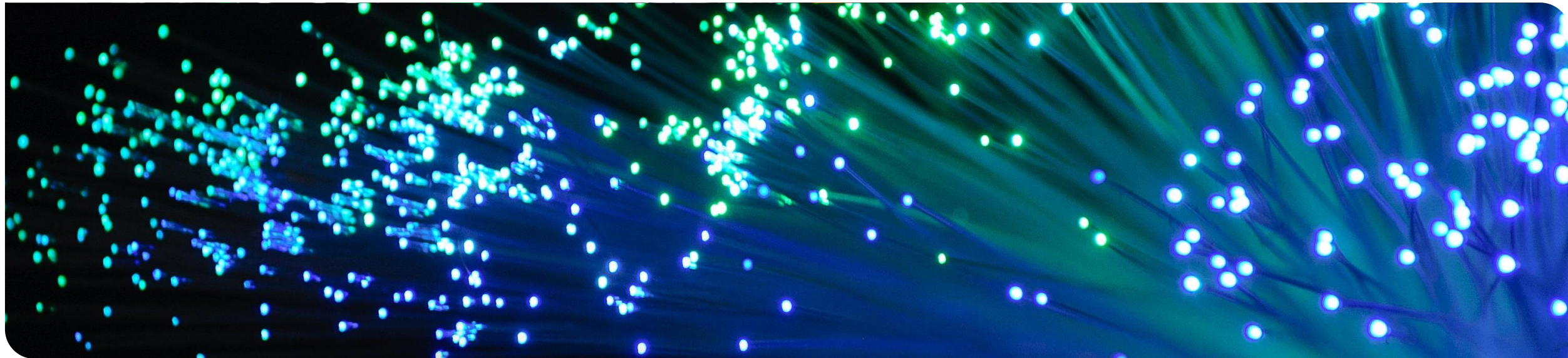


Elektromagnetische Wellen (EMW): Übung 13

Jonas Krimmer, Patrick Matalla und Sebastian Randel



Organisatorisches

- Labortour: **15. Februar 08:00 – 09:30 Uhr**
- Lerncafé Termin 1: **21. Februar 15:30 – 16:30 Uhr**
- Lerncafé Termin 2: **13. März 15:30 – 16:30 Uhr**
- Fragestunde: **15. März**
(Uhrzeit wird noch angekündigt)

