 Mo Übung 7 51	20 Do	20 So
21 Do	21 So	21 Di	21 Fr	21 Mo 8
22 Fr	22 Mo Übung 3 47	22 Mi Vorlesung 11	22 Sa	22 Di
23 Sa	23 Di	23 Do	23 So	23 Mi
24 So	24 Mi Vorlesung 7	24 Fr	24 Mo Übung 11 4	24 Do
25 Mo Übung 0 43	25 Do	25 Sa	25 Di	25 Fr
26 Di	26 Fr	26 So	26 Mi Vorlesung 14	26 Sa
27 Mi Vorlesung 3	27 Sa	27 Mo 52	27 Do	27 So
28 Do	28 So	28 Di	28 Fr	28 Mo Rosenmontag 9
29 Fr	29 Mo Übung 4 48	29 Mi	29 Sa	
30 Sa	30 Do	30 Do	30 So	
31 So		31 Fr	31 Mo Übung 12 5	

Themenübersicht

Übung	Aufgaben	Thematik
Übung 0	-	Mathematische und physikalische Grundlagen
Übung 1	A1, A2, A3	Wellengleichungen, ebene Wellen, Fourierreihen
Übung 2	A4, A5	Poynting-Vektor, Phasen- & Gruppengeschwindigkeit
Übung 3	A6, A7	Polarisation, Hertzscher Dipol
Übung 4	A8	Hertzscher Dipol, Dipolantenne

Wiederholung: Polarisation

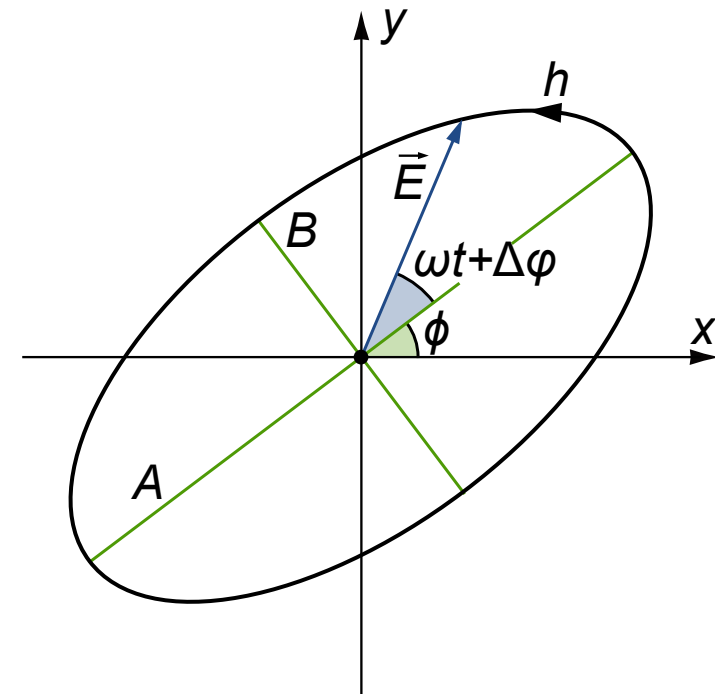
- Betrachte zwei zeitharmonische ebene Wellen, Ausbreitung in z -Richtung

$$E_x(t) = E_x \cos(\omega t - kz + \varphi_x) = E_0 a_x \cos(\omega t - kz + \varphi_x)$$
$$E_y(t) = E_y \cos(\omega t - kz + \varphi_y) = E_0 a_y \cos(\omega t - kz + \varphi_y)$$

- Zirkulare oder elliptische Polarisation unterschieden in ...
 - ... rechtsdrehend für $\Delta\varphi > 0$
 - ... linksdrehend für $\Delta\varphi < 0$
 - wobei $\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x \in [-\pi, \pi)$ (Periodizität)

Zeichnen von Polarisationsellipsen...

