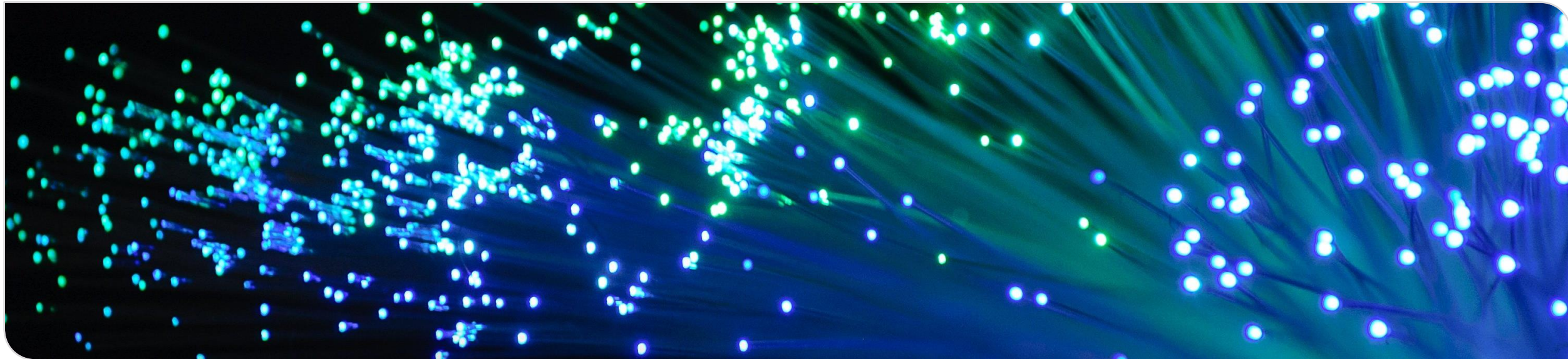


Elektromagnetische Wellen (EMW): Übung 10

Jonas Krimmer, Patrick Matalla und Sebastian Randel



Organisatorisches

- Das heutige Übungsblatt wird eingesammelt!
- Termine des Lerncafé in der vorlesungsfreien Zeit stehen fest
- Besprechung der Inhalte von Vorlesung und Übung mit Prof. Randel und den Übungsleitern in entspannter Atmosphäre
- Termin 1: **21. Februar 15:30 – 16:30**
- Termin 2: **13. März 15:30 – 16:30**

2022			2023		
Oktober	November	Dezember	Januar	Februar	März
1 Sa	1 Di Allerheiligen	1 Do	1 So Neujahr	1 Mi VL13	1 Mi
2 So	2 Mi VL02	2 Fr	2 Mo ¹	2 Do	2 Do
3 Mo Tag der Dt. Einheit	3 Do	3 Sa	3 Di	3 Fr	3 Fr
4 Di ⁴⁰	4 Fr	4 So	4 Mi	4 Sa	4 Sa
5 Mi	5 Sa	5 Mo UE05 ⁴⁹	5 Do	5 So	5 So
6 Do	6 So	6 Di	6 Fr Heilige Drei Könige	6 Mo UE12 ⁸	6 Mo ¹⁰
7 Fr	7 Mo UE01 ⁴⁵	7 Mi VL07	7 Sa	7 Di	7 Di
8 Sa	8 Di	8 Do	8 So	8 Mi VL14	8 Mi
9 So	9 Mi VL03	9 Fr	9 Mo UE08 ²	9 Do	9 Do
10 Mo ⁴¹	10 Do	10 Sa	10 Di	10 Fr	10 Fr
11 Di	11 Fr	11 So	11 Mi VL10	11 Sa	11 Sa
12 Mi	12 Sa	12 Mo UE06 ⁵⁰	12 Do	12 So	12 So
13 Do	13 So	13 Di	13 Fr	13 Mo UE13 ⁷	13 Mo ¹¹
14 Fr	14 Mo UE02 ⁴⁶	14 Mi VL08	14 Sa	14 Di	14 Di
15 Sa	15 Di	15 Do	15 So	15 Mi VL15	15 Mi
16 So	16 Mi VL04	16 Fr	16 Mo UE09 ³	16 Do	16 Do Klausur
17 Mo ⁴²	17 Do	17 Sa	17 Di	17 Fr	17 Fr
18 Di	18 Fr	18 So	18 Mi VL11	18 Sa	18 Sa
19 Mi	19 Sa	19 Mo UE07 ⁵¹	19 Do	19 So	19 So
20 Do	20 So	20 Di	20 Fr	20 Mo Rosenmontag ⁸	20 Mo ¹²
21 Fr	21 Mo UE03 ⁴⁷	21 Mi VL09	21 Sa	21 Di	21 Di
22 Sa	22 Di	22 Do	22 So	22 Mi	22 Mi
23 So	23 Mi VL05	23 Fr	23 Mo UE10 ⁴	23 Do	23 Do
24 Mo ⁴³	24 Do	24 Sa Heilabend	24 Di	24 Fr	24 Fr
25 Di	25 Fr	25 So 1. Weihnachtstag	25 Mi VL06	25 Do	25 Do
26 Mi VL01	26 Sa	26 Mo 2. Weihnachtstag	26 Do	26 So	26 So Beginn der Sommerzeit
27 Do	27 So 1. Advent	27 Di ⁵²	27 Fr	27 Mo ⁹	27 Mo ¹³
28 Fr	28 Mo UE04 ⁴⁸	28 Mi	28 Sa	28 Di	28 Di
29 Sa	29 Di	29 Do	29 So		29 Mi
30 So Ende der Sommerzeit	30 Mi VL06	30 Fr	30 Mo UE11 ⁵		30 Do
31 Mo UE00		31 Sa Silvester	31 Di		31 Fr

Themenübersicht

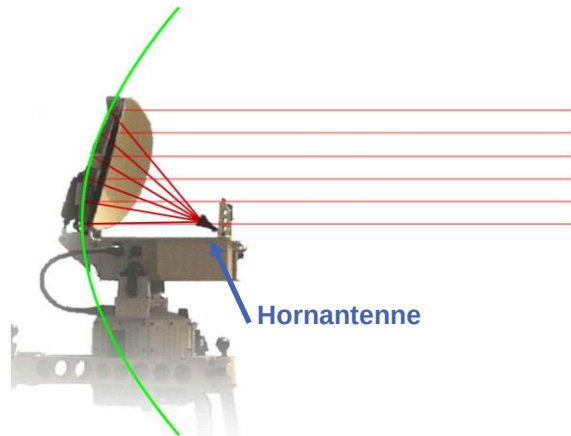
Übung	Aufgaben	Thematik
Übung 4	A7, A8	Hertzscher Dipol, Dipolantenne
Übung 5	A9	Reflexion und Brechung
Übung 6	A10, A11	Beugung und Interferenz
Übung 7	A12	Gaußscher Strahl
Übung 8	A13, A14	Optische Systeme
Übung 9	A15, A16	Parallelplattenleiter
Übung 10	A17	Rechteckhohlleiter

