

Vorlesung 01: Einführung

Elektromagnetische Wellen | Wintersemester 2021/22

Prof. Dr.-Ing. Sebastian Randel | 18. Oktober 2021

Vorlesungsinhalte

1. Organisatorisches
2. Physikalische Größen
3. Die Maxwellschen Gleichungen für quasistationäre Felder
4. Wechselwirkungen von Feldern und Materialien
5. Die Maxwellschen Gleichungen für beliebige Zeitabhängigkeit
6. Anwendungen
7. Was Sie gelernt haben sollten

Vorlesungsinhalte

1. Organisatorisches
2. Physikalische Größen
3. Die Maxwellschen Gleichungen für quasistationäre Felder
4. Wechselwirkungen von Feldern und Materialien
5. Die Maxwellschen Gleichungen für beliebige Zeitabhängigkeit
6. Anwendungen
7. Was Sie gelernt haben sollten

Allgemeine Informationen zur Lehrveranstaltung

- Vorlesung und Übung finden im Wintersemester 2021/22 in Präsenz statt!
- Aktuelle Informationen zum Studienbetrieb während der Pandemie finden Sie stets unter [Fragen und Antworten zum Umgang mit dem Coronavirus](#)
- Melden Sie sich im [EMW ILIAS-Kurs](#) an, um Zugang zu den Vorlesungs- und Übungsmaterialien sowie aktuellen Informationen zur Lehrveranstaltung (Umfragen, Klausurtermin, usw.) zu erhalten.
- Für organisatorische bzw. inhaltliche Fragen stehen Ihnen die entsprechenden Foren im ILIAS-Kurs zur Verfügung.

Agenda der Lehrveranstaltung EMW (I)

Vorlesungswoche	Kalenderwoche	Montag 12:00-13:30 (Geb. 10.50)	Mittwoch 08:00-09:30 (Geb. 30.10)
01	42	18.10.21 VL01	20.10.21 VL02
02	43	25.10.21 UE01	27.10.21 VL03
03	44	Feiertag	03.11.21 VL04
04	45	08.11.21 UE02	10.11.21 VL05
05	46	15.11.21 UE03	17.11.21 VL06
06	47	22.11.21 UE04	29.11.21 VL07
07	48	29.11.21 UE05	01.12.21 VL08
08	49	06.12.21 UE06	08.12.21 VL09
09	50	13.12.21 UE07	15.12.21 VL10

Agenda der Lehrveranstaltung EMW (II)

Vorlesungswoche	Kalenderwoche	Montag 12:00-13:30 (Geb. 10.50)	Mittwoch 08:00-09:30 (Geb. 30.10)
10	51	20.12.21 UE08	22.12.21 VL11
-	52	-	-
-	01	-	-
11	02	10.01.22 UE09	12.01.22 VL12
12	03	17.01.22 UE10	19.01.22 VL13
13	04	24.01.22 UE11	26.01.22 VL14
14	05	31.01.22 UE12	02.02.22 VL15
15	06	07.02.22 UE13	09.02.22 UE14

Vorlesungsinhalte

1. Organisatorisches
- 2. Physikalische Größen**
3. Die Maxwellschen Gleichungen für quasistationäre Felder
4. Wechselwirkungen von Feldern und Materialien
5. Die Maxwellschen Gleichungen für beliebige Zeitabhängigkeit
6. Anwendungen
7. Was Sie gelernt haben sollten

Physikalische Größen

- Die Maxwellschen Gleichungen verknüpfen die folgenden physikalischen Größen:

Bezeichnung	Symbol	Einheit	alternative Bezeichnungen
magnetische Feldstärke	H	$\frac{\text{A}}{\text{m}}$	H-Feld
elektrische Feldstärke	E	$\frac{\text{V}}{\text{m}}$	E-Feld
Verschiebungsflusddichte	D	$\frac{\text{As}}{\text{m}^2}$	elektrische Flusddichte, dielektrische Verschiebung
magnetische Flusddichte	B	$\text{T} = \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$	magnetische Induktion, Magnetfeld, B-Feld
Stromdichte	J	$\frac{\text{A}}{\text{m}^2}$	Leitungsstromdichte, Dichte der freien Ströme
Raumladungsdichte	ρ	$\frac{\text{As}}{\text{m}^3}$	

Lorentzkraft

- Das elektrische Feld $\mathbf{E}$ und die magnetische Flussdichte $\mathbf{B}$ lassen sich über die *Lorentzkraft* auf eine Ladung Q mit der Geschwindigkeit $\mathbf{v}$

$$\mathbf{F}_L = \underbrace{Q\mathbf{E}}_{=\mathbf{F}_{L,e}} + \underbrace{Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}}_{=\mathbf{F}_{L,m}}$$

direkt experimentell bestimmen. Die elektrische Komponente $\mathbf{F}_{L,e}$ wird auch als *Coulombkraft* bezeichnet.

Vorlesungsinhalte

1. Organisatorisches
2. Physikalische Größen
- 3. Die Maxwellschen Gleichungen für quasistationäre Felder**
4. Wechselwirkungen von Feldern und Materialien
5. Die Maxwellschen Gleichungen für beliebige Zeitabhängigkeit
6. Anwendungen
7. Was Sie gelernt haben sollten

Die Maxwell'schen Gleichungen für quasistationäre Felder

- Die Maxwell'schen Gleichungen beschreiben unter gegebenen Randbedingungen den Zusammenhang zwischen elektrischen und magnetischen Feldern untereinander sowie mit ruhenden und sich bewegenden elektrischen Ladungen.
- Für quasistationäre Felder d.h. für $\partial \mathbf{D} / \partial t \ll \mathbf{J}$ lauten die Maxwell'schen Gleichungen:

$$\oint_s \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = I = \int_F \mathbf{J} \cdot d\mathbf{F} \quad (\text{I}) \quad \text{Ampèresches Gesetz}$$

$$\oint_s \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_F \mathbf{B} \cdot d\mathbf{F} \quad (\text{II}) \quad \text{Induktionsgesetz}$$

$$\oint_O \mathbf{D} \cdot d\mathbf{F} = Q = \int_V \rho dV \quad (\text{III}) \quad \text{Gaußsches Gesetz}$$

$$\oint_O \mathbf{B} \cdot d\mathbf{F} = 0 \quad (\text{IV})$$

Der Nabla Operator (I)

- Mit Hilfe des Nabla Operators ∇ können für ein beliebiges Skalarfeld ϕ bzw. ein beliebiges Vektorfeld $\mathbf{A}$ die drei Differentialoperatoren der Vektoranalysis geschrieben werden als:

- Gradient:

$$\text{grad}(\phi) \triangleq \nabla \phi$$

- Divergenz:

$$\text{div}(\mathbf{A}) \triangleq \nabla \cdot \mathbf{A}$$

- Rotation:

$$\text{rot}(\mathbf{A}) \triangleq \nabla \times \mathbf{A}$$

Der Nabla Operator (II)

- Der Nabla Operator kann als vektorielle Rechengröße betrachtet werden, deren Elemente an das jeweilige Koordinatensystem anzupassen sind:

- Kartesische Koordinaten:

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y} \quad \frac{\partial}{\partial z} \right)^T$$

- Zylinderkoordinaten:

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial \rho} \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \quad \frac{\partial}{\partial z} \right)^T$$

- Kugelkoordinaten:

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial r} \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \quad \frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right)^T$$

- Allgemein gelten die folgenden Beziehungen:

$$\nabla \times (\nabla \phi) \equiv 0$$

$$\nabla \cdot (\phi \mathbf{A}) \equiv (\nabla \phi) \cdot \mathbf{A} + \phi \nabla \cdot \mathbf{A}$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) \equiv 0$$

$$\nabla \times (\phi \mathbf{A}) \equiv (\nabla \phi) \times \mathbf{A} + \phi \nabla \times \mathbf{A}$$

Integralsätze der Vektorrechnung

- Der *Gaußsche Integralsatz* besagt, dass das Volumenintegral der Divergenz eines Vektorfeldes gleich dem Flächenintegral des Vektorfeldes über die geschlossene Oberfläche O des Volumens V ist. D.h.

