EMW Übungsblatt 09

Abgabe bis zum 16.01.2023 um 11:30 via ILIAS

Aufgabe 15:

Wir untersuchen nun eine parallel polarisierte ebene Welle im freien Raum ($\varepsilon = \varepsilon_0,\ \mu = \mu_0$) mit

$$\underline{\mathbf{H}}_\mathrm{e}(\mathbf{r}, t) = \underline{H}_\mathrm{e} \exp\left(\mathrm{j}\left(\omega t - \underline{\mathbf{k}}_\mathrm{e} \cdot \mathbf{r}\right)\right)\ \mathbf{e}_x\,,$$

die unter einem Winkel α_e auf einen idealen Leiter in der Ebene $y = 0$ trifft (an dem sie vollständig reflektiert wird) und sich in z-Richtung ausbreitet. Für den Fall $\alpha_\mathrm{e} \to \pi/2$ weist die Welle nur

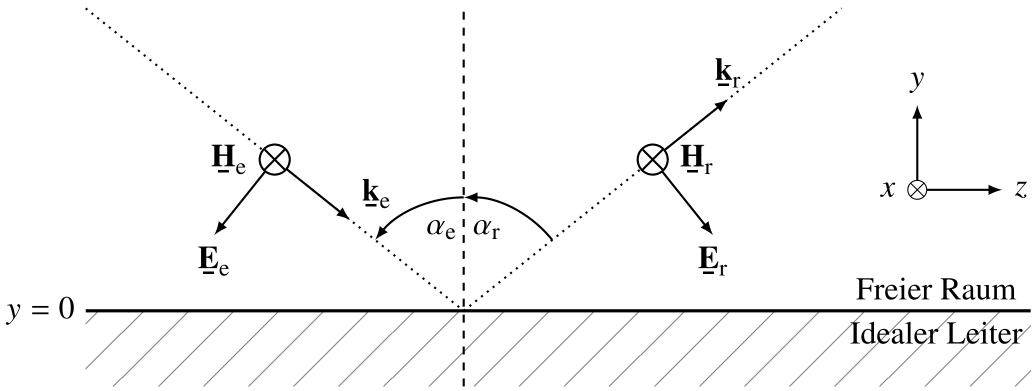

Abbildung 1

transversale Feldkomponenten auf und man spricht auch von einer transversalelektromagnetischen Welle (TEM-Welle). Neben der TEM-Welle, bei der sowohl das Magnetfeld als auch das elektrische Feld nur Transversalkomponenten besitzen, unterscheidet man noch die folgenden zwei Spezialfälle:

- Die parallel polarisierte bzw. transversal-magnetische Welle (TM-Welle): Hier besitzt das magnetische Feld keine Komponenten in Ausbreitungsrichtung, d.h. es gilt $\underline{H}_z = 0$ und $\underline{E}_z \neq 0$.
- Die senkrecht polarisierte bzw. transversal-elektrische Welle (TE-Welle): Hier besitzt das elektrische Feld keine Komponenten in Ausbreitungsrichtung, d.h. es gilt $\underline{H}_z \neq 0$ und $\underline{E}_z = 0$.

a) Welche Aussagen können Sie über die tangentialen und normalen E- bzw. H-Feldkomponenten an der Grenzfläche zu dem idealen Leiter treffen?

   Hinweis: Ziehen Sie die Grenzflächenbeziehungen elektromagnetischer Wellen aus der Vorlesung heran.

b) Stellen Sie mithilfe von Abbildung 1 die Wellenvektoren $\underline{\mathbf{k}}_\mathrm{e}$ und $\underline{\mathbf{k}}_\mathrm{r}$ in Abhängigkeit des Einfalls- bzw. Ausfallswinkels α_e bzw. α_r dar. Nehmen Sie dabei an, dass $\underline{k}_\mathrm{e} = \underline{k}_\mathrm{r} = k_0$.

c) Geben Sie die einfallenden bzw. reflektieren elektrischen und magnetischen Felder an. Verwenden Sie dabei das Durchflutungsgesetz um die elektrischen Felder zu erhalten.

d) Zeigen Sie, dass sich durch Superposition der einfallenden und reflektierten Welle in y-Richtung stehende Wellen ausbilden.

Aufgabe 16:

Anstelle einer Herleitung der Feldverteilungen über das Verhalten einer elektromagnetischen Welle an einer ideal leitenden Platte (siehe Vorlesung), können wir die Feldbilder im Parallelplattenleiter auch direkt aus den Maxwellschen Gleichungen herleiten. Dazu müssen wir lediglich geeignete Randbedingungen wählen.
Wir wollen uns im Folgenden mit der sich in z-Richtung ausbreitenden TM-Welle

$$\underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \underline{\mathbf{E}}(x, y)\ \exp\left(\mathrm{j}\left(\omega t - \underline{k}_z z\right)\right)$$

beschäftigen, für welche gemäß der Maxwellschen Gleichungen im Allgemein gilt, dass

$$\underline{E}_x = \frac{-\mathrm{j}\, k_z}{\omega^2\mu\varepsilon - k_z^2}\frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x} \qquad \underline{E}_y = \frac{-\mathrm{j}\, k_z}{\omega^2\mu\varepsilon - k_z^2}\frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y}$$

$$\underline{H}_x = \frac{\mathrm{j}\,\omega\varepsilon}{\omega^2\mu\varepsilon - k_z^2}\frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y} \qquad \underline{H}_y = \frac{-\mathrm{j}\,\omega\varepsilon}{\omega^2\mu\varepsilon - k_z^2}\frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x}$$

und

$$\frac{\partial^2 \underline{E}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{E}_z}{\partial y^2} + (\omega^2\mu\varepsilon - k_z^2)\underline{E}_z = 0\,.$$

