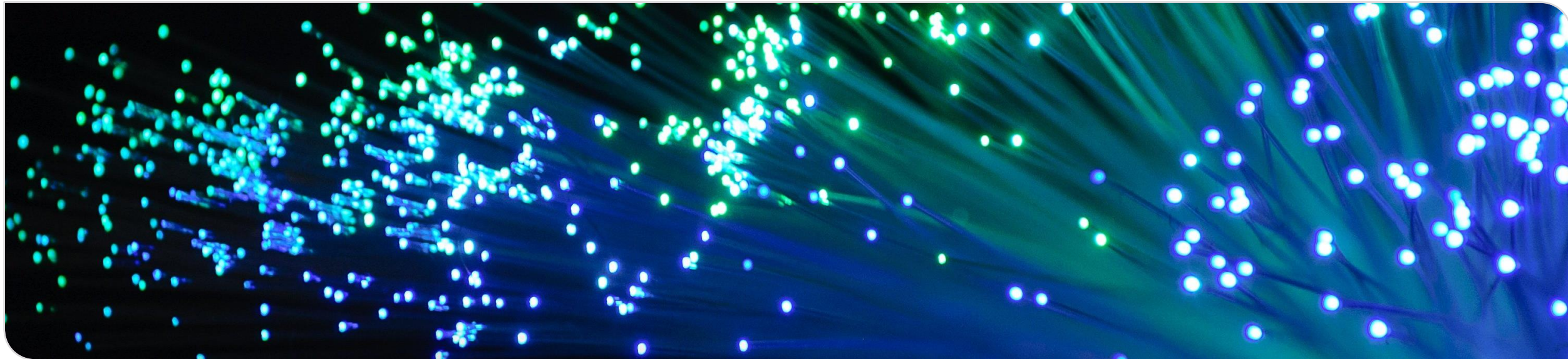


Elektromagnetische Wellen (EMW): Übung 08

Jonas Krimmer, Patrick Matalla und Sebastian Randel



Was möchten wir in der EMW Übung vermitteln?

- Das Verständnis elektromagnetischer Wellen und ihrer Ausbreitung
- Den Umgang mit den Werkzeugen der Elektrodynamik
- Die Herangehensweise an neue Aufgaben/Probleme

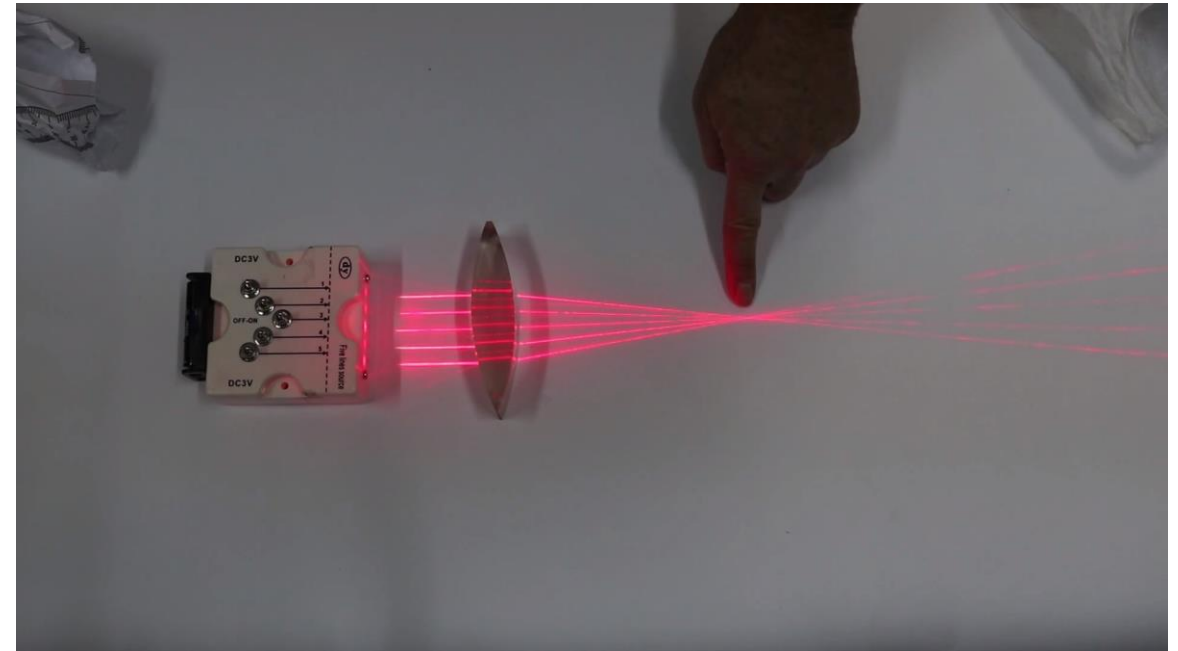
- Ziel ist **NICHT** das Auswendiglernen von Problemen und deren Lösung!