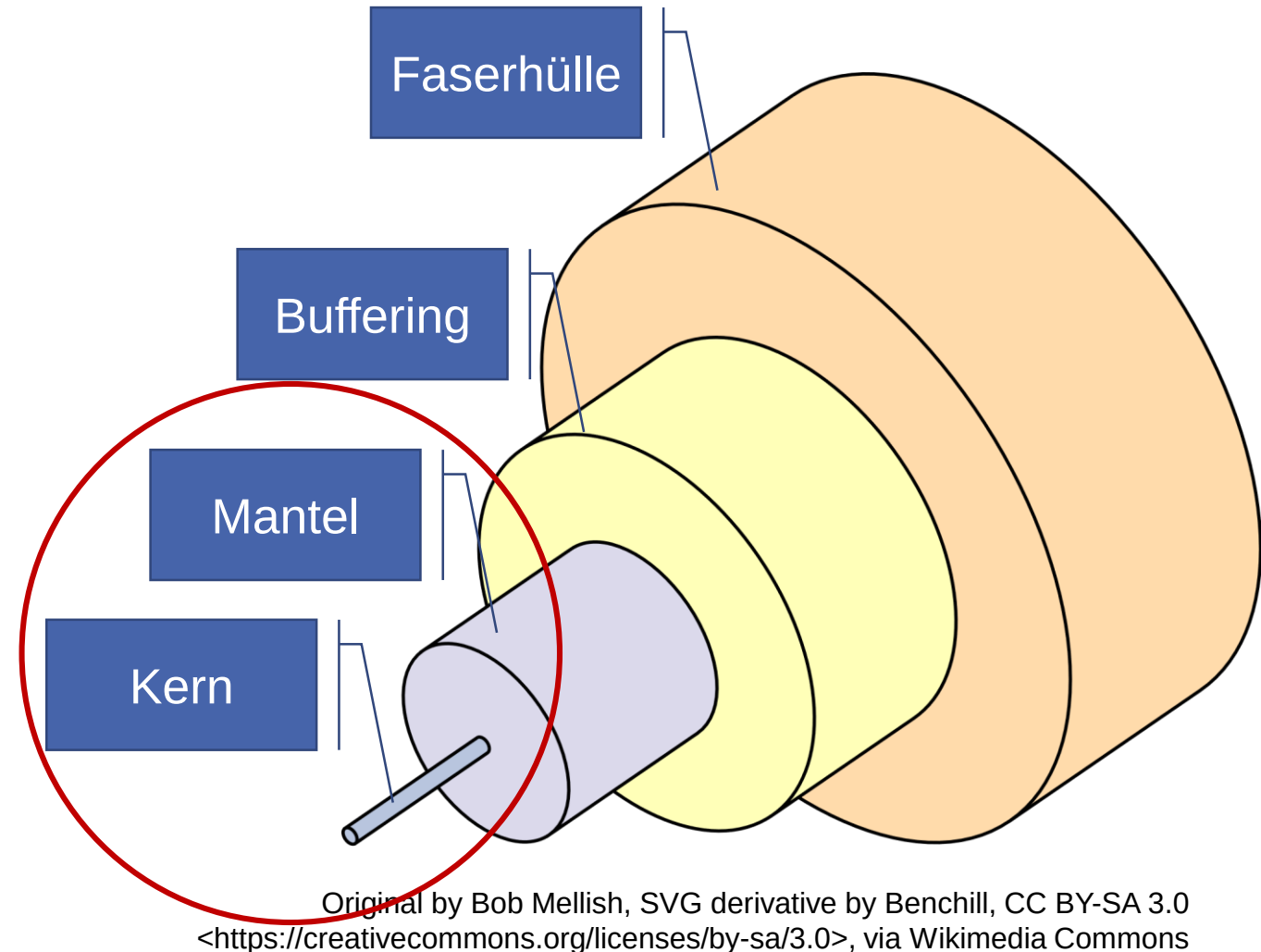
2022			2023		
Oktober	November	Dezember	Januar	Februar	März
1 Sa	1 Di Allerheiligen	1 Do	1 So Neujahr	1 Mi VL13	1 Mi
2 So	2 Mi VL02	2 Fr	2 Mo 1	2 Do	2 Do
3 Mo Tag der Dt. Einheit	3 Do	3 Sa	3 Di	3 Fr	3 Fr
4 Di 40	4 Fr	4 So	4 Mi	4 Sa	4 Sa
5 Mi	5 Sa	5 Mo UE05 49	5 Do	5 So	5 So
6 Do	6 So	6 Di	6 Fr Heilige Drei Könige	6 Mo UE12 8	6 Mo 10
7 Fr	7 Mo UE01 45	7 Mi VL07	7 Sa	7 Di	7 Di
8 Sa	8 Di	8 Do	8 So	8 Mi VL14	8 Mi
9 So	9 Mi VL03	9 Fr	9 Mo UE08 2	9 Do	9 Do
10 Mo 41	10 Do	10 Sa	10 Di	10 Fr	10 Fr
11 Di	11 Fr	11 So	11 Mi VL10	11 Sa	11 Sa
12 Mi	12 Sa	12 Mo UE06 50	12 Do	12 So	12 So
13 Do	13 So	13 Di	13 Fr	13 Mo UE13 7	13 Mo 11
14 Fr	14 Mo UE02 46	14 Mi VL08	14 Sa	14 Di	14 Do
15 Sa	15 Di	15 Do	15 So	15 Mi VL15	15 Mi
16 So	16 Mi VL04	16 Fr	16 Mo UE09 3	16 Do	16 Do Klausur
17 Mo 42	17 Do	17 Sa	17 Di	17 Fr	17 Fr
18 Di	18 Fr	18 So	18 Mi VL11	18 Sa	18 Sa
19 Mi	19 Sa	19 Mo UE07 51	19 Do	19 So	19 So
20 Do	20 So	20 Di	20 Fr	20 Mo Rosenmontag 8	20 Mo 12
21 Fr	21 Mo UE03 47	21 Mi VL09	21 Sa	21 Di	21 Di
22 Sa	22 Di	22 Do	22 So	22 Mi	22 Mi
23 So	23 Mi VL05	23 Fr	23 Mo UE10 4	23 Do	23 Do
24 Mo 43	24 Do	24 Sa Heiligabend	24 Di	24 Fr	24 Fr
25 Di	25 Fr	25 So 1. Weihnachtstag	25 Mi VL12	25 Sa	25 Sa
26 Mi VL01	26 Sa	26 Mo 2. Weihnachtstag	26 Do	26 So	26 So Beginn der Sommerzeit
27 Do	27 So 1. Advent	27 Di 52	27 Fr	27 Mo 9	27 Mo 13
28 Fr	28 Mo UE04 48	28 Mi	28 Sa	28 Di	28 Di
29 Sa	29 Di	29 Do	29 So		29 Mi
30 So Ende der Sommerzeit	30 Mi VL06	30 Fr	30 Mo UE11 5		30 Do
31 Mo UE00		31 Sa Silvester	31 Di		31 Fr

Themenübersicht

Übung	Aufgaben	Thematik
Übung 7	A12	Gaußscher Strahl
Übung 8	A13, A14	Optische Systeme
Übung 9	A15, A16	Parallelplattenleiter
Übung 10	A17	Rechteckhohlleiter
Übung 11	A18	Rundhohlleiter
Übung 12	A19, 20	Dielektrischer Schichtwellenleiter
Übung 13	A21	Stufenindexfaser

