

EMW Übungsblatt 11

Abgabe bis zum 31.01.2021 um 12:00 via ILIAS

Aufgabe 18:

Gegeben sei ein dielektrischer Schichtwellenleiter, welcher sich aus drei übereinander geschichteten Dielektrika (Vakuum-Schicht 2-Vakuum) zusammensetzt und die einfachste Form eines dielektrischen Wellenleiters darstellt. Längs dieses Wellenleiters, d.h. in z -Richtung breite sich eine elektromagnetische Welle aus. Die Wellenausbreitung kann anhand von ebenen Wellen anschaulich gemacht werden, die an den Grenzflächen wiederholt vollständig reflektiert werden und somit einem Zick-Zack-Pfad durch den Wellenleiter folgen.

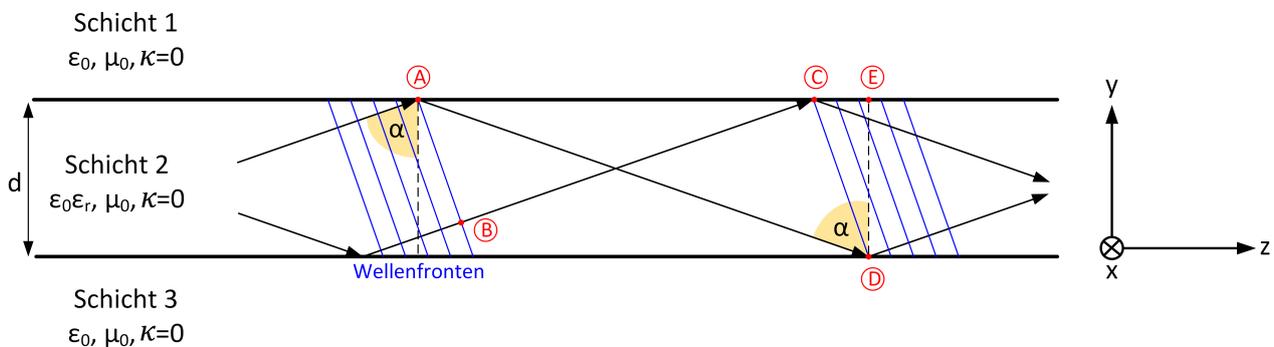


Abbildung 1

- a) Stellen Sie mit Hilfe von Abbildung 1 die Bedingung dafür auf, damit sich ein konstantes in z -Richtung laufendes Wellenbild / Feldmuster ergibt. Stellen Sie dafür zunächst die Bedingung in Abhängigkeit der Weglängen auf und ermitteln Sie anschließend durch geometrische Überlegung wie diese formuliert werden können. Gehen Sie davon aus, dass der in der Abbildung gegebene Winkel α größer als der kritische Winkel der Totalreflexion ist.

Aus den Überlegungen in a) wird ersichtlich, dass eine elektromagnetische Welle in der dielektrischen Platte nur dann ausbreitungsfähig ist, wenn sich die einfallenden und reflektierten ebenen Wellen auf ihrem Zick-Zack-Pfad derart überlagern, dass sich eine stehende Welle zwischen den Grenzflächen ausbildet. Das aus der stehenden Welle resultierende konstante Wellenbild / Feldmuster breitet sich in z -Richtung aus und wird auch als Modus (englisch: mode, eingedeutscht: Mode) bezeichnet. Es genügt daher, die transversale Verteilung solcher Moden mit $\underline{E}_{x,m}$ mathematisch zu beschreiben.

- b) Gehen Sie vom Durchflutungsgesetz und Induktionsgesetz aus und zeigen Sie, dass es zwei Modenfamilien (senkrechte und parallele Polarisation oder in der Literatur auch TE- und TM-Moden) gibt, die sich unabhängig voneinander im Wellenleiter ausbreiten können. Nutzen Sie dazu die Tatsache, dass der Wellenleiter in x -Richtung unendlich ausgedehnt ist.

Eine Welle mit senkrechter Polarisation (TE-Mode) mit dem elektrischen Feld $\underline{E}_x(y)$ breitet sich in z -Richtung aus. Demnach gilt für das elektrische Feld an jedem beliebigen Ort

$$\underline{\mathbf{E}}(x, y, z, t) = \underline{E}_x \mathbf{e}_x = \underline{E}_{x,m}(y) e^{j(\omega t - k_z z)} \mathbf{e}_x.$$

- c) Leiten Sie eine allgemeine Gleichung für das elektrische Feld $\underline{E}_{x,m}(y)$ der TE-Mode her. Wählen Sie dazu als Ausgangspunkt die Wellengleichung, welche die Mode erfüllen muss. Wählen Sie anschließend einen geeigneten Lösungsansatz für jede der drei dielektrischen Schichten und nutzen Sie die Randbedingungen (bzw. Stetigkeitsbedingungen) an den Grenzflächen aus.
- d) Skizzieren Sie über der y -Achse das elektrische Feld $\underline{E}_{x,m}(y)$ der ersten drei TE-Moden, die sich im Wellenleiter ausbreiten können. Welcher wesentliche Unterschied besteht gegenüber der in der 15. Aufgabe diskutierten Parallelplattenleitung mit ideal leitfähigen Platten?
- e) Berechnen Sie die zugehörigen magnetischen Felder $\underline{H}_{y,m}(y)$ und $\underline{H}_{z,m}(y)$ der TE-Moden. Es ist eine allgemeine, für alle TE-Moden gültige Darstellung gesucht.