Themenübersicht

Übung	Aufgaben	Thematik
Übung 2	A4, A5	Poynting-Vektor, Polarisation
Übung 3	A6	Dispersive Medien
Übung 4	A7, A8	Hertzscher Dipol, Dipolantenne
Übung 5	A9	Reflexion und Brechung
Übung 6	A10, A11	Beugung und Interferenz
Übung 7	A12	Gaußscher Strahl
Übung 8	A13, A14	Optische Systeme

Einführung

- Feststellung: Aufgrund von Beugung weiten sich Strahlwellen bei der Ausbreitung stets auf
- Wie können wir nun die Ausbreitung von Licht beeinflussen?
 - Linsen
 - Spiegel
 - ...
- Wellenlänge von Licht meist klein gegenüber Strahlausdehnung
- Daher: Beschreibung durch Strahlenoptik (vernachlässigen der Beugung) in vielen Anwendungsfällen ausreichend



[Карас Студิโอ](#), [CC BY-SA 4.0](#), via Wikimedia Commons

Strahlenoptik

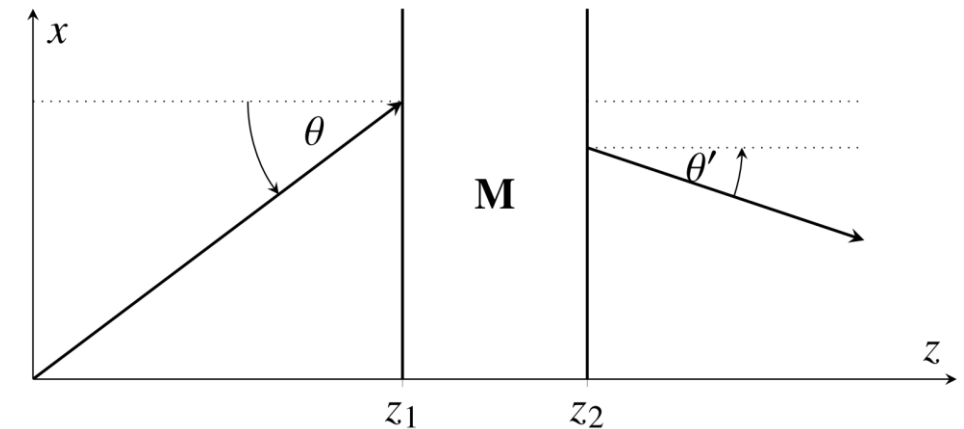
- Beschreibung einer Strahlwelle durch ein Bündel von Lichtstrahlen infinitesimaler Dicke
- Homogenes Medium $\rightarrow$ Lichtstrahlen sind Geraden
- Mathematische Darstellung durch Winkel gegenüber θ und Abstand x zu optischer Achse z

$$\begin{pmatrix} x(z) \\ \tan \theta \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} x(z) \\ \theta \end{pmatrix}$$

Paraxiale Näherung

- Optisches System $\mathbf{M}$ transformiert einen eintreffenden Strahl $\mathbf{r}(z)$ in einen auslaufenden Strahl $\mathbf{r}'(z)$ gemäß

$$\mathbf{r}'(z) = \begin{pmatrix} x'(z) \\ \theta' \end{pmatrix} = \mathbf{M} \mathbf{r}(z) = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(z) \\ \theta \end{pmatrix}$$