Polarisation

- Betrachtung ebener Wellen an Grenzflächen zweier Medien: Unterscheidung zwischen senkrechter und paralleler Polarisation (bezogen auf die Grenzfläche)
- In vielen Wellenleitern: Bezugsfläche nicht klar → Unterscheidung der Polarisation je nachdem, ob das E- bzw. H-Feld in Ausbreitungsrichtung (hier z) verschwindet
- Dementsprechend existieren folgende Fälle...
 - ... transversal-magnetische Welle (TM-Welle) oder auch **E-Welle**, bei der nur das elektrische Feld Komponenten in Ausbreitungsrichtung besitzt; **es gilt $E_z \neq 0$ und $H_z = 0$.**
 - ... transversal-elektrische Welle (TE-Welle) oder auch **H-Welle**, bei der nur das magnetische Feld Komponenten in Ausbreitungsrichtung besitzt; **es gilt $H_z \neq 0$ und $E_z = 0$.**
- Im **Hohlleiter** kann jede elektromagnetische Welle als Überlagerung einer E- und einer H-Welle ausgedrückt werden
→ Bestimme Lösungen der Maxwellschen Gleichungen für E- & H-Wellen

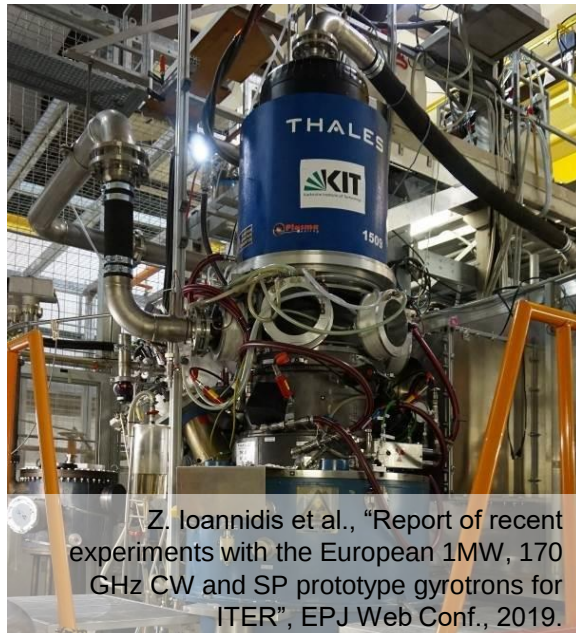
Hohlleiter in der Anwendung

- Geführte Übertragung von Wellen im Mikrowellen-Frequenzbereich von 1 - 1500 GHz
- Auch für sehr hohe Leistungen geeignet
- Mögliche Anwendungsfelder: Antennenspeisung von Funkanlagen, Satelliten, Teleskopen, Radargeräten; hochfrequente Signal- & Energieübertragung in Gyrotron, Teilchenbeschleuniger



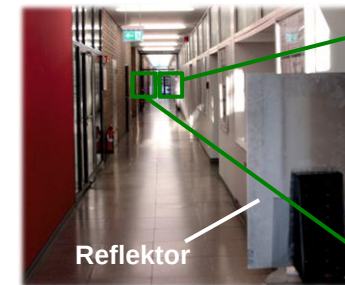
Signal von/zu der Hornantenne, wird über einen Hohlleiter gespeist.

Quelle: [Radartutorial: The Offset-Feed](#)

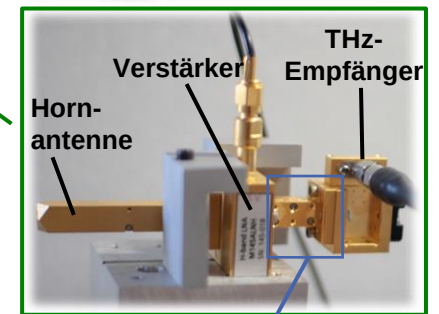
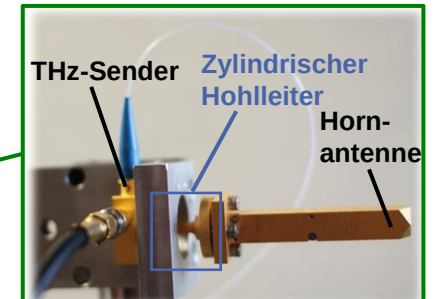


Der Gyrotron am KIT Campus Nord ist ein leistungsfähiger MW-Oszillator (5-170 GHz) mit Ausgangsleistungen bis einigen MW. Anwendung z.B. Teilchenbeschleuniger & Kernfusion.

Quelle: [Terahertz-Empfänger für 6G-Mobilfunknetze](#)



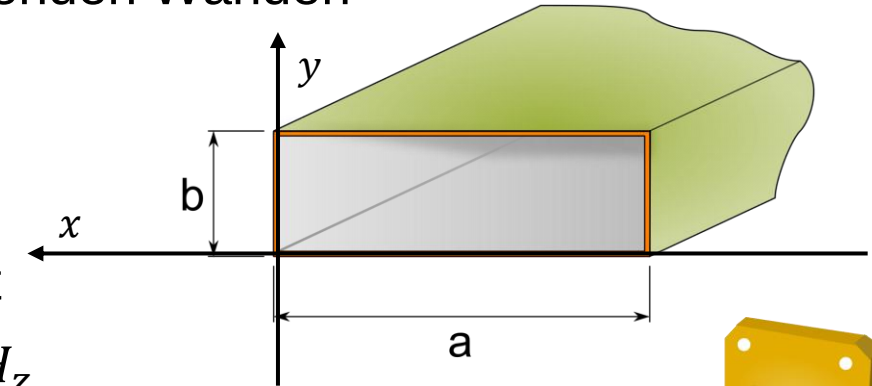
115 Gbit/s Funkübertragung über mehr als 110 Meter bei einer Trägerfrequenz der EM-Welle von 300 GHz.



Rechteckhohlleiter

Rechteckhohlleiter

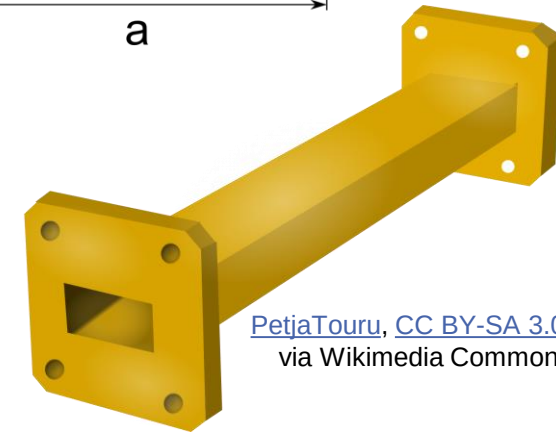
- Hohler Kanalwellenleiter mit rechteckigem Querschnitt und leitenden Wänden
- Beschreibung in kartesischen Koordinaten
→ Mathematisch einfache Handhabung
- Unterschied zum Parallelplattenleiter: **keine** der partiellen Ableitungen nach den transversalen Koordinaten verschwindet
- Auflösen von Durchflutungs- & Induktionsgesetz nach $\underline{E}_z$ und $\underline{H}_z$ liefert dann



[Zykure](#), CC BY-SA 3.0,
via Wikimedia Commons

$$\underline{E}_x = -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x} + j \omega \mu \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y} \right) \quad \underline{H}_x = -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial x} - j \omega \varepsilon \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y} \right)$$

$$\underline{E}_y = -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y} - j \omega \mu \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial x} \right) \quad \underline{H}_y = -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y} + j \omega \varepsilon \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x} \right)$$



[PetjaTouru](#), CC BY-SA 3.0,
via Wikimedia Commons

- E_z und H_z erhalten wir dabei unter Berücksichtigung der Randbedingungen aus der Wellengleichung → diskrete Lösungen, sogenannte **Moden**