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{A} \, dV = \oint_O \mathbf{A} \cdot d\mathbf{F}$$

- Der *Stokessche Integralsatz* besagt, dass das Flächenintegral der Rotation eines Vektorfeldes gleich dem Linienintegral des Vektorfeldes längs des Randes s der Fläche F ist. D.h.

$$\int_F \nabla \times \mathbf{A} \cdot d\mathbf{F} = \oint_s \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s}$$

Die Maxwell'schen Gleichungen für quasistationäre Felder

- Mittels des Stokesschen und des Gaußschen Integralsatzes können die Maxwell'schen Gleichungen aus der Integralform in die differentielle Form überführt werden.
- In differentieller Form lauten die Maxwell'schen Gleichungen für quasistationäre Felder

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (\text{I}) \quad \textit{Ampèresches Gesetz}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{II}) \quad \textit{Induktionsgesetz}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (\text{III}) \quad \textit{Gaußsches Gesetz}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{IV})$$

Vorlesungsinhalte

1. Organisatorisches
2. Physikalische Größen
3. Die Maxwellschen Gleichungen für quasistationäre Felder
- 4. Wechselwirkungen von Feldern und Materialien**
5. Die Maxwellschen Gleichungen für beliebige Zeitabhängigkeit
6. Anwendungen
7. Was Sie gelernt haben sollten

Materialgleichungen: Elektrisches Feld

- In den meisten Stoffen gilt für das elektrische Polarisationsfeld $\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E}$ ein linearer, isotroper und näherungsweise gedächtnisfreier Zusammenhang mit der elektrischen Feldstärke. Für die Verschiebungsstromdichte gilt somit

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \mathbf{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} = \epsilon \mathbf{E}$$

Parameter	Wert
elektrische Suszeptibilität χ_e	<i>Materialkonstante</i>
Vakuumpermittivität ϵ_0	$8,854\,187\,812\,8(13) \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$
Relative Permittivität ϵ_r	<i>Materialkonstante</i>

Materialgleichungen: Magnetisches Feld

- In isotropen gedächtnisfreien dia- und paramagnetischen Stoffen gilt für die Magnetisierung durch atomare Ringströme $\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$ und somit

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} = \mu \mathbf{H}$$

Parameter	Wert
magnetische Suszeptibilität χ_m	<i>Materialkonstante</i>
Vakuumpermeabilität μ_0	$1,256\,637\,062\,12(19) \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$
Relative Permeabilität μ_r	<i>Materialkonstante</i>

Stromdichte

- Die Quellen des elektrischen und des magnetischen Feldes, die Raumladungsdichte ρ und die Stromdichte $\mathbf{J}$ hängen aufgrund des Prinzips der Ladungserhaltung über die Kontinuitätsgleichung zusammen gemäß

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

- Die Leitfähigkeit eines Mediums wird mit κ bezeichnet und hat die Einheit $\frac{\text{A}}{\text{V m}}$. Sie hängt von der Konzentration und der Beweglichkeit von freien Ladungsträgern im Medium ab. Den Zusammenhang zwischen Stromdichte und elektrischer Feldstärke beschreibt das *Ohmsche Gesetz*

$$\mathbf{J} = \kappa \mathbf{E}$$

Relaxationszeit (I)