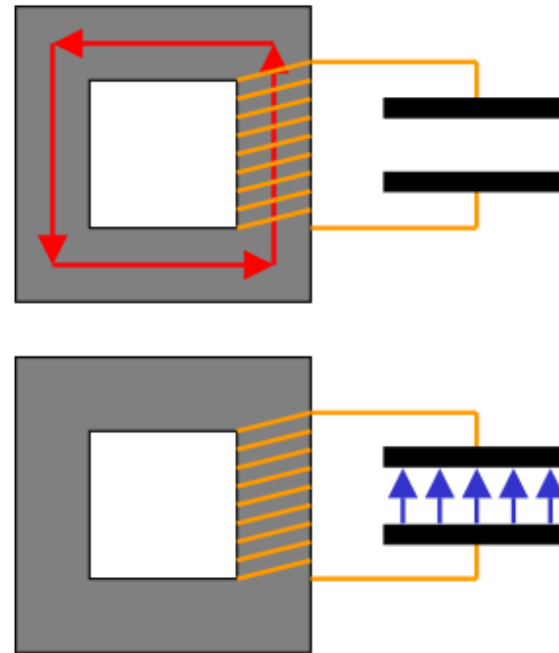
- ... oder weshalb wir dieses Thema vorerst dem Computer überlassen
- Zwischen dem Winkel der Ellipsenhauptachse und der horizontalen Achse hängt vom Amplituden- und Phasenverhältnis von E_x und E_y ab.
- Dementsprechend besteht auch ein komplexer Zusammenhang zwischen Haupt- und Nebenachsen A bzw. B und den Feldamplituden E_x und E_y .



Grundprinzip Antenne (I)

- **Definition:** Eine Antenne ist ein offener elektromagnetischer Schwingkreis, der leitungsgebundene elektromagnetische Wellen in Freiraumwellen umwandelt und umgekehrt.

Schwingkreis besteht aus
Spule & Kondensator:
Periodischer
Energietransfer zwischen
E- & H-Feld



Energie im Magnetfeld der Spule

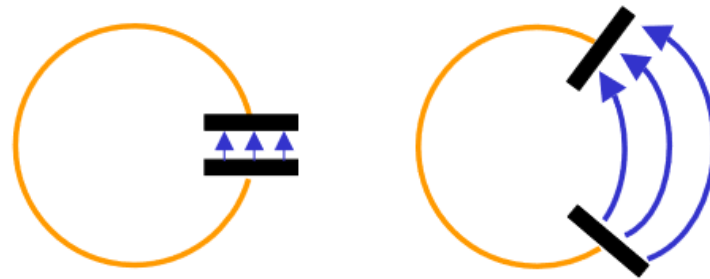
Energie im elektrischen Feld
des Kondensators

Aus VL Experimentalphysik II – Oberflächenphysik, Uni Kassel. Thema: Elektromagnetische Wellen:

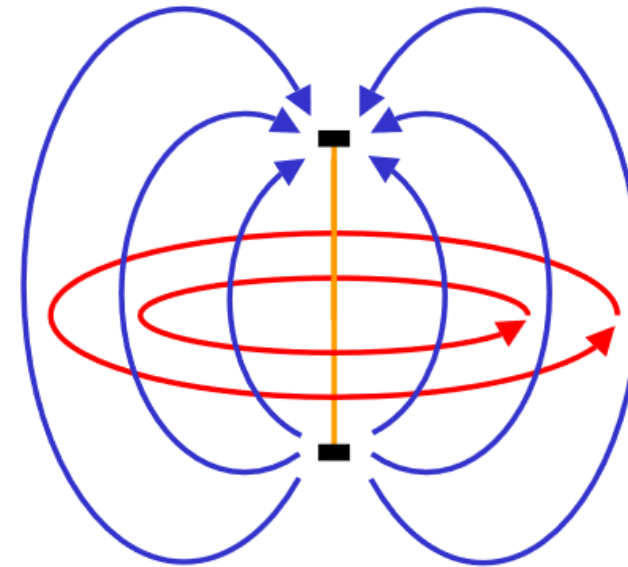
<https://www.uni-kassel.de/fb10/institute/physik/forschungsgruppen/oberflaechenphysik/lehre/vorlesungen/experimentalphysik-ii-elektrizitaet-und-optik>

Grundprinzip Antenne (II)

- Auch ein gerades Leiterstück besitzt Induktivität & Kapazität → bildet einen offenen Schwingkreis mit einer gewissen Resonanzfrequenz
- Aufrechterhaltung Schwingung durch Energiezufuhr (Ausgleich Verluste)