Rechteckhohlleiter: E-Wellen

- Für E-Wellen (TM-Wellen) verschwindet $H_z \rightarrow$ Wir können die Ausdrücke für die transversalen Feldkomponenten vereinfachen!

$$\begin{aligned}
 \underline{E}_x &= -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x} + j \omega \mu \cancel{\frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y}} \right) \\
 \underline{E}_y &= -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y} - j \omega \mu \cancel{\frac{\partial \underline{H}_z}{\partial x}} \right) \\
 \underline{H}_x &= -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \cancel{\frac{\partial \underline{H}_z}{\partial x}} - j \omega \varepsilon \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y} \right) \\
 \underline{H}_y &= -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \cancel{\frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y}} + j \omega \varepsilon \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x} \right)
 \end{aligned}$$

Rechteckhohlleiter: H-Wellen

- Für H-Wellen (TE-Wellen) verschwindet $E_z \rightarrow$ Wir können die Ausdrücke für die transversalen Feldkomponenten vereinfachen!

$$\begin{aligned}
 \underline{E}_x &= -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \cancel{\frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x}} + j \omega \mu \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y} \right) \\
 \underline{E}_y &= -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \cancel{\frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y}} - j \omega \mu \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial x} \right) \\
 \underline{H}_x &= -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial x} - j \omega \varepsilon \cancel{\frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x}} \right) \\
 \underline{H}_y &= -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y} + j \omega \varepsilon \cancel{\frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y}} \right)
 \end{aligned}$$

Verhalten von EM-Wellen am idealen Leiter

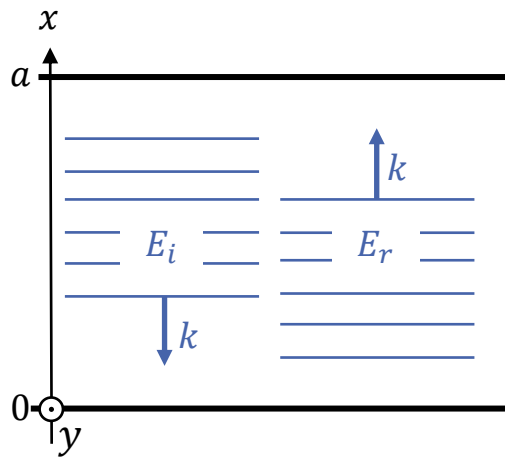
- Das Innere eines idealen Leiters ist stets feldfrei!
- Aus den Grenzflächenbedingungen für die tangentialen und normalen EM-Feldkomponenten erhalten wir die folgenden Randbedingungen der Felder am idealen Leiter:

	Elektrisches Feld	Magnetisches Feld
Tangential	$E_t = 0$	$H_t = i'$
Normal	$D_n = \sigma$	$B_n = 0$

- Hier bezeichnet i' den Oberflächenstrom und σ die Oberflächenladung

Wdh.: Moden im Parallelplattenleiter

- Die Wellenausbreitung im Parallelplattenleiter haben wir uns anhand der Überlagerung der auf die Leiterplatten einfallenden/reflektierten Wellen erklärt
- Für bestimmte Frequenzen: Ausbildung stehender Wellen
- Je nach Abstand der Leiterplatten & Schwingungsfrequenz passen ein oder mehrere Wellenbäuche der resultierenden Welle in den Hohlleiter
- Bei einem idealen Leiter muss das **tangentiale** elektrische Feld an den Hohlleiterwänden verschwinden → Knotenpunkte der stehenden Welle



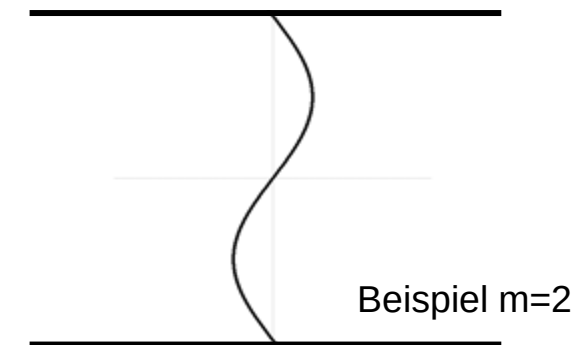
$$\begin{aligned}
 E_y &= E_i + E_r \\
 &= \cos(\omega t - kx) - \cos(\omega t + kx) \\
 &= \cos(\omega t) \cos(kx) + \sin(\omega t) \sin(kx) \\
 &\quad - (\cos(\omega t) \cos(kx) - \sin(\omega t) \sin(kx)) \\
 &= 2 \sin(\omega t) \sin(kx) \quad \text{mit} \quad k = \frac{m\pi}{a}
 \end{aligned}$$

Da idealer Leiter wird tangenciales E-Feld umgedreht

Durch konstruktive Interferenz der Welle doppelte Amplitude

Zeitliches Schwingen der stehenden Welle

Stehendes Feldmuster

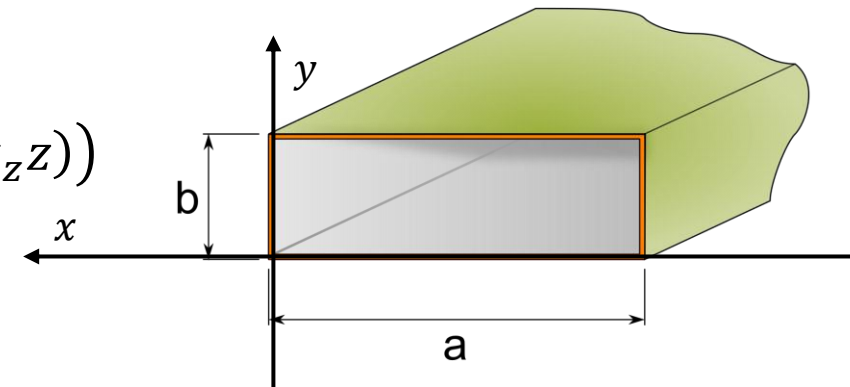


Moden im Rechteckhohlleiter

- Prinzipiell auch hier anschauliches Modell ansetzbar: Überlagerung einfallender und reflektierter Wellen, wobei sich nur für bestimmte Frequenzen transversal stehende Wellen ausbilden
- Zusätzliche Leiterplatten $\Rightarrow$ Anschauung schwieriger
- Mathematische Beschreibung der Ausbildung stehender Wellen (in transversaler Richtung) auf bestimmte Frequenzen durch Erfüllung der Randbedingungen
- Beispiel:

$$\underline{E}_z = E_0 \sin(k_x x) \sin(k_y y) \exp(j(\omega t - k_z z))$$

- Randbedingungen für ideal leitende Wände



Hinweis:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$$

$$\underline{E}_z(x = 0, y, z, t) \propto \sin(k_x \cdot 0) = 0$$

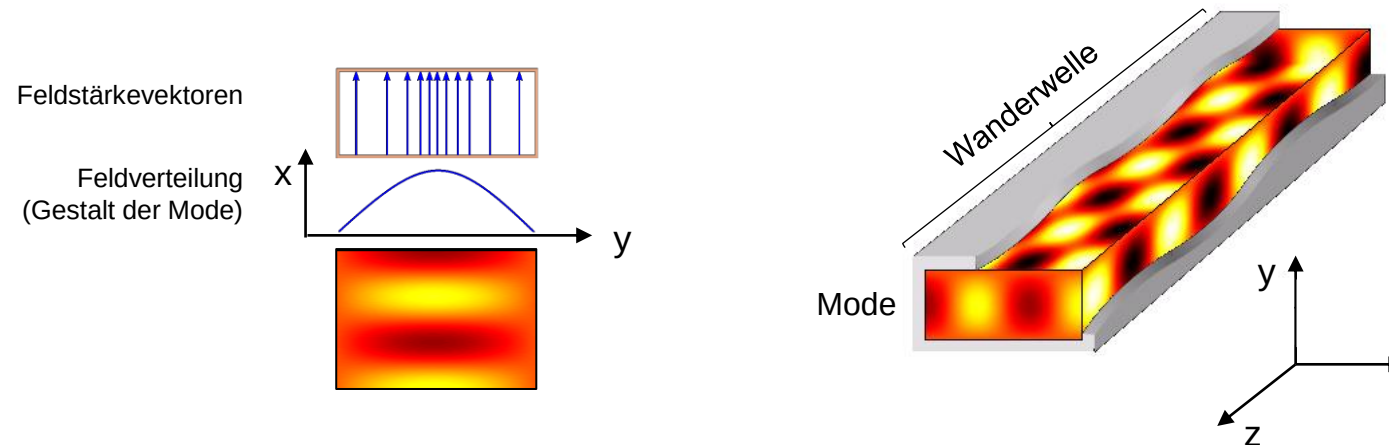
$$\underline{E}_z(x = a, y, z, t) \propto \sin(k_x \cdot a) = 0 \Rightarrow k_x = \frac{m\pi}{a}, m \in \mathbb{N}$$

$$\underline{E}_z(x, y = 0, z, t) \propto \sin(k_y \cdot 0) = 0$$

$$\underline{E}_z(x, y = b, z, t) \propto \sin(k_y \cdot b) = 0 \Rightarrow k_y = \frac{n\pi}{b}, n \in \mathbb{N}$$

Moden im Wellenleiter

- Gestalt einer elektromagnetischen Welle im Wellenleiter
 - Transversale Ebene (Wellenleiterquerschnitt): Mode (festes Feldmuster); die Moden verändern ihre Gestalt während der Ausbreitung nicht, d.h. sie sind Eigenfunktionen des Wellenleiters
 - Ausbreitungsrichtung: Wanderwelle



Visualisierung der Moden im Rechteckhohlleiter mit unserer Web-Anwendung
<https://apps.ipq.kit.edu/rechteckhohlleiter/>

Grenzfrequenzen im Rechteckhohlleiter

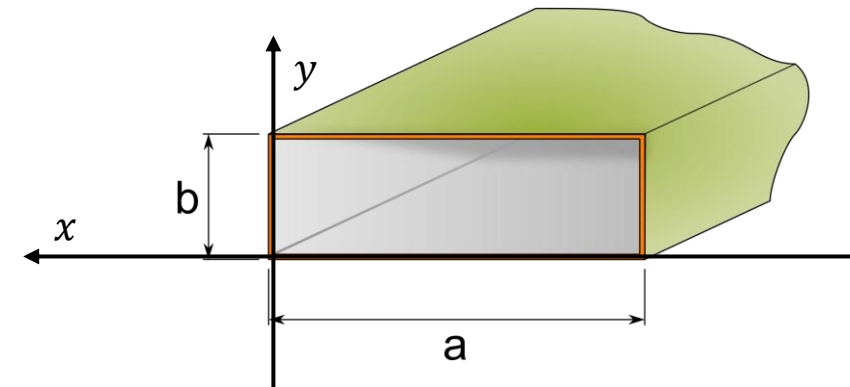
- Moden können sich nur im Rechteckhohlleiter ausbreiten wenn $k_z^2 \geq 0$ gilt
- Dementsprechend kann sich die E- oder H-Mode mit den Modenzahlen (m, n) ausbreiten wenn

$$k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_y^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \geq 0$$

$$\omega^2 \geq c^2 \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)$$

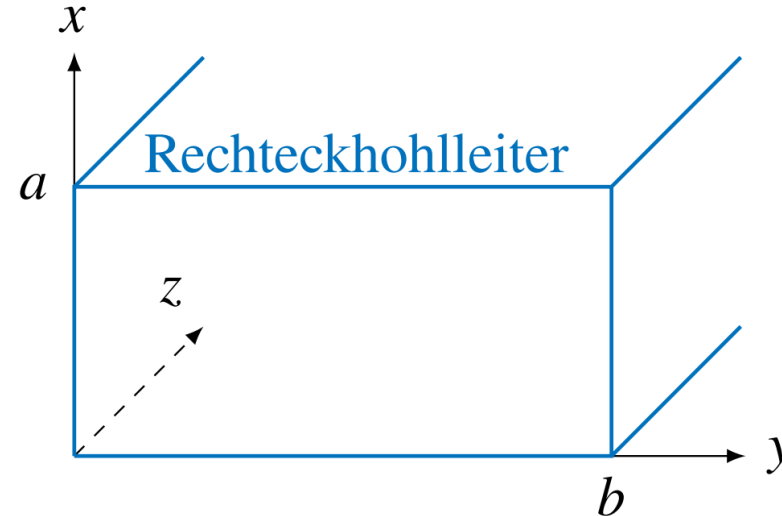
$$f^2 \geq \frac{c^2}{4} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)$$

$$f \geq \frac{c}{2} \sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}$$



Aufgabe 17

Gegeben sei ein Hohlleiter mit rechteckigem Querschnitt und den Kantenlängen a und b , siehe Abbildung 1. Das Innere des Hohlleiters ist mit Vakuum gefüllt und seine Randflächen bestehen aus einem Material mit unendlich hoher Leitfähigkeit. Im Inneren des Hohlleiters breitet sich eine E-Welle (oder TM-Welle) in positive z -Richtung aus.



Transversale Feldkomponenten

In Vorlesung 11 haben Sie gelernt, dass aus den Maxwell'schen Gleichungen die folgenden Beziehungen zwischen den komplexen Amplituden der transversalen und longitudinalen Feldkomponenten hergeleitet werden können.

$$\underline{E}_x = -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x} + j \omega \mu \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y} \right)$$

$$\underline{E}_y = -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y} - j \omega \mu \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial x} \right)$$

$$\underline{H}_x = -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial x} - j \omega \varepsilon \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y} \right)$$

$$\underline{H}_y = -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y} + j \omega \varepsilon \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x} \right)$$

Aufgabe 17 a)-c)

- a) Geben Sie die Randbedingungen für das elektrische Feld $\underline{E}(x, y, z, t)$ auf den Leiterflächen an.
- b) Welcher der beiden folgenden Ansätze für $\underline{E}_z(x, y, z, t)$ genügt den Randbedingungen? Begründen Sie durch Rechnung. Welche Bedingungen müssen demnach die transversalen Wellenzahlen k_x und k_y erfüllen? Bezeichnen Sie die Modenzahlen in x - bzw. y -Richtung mit m bzw. n .

$$\underline{E}_z(x, y, z, t) = E_0 \cos(k_x x) \cos(k_y y) \exp(j(\omega t - k_z z))$$

$$\underline{E}_z(x, y, z, t) = E_0 \sin(k_x x) \sin(k_y y) \exp(j(\omega t - k_z z))$$