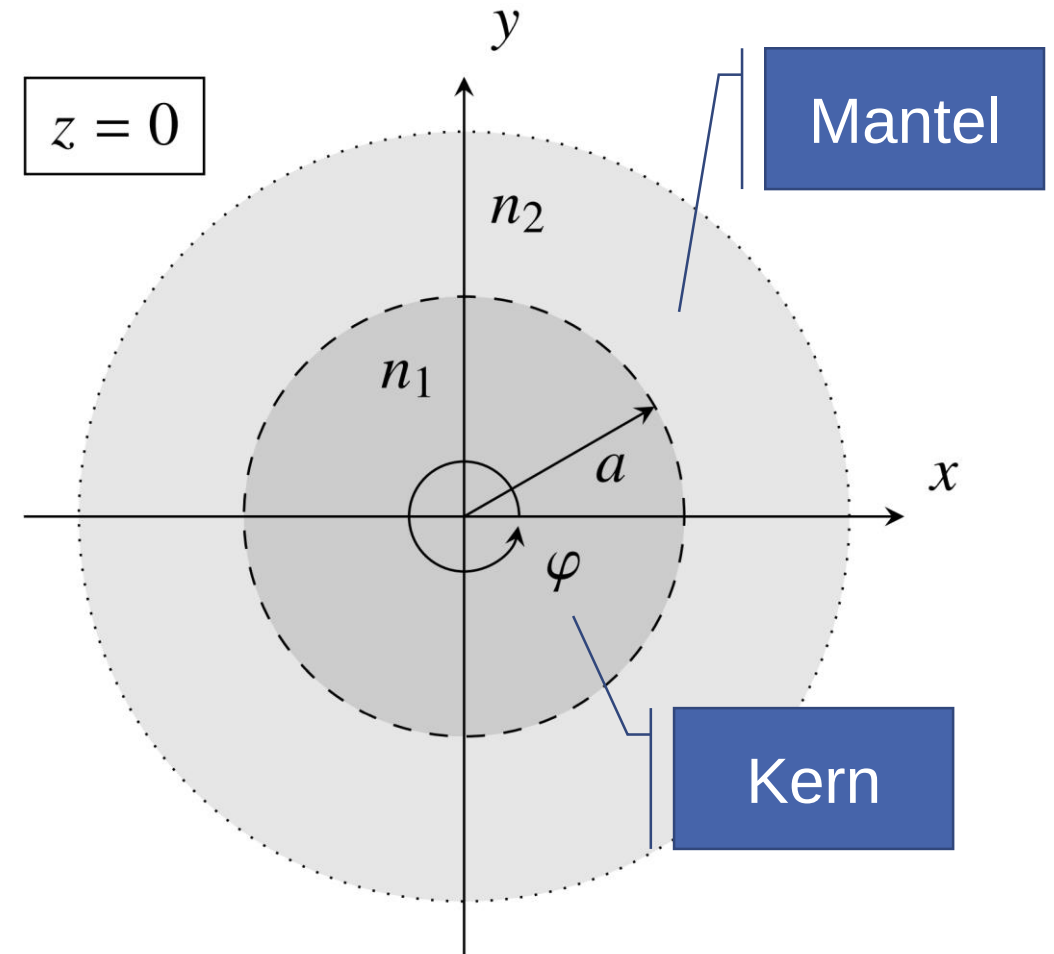
Glasfaser

- Glasfasern eignen sich aufgrund geringer Verluste und hoher Bandbreiten hervorragend für die Datenübertragung.
- Ohne Glasfaser ist heutzutage kein Internet mehr denkbar
- Anwendungen
 - Unterseekabel
 - Metro-Netze (Verbinden von Städten)
 - Passive optische Netze (Zugangsnetze in Städten)
 - Data Center Inter- und Intraconnects (Verbindungen zwischen und innerhalb von Rechenzentren)
 - Innerhalb der Industrie
 - Innerhalb von Automobilen



Stufenindexfaser

- Auch in der Stufenindexfaser unterscheiden wir E- und H-Wellen → exakte Lösung, s. VL14
- Annahme: Medien sind nichtleitende, stromfreie Dielektrika mit $\mu = \mu_0$
- Die **longitudinalen** Feldkomponenten E_z bzw. H_z müssen die skalare Helmholtzgleichung erfüllen
- Außerdem: Stetigkeitsbedingungen an der Kern-Mantel-Grenzfläche



Stufenindexfaser: Stetigkeitsbedingungen

- Für nichtleitende Dielektrika mit $\mu = \mu_0$ ergeben sich aus den Grenzflächenbedingungen für die tangentialen und normalen EM-Feldkomponenten die Stetigkeitsbedingungen:

	Elektrisches Feld	Magnetisches Feld
Tangential	$E_{t,1} = E_{t,2}$	$H_{t,1} = H_{t,2}$
Normal	$n_1^2 E_{n,1} = n_2^2 E_{n,2}$	$H_{n,1} = H_{n,2}$

- Nur die Normalkomponente des elektrischen Felds nicht stetig!
- Stetigkeits- statt Randbedingungen

Anmerkung: Unterschied zum Rundhohlleiter

- Es kam die Frage auf „weshalb beim Rundhohlleiter niemals beide (E- und H-Wellen) koexistieren können, hier [in der Stufenindexfaser] jedoch schon“.
- Auch im **Rundhohlleiter können E- und H-Wellen koexistieren**: Jedes Feldbild im Rundhohlleiter ist i.A. eine Superposition aus E- und H-Wellen.
- Diese E- und H-Wellen sind allerdings voneinander unabhängig!
- In der Stufenindexfaser erhalten wir aufgrund der Stetigkeitsbedingungen Wellen, welche sowohl **E_z - und H_z -Komponenten** vorweisen.

