EMW Übungsblatt 05

Abgabe bis zum 05.12.2021 um 11:30 via ILIAS

Aufgabe 9:

Eine ebene, linear polarisierte elektromagnetische Welle breitet sich in einem Medium 1 aus und trifft unter einem Winkel α_e bei $z = 0$ auf eine Grenzfläche zu einem zweiten Medium (s. Abbildung 1). Das H-Feld liegt in der Einfallsebene und das E-Feld steht orthogonal auf der Einfallsebene. Ein Teil der Welle wird reflektiert, ein Teil wird durchgelassen (transmittiert). Medium 1 hat die Dielektrizitätskonstante $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_1(\omega)$ und Medium 2 $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_2(\omega)$. Es gilt überall $\mu = \mu_0$ und $\kappa = 0$.

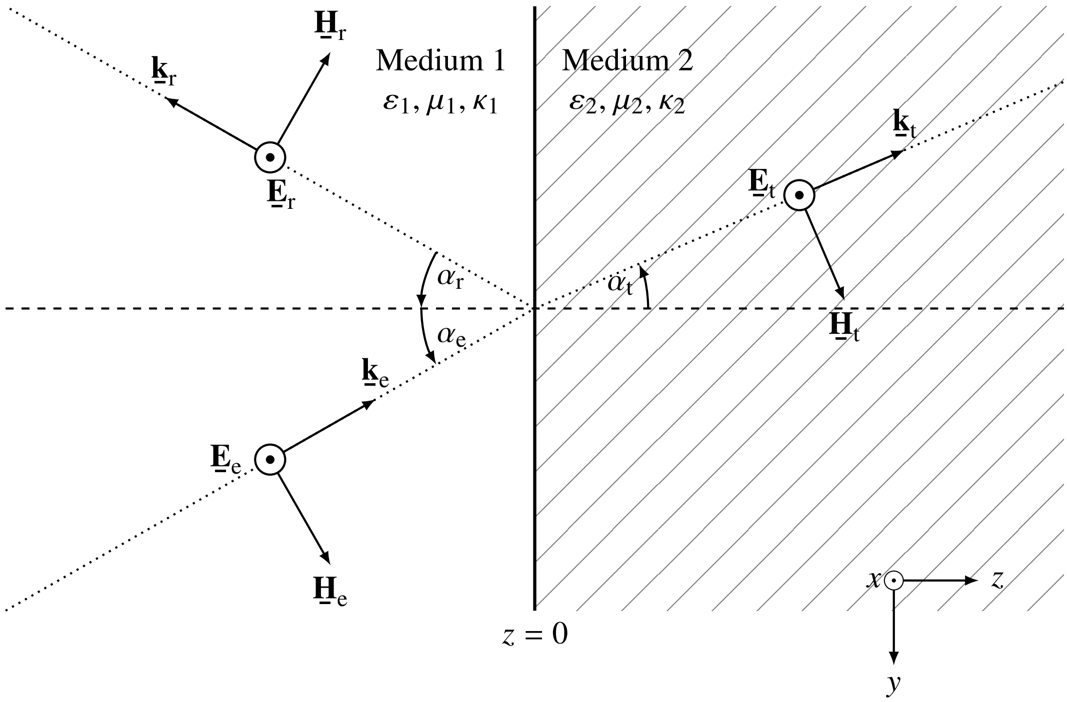

Abbildung 1

Der Ortsvektor ist hier als Vektor in kartesischen Koordinaten aufzufassen, d.h. $\mathbf{r} = x\,\mathbf{e}_x + y\,\mathbf{e}_y + z\,\mathbf{e}_z$. Wir nehmen zudem verlustlose Propagation an, d.h. der Wellenvektor $\mathbf{k}(\omega)$ ist reellwertig. Die E-Felder der schräg einlaufenden Welle lassen sich mit Hilfe des Wellenvektors $\mathbf{k}(\omega)$ und des Ortsvektors $\mathbf{r}$ wie folgt beschreiben:

Hinlaufende Welle:

$$\underline{\mathbf{E}}_\mathrm{e}(\mathbf{r}, t) = \underline{E}_\mathrm{e} \exp\left(\mathrm{j}(\omega t - \mathbf{k}_\mathrm{e}(\omega)\mathbf{r})\right)\, \mathbf{e}_x\,, \qquad \mathbf{k}_\mathrm{e}(\omega) = k_1(\omega)\left(-\sin\alpha_\mathrm{e}\,\mathbf{e}_y + \cos\alpha_\mathrm{e}\,\mathbf{e}_z\right)$$

Reflektierte Welle:

$$\underline{\mathbf{E}}_\mathrm{r}(\mathbf{r}, t) = \underline{E}_\mathrm{r} \exp\left(\mathrm{j}(\omega t - \mathbf{k}_\mathrm{r}(\omega)\mathbf{r})\right)\, \mathbf{e}_x\,, \qquad \mathbf{k}_\mathrm{r}(\omega) = k_1(\omega)\left(-\sin\alpha_\mathrm{r}\,\mathbf{e}_y - \cos\alpha_\mathrm{r}\,\mathbf{e}_z\right)$$

Durchgelassene Welle:

$$\underline{\mathbf{E}}_\mathrm{t}(\mathbf{r}, t) = \underline{E}_\mathrm{t} \exp\left(\mathrm{j}(\omega t - \mathbf{k}_\mathrm{t}(\omega)\mathbf{r})\right)\, \mathbf{e}_x\,, \qquad \mathbf{k}_\mathrm{t}(\omega) = k_2(\omega)\left(-\sin\alpha_\mathrm{t}\,\mathbf{e}_y + \cos\alpha_\mathrm{t}\,\mathbf{e}_z\right)$$

