

EMW Übungsblatt 10

Abgabe bis zum 23.01.2023 um 11:30 via ILIAS

Aufgabe 17:

Gegeben sei ein Hohlleiter mit rechteckigem Querschnitt und den Kantenlängen a und b , siehe Abbildung 1. Das Innere des Hohlleiters ist mit Vakuum gefüllt und seine Randflächen bestehen aus einem Material mit unendlich hoher Leitfähigkeit. Im Inneren des Hohlleiters breitet sich eine E-Welle (oder TM-Welle) in positive z -Richtung aus.

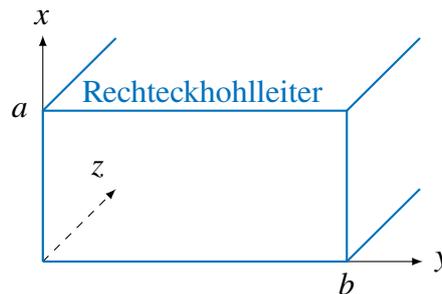


Abbildung 1

In Vorlesung 11 haben Sie gelernt, dass aus den Maxwell'schen Gleichungen die folgenden Beziehungen zwischen den komplexen Amplituden der transversalen und longitudinalen Feldkomponenten hergeleitet werden können.

$$\begin{aligned} \underline{E}_x &= -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x} + j \omega \mu \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y} \right) \\ \underline{E}_y &= -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y} - j \omega \mu \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial x} \right) \\ \underline{H}_x &= -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial x} - j \omega \varepsilon \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y} \right) \\ \underline{H}_y &= -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y} + j \omega \varepsilon \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x} \right) \end{aligned}$$

- Geben Sie die Randbedingungen für das elektrische Feld $\underline{E}(x, y, z, t)$ auf den Leiterflächen an.
- Welcher der beiden folgenden Ansätze für $\underline{E}_z(x, y, z, t)$ genügt den Randbedingungen? Begründen Sie durch Rechnung. Welche Bedingungen müssen demnach die transversalen Wellenzahlen k_x und k_y erfüllen? Bezeichnen Sie die Modenzahlen in x - bzw. y -Richtung mit m bzw. n .

$$\begin{aligned} \underline{E}_z(x, y, z, t) &= E_0 \cos(k_x x) \cos(k_y y) \exp(j(\omega t - k_z z)) \\ \underline{E}_z(x, y, z, t) &= E_0 \sin(k_x x) \sin(k_y y) \exp(j(\omega t - k_z z)) \end{aligned}$$

- Bestimmen Sie für eine gegebene Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ die Wellenzahl k_z mit dem größtmöglichen Betrag unter Berücksichtigung Ihrer bisherigen Ergebnisse. Wählen Sie als Ausgangspunkt die allgemeine Wellengleichung für homogene Materialien.

- d) Ermitteln Sie die Grenzfrequenz $f_{c,m,n}$ aller Moden (m, n) indem Sie $k_z = 0$ setzen. Erklären Sie was für Frequenzen $f < f_{c,m,n}$ gilt.
- e) Im Folgenden sei für die Abmaße des Hohlleiters $b = 2a$ gegeben. In welchem Bereich $f_l < f < f_h$ muss die Frequenz der E-Wellen liegen, damit ausschließlich die niedrigste Mode (Grundmode) im Wellenleiter angeregt wird?
- f) Geben Sie alle Feldkomponenten $\underline{E}_x, \underline{E}_y, \underline{E}_z, \underline{H}_x, \underline{H}_y$ und \underline{H}_z der E-Grundmode an.
- g) Abbildung 2 zeigt die Feldlinien des elektrischen (durchgezogene Linien) und des magnetischen (gestrichelte Linien) Feldes eines Hohlleiters. Erklären Sie, ob und warum es sich um eine E- oder H-Welle handelt. Begründen Sie zudem, welche Mode (m, n) dargestellt ist.

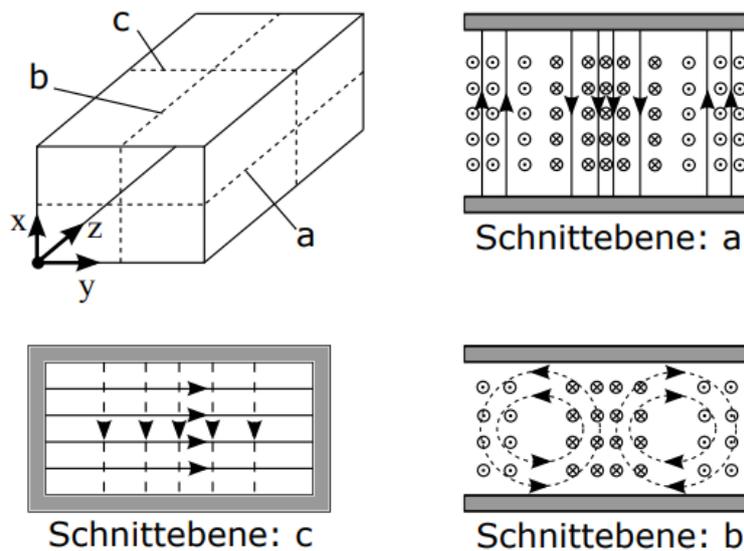


Abbildung 2

Was Sie bei der Bearbeitung dieses Übungsblatts gelernt haben sollten

- Welche Randbedingungen die Moden des Rechteckhohlleiters erfüllen müssen und inwiefern diese Bedingungen mit den zulässigen Wellenzahlen bzw. Modenzahlen zusammenhängen.
- Welche mathematische Form die Moden im Rechteckhohlleiter aufweisen.
- Wie Sie die Grenzfrequenz einer Hohlleitermode ermitteln können und welche Auswirkung ein Unterschreiten der Grenzfrequenz auf die Ausbreitung einer Mode hat.
- Woran Sie E- bzw. H-Wellen (grafisch und analytisch) erkennen können.
- Wie Sie die Modenzahlen einer Welle anhand der grafischen Darstellung des elektrischen und magnetischen Felds ermitteln können.

Fragen und Anregungen:

Bitte nutzen Sie das ILIAS Forum wann immer es möglich ist. Auf diese Weise können alle, die an der Veranstaltung EMW teilnehmen, von den Antworten sowie der entstehenden Diskussion profitieren. Unabhängig davon erreichen Sie uns bei Bedarf wie folgt

Prof. Dr.-Ing. Sebastian Randel: sebastian.randel@kit.edu

Patrick Matalla: patrick.matalla@kit.edu

Jonas Krimmer: jonas.krimmer@kit.edu