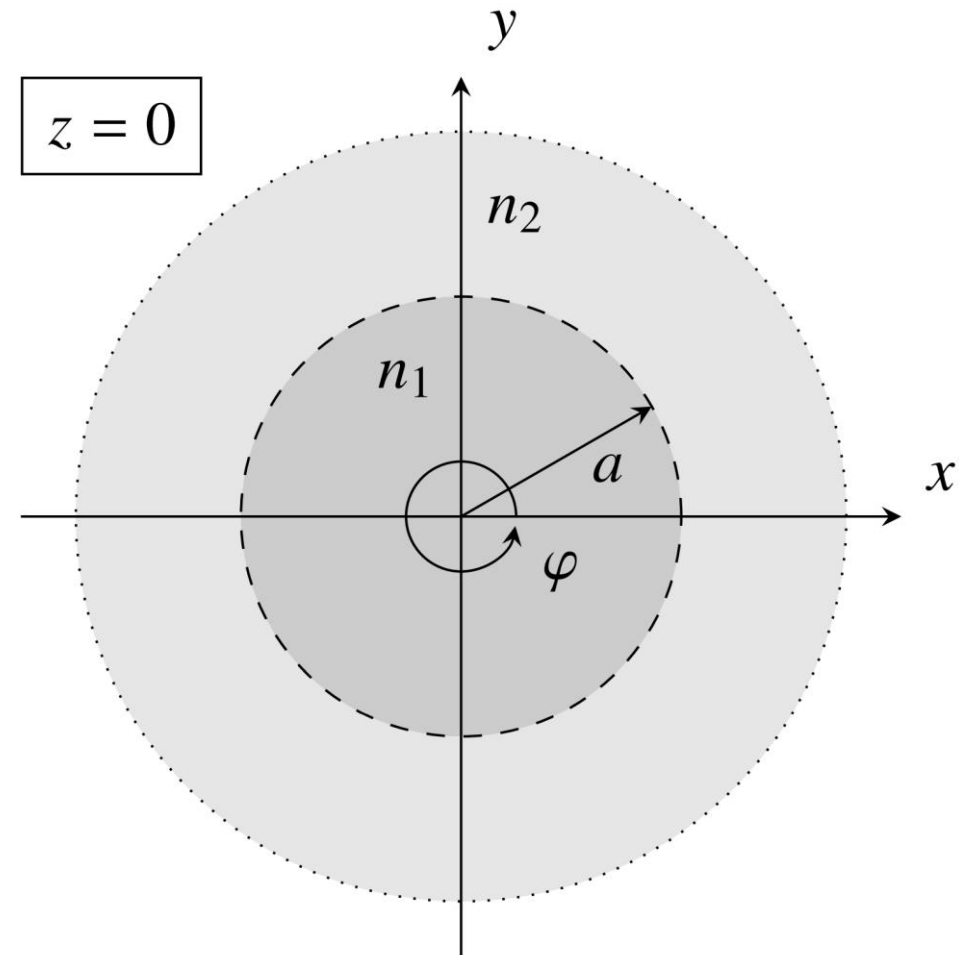
Stufenindexfaser: Schwache Führung

- Im Fall schwacher Führung, d.h. für

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \ll 1$$

gilt näherungsweise $n_1 \approx n_2$.

- Folge: Ausbreitung nahezu parallel zur Achse, da andernfalls keine Totalreflexion und damit auch keine Führung des Lichts/der EM-Welle.
- Die Lösungen, die wir unter Annahme der schwachen Führung erhalten, bezeichnen wir als linear polarisierte Moden (LP-Moden).



Schwache Führung: Stetigkeitsbedingungen

- Berücksichtigen wir nun noch den Fall der schwachen Führung $n_1 \approx n_2$ können wir die Stetigkeitsbedingungen vereinfachen zu:

	Elektrisches Feld	Magnetisches Feld
Tangential	$E_{t,1} = E_{t,2}$	$H_{t,1} = H_{t,2}$
Normal	$E_{n,1} \approx E_{n,2}$	$H_{n,1} = H_{n,2}$

- Folge: Bei schwacher Führung sind in guter Näherung alle Feldkomponenten an der Grenzfläche stetig!

LP-Moden: Einführung

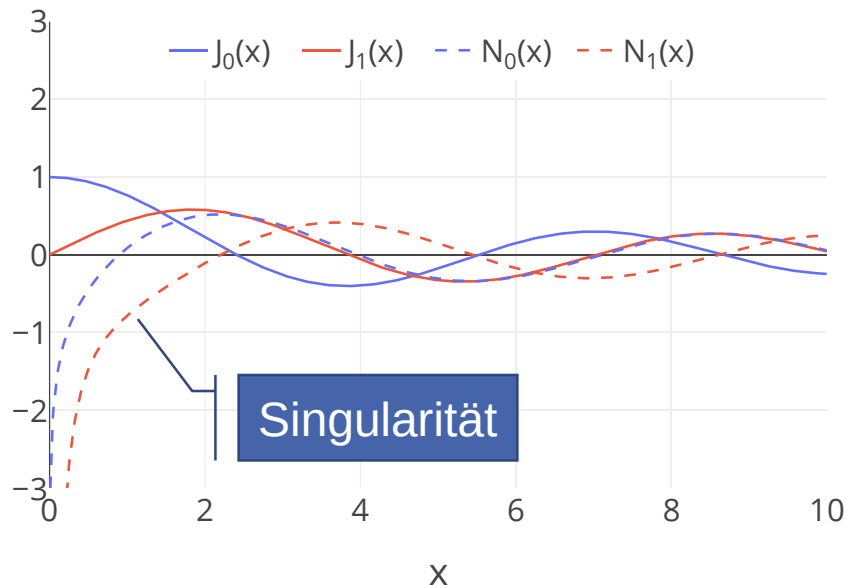
- Da sich die Wellen nahezu parallel zur Faserachse ausbreiten, müssen die transversalen Feldkomponenten deutlich größer als die longitudinalen sein → Charakterisierung anhand transversaler Komponenten
- Daher gehen wir zu kartesischen Koordinaten über, um die transversalen Komponenten aus der skalaren Helmholtzgleichung zu erhalten.
- Darstellung Komponentenfunktionen in **Zylinderkoordinaten** (wegen Zylindersymmetrie der Faser)
- Mit dem Ansatz $\underline{E}_{x,y} \propto \psi(\rho, \varphi) \exp(-j\underline{k}_z z)$ erhalten wir
$$\Delta\psi(\rho, \varphi) + (k^2 - \underline{k}_z^2) \psi(\rho, \varphi) = 0$$
- Zwei unabhängige Lösungen für x und y → lineare Polarisation