Öffnen von Spule und Kondensator



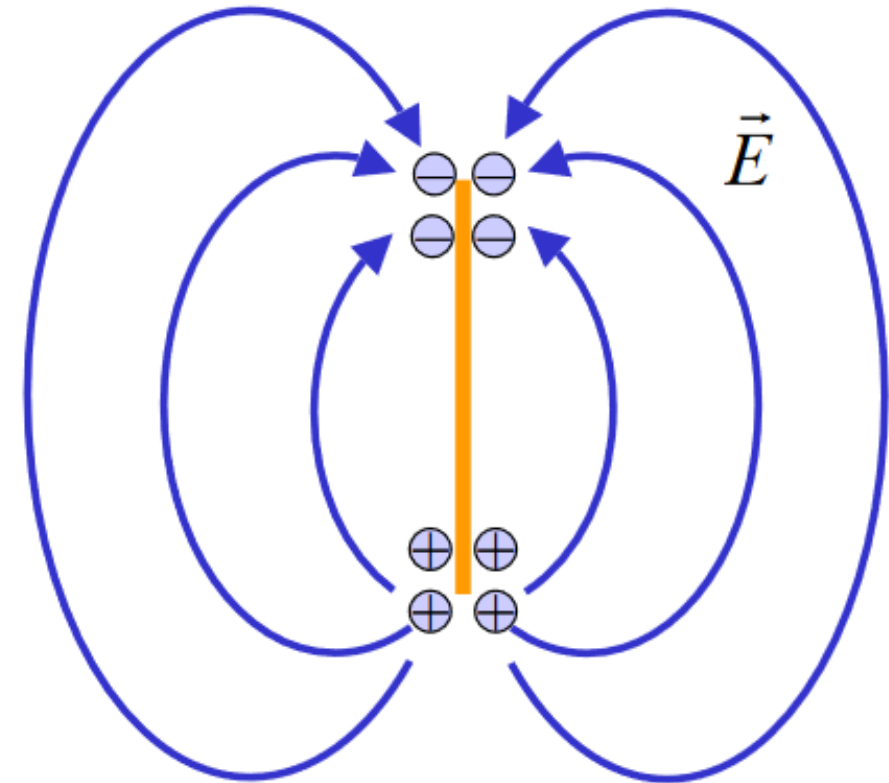
Dipol

Aus VL Experimentalphysik II – Oberflächenphysik, Uni Kassel. Thema: Elektromagnetische Wellen:

<https://www.uni-kassel.de/fb10/institute/physik/forschungsgruppen/oberflaechenphysik/lehre/vorlesungen/experimentalphysik-ii-elektrizitaet-und-optik>

Dipolantenne (I)

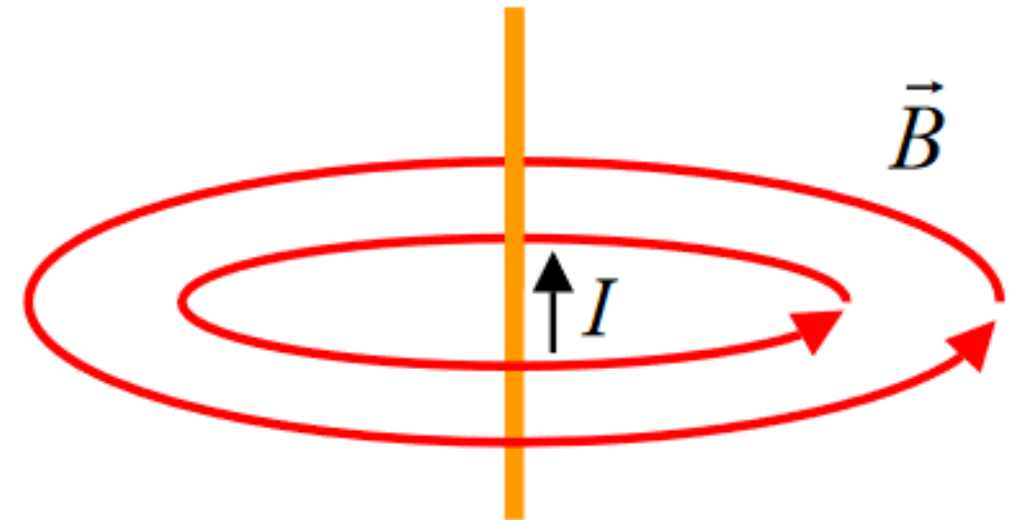
- Anlegen einer elektrischen Wechselspannung → Energiezufuhr
- Separation elektrischer Ladungen → elektrischer Dipol
- **Folge:** elektr. Quellenfeld, das mit der Entfernung zum Leiter gemäß $1/r^2$ bzw. $1/r^3$ abnimmt



Aus VL Experimentalphysik II – Oberflächenphysik, Uni Kassel. Thema: Elektromagnetische Wellen:
<https://www.uni-kassel.de/fb10/institute/physik/forschungsgruppen/oberflaechenphysik/lehre/vorlesungen/experimentalphysik-ii-elektrizitaet-und-optik>

Dipolantenne (II)