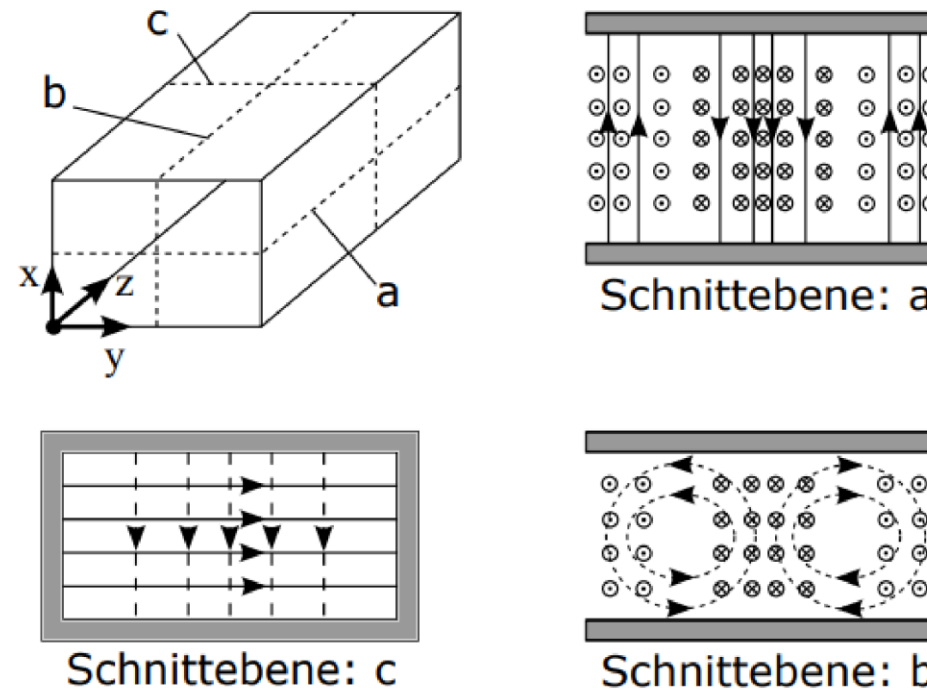
- c) Bestimmen Sie für eine gegebene Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ die Wellenzahl k_z mit dem größtmöglichen Betrag unter Berücksichtigung Ihrer bisherigen Ergebnisse. Wählen Sie als Ausgangspunkt die allgemeine Wellengleichung für homogene Materialien.

Aufgabe 17 d)-f)

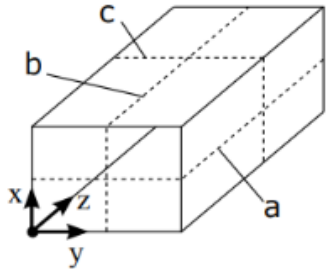
- d) Ermitteln Sie die Grenzfrequenz $f_{c,m,n}$ aller Moden (m, n) indem Sie $k_z = 0$ setzen. Erklären Sie was für Frequenzen $f < f_{c,m,n}$ gilt.
- e) Im Folgenden sei für die Abmaße des Hohlleiters $b = 2a$ gegeben. In welchem Bereich $f_l < f < f_h$ muss die Frequenz der E-Wellen liegen, damit ausschließlich die niedrigste Mode (Grundmode) im Wellenleiter angeregt wird?
- f) Geben Sie alle Feldkomponenten $\underline{E}_x$, $\underline{E}_y$, $\underline{E}_z$, $\underline{H}_x$, $\underline{H}_y$ und $\underline{H}_z$ der E-Grundmode an.

Aufgabe 17 g)

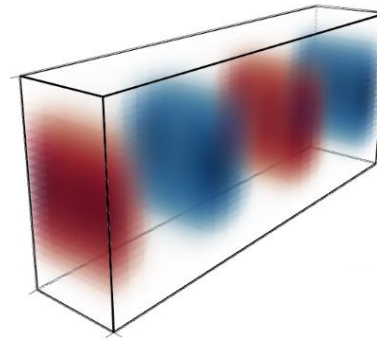
- g) Abbildung 2 zeigt die Feldlinien des elektrischen (durchgezogene Linien) und des magnetischen (gestrichelte Linien) Feldes eines Hohlleiters. Erklären Sie, ob und warum es sich um eine E- oder H-Welle handelt. Begründen Sie zudem, welche Mode (m, n) dargestellt ist.



Rechteckhohlleiter – Visualisierung der Moden



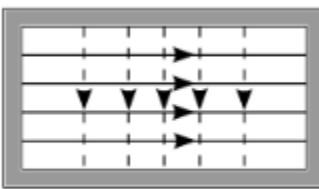
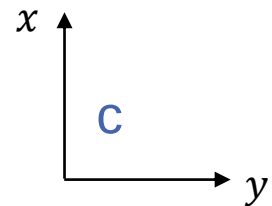
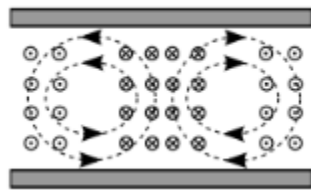
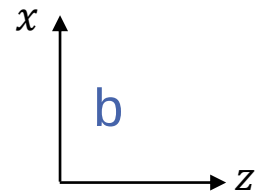
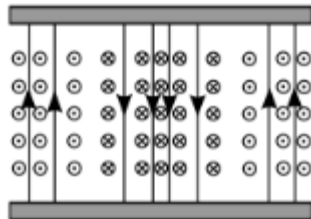
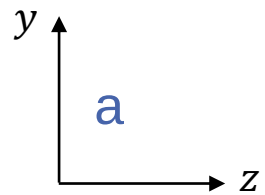
Vektorielle Darstellung
auf dem Übungsblatt