LP-Moden: Lösungsansatz

- Im **Kern** ($0 \leq \rho \leq a$) gilt:

$$k^2 - \underline{k}_z^2 = k_1^2 - \underline{k}_z^2 > 0$$

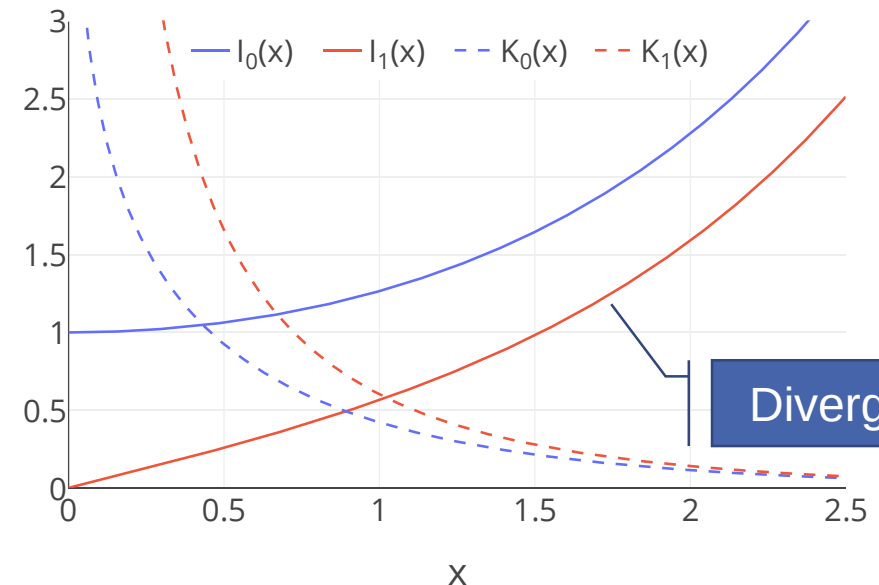
- Separation der Helmholtzgleichung → Besselsche Differentialgleichung



- Im **Mantel** ($a < \rho$) gilt:

$$k^2 - \underline{k}_z^2 = k_2^2 - \underline{k}_z^2 < 0$$

- Separation der Helmholtzgleichung → Mod. Besselsche Differentialgleichung



LP-Moden: Lösungen

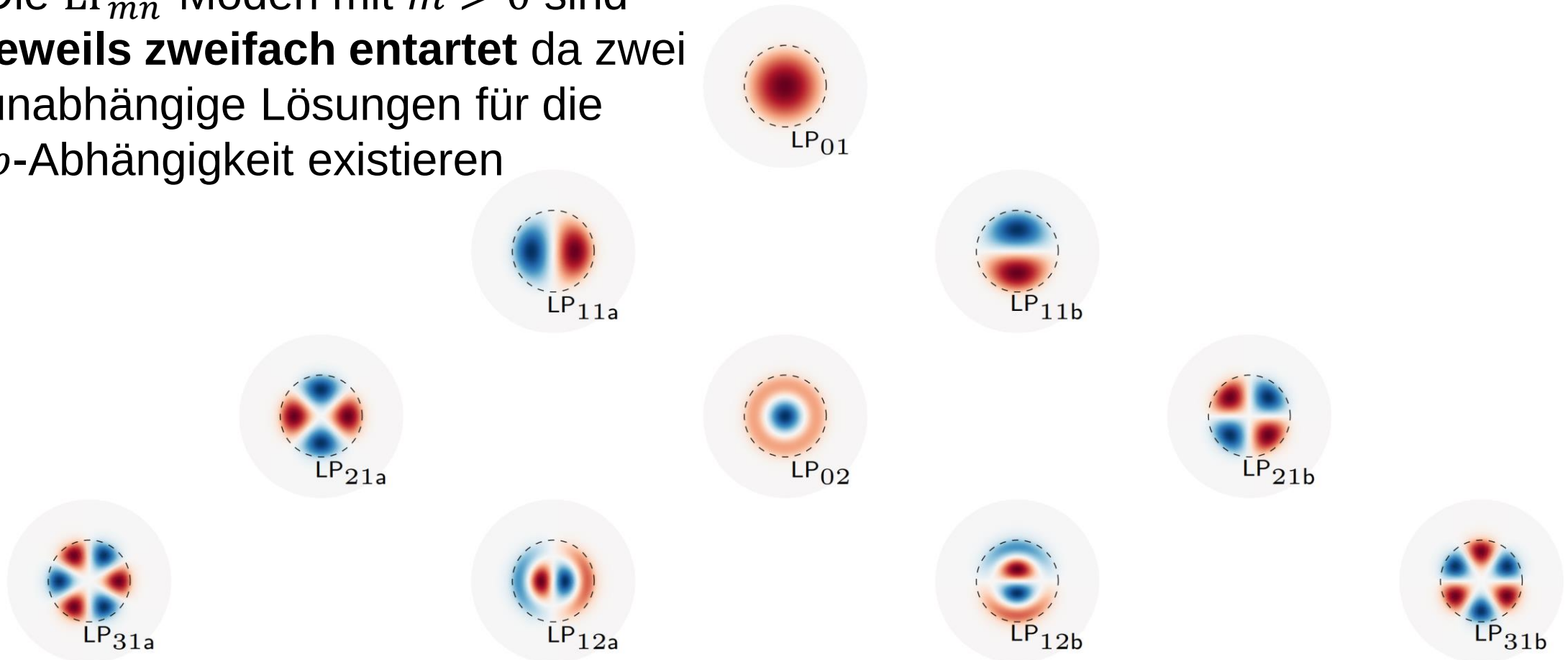
- Auf Basis der bisherigen Überlegungen wählen wir den Lösungsansatz