Ein Wellenleiter bestehe nun aus zwei in x- und z-Richtung unendlich ausgedehnten, ideal leitenden Platten im Abstand a, wie in Abbildung 2 dargestellt. Der Raum zwischen den Platten sei vakuumiert.

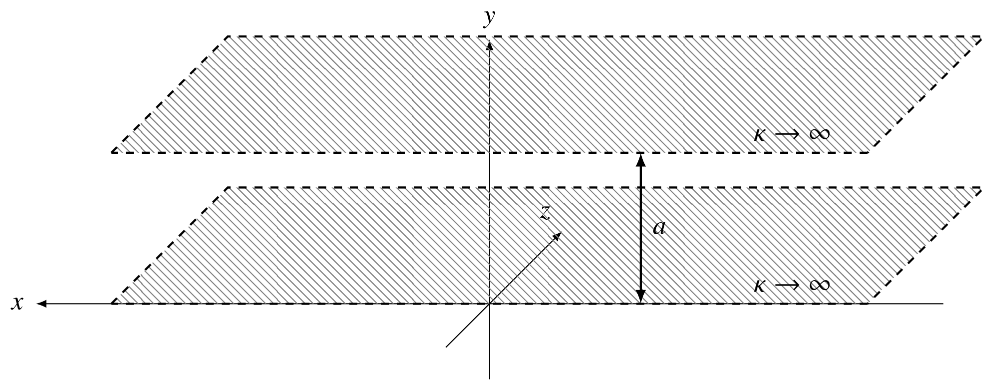

Abbildung 2

a) Verwenden Sie die Definition der TM-Welle und die Maxwellschen Gleichungen, um das E- und H-Feld einer TM-Welle zu berechnen, welche sich zwischen den Platten in positive z-Richtung ausbreitet. Lösen Sie dazu zunächst die Wellengleichung für $\underline{E}_z$.

   Hinweis: Beachten Sie, dass die Platten in x-Richtung unendlich ausgedehnt sind, weshalb $\frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x} = 0$. Verwenden Sie zudem die Randbedingung $\underline{E}_z(y = 0) = \underline{E}_z(y = a) = 0$.

b) Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse für die magnetischen Feldkomponenten mit denen aus Aufgabe 15 Teil d).

c) Skizzieren Sie die E_z-Komponenten ($E_z = \Re\{\underline{E}_z\}$) der ersten zwei Moden des Parallelplattenleiters.

d) Berechnen Sie die Phasenkonstante in Ausbreitungsrichtung k_z. Ab welcher Frequenz kann sich eine TM-Welle im Wellenleiter ausbreiten?

e) Zeigen Sie rechnerisch, dass eine Welle, welche die Grenzfrequenz unterschreitet, im Wellenleiter nicht ausbreitungsfähig ist.

f) Bestimmen Sie Phasen- und Gruppengeschwindigkeit der Welle. Erklären Sie außerdem, weshalb die Phasengeschwindigkeit größer als die Vakuumlichtgeschwindigkeit c_0 sein kann.

Was Sie bei der Bearbeitung dieses Übungsblatts gelernt haben sollten

- Was die Unterschiede zwischen TE-, TM- und TEM-Wellen sind.
- Wie sich elektromagnetische Wellen an idealen Leitern verhalten.
- Wie das elektrische und magnetische Feld bei Reflexion am idealen Leiter im gesamtem Raum ermittelt werden kann.
- Wie sich durch Überlagerung der einfallenden und reflektierten Welle stehende Wellen ausbilden können.
- Welche Ansätze gewählt werden können, um die Felder im Parallelplattenleiter zu bestimmen.
- Weshalb der Parallelplattenleiter eine untere Grenzfrequenz besitzt.
- Wieso die Ausbreitungskonstante im Parallelplattenleiter frequenzabhängig ist.
- Welche Folgen diese Frequenzabhängigkeit für die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit hat.
- Weshalb die Phasengeschwindigkeit größer als die Vakuumlichtgeschwindigkeit sein kann.

Fragen und Anregungen:

Bitte nutzen Sie das ILIAS Forum wann immer es möglich ist. Auf diese Weise können alle, die an der Veranstaltung EMW teilnehmen, von den Antworten sowie der entstehenden Diskussion profitieren. Unabhängig davon erreichen Sie uns bei Bedarf wie folgt

Prof. Dr.-Ing. Sebastian Randel: sebastian.randel@kit.edu
Patrick Matalla: patrick.matalla@kit.edu
Jonas Krimmer: jonas.krimmer@kit.edu