Visualisierung des
Realteils der Mode mit
der Web-Anwendung

Literaturdarstellung:
Pozar, D. Microwave
Engineering. 2012

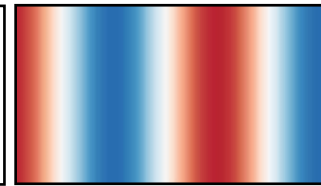
H^{10} -Welle



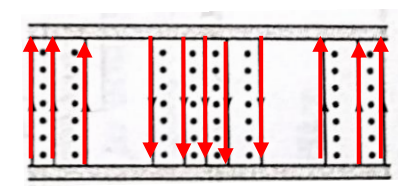
Schnittebene: c

$E_y \neq 0$

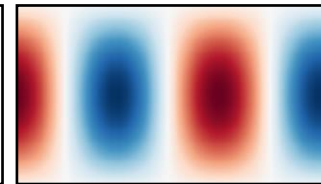
$$E_x = 0$$



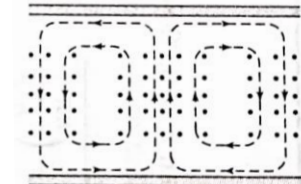
$$E_z = 0$$



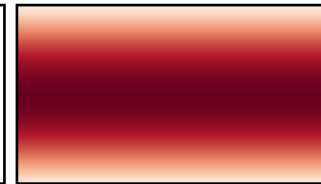
$$E_x = 0$$



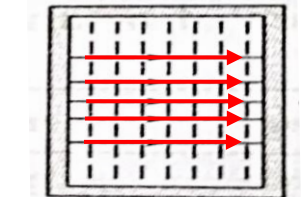
$$E_z = 0$$



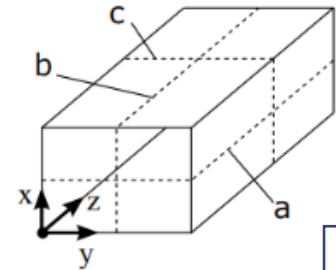
$$E_x = 0$$



$$E_z = 0$$

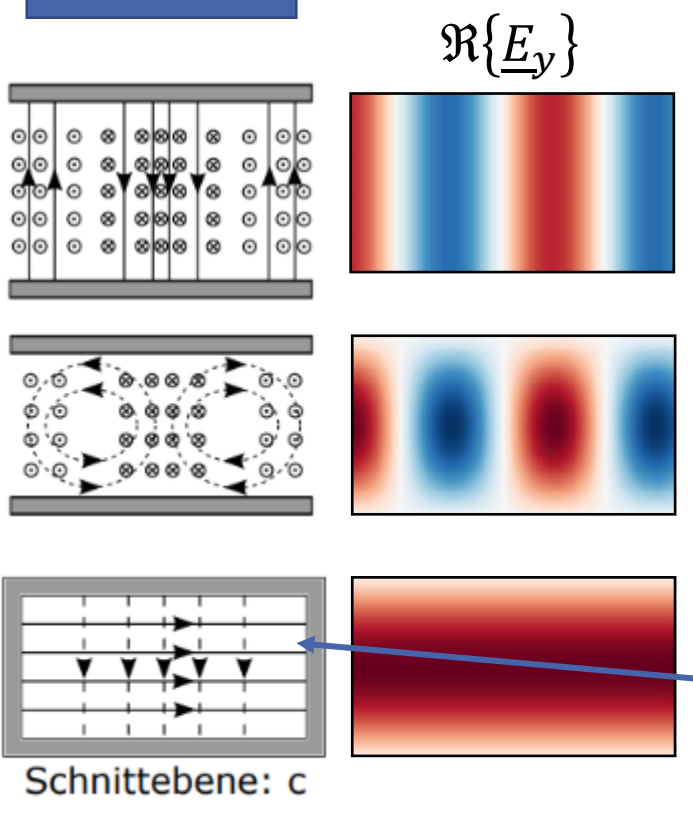
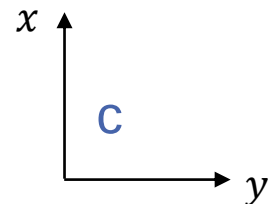
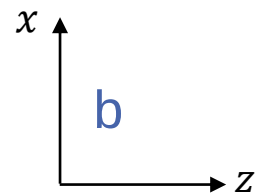
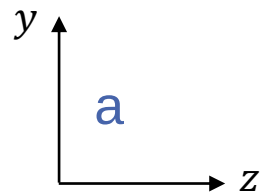


Rechteckhohlleiter – Visualisierung der Moden



Vektorielle Darstellung
auf dem Übungsblatt

H^{10} -Welle

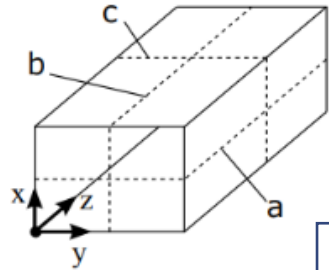


Es gilt $\underline{E}_x = 0$ und $\underline{E}_y \neq 0$

- Bewegen wir uns in x -Richtung so begegnen wir einem Extremum (Maximum oder Minimum) von $\underline{E}_y \Rightarrow m = 1$
- Bewegen wir uns in y -Richtung so ist $\underline{E}_x$ konstant null $\Rightarrow n = 0$

Die Darstellung ist nicht ideal, da man nicht sieht, dass die Feldstärke zu den Wänden hin abnimmt.

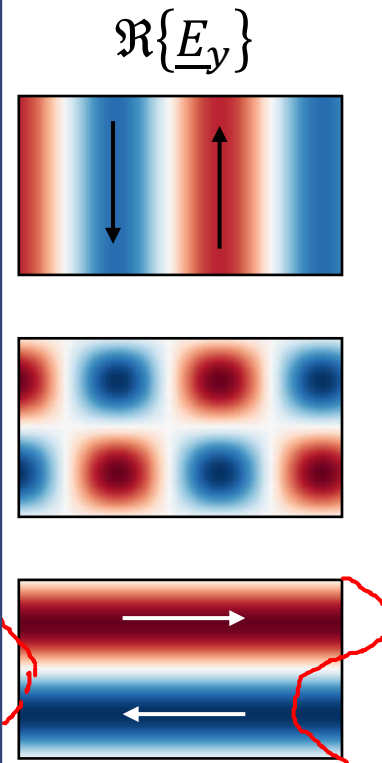
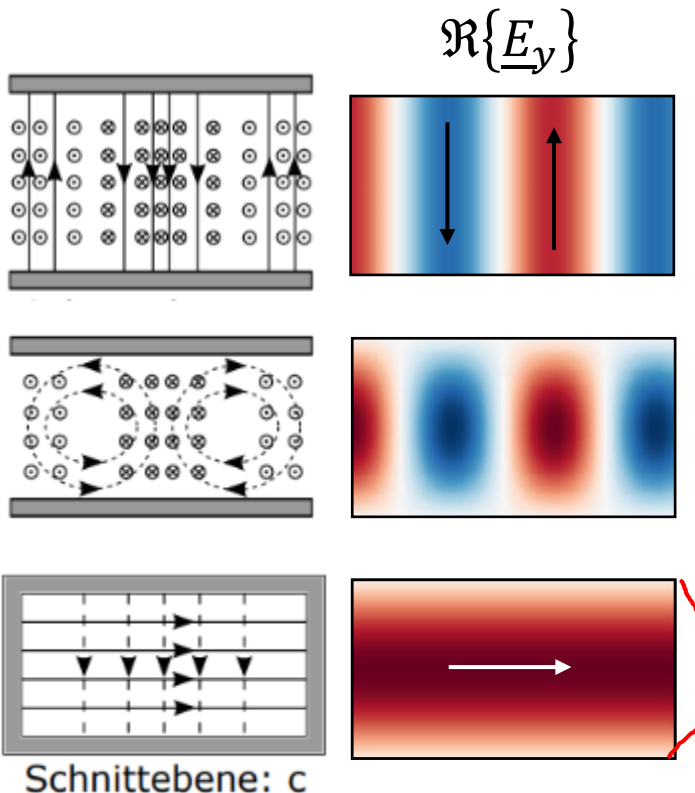
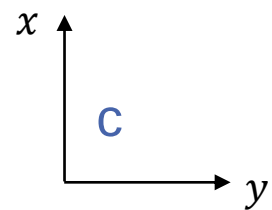
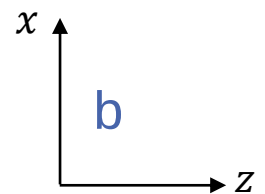
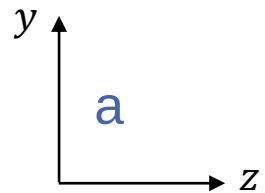
Rechteckhohlleiter – Visualisierung der Moden



Vektorielle Darstellung
auf dem Übungsblatt

H^{10} -Welle

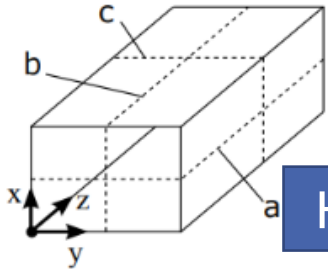
H^{20} -Welle



Es gilt $\underline{E}_x = 0$ und $\underline{E}_y \neq 0$

- Bewegen wir uns in x -Richtung so begegnen wir zwei Extrema von $\underline{E}_y$
 $\Rightarrow m = 2$
- Bewegen wir uns in y -Richtung so ist $\underline{E}_x$ konstant null $\Rightarrow n = 0$

Rechteckhohlleiter – Visualisierung der Moden



Hier ist $\underline{E}_y = 0$!