$$\psi(\rho, \varphi) = \begin{cases} A J_m(\beta_t \rho) \sin(m\varphi + \phi), & \rho \leq a \text{ (im Kern)} \\ B K_m(\alpha_t \rho) \sin(m\varphi + \phi), & \rho > a \text{ (im Mantel)} \end{cases}$$

- Der Ansatz bezieht sich auf die elektrischen Feldkomponenten in x - und y -Richtung $\rightarrow$ hier tangential **und** normal zur Grenzfläche!
- Bei schwacher Führung: In guter Näherung alle Feldkomponenten an der Grenzfläche stetig $\rightarrow$ fordere Stetigkeit von $\psi \rightarrow$ Wahl von A & B
- Auch longitudinale Komponente E_z muss stetig sein $\rightarrow$ führt auf Eigenwertgleichung: nur Lösungen, die die Stetigkeitsbedingungen erfüllen sind ausbreitungsfähig

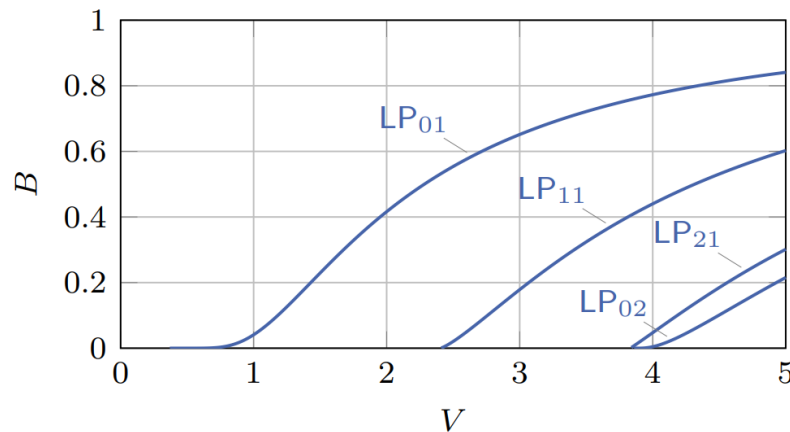
LP-Moden: Feldbilder

- Die LP_{mn} -Moden mit $m > 0$ sind **jeweils zweifach entartet** da zwei unabhängige Lösungen für die φ -Abhängigkeit existieren