ABCD-Matrizen für Gaußsche Strahlen

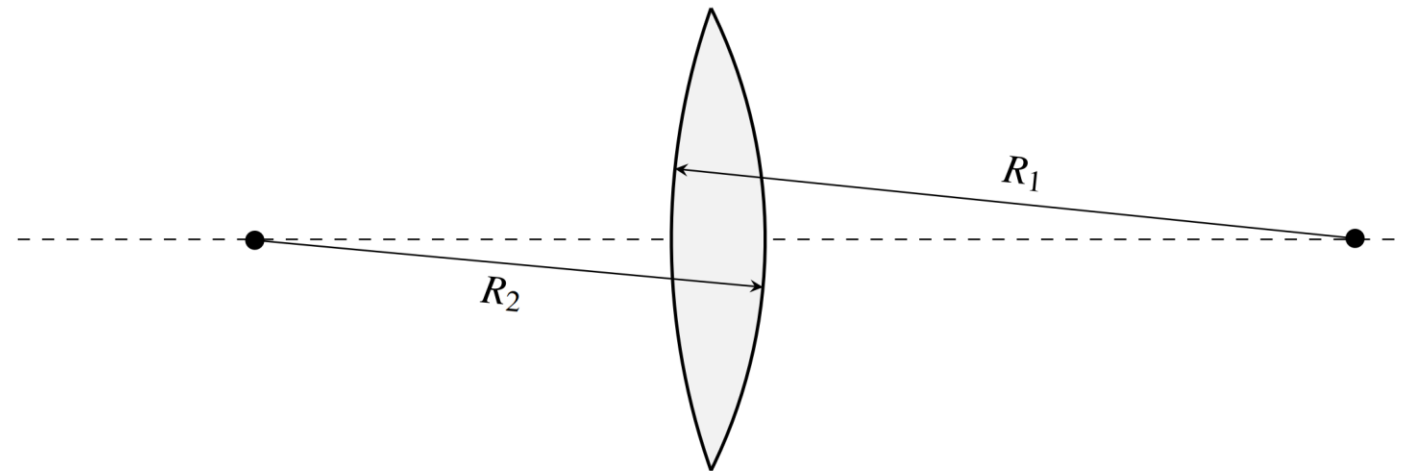
- Der ABCD-Matrix Formalismus aus der Strahlenoptik kann auch auf den komplexen Strahlparameter $\underline{q}$ angewendet werden
- Es gilt

$$\underline{q_2} = \frac{A\underline{q_1} + B}{C\underline{q_1} + D}$$

Aufgabe 13 a) & b)

- a) Nehmen Sie an, dass sich die Linse im Vakuum befinde und ihr Material die Brechzahl n besitze. Geben Sie zunächst mithilfe von Tabelle 1 die ABCD-Matrizen der zwei sphärischen Grenzflächen mit den Krümmungsradien R_1 und R_2 an.
- b) Bestimmen Sie die resultierende ABCD-Matrix der Linse und zeigen Sie, durch Vergleich mit Tabelle 1, dass für die Brennweite gilt, dass

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) .$$



Aufgabe 13 c) – e)

Im Folgenden betrachten wir nun die Interaktion des Gaußschen Strahls mit ebendieser dünnen Linse mit Brennweite f .

- c) Zeigen Sie mithilfe des Zusammenhangs von ABCD-Matrizen und dem komplexen Strahlparameter $\underline{q}$, dass folgende Beziehung gilt:

$$\frac{1}{q_2} = \frac{1}{q_1} - \frac{1}{f},$$

wobei q_1 bzw. q_2 den komplexen Strahlparameter des Gaußschen Strahls vor bzw. nach der Linse bezeichnen.

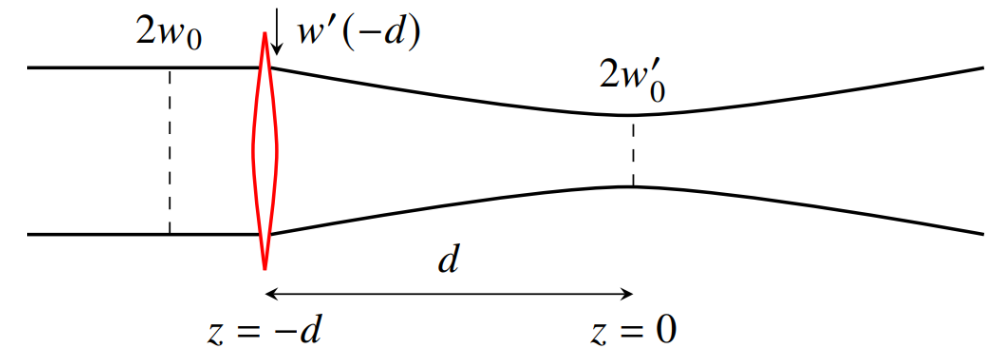
- d) Zeigen Sie, dass diese Transformation lediglich den Krümmungsradius der Phasenfront, nicht aber den Strahlradius direkt nach der Linse ändert. Leiten Sie dafür folgende Beziehungen für den Strahl direkt hinter der Linse her:

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{f} \quad w_2 = w_1.$$

Ein fokussierter Gaußscher Strahl mit Strahlradius w_0 treffe auf eine Linse mit der Brennweite f (siehe Abbildung 3). Der austretende Strahl wird in einem Abstand d fokussiert und weist dort den Strahlradius w'_0 auf.

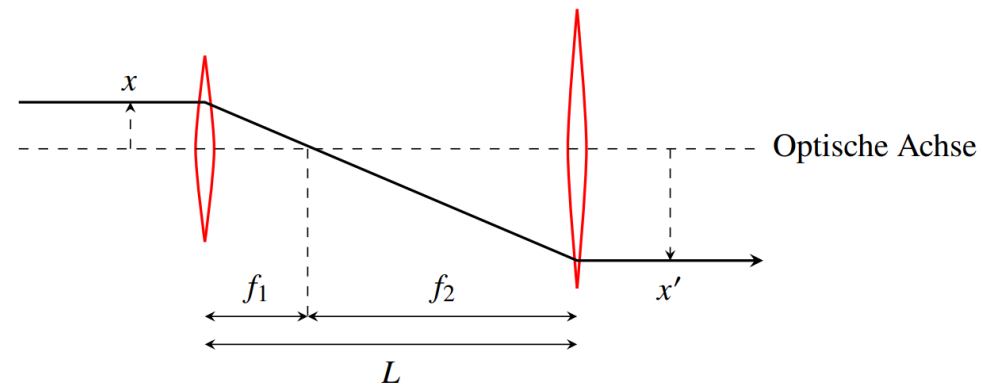
- e) Zeigen Sie mit den Beziehungen aus d), dass

$$d = \frac{f}{1 + \frac{4f^2}{k^2 w_0^4}} \quad w'_0 = \frac{w_0}{\sqrt{1 + \frac{k^2 w_0^4}{4f^2}}}.$$



Aufgabe 14

Teleskope aus sphärischen Linsen werden oftmals verwendet, um den Strahlradius von Lichtstrahlen zu vergrößern bzw. zu verkleinern. Der Aufbau eines Keplerschen Teleskops ist in Abbildung 4 gezeigt. Beachten Sie, dass das Licht das System von links nach rechts durchläuft.



Aufgabe 14 a) – d)

- a) Stellen Sie einen allgemeinen Ausdruck für die ABCD-Matrix $\mathbf{M}_{\text{total}}$ des Keplerschen Teleskops aus Abbildung 4 auf. Modellieren Sie das Teleskop durch die beiden dünnen Linsen mit den Brennweiten f_1 und f_2 , zwischen denen das Licht eine Strecke L entlang der optischen Achse zurücklegt.

Hinweis: Der Brechungsindex im freien Raum sei $n = 1$.

- b) Vereinfachen Sie die ABCD-Matrix für den Fall $f = f_1 = f_2$ und $L = 2f$. Was stellen Sie fest? Welches Bild würde ein Beobachter hinter der zweiten Linse sehen? Begründen Sie Ihre Antwort.
- c) Betrachten Sie nun den Fall $f_1 \neq f_2$ und $L = f_1 + f_2$. Wie wird ein Strahl durch dieses optische System transformiert, der im Abstand x parallel zu der optischen Achse ($\theta = 0^\circ$) einläuft? Geben Sie den Abstand x' und Winkel θ' des austretenden Strahls gegenüber der optischen Achse an.
- d) Welchen Vergrößerungsfaktor $m = \left| \frac{x'}{x} \right|$ erhalten Sie mit dem optischen System aus Aufgabenteil c), wenn $f_2 = 2f_1$ gilt?