EMW Übungsblatt 05

Abgabe bis zum 06.12.2021 um 12:00 via ILIAS

Aufgabe 9:

Eine ebene, linear polarisierte elektromagnetische Welle breitet sich in einem Medium 1 aus und trifft unter einem Winkel α_e bei $z = 0$ auf eine Grenzfläche zu einem zweiten Medium (s. Abbildung 1). Das H-Feld liegt in der Einfallsebene und das E-Feld steht orthogonal auf der Einfallsebene. Ein Teil der Welle wird reflektiert, ein Teil wird durchgelassen (transmittiert). Medium 1 hat die Dielektrizitätskonstante $\varepsilon = \varepsilon_1$ und Medium 2 $\varepsilon = \varepsilon_2$. Es gilt überall für die magnetische Permeabilität $\mu = \mu_0$ und für die Leitfähigkeit $\kappa = 0$. Die E-Felder der schräg laufenden Welle lassen sich mit Hilfe des Wellenvektors $\mathbf{k}$ und des Ortsvektors $\mathbf{r}$ wie folgt beschreiben. Der Ortsvektor ist hier als Vektor in kartesischen Koordinaten aufzufassen, d.h. $\mathbf{r} = x\,\mathbf{e}_x + y\,\mathbf{e}_y + z\,\mathbf{e}_z$.

Hinlaufende Welle:

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{E}}_\mathrm{e}(\mathbf{r}, t) &= \underline{E}_\mathrm{e} \exp\left(\mathrm{j}(\omega t - \underline{\mathbf{k}}_\mathrm{e}\mathbf{r})\right)\, \mathbf{e}_x \\ \underline{\mathbf{k}}_\mathrm{e} &= k_1 \left(\sin\alpha_\mathrm{e}\,\mathbf{e}_y + \cos\alpha_\mathrm{e}\,\mathbf{e}_z\right) \end{aligned}$$

Reflektierte Welle:

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{E}}_\mathrm{r}(\mathbf{r}, t) &= \underline{E}_\mathrm{r} \exp\left(\mathrm{j}(\omega t - \underline{\mathbf{k}}_\mathrm{r}\mathbf{r})\right)\, \mathbf{e}_x \\ \underline{\mathbf{k}}_\mathrm{r} &= k_1 \left(\sin\alpha_\mathrm{r}\,\mathbf{e}_y - \cos\alpha_\mathrm{r}\,\mathbf{e}_z\right) \end{aligned}$$

Durchgelassene Welle:

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{E}}_\mathrm{t}(\mathbf{r}, t) &= \underline{E}_\mathrm{t} \exp\left(\mathrm{j}(\omega t - \underline{\mathbf{k}}_\mathrm{t}\mathbf{r})\right)\, \mathbf{e}_x \\ \underline{\mathbf{k}}_\mathrm{t} &= k_2 \left(\sin\alpha_\mathrm{t}\,\mathbf{e}_y + \cos\alpha_\mathrm{t}\,\mathbf{e}_z\right) \end{aligned}$$

Hinweis: $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ und $Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$.

a) Weist die Welle senkrechte oder parallele Polarisation auf? Begründen Sie.

b) Verwenden Sie für den Fall $t = 0$ und $z = 0$ die Stetigkeitsbedingung der Tangentialkomponente des E-Feldes, um die Reflexions- und Transmissionswinkel zu berechnen.

c) Berechnen Sie für den Fall $t = 0$ und $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ mit folgendem Zusammenhang das $\underline{\mathbf{H}}$-Feld:

$$\underline{\mathbf{H}} = \frac{1}{Z}\mathbf{e}_k \times \underline{\mathbf{E}}$$

Hinweis: Da $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ist, gilt z.B. $\mathbf{e}_{k_\mathrm{e}} = \sin\alpha_\mathrm{e}\,\mathbf{e}_y + \cos\alpha_\mathrm{e}\,\mathbf{e}_z$.