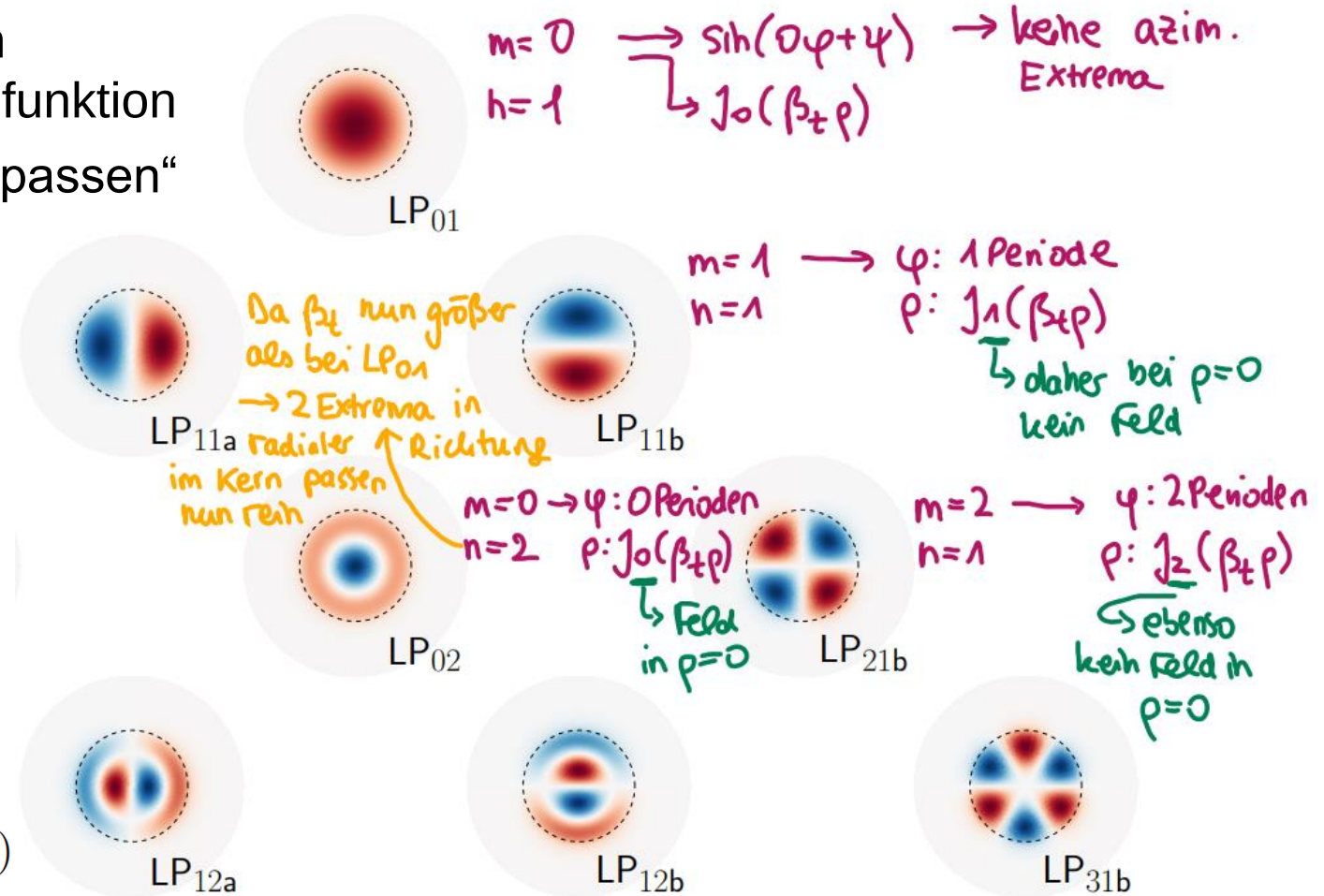
LP-Moden: Feldbilder

- m gibt jeweils die Anzahl der azimuthalen Perioden an sowie den Grad der Besselfunktion
- n gibt an, wie viele radiale Maxima „reinpasse“