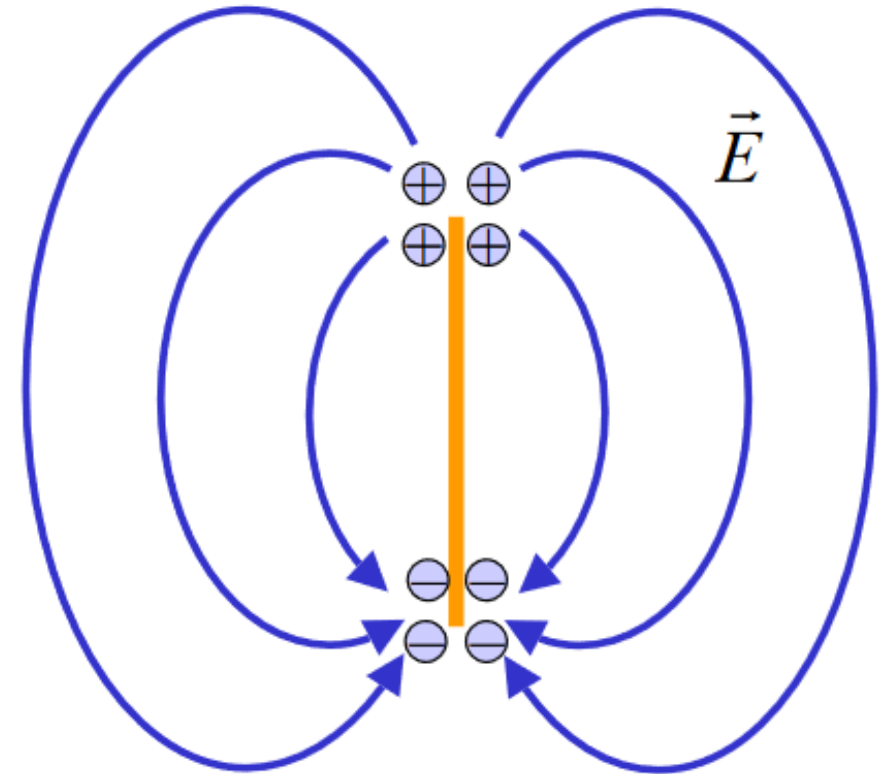
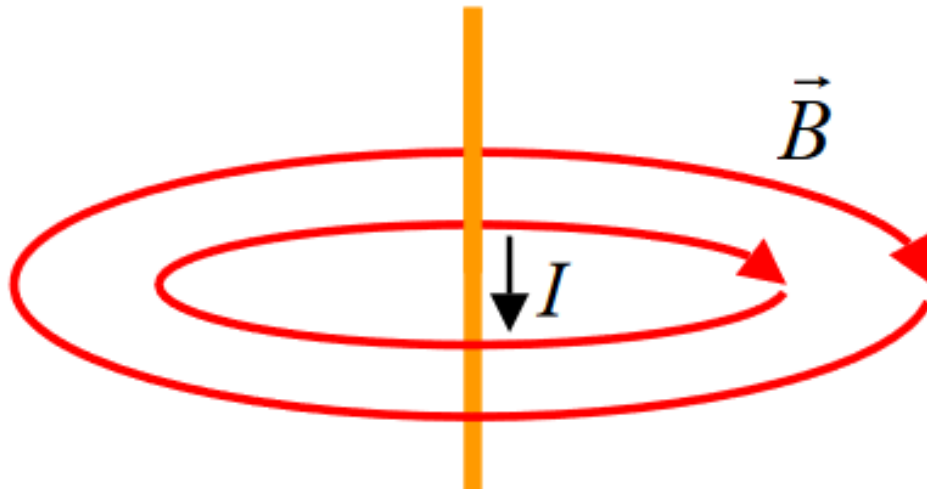
- Ladungstrennung → Strom
- Stromdurchflossener Leiter → magnetischer Dipol
- **Folge:** magnetisches Wirbelfeld, das mit der Entfernung zum Leiter gemäß $1/r^2$ bzw. $1/r^3$ abnimmt



Aus VL Experimentalphysik II – Oberflächenphysik, Uni Kassel. Thema: Elektromagnetische Wellen:
<https://www.uni-kassel.de/fb10/institute/physik/forschungsgruppen/oberflaechenphysik/lehre/vorlesungen/experimentalphysik-ii-elektrizitaet-und-optik>

Dipolantenne (III)

- Umpolung der Wechselspannung → Umorientierung der Ladungen (→ des elektrischen Felds) & Umorientierung des Stromflusses (→ des magnetischen Felds)