- Aus der Kontinuitätsgleichung $\nabla \cdot \mathbf{J} = -\partial\rho/\partial t$ und dem Gaußschen Gesetz ergibt sich mit $\mathbf{J} = \kappa\mathbf{E}$, $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$, $\nabla\kappa = \mathbf{0}$ und $\nabla\varepsilon = \mathbf{0}$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \kappa \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\kappa}{\varepsilon} \nabla \cdot \mathbf{D} = \frac{\kappa}{\varepsilon} \rho = -\frac{\partial\rho}{\partial t}$$

woraus folgt, dass

$$\rho + \frac{\varepsilon}{\kappa} \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$$

- Diese homogene lineare Differentialgleichung erster Ordnung hat die Lösung

$$\rho(t) = \rho(t=0) e^{-t/T_r} ,$$

wobei $T_r = \varepsilon/\kappa$ die Relaxationszeit angibt, nach welcher eine Ladungsträgeranhäufung um den Faktor $1/e$ abgenommen hat.

Relaxationszeit (II)

- Die Relaxationszeit für ausgewählte Materialien:

Material	Relaxationszeit T_r	Bewertung Leitfähigkeit
Silber	$1,4 \cdot 10^{-19} \text{ s}$	guter Leiter
Kupfer	$1,5 \cdot 10^{-19} \text{ s}$	guter Leiter
H ₂ O	$1 \cdot 10^{-6} \text{ s}$	schlechter Leiter
Teflon	30 min	Isolator

Vorlesungsinhalte

1. Organisatorisches
2. Physikalische Größen
3. Die Maxwellschen Gleichungen für quasistationäre Felder
4. Wechselwirkungen von Feldern und Materialien
- 5. Die Maxwellschen Gleichungen für beliebige Zeitabhängigkeit**
6. Anwendungen
7. Was Sie gelernt haben sollten

James Clerk Maxwell (1831–1879)



- In seiner Arbeit „A dynamical theory of the electromagnetic field“ formuliert er 1865 erstmals die später nach ihm benannten Maxwellschen Gleichungen und sagt die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen voraus.

Die Maxwellschen Gleichungen

- Maxwell ergänzt das Ampèresche Gesetz um den Term $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ und erweitert es damit zum Durchflutungsgesetz

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{I}) \quad \textit{Durchflutungsgesetz}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{II}) \quad \textit{Induktionsgesetz}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (\text{III}) \quad \textit{Gaußsches Gesetz}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{IV})$$

- In dieser Form werden die Maxwellschen Gleichungen auch als makroskopische Maxwellsche Gleichungen bezeichnet. Die mikroskopischen Materialeigenschaften, wie etwa gebundene Ladungsträger, werden dabei über die Materialgleichungen abgebildet.

Die Maxwellschen Gleichungen im Vakuum

- Im Vakuum gilt $\rho = 0$, $\mathbf{J} = \mathbf{0}$, $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$ und wir erhalten

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (\text{I}) \quad \text{Durchflutungsgesetz}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (\text{II}) \quad \text{Induktionsgesetz}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (\text{III}) \quad \text{Gaußsches Gesetz}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (\text{IV})$$

- Magnetische Wirbelfelder können durch sich zeitlich ändernde elektrische Felder entstehen und elektrische Wirbelfelder durch sich zeitlich ändernde magnetische Felder.
- Damit ist ausgehend von einer Quelle die Wellenausbreitung im freien Raum möglich.

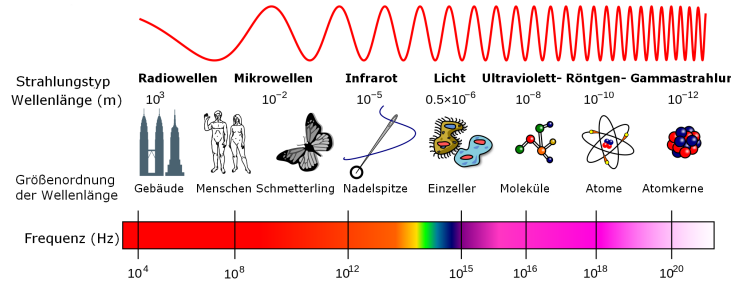
Heinrich Rudolf Hertz (1857–1894)



- Hertz gelang es 1886 in Karlsruhe erstmals die freie Ausbreitung von elektromagnetische Wellen (bei einer Frequenz von etwa 80 MHz) experimentell nachzuweisen.