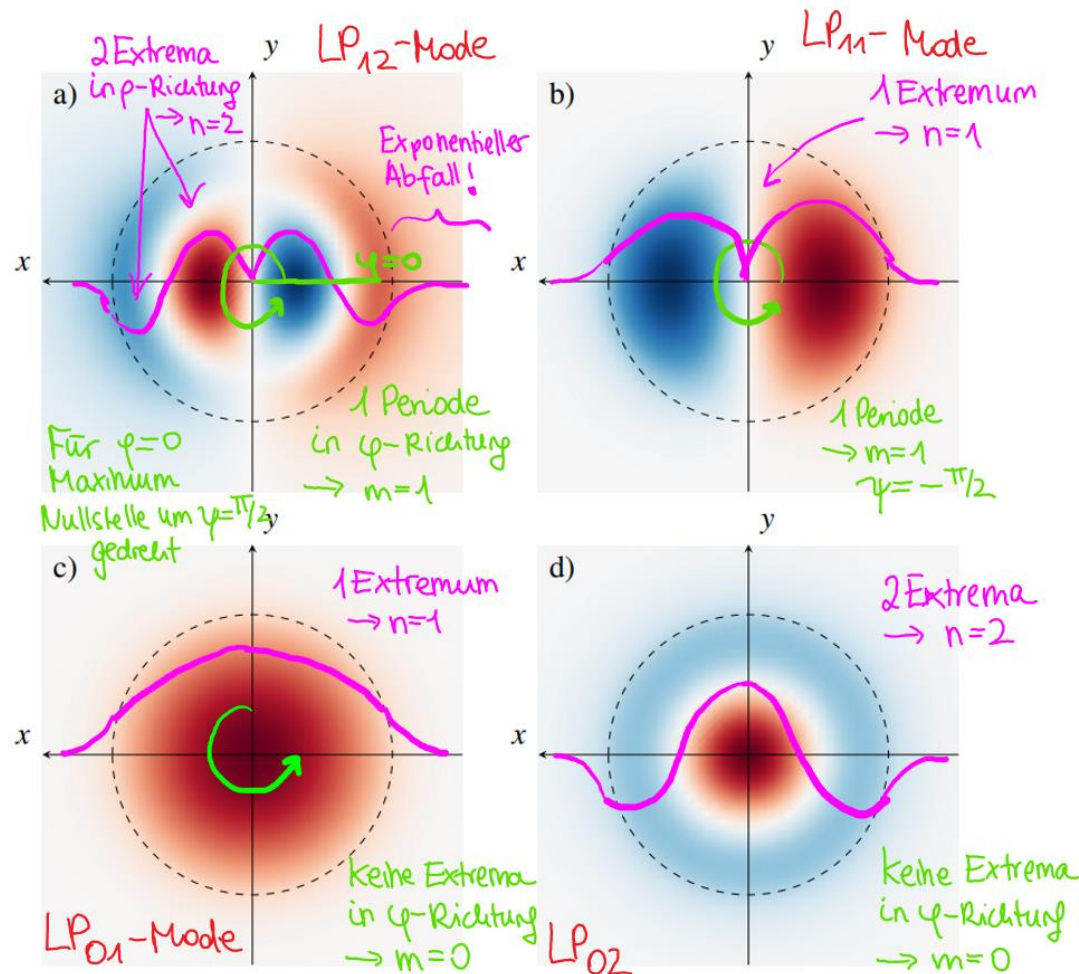


$$B = 1 - \frac{U^2}{V^2} = \frac{W^2}{V^2} = \frac{\beta_z^2/k_0^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2}.$$

$$\underline{E}_{t,1}^{(m)}(\rho, \varphi, z) = \underline{E}_{0,1}^{(m)} J_m(\beta_t \rho) \sin(m\varphi + \psi) \exp(-j\beta_z z)$$



LP-Moden: Aufgabe 21, g)



$$E_{t,1}^{(m)}(\rho, \varphi, z) = E_{0,1}^{(m)} J_m(\beta_t \rho) \sin(m\varphi + \psi) \exp(-j\beta_z z)$$

Wenn

$m = 0$, dann $J_0(\beta_t \rho)$ und $\sin(\psi) = \text{const.}$

Wenn

$m = 1$, dann $J_1(\beta_t \rho)$ und $\sin(\phi + \psi)$

da $\psi \in \{-\pi/2, \pi/2\} \rightarrow 1$ Periode der Sinusfkt.

Wellenleiter – Evaneszente Felder

- Stetigkeitsbedingungen → Felder dringen auch in Material jenseits der Grenzfläche ein und klingen exponentiell ab (**evaneszente Felder**)
- Konsequenzen:
 - Wirkleistungstransport (Energie) einzig und allein entlang der Grenzfläche. Ansonsten: Verletzung der Energieerhaltung bei Totalreflexion
 - Blindleistungsaustausch senkrecht zur Grenzfläche, da die Felder in diese Richtung (mit)schwingen. Andernfalls: Verletzung der Stetigkeitsbedingungen an der Grenzfläche (und damit der Maxwell'schen Gleichungen)

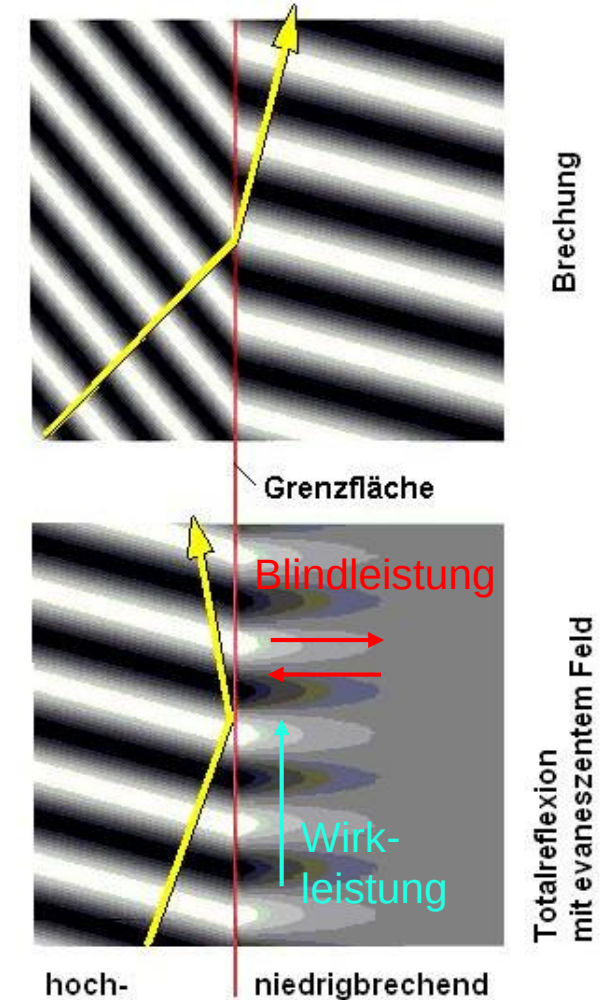


Bild: Wikipedia (Ulfbastel)

Wellenleiter – Evaneszente Felder

- Effekt ähnelt dem Tunneleffekt in der Quantenmechanik.
- Anwendung:
 - Je ähnlicher die verwendeten Dielektrika in den angrenzenden Schichten sind, desto stärker dringt die Welle in das Material hinter der Grenzfläche ein.
 - Für manche Applikationen ist dieses Verhalten vorteilhaft.
 - Beispiel: Kopplung von elektromagnetischen Wellen zwischen zwei Wellenleitern, die nahe genug zusammengebracht werden.
- Folge: evaneszentes Feld enthält Energie...
 - ... jedoch nur im Nahfeld.
 - Kein Energietransport in Bereiche weit weg von der Grenzfläche (Fernfeld)