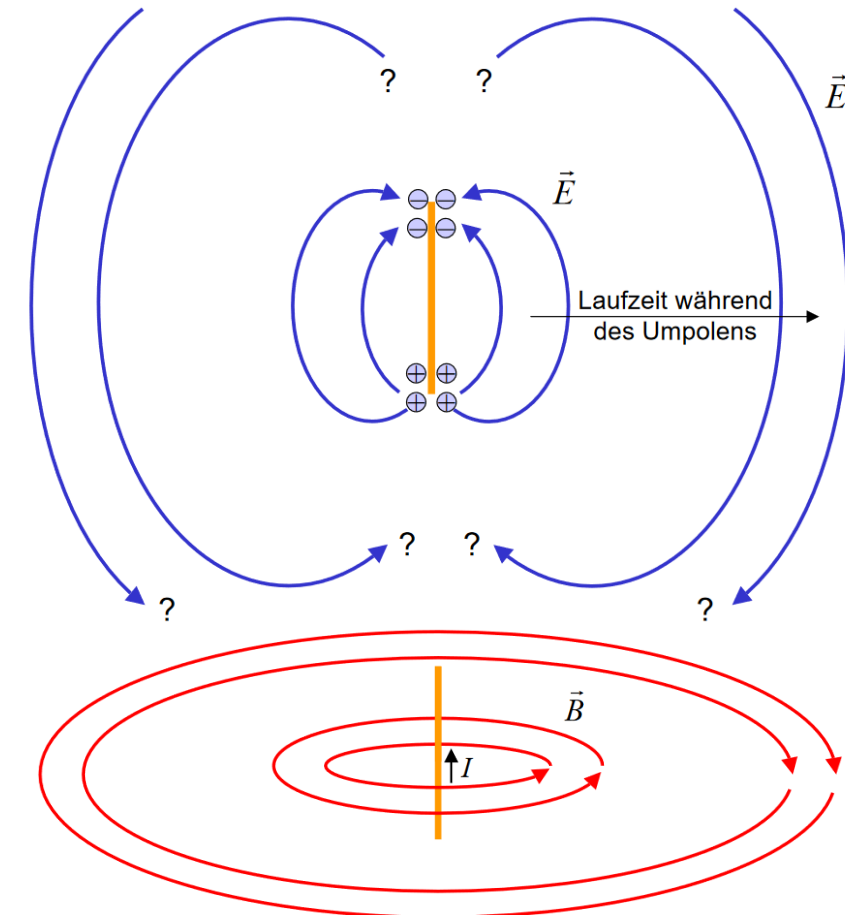


Aus VL Experimentalphysik II – Oberflächenphysik, Uni Kassel. Thema: Elektromagnetische Wellen:

<https://www.uni-kassel.de/fb10/institute/physik/forschungsgruppen/oberflaechenphysik/lehre/vorlesungen/experimentalphysik-ii-elektrizitaet-und-optik>

Abstrahlung von Antennen (I)

- Schwingungsfrequenz gering: Quasi-statische Felder
 - Es pendelt nur Blindleistung zwischen Antenne und Umgebung hin und her
- Bei Anregung mit ausreichend hoher Frequenz: Zeitliche Änderung der Felder geht mit räumlicher Änderung einher
- Gemäß Maxwellschen Gleichungen: Zeitlich veränderliches Magnetfeld → elektrisches Wirbelfeld und vice versa