H^{10} -Welle

H^{20} -Welle

H^{01} -Welle

H^{11} -Welle

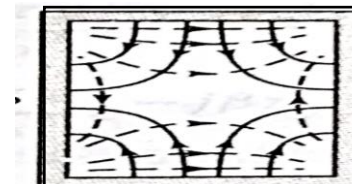
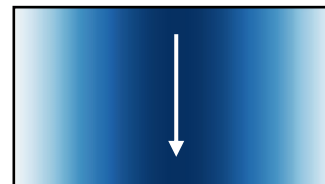
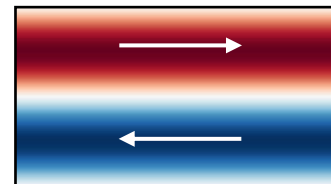
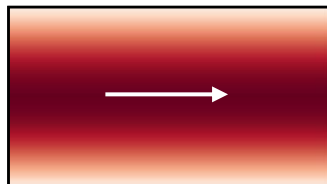
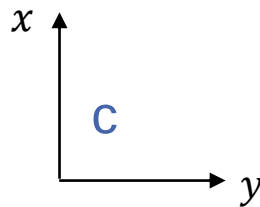
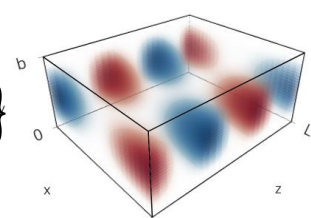
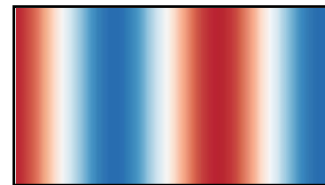
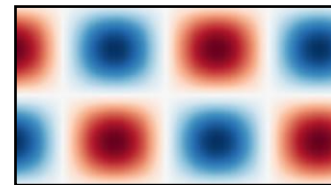
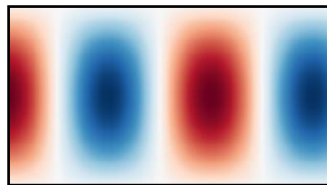
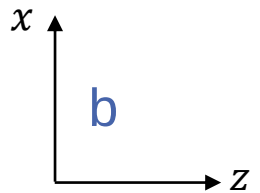
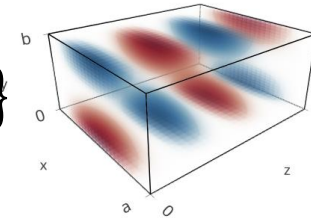
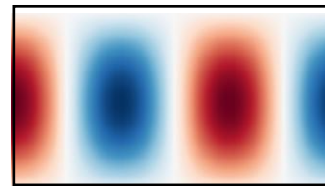
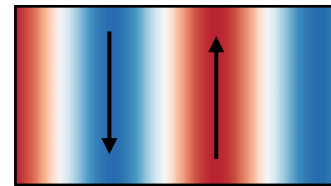
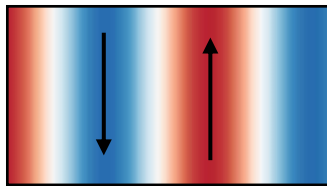
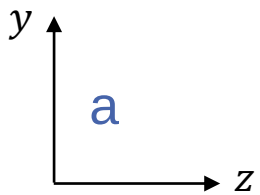
$\Re\{\underline{E}_y\}$