d) Stellen Sie nun die Stetigkeitsbedingungen für alle Felder auf ($t = 0$ und $\mathbf{r} = \mathbf{0}$) und berechnen Sie so E_t und E_r in Abhängigkeit von E_e. Geben Sie abschließend die Reflexions- und Transmissionsfaktoren an.

e) Ab welchem Einfallswinkel $\alpha_{e,\mathrm{kritisch}}$ kann kein reelles α_t die Gleichung aus b) erfüllen? Welche Voraussetzung muss hierbei für ε_1 und ε_2 erfüllt sein? Erklären Sie, was für Winkel $\alpha_\mathrm{e} \geq \alpha_{e,\mathrm{kritisch}}$ mit der Welle in Medium 2 passiert.

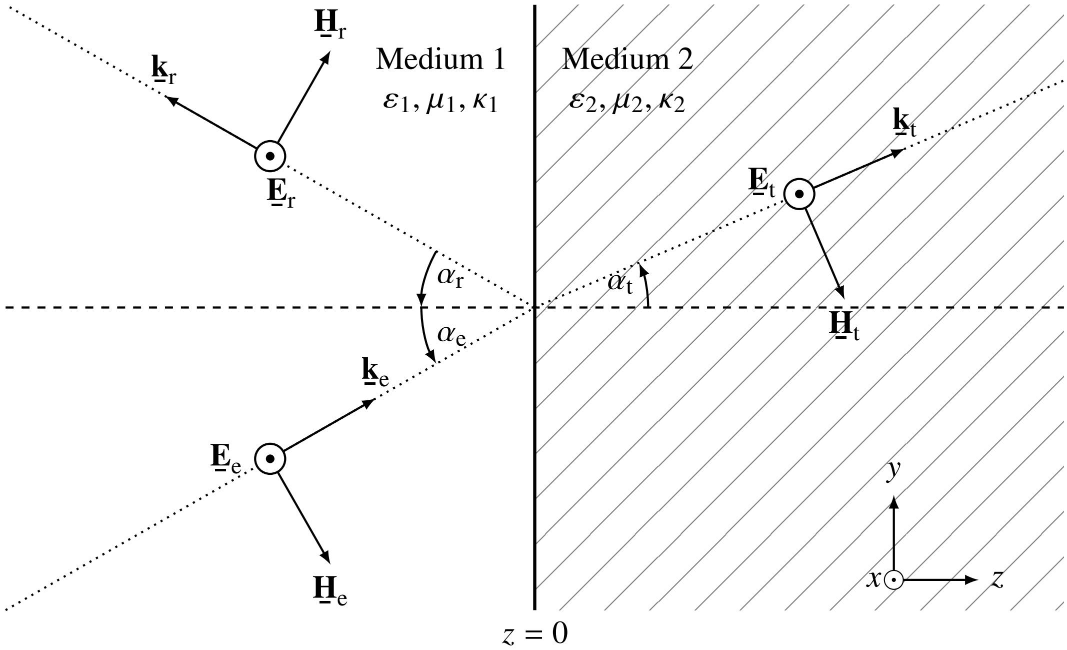

Abbildung 1

f) Berechnen Sie den kritischen Winkel $\alpha_{e,\text{kritisch}}$ für den Übergang von Quarzglas $\varepsilon_{r,\text{Quarzglas}} \approx 2.132$ zu Luft $\varepsilon_{r,\text{Luft}} \approx 1$.

Fragen und Anregungen:

Bitte nutzen Sie das ILIAS Forum wann immer es möglich ist. Auf diese Weise können alle, die an der Veranstaltung EMW teilnehmen, von den Antworten sowie der entstehenden Diskussion profitieren. Unabhängig davon erreichen Sie uns bei Bedarf wie folgt

Prof. Dr.-Ing. Sebastian Randel: sebastian.randel@kit.edu
Patrick Matalla: patrick.matalla@kit.edu
Jonas Krimmer: jonas.krimmer@kit.edu