

EMW Übungsblatt 09

Abgabe bis zum 17.01.2021 um 12:00 via ILIAS

Aufgabe 16:

Gegeben sei ein Hohlleiter mit rechteckigem Querschnitt und den Kantenlängen a und b , siehe Abbildung 1. Das Innere des Hohlleiters ist mit Vakuum gefüllt und seine Randflächen bestehen aus einem Material mit unendlich hoher Leitfähigkeit. Im Inneren des Hohlleiters breitet sich eine E-Welle (oder TM-Welle) in positive z -Richtung aus.

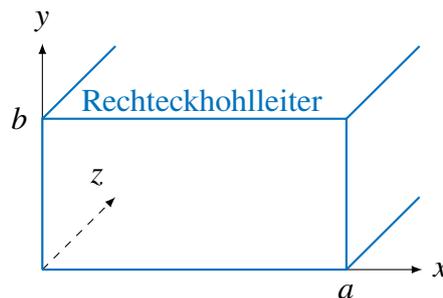


Abbildung 1

Beachten Sie, dass aus den Maxwellgleichungen die folgenden Beziehungen zwischen den komplexen Amplituden der transversalen und longitudinalen Feldkomponenten hergeleitet werden können.

$$\begin{aligned}\underline{E}_x &= -\frac{1}{\omega^2\mu\varepsilon - k_z^2} \left(jk_z \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x} + j\omega\mu \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y} \right) \\ \underline{E}_y &= -\frac{1}{\omega^2\mu\varepsilon - k_z^2} \left(jk_z \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y} - j\omega\mu \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial x} \right) \\ \underline{H}_x &= -\frac{1}{\omega^2\mu\varepsilon - k_z^2} \left(jk_z \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial x} - j\omega\varepsilon \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y} \right) \\ \underline{H}_y &= -\frac{1}{\omega^2\mu\varepsilon - k_z^2} \left(jk_z \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y} + j\omega\varepsilon \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x} \right)\end{aligned}$$

- Geben Sie die Randbedingungen für das elektrische Feld $\underline{E}(x, y, z, t)$ auf den Leiterflächen an.
- Welche der beiden folgenden Ansätze für $\underline{E}_z(x, y, z, t)$ genügt den Randbedingungen? Begründen Sie durch Rechnung. Welche Bedingungen müssen demnach die transversalen Wellenzahlen k_x und k_y erfüllen? Bezeichnen Sie die Modenindizes in x - bzw. y -Richtung mit m bzw. n .

$$\underline{E}_z(x, y, z, t) = E_0 \cos(k_x x) \cos(k_y y) e^{j(\omega t - k_z z)}$$

$$\underline{E}_z(x, y, z, t) = E_0 \sin(k_x x) \sin(k_y y) e^{j(\omega t - k_z z)}$$

- Bestimmen Sie für eine gegebene Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ die Wellenzahl k_z mit dem größtmöglichen Betrag unter Berücksichtigung Ihrer bisherigen Ergebnisse. Wählen Sie als Ausgangspunkt die allgemeine Wellengleichung für homogene Materialien.
- Ermitteln Sie die Grenzfrequenz $f_{c,m,n}$ aller Moden (m, n) indem Sie $k_z = 0$ setzen. Erklären Sie was für Frequenzen $f < f_{c,m,n}$ gilt.

- e) Im Folgenden sei für die Dimensionierung des Hohlleiters $a = 2b$ gegeben. In welchem Bereich $f_l < f < f_h$ muss die Frequenz der E-Wellen liegen, damit ausschließlich die niedrigste Mode (Grundmode) im Wellenleiter angeregt wird?
- f) Berechnen Sie für die E-Grundmode alle Feldkomponenten E_x , E_y , E_z , H_x , H_y und H_z .
- g) Abbildung 2 zeigt die Feldlinien des elektrischen (durchgezogene Linien) und des magnetischen (gestrichelte Linien) Feldes eines Hohlleiters. Erklären Sie, ob es sich um eine E- oder H-Welle handelt. Begründen Sie zudem, welche Mode (m, n) dargestellt ist.

Hinweis: Beachten Sie, dass in dieser Abbildung die x - und y -Achsen vertauscht sind.

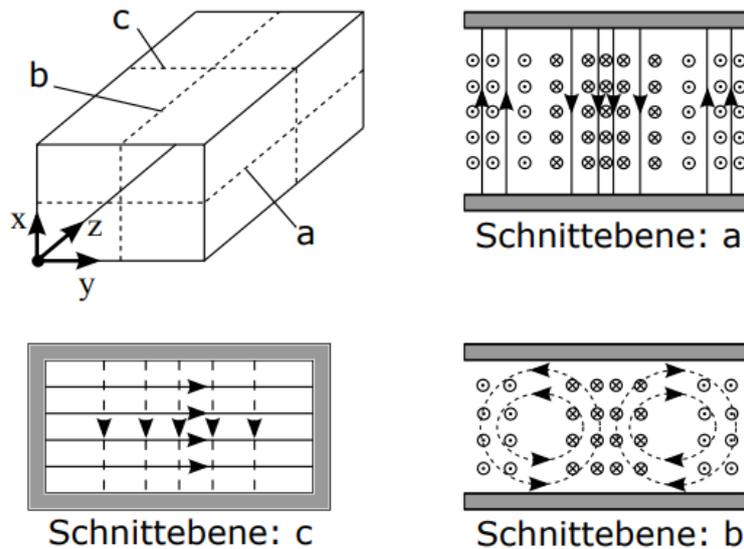


Abbildung 2

Fragen und Anregungen:

Bitte nutzen Sie das ILIAS Forum wann immer es möglich ist. Auf diese Weise können alle, die an der Veranstaltung EMW teilnehmen, von den Antworten sowie der entstehenden Diskussion profitieren. Unabhängig davon erreichen Sie uns bei Bedarf wie folgt

Prof. Dr.-Ing. Sebastian Randel: sebastian.randel@kit.edu

Patrick Matalla: patrick.matalla@kit.edu

Jonas Krimmer: jonas.krimmer@kit.edu