$\Re\{\underline{E}_y\}$

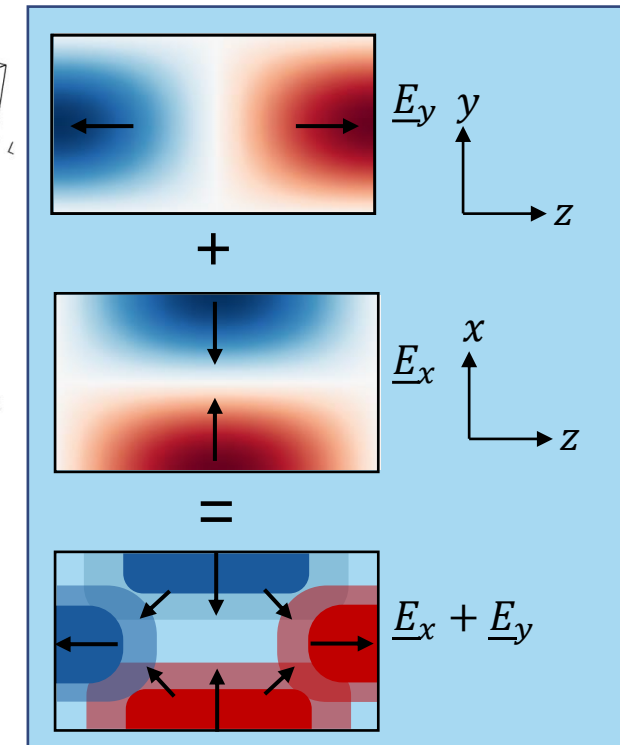
$\Re\{\underline{E}_x\}$

$\Re\{\underline{E}_y\}$

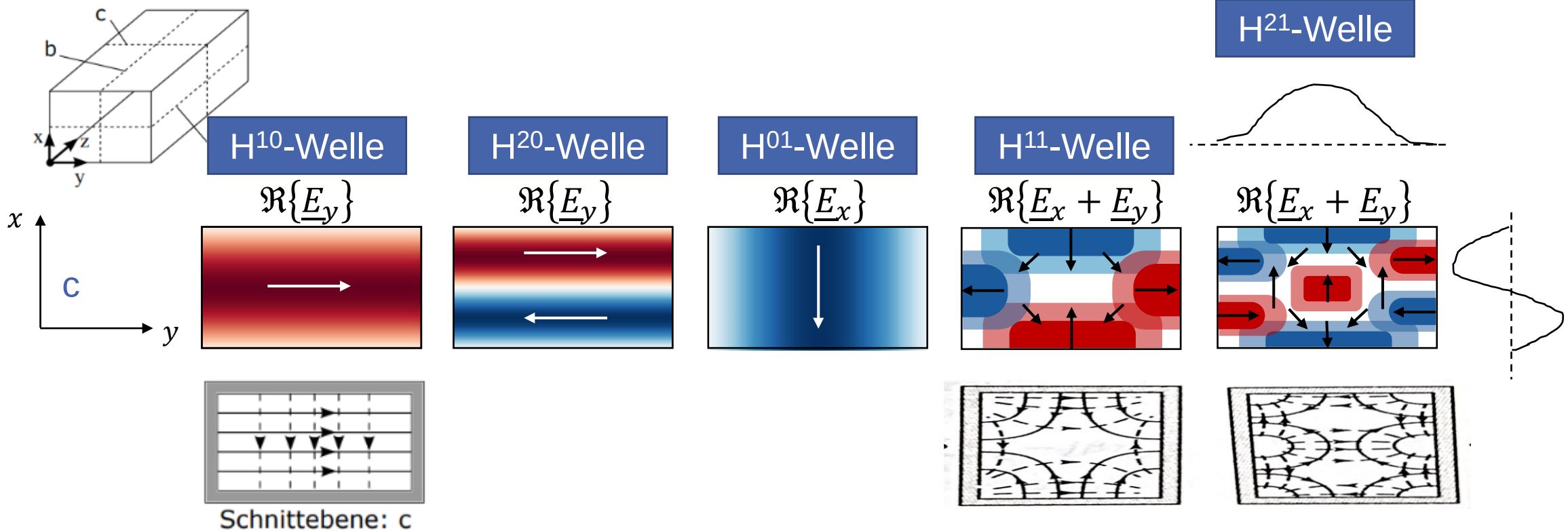
$\Re\{\underline{E}_x\}$



Vektorielle Darstellung



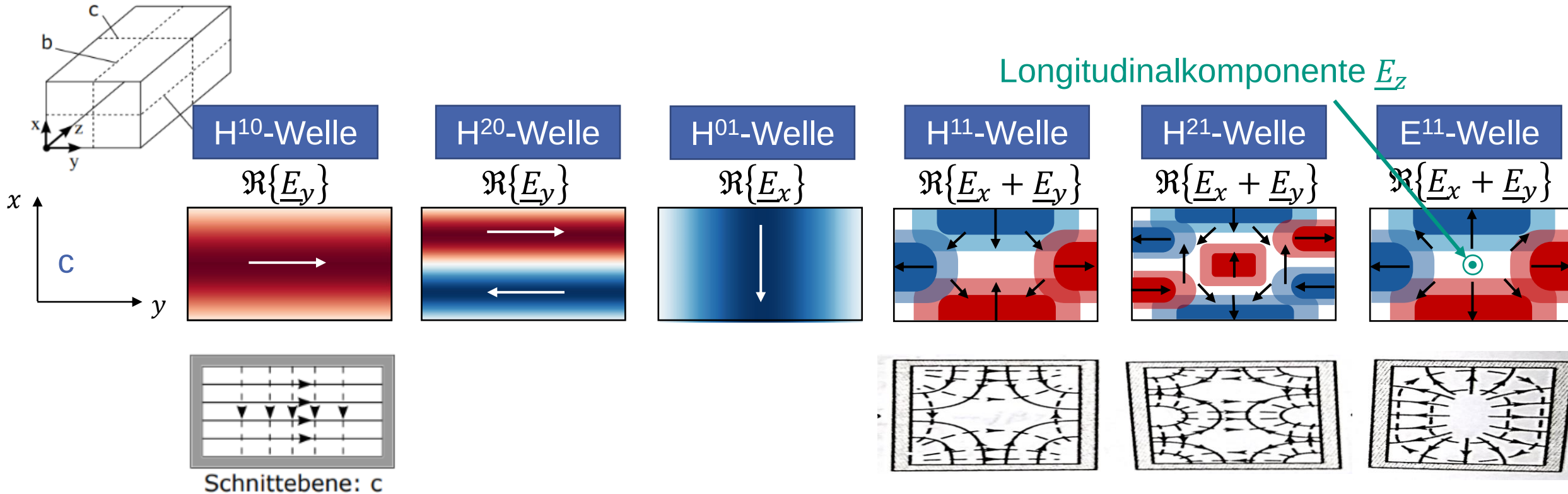
Rechteckhohlleiter – Visualisierung der Moden



Es gilt $\underline{E}_x \neq 0$ und $\underline{E}_y \neq 0$.

- Bewegen wir uns in x -Richtung, begegnen wir zwei Extrema von $\underline{E}_y$, daher ist $m = 2$
- Bewegen wir uns in y -Richtung, begegnen wir einem Extremum von $\underline{E}_x$, daher ist $n = 1$

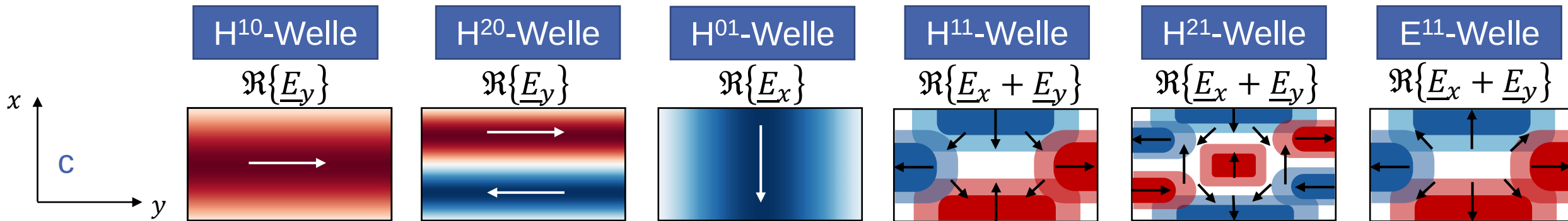
Rechteckhohlleiter – Visualisierung der Moden



Es gilt $\underline{E}_x \neq 0$, $\underline{E}_y \neq 0$ und $\underline{E}_z \neq 0$.

- Sichtbare z -Komponente, daher E-Welle, insbesondere in Schnittebenen a und b .
- Jeweils ein Extremum für $\underline{E}_x$ und $\underline{E}_y$, daher $m = n = 1$

Rechteckhohlleiter – Visualisierung der Moden



Schlussfolgerung:

Die Modenzahlen m und n geben die Anzahl der Extrema bzw. Schwingungsbäuche (rot/blau) der stehenden Wellen an

- m Anzahl der Extrema des E-Feldes entlang der x -Richtung
- n Anzahl der Extrema des E-Feldes entlang der y -Richtung

Achtung:

- Zähle stets die Extrema einer E-Feldkomponente, die senkrecht zu dem abgelaufenen Weg steht

Alternatives Vorgehen: Modenzahlen

- Bezug herstellen zwischen (dargestellten) transversalen Komponenten und der Longitudinalkomponente (vgl. Vorlesung 11)
- **Für E-Wellen:** Bezug auf Anzahl der Extrema der Longitudinalkomponente $\underline{E}_z$
- **Für H-Wellen:** Bezug auf Anzahl Nullstellen der Longitudinalkomponente $\underline{H}_z$

$$\underline{E}_x = -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x} + j \omega \mu \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y} \right)$$

$$\underline{E}_y = -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y} - j \omega \mu \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial x} \right)$$

$$\underline{H}_x = -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial x} - j \omega \varepsilon \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y} \right)$$

$$\underline{H}_y = -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y} + j \omega \varepsilon \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x} \right)$$

$$\underline{E}_x = -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x} + j \omega \mu \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y} \right)$$

$$\underline{E}_y = -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y} - j \omega \mu \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial x} \right)$$

$$\underline{H}_x = -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial x} - j \omega \varepsilon \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y} \right)$$

$$\underline{H}_y = -\frac{1}{\omega^2 \mu \varepsilon - k_z^2} \left(j k_z \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y} + j \omega \varepsilon \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x} \right)$$