Gültigkeitsbereich

- Die Maxwellgleichungen beschreiben sämtliche makroskopische Phänomene. Sie gelten über den gesamten Frequenzbereich (bzw. den Wellenlängenbereich $\lambda = c_0/f$)



- Nicht gültig sind die Gleichungen im mikroskopischen (atomaren) Bereich. Hier sind die Vorgänge quantisiert und nicht kontinuierlich. Man spricht daher auch von der klassischen Maxwellschen Theorie.

Vorlesungsinhalte

1. Organisatorisches
2. Physikalische Größen
3. Die Maxwellschen Gleichungen für quasistationäre Felder
4. Wechselwirkungen von Feldern und Materialien
5. Die Maxwellschen Gleichungen für beliebige Zeitabhängigkeit
- 6. Anwendungen**
7. Was Sie gelernt haben sollten

Anwendungsbereiche (I)

- **Niederfrequenzen** (3 Hz – 30 kHz): Wechselstrom (50 Hz) zum Antrieb von Maschinen bzw. zur Übertragung elektrischer Energie, Telefonleitung
- **Radiowellen** (30 kHz – 3 GHz): Funkübertragung (Fernsehen, Radio, Flugfunk, Seefunk, Amateurfunk), MRT, Messtechnik, RFID
- **Mikrowellen** (3 GHz – 300 GHz): Funkübertragung (Mobilfunk, WLAN, Satellitenverbindungen, Punkt-zu-Punkt), Navigation (GPS), Mikrowellenherd, Radar, Spektroskopie, Hohlleiter
- **Terahertzstrahlung** (300 GHz – 3 THz): Ganzkörperscanner
- ...

Anwendungsbereiche (II)

- **Infrarotstrahlung** (3 THz – 385 THz): Wärmestrahlung (Heizung), optische Kommunikationstechnik, Lasertechnik, Spektroskopie, Astronomie, Materialphysik, Fernbedienung
- **Sichtbares Licht** (385 THz – 789 THz): Beleuchtung, Visible Light Communications, Solarzellen, Photosynthese, u.v.m.
- **UV-Strahlung** (789 THz – 30 PHz): Hautbräunung, Spektroskopie, Materialphysik, Fluoreszenz und Phosphoreszenz, Schwarzlicht
- **Röntgenstrahlung** (30 PHz – 30 EHz): Medizintechnik (CT, Krebstherapie), Werkstoffprüfung, Materialphysik
- **Gammastrahlung** (> 30 EHz)

Vorlesungsinhalte

1. Organisatorisches
2. Physikalische Größen
3. Die Maxwellschen Gleichungen für quasistationäre Felder
4. Wechselwirkungen von Feldern und Materialien
5. Die Maxwellschen Gleichungen für beliebige Zeitabhängigkeit
6. Anwendungen
- 7. Was Sie gelernt haben sollten**

Was Sie gelernt haben sollten

- Welche Bedeutung und Eigenschaften die in den Maxwellschen Gleichungen auftretenden physikalischen Größen haben.
- Was die einzelnen Maxwellschen Gleichungen aussagen.
- Wie die Maxwellschen Gleichungen von der Integral- in die Differenzialform überführt werden.
- Welche Vereinfachungen der Maxwellschen Gleichungen die Annahmen von Quasistationarität bzw. von Vakuum ermöglichen.
- Wieso durch Maxwells Ergänzung des Ampèreschen Gesetzes die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen im freien Raum erklärt werden kann.