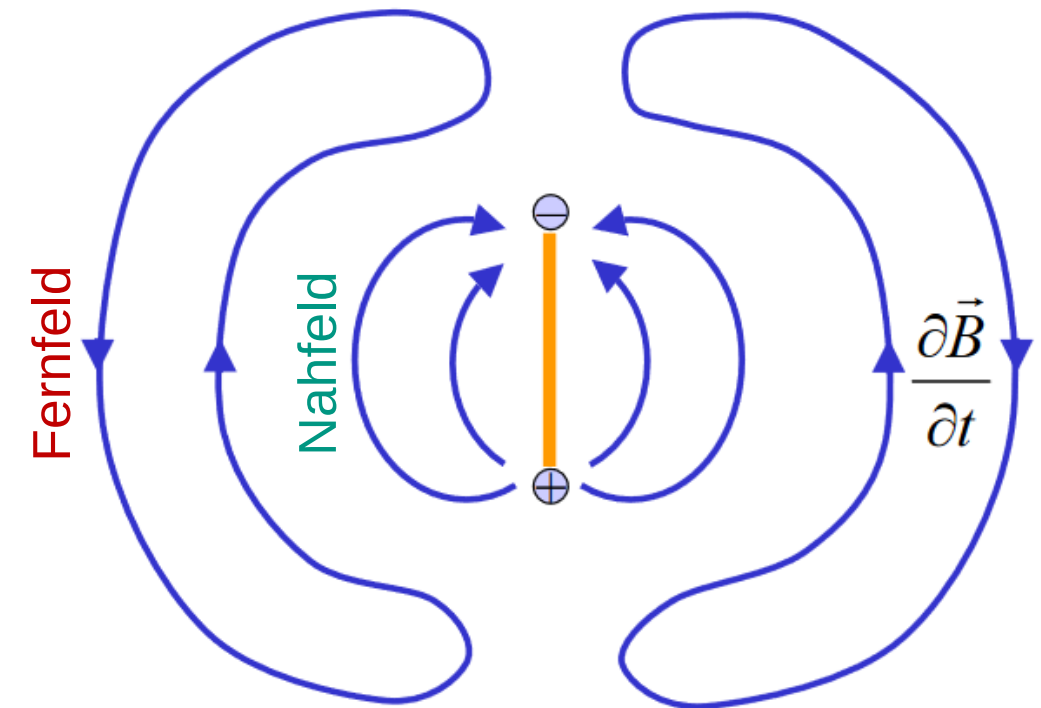


Aus VL Experimentalphysik II – Oberflächenphysik, Uni Kassel. Thema: Elektromagnetische Wellen:

<https://www.uni-kassel.de/fb10/institute/physik/forschungsgruppen/oberflaechenphysik/lehre/vorlesungen/experimentalphysik-ii-elektrizitaet-und-optik>

Abstrahlung von Antennen (II)

- Wirbelfeld führt zu geschlossenen Feldlinien
- In **ausreichendem Abstand zum Leiter** ist das EM-Feld unabhängig von den verursachenden Ladungen bzw. Strömen; räumliche Abhängigkeit: $1/r$
- **Anschaung:** Ausbreitendes Feld verliert an den Dipolenden die Kopplung an die Antenne wenn sich die Richtung der Feldvektoren umkehrt; die Felder werden durch die Umkehr „abgestoßen“
- → Wirkleistungsabgabe an Umgebung



Aus VL Experimentalphysik II – Oberflächenphysik, Uni Kassel. Thema: Elektromagnetische Wellen:

<https://www.uni-kassel.de/fb10/institute/physik/forschungsgruppen/oberflaechenphysik/lehre/vorlesungen/experimentalphysik-ii-elektrizitaet-und-optik>

Wiederholung: Nah- vs. Fernfeld

Nahfeld

- Mitbestimmt durch Ladungen & Ströme
- Beitrag zu den Feldstärken klingt gemäß $1/r^2$ bzw. $1/r^3$ ab
- Fernfeldbeitrag mit $1/r$ auch hier vorhanden, jedoch vernachlässigbar

Fernfeld

- Ladungen & Ströme haben keinen Einfluss mehr
- Felder erzeugen sich durch zeitliche Änderung gegenseitig
- Beitrag zu den Feldstärken klingt gemäß $1/r$ ab.
- Nahfeldbeitrag mit $1/r^2$ bzw. $1/r^3$ auch hier vorhanden, jedoch vernachlässigbar

Hertzscher Dipol

- **Definition:** Infinitesimales Stromelement mit homogener & harmonischer Stromverteilung
- Aufgrund der räumlichen Ladungsverschiebungen stellt auch dieses Stromelement einen Dipol dar
- Eine beliebig dünne, lineare Antenne kann als Aneinanderreihung Hertzscher Dipole betrachtet werden. Das Gesamtfeld ergibt sich dann aus der Überlagerung aller Teilfelder:

$$\mathbf{E} = \sum_i \mathbf{E}_i \Delta z_i = \int \mathbf{E}_i dz$$

Aufgabe 8 – Teile a) & b)

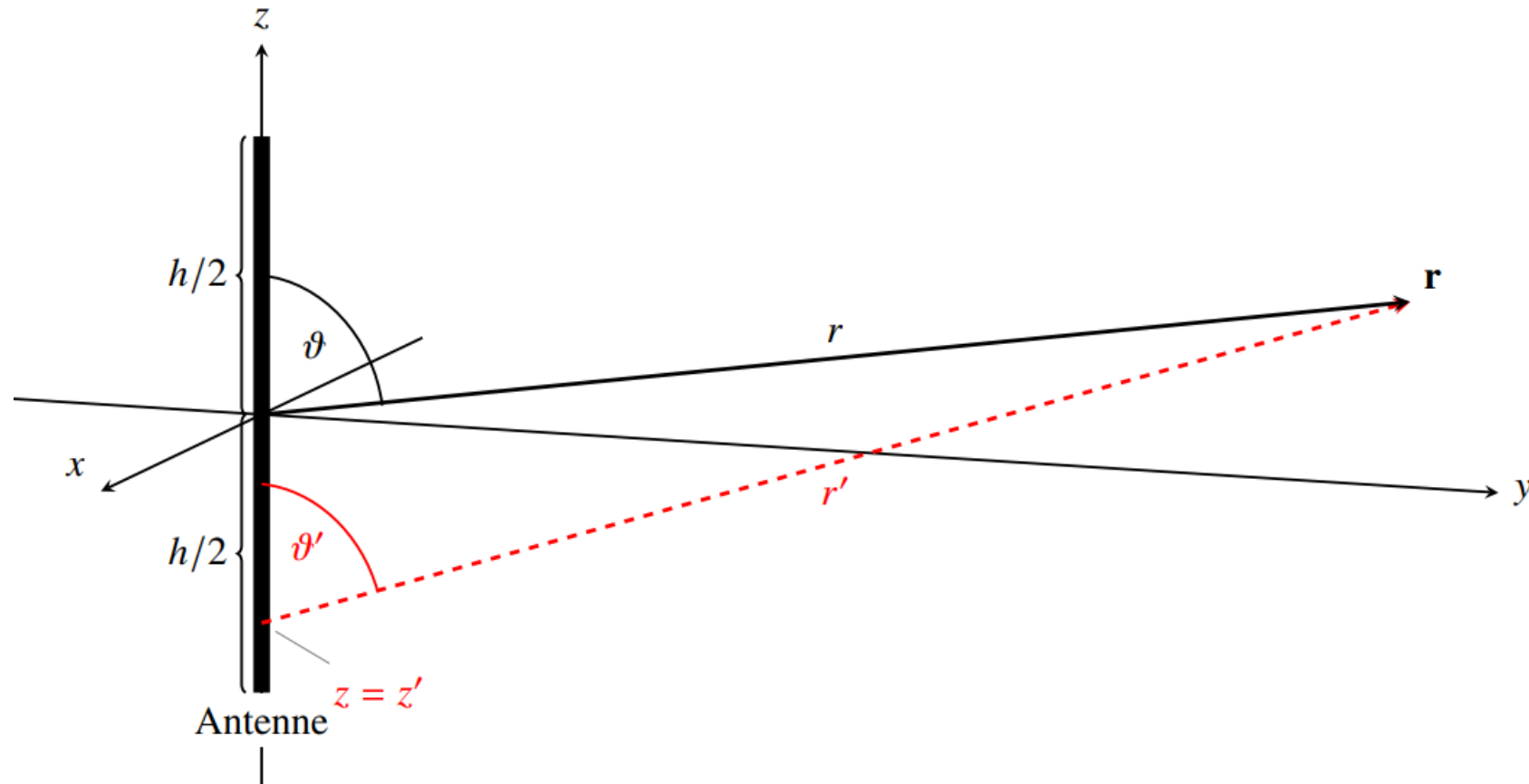
Für das magnetische Vektorpotential eines Hertzschen Dipols gelte:

$$\underline{\mathbf{A}} = \underline{A}_z \mathbf{e}_z$$
$$\underline{A}_z = \frac{\mu \Delta s \underline{I}_0}{4\pi} \frac{1}{kr} \exp(j(\omega t - kr))$$

- a) Zeigen Sie, dass $\underline{A}_z$ die Wellengleichung erfüllt (beachten Sie die Form des Laplace-Operators in Kugelkoordinaten) und verwenden Sie die Einheitsvektoren in Kugelkoordinaten, um $\underline{\mathbf{A}}$ darzustellen.
- b) Berechnen Sie aus dem Vektorpotential $\underline{\mathbf{A}}$ die magnetische Feldstärke $\underline{\mathbf{H}}$. In welchem Abstand r zum Dipol sind die Anteile des Nah- und des Fernfeldes gleich groß?

Hinweis: Verwenden Sie die in a) ermittelte Darstellung des Vektorpotentials in Kugelkoordinaten.

Aufgabe 8 - Abbildung



Aufgabe 8 – Teil c)

Im Folgenden soll das Fernfeld einer linearen Antenne der Höhe h und infinitesimaler Dicke (siehe Abbildung 1) mit der z -abhängigen Stromverteilung

$$\underline{I}(z, t) = \underline{I}_0 \sin(k(h - |z|)) \exp(j \omega t)$$

betrachtet werden. Der Mittelpunkt der Antenne befinde sich im Koordinatenursprung.

- c) Ermitteln Sie das elektrische Fernfeld der Antenne. Nehmen Sie dazu an, dass sich das resultierende elektrische Feld aus der Überlagerung der Felder Hertzscher Dipole ergibt, welche entlang der z -Achse bei $z = z'$ angeordnet sind und den Abstand $r' = \|\mathbf{r} - z' \mathbf{e}_z\|$ von dem Beobachtungspunkt,

der durch den Ortsvektor $\mathbf{r}$ gegeben ist, aufweisen. Wählen Sie dementsprechend den folgenden Ansatz

$$\underline{E}_\vartheta = j \frac{1}{4\pi} \frac{k^2}{\omega \varepsilon} \int_{-h/2}^{h/2} \underline{I}(z', t) \frac{\exp(-j k r')}{r'} \sin \vartheta' dz'. \quad (1)$$

Aufgabe 8 – Teil c)

- i) Drücken Sie zunächst r' und $\sin \vartheta'$ in Abhängigkeit von r , z und z' aus. Vereinfachen Sie dabei soweit möglich.
- ii) Im Fernfeld gilt $r \gg h$. Begründen Sie anhand der Ergebnisse aus (i), weshalb Sie für alle $z' \in [-h/2, h/2]$ die folgenden Näherungen verwenden können

$$\begin{aligned}\vartheta' &\approx \vartheta = \text{const} , \\ \frac{1}{r} &\approx \frac{1}{r'} , \\ r' &\approx r - z' \cos \vartheta .\end{aligned}$$

Gehen Sie insbesondere darauf ein, weshalb wir in der komplexen Exponentialfunktion nicht einfach $r' \approx r$ verwenden können.

- iii) Setzen Sie die Näherungen aus (ii) in (1) ein. Verwenden Sie anschließend die Eulersche Formel und daraufhin die Symmetrieeigenschaften des Integranden, um das Integral zu lösen.

Hinweis: Es gilt

$$\int_0^h \sin(k(h-z)) \cos(kz \cos \vartheta) \, dz = \frac{\cos(kh \cos \vartheta) - \cos(kh)}{k \sin^2 \vartheta} .$$

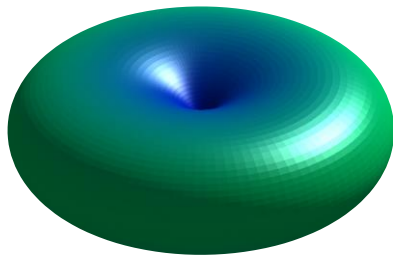
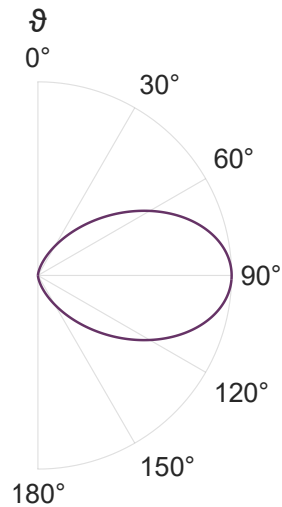
Aufgabe 8 – Teil d)

In ausreichend großem Abstand von der Antenne kann $E_\vartheta = \Re\{\underline{E}_\vartheta\}$ durch eine ebene Welle approximiert werden. Dementsprechend gilt für den Poynting-Vektor $S_r \propto E_\vartheta^2$. Skizzieren Sie die Richtcharakteristik $S_r(\vartheta)$ der Antenne für $h = \lambda/2$, $h = \lambda$ und $h = 2\lambda$ in einem Polardiagramm. Gerne können Sie dazu Matlab verwenden und auf die Funktion [polarplot](#) zurückgreifen.

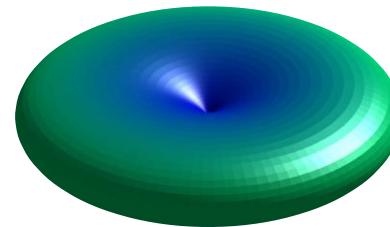
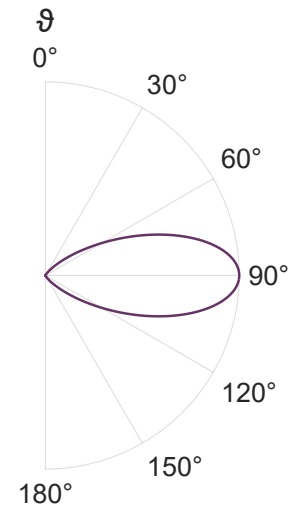
Hinweis: Es gilt $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Aufgabe 8 – Teil d) Lösung

$$h = \lambda/2$$



$$h = \lambda$$



$$h = 2\lambda$$