Hinweis: $k_{1,2}(\omega) = \omega\sqrt{\mu\varepsilon_{1,2}(\omega)}$ und $Z_{1,2}(\omega) = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_{1,2}(\omega)}}$.

a) Welche Koordinaten spannen die Einfallsebene auf? Handelt es sich bei der einfallenden Welle um eine senkrecht oder parallel polarisierte Welle? Begründen Sie ihre Aussagen.
b) Handelt es sich bei der einfallenden Welle um eine linear, zirkular oder elliptisch polarisierte Welle? Begründen Sie ihre Aussage.
c) Verwenden Sie für den Fall $t = 0$ und $z = 0$ die Stetigkeitsbedingung der Tangentialkomponente des E-Feldes, um die Reflexions- und Transmissionswinkel in Abhängigkeit des Einfallswinkels α_e zu ermitteln.
d) Berechnen Sie für den Fall $t = 0$ und $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ mit folgendem Zusammenhang den komplexen Zeiger des H-Felds:
$$\underline{\mathbf{H}} = \frac{1}{Z(\omega)}\mathbf{e}_k \times \underline{\mathbf{E}}$$
e) Stellen Sie nun die Stetigkeitsbedingungen für alle Felder auf ($t = 0$ und $\mathbf{r} = \mathbf{0}$) und berechnen Sie so $\underline{E}_\mathrm{t}$ und $\underline{E}_\mathrm{r}$ in Abhängigkeit von $\underline{E}_\mathrm{e}$. Geben Sie abschließend die Reflexions- und Transmissionsfaktoren $\underline{r}$ und $\underline{t}$ an.
f) Ab welchem Einfallswinkel $\alpha_\mathrm{e,kritisch}$ kann kein reelles α_t die Gleichung aus c) erfüllen? Welche Voraussetzung muss hierbei für ε_1 und ε_2 erfüllt sein? Erklären Sie, was für Winkel $\alpha_\mathrm{e} \geq \alpha_\mathrm{e,kritisch}$ mit der Welle in Medium 2 passiert.
g) Berechnen Sie den kritischen Winkel $\alpha_\mathrm{e,kritisch}$ für den Übergang von Quarzglas $\varepsilon_\mathrm{r,Quarzglas} \approx 2.132$ zu Luft $\varepsilon_\mathrm{r,Luft} \approx 1$.
h) Als nächstes betrachten wir den Brewster-Winkel $\alpha_\mathrm{e} = \alpha_\mathrm{Brewster}$. Welchen Wert nimmt der Reflexionsfaktor $\underline{r}_\mathrm{p}$ für einen Einfallswinkel $\alpha_\mathrm{e} = \alpha_\mathrm{Brewster}$ an? Beschreiben Sie, welche Auswirkung dieser Einfallswinkel auf eine parallel polarisierte eintreffende Welle hat.
i) Beeinflusst der Einfall unter dem Brewster-Winkel die Reflexion bzw. Transmission der Welle in dieser Aufgabenstellung? Begründen Sie ihre Antwort.

Die wellenlängenabhängige Brechzahl von Quartzglas (SiO_2) lässt sich durch die Sellmeier-Gleichung

$$n^2 - 1 = \frac{0.6961663\lambda^2}{\lambda^2 - 0.0684043^2} + \frac{0.4079426\lambda^2}{\lambda^2 - 0.1162414^2} + \frac{0.8974794\lambda^2}{\lambda^2 - 9.896161^2}$$

beschreiben. Abbildung 2 zeigt den Verlauf der Brechzahl über der Wellenlänge. Wir betrachten nun sichtbares Licht, welches Wellenlängen im Bereich von etwa 380 nm bis 750 nm aufweist. Dieses Licht treffe nun auf die Grenzschicht aus Abbildung 1.

j) Erklären Sie qualitativ, welches Phänomen Sie für das gebrochene Licht in Medium 2 beobachten können.

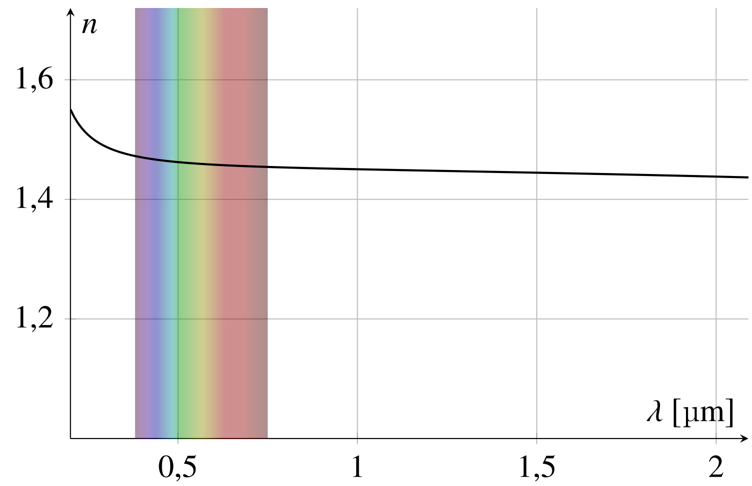

Abbildung 2

Fragen und Anregungen:

Bitte nutzen Sie das ILIAS Forum wann immer es möglich ist. Auf diese Weise können alle, die an der Veranstaltung EMW teilnehmen, von den Antworten sowie der entstehenden Diskussion profitieren. Unabhängig davon erreichen Sie uns bei Bedarf wie folgt

Prof. Dr.-Ing. Sebastian Randel: sebastian.randel@kit.edu
Patrick Matalla: patrick.matalla@kit.edu
Jonas Krimmer: jonas.krimmer@kit.edu