Aufgabe 19:

Wir betrachten die Einkopplung von Licht in einen dielektrischen Schichtwellenleiter welcher sich aus drei übereinander geschichteten Dielektrika zusammensetzt. Damit sich in einem solchen Wellenleiter geführte Wellen ausbreiten können, muss der Winkel θ unter welchem das Licht auf die Grenzflächen der Dielektrika trifft, folgende Beziehung erfüllen (siehe vorherige Aufgabe)

$$\cos \theta = \frac{m \pi - \varphi_{s,p}}{k_1 d}, \quad m \in \mathbb{N}.$$

wobei $\varphi_{s,p}$ den Phasensprung für senkrechte / parallele Polarisation im Zuge der Reflexion darstellt. Im Folgenden werde das Licht an der linken, seitlichen Kante in den Schichtwellenleiter eingekoppelt (siehe Abbildung 2).

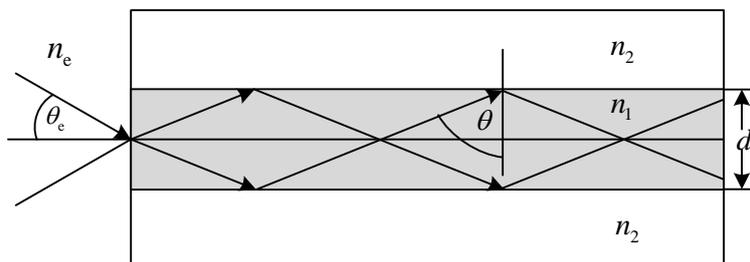


Abbildung 2

- a) Welche Bedingung an den Einfallswinkel θ_e an der Grenzfläche muss erfüllt sein, damit sich im Plattenleiter ein konstantes, in z -Richtung laufendes Wellenbild/Feldmuster ausbildet?
- b) Wir betrachten nun Licht mit einer Wellenlänge von $\lambda = 0.87 \mu\text{m}$ das in den Schichtwellenleiter der Dicke $d = 2 \mu\text{m}$ eingekoppelt wird. Die für den Schichtwellenleiter verwendeten Dielektrika weisen die Brechungsindizes $n_1 = 1.6$ bzw. $n_2 = 1.4$ auf. Ermitteln Sie den für die Ausbreitung im Wellenleiter kritischen Winkel θ_c , den maximalen Winkel θ_e unter dem Licht aus der Luft ($n_e = 1$) eingekoppelt werden kann und die numerische Apertur (NA) des Wellenleiters.

Hinweis: In Luft gilt $NA \approx \sin \theta_e$.

Eine weitere Möglichkeit zur Einkopplung in dielektrische Schichtwellenleiter ist in Abbildung 3 dargestellt und basiert auf der Verwendung eines Prismas. Hier wird die einfallende Welle zunächst an dem Prisma mit Brechungsindex n_p gebrochen, bevor sie anschließend unter einem Winkel $\theta_p < \theta_c$ auf die Grenzfläche zwischen Prisma und Material 2 trifft. Die einfallende und reflektierte Welle bilden eine sich im Prisma in z -Richtung ausbreitende Welle mit $\beta_p = n_p k_0 \cos \theta_p$.

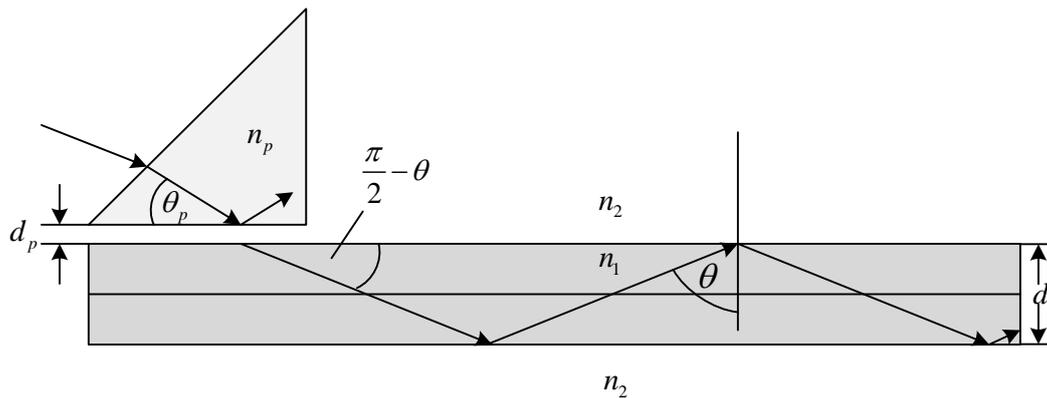


Abbildung 3

- c) Erklären Sie, wie Licht in den dielektrischen Plattenleiter einkoppeln kann, obwohl die einfallende Welle im Prisma Totalreflexion erfährt. Welche Bedingung muss der Abstand d_p erfüllen?
- d) Wie dick muss der Abstand d_p gewählt werden um noch 50% der Ausgangsamplitude zu übertragen?
- e) Welche Bedingung muss für die Ausbreitungskonstante β_p erfüllt sein, damit sich im Plattenleiter ein konstantes in z -Richtung laufendes Wellenbild ergibt?

Fragen und Anregungen:

Bitte nutzen Sie das ILIAS Forum wann immer es möglich ist. Auf diese Weise können alle, die an der Veranstaltung EMW teilnehmen, von den Antworten sowie der entstehenden Diskussion profitieren. Unabhängig davon erreichen Sie uns bei Bedarf wie folgt

Prof. Dr.-Ing. Sebastian Randel: sebastian.randel@kit.edu

Patrick Matalla: patrick.matalla@kit.edu

Jonas Krimmer: jonas.krimmer